

III.1. EQUATION DE L'AEROTHERMOCHIMIE TURBULENTE

La modélisation mathématique générale des écoulements des fluides avec transport d'une concentration d'une espèce et avec transfert thermique est faite par des équations telles que les équations de quantité de mouvement, de continuité, d'énergie et de transport de l'espèce.[24]

III.1.1. Forme générale de l'équation de transport

Dans cette partie les équations présentées concernent l'écoulement turbulent dans le système cartésien.

D'après la décomposition de Reynolds :

$$\check{\Phi} = \Phi + \Phi'$$

$\check{\Phi}$: Variable instantanée.

Φ : Moyenne.

Φ' : Fluctuation.

La forme générale d'une équation de conservation de la quantité dépendante s'écrit comme suit :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\Phi) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j \Phi) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\Gamma_{\Phi} \frac{\partial}{\partial x_j} \right] + S_{\Phi} \quad (\text{III. 1})$$

Tel que :

- Le terme $\frac{\partial}{\partial t}(\rho\Phi)$ représente le taux de variation de la quantité dans le temps.
- Le terme $\frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j \Phi)$ représente le transport de la quantité par convection : exprime le transport par le courant même de fluide en mouvement.
- Le terme $\frac{\partial}{\partial x_j} \left[\Gamma_{\Phi} \frac{\partial}{\partial x_j} \right]$ représente le transport de la quantité par diffusion : exprime le transport par l'interaction des molécules en agitation.
- Le terme S_{Φ} représente le terme sources : le taux de production ou de destruction de par unité de volume et de temps.

III.1.2. Equation de continuité

L'équation qui exprime la conservation de masse est donnée comme suit :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho u_i) = 0 \quad (\text{III. 2})$$

u_i : est la composante du vecteur vitesse selon l'axe i .

III.1.3. Equations de conservation de quantité de mouvement

Les équations de quantité de mouvement moyennées de Navier Stokes, connues sous le nom de RANS sont pour un fluide incompressible et newtonien données par :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho u_i) + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_i u_j)}_{\text{Transport convectif}} = \underbrace{-\frac{\partial p}{\partial x_i}}_{\text{Forces dues au pression}} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \right) \right]}_{\text{Force de viscosité}} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_j}(-\overline{\rho u'_i u'_j})}_{\text{Forces induites par la turbulence}} + F_i \quad (III.3)$$

III.1.4. Equations d'état

On suppose que le fluide est un mélange homogène de gaz parfait, ainsi on peut écrire les relations suivantes :

$$P = \rho RT \sum \frac{Y_i}{M_i}$$

$$h = \sum h_i(T) y_i$$

$$h_i = \int_{T_{ref}}^T c_{p,i} dT$$

$$cp = cp(T) = \sum_m c_{p,i}(T) Y_i \quad (III.4)$$

Où $(-\overline{\rho u'_i u'_j})$ les sont les composantes du tenseur des contraintes de Reynolds. Pour les relier à l'écoulement moyen, on a recours au concept de BOUSSINESQ qui permet de les exprimer en fonction des gradients des vitesses moyennes :

$$-\overline{\rho u'_i u'_j} = \mu_t \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \left(\rho k + \mu_t \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \right) \delta_{ij} \right) \quad (III.5)$$

III.1.5. Equation du transfert radiatif

L'équation radiative de transfert (RTE) pour le modèle « Discrètes Ordinatees Model » est :

$$\frac{\partial I_{si}}{\partial x_i} + (a + \sigma_s) I(r, s) = an^2 \frac{\sigma T^4}{\pi} + \frac{\sigma_s}{4\pi} \int_0^{4\pi} I(r, s') \phi(s, s') d\Omega' \quad (III.6)$$

$$\frac{\partial I_{si}}{\partial x_i} + (a + \sigma_s) I(r, s) \text{ Absorption}$$

$$an^2 \frac{\sigma T^4}{\pi} \text{ Admission}$$

$$\frac{\sigma_s}{4\pi} \int_0^{4\pi} I(r, s') \delta(s, s') d\Omega' \text{ Diffusion}$$

\vec{r} : Vecteur de position

\vec{s} : Vecteur de direction

\vec{s}' : Vecteur de diffusion

S : Longueur de chemin

Ω' : Angle plein.

III.1.6. Equation de l'énergie

Elle est déduite à partir de l'équation (III.1), pour $C_p =$ Constante avec :

$$\Phi = C_p T + \Phi_0$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho C_p T) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\lambda \frac{\partial T}{\partial x_j} \right] + q \text{ (III. 7)}$$

(q) : est le taux de production de chaleur par unité de volume et de temps.

III.1.7. Equations de conservation des espèces chimiques

La détermination de la fraction massique pour chaque espèce, Y_i , se fait par la solution de l'équation de transport de la i^{eme} espèce, qui a la forme suivante :

$$\frac{\partial(\rho Y_i)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho v Y_i) = - \frac{\partial^2}{\partial x_i^2} \left\{ \left(\rho D_{i,m} + \frac{\mu_t}{S_{ct}} \right) \right\} + R_i \text{ (III. 8)}$$

Y_i : est la fraction massique de l'espèce i.

S_{ct} : est le nombre de Schmidt turbulent.

R_i : est le taux net de production par réaction chimique.

III.1.8. La masse volumique

La masse volumique est calculée suivant une loi dite des gaz parfaits incompressibles (incompressible Idéal Gaz). Celle-ci est donnée comme suit :

$$\rho = \frac{P_{OP}}{RT \sum_i \frac{Y_i}{m_i}} \text{ (III. 9)}$$

R : Constante universelle des gaz.

$M_{i,w}$: Masse molaire de l'espèce i.

P_{op} : Pression de référence.

III.1.9. Modèle de turbulence

III.1.9.1. Le modèle k-ε standard

Le modèle k-ε standard [25] est un modèle semi empirique basé sur les équations de transport de l'énergie cinétique turbulente k et de sa dissipation ε. L'équation modélisée de l'énergie turbulente est dérivée de l'équation exacte. Celle de la dissipation est obtenue sur la base d'un raisonnement physique. Dans ce modèle, l'écoulement est supposé complètement turbulent.

Pour fermer le système d'équation à résoudre, ce modèle modélise le tenseur de Reynolds (équation III.5), dans cette expression, k représente l'énergie cinétique de turbulence, et μ_t est appelée viscosité turbulente. Cette expression est analogue à celle du tenseur des contraintes de cisaillement en régime laminaire et conduit à ce qu'avec ce modèle, l'équation de conservation de la quantité de mouvement en régime turbulent est obtenue à partir de celle du régime laminaire en remplaçant la viscosité moléculaire μ par une viscosité effective $\mu_{eff} = \mu + \mu_t$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho u_i) + u_j \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_i) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\mu + \mu_t) \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right] + \rho g_i \quad (\text{III.10})$$

Ceci étant posé, le problème revient maintenant à déterminer la viscosité turbulente, ainsi que l'énergie cinétique de turbulence. Pour ce faire, on fait l'hypothèse que la viscosité turbulente est le produit d'une échelle de vitesse et d'une échelle de longueur caractéristique de la turbulence. Ces 2 échelles sont obtenues à partir de l'énergie cinétique de turbulence et de son taux de dissipation ε :

- Échelle de vitesse : \sqrt{K}
- Échelle de longueur de la turbulence : $\sqrt{K^3/\varepsilon}$
- Par hypothèse, on a alors : $\mu_t = \rho C_\mu \frac{K}{\varepsilon}$

Où C_μ est une constante déterminée empiriquement. La modélisation de la turbulence est ainsi ramenée à la détermination de seulement 2 inconnues supplémentaires ; l'énergie cinétique de turbulence et son taux de dissipation, qui sont obtenues à partir de leurs équations de conservation respectives. Ces équations de conservation s'obtiennent à partir de l'équation de la quantité de mouvement écrite pour les grandeurs instantanées. Dans le modèle (k-ε) standard implanté dans Fluent, les équations de transport pour (k-ε) ont la forme suivante :

III.1.9.2. L'équation de l'énergie cinétique de turbulence

L'équation de l'énergie cinétique est donnée comme suit :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho k u_j) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + G_k + G_b - \rho \epsilon \tag{III. 11}$$

III.1.9.3. L'équation du taux de dissipation de l'énergie cinétique de turbulence

La viscosité turbulente μ_t est obtenue en combinant k et ϵ comme suit : $\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\epsilon}$

Pour la constante C_μ : $C_\mu = 0.09$.

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \epsilon) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho \epsilon u_j) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\epsilon} \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} \right] + C_{1\epsilon} \frac{\epsilon}{k} (G_k + C_{3\epsilon} G_b) - C_{2\epsilon} \rho \frac{\epsilon^2}{k} \tag{III. 12}$$

Pour l'équation d'énergie, on se ramène généralement à :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho T) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho u_i T) = \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho \alpha + \rho \alpha_t) \frac{\partial T}{\partial x_i} \tag{III. 13}$$

Ces équations font intervenir une série de coefficients empiriques. σ_k , σ_ϵ , et σ_h : Sont les nombres de Prandtl turbulents. L'ensemble de ces coefficients est déterminé de manière empirique. D'un code à l'autre, ils peuvent varier. Le tableau (III.1) donne les valeurs employées par le code Fluent, à l'exception de C_3 qui par défaut vaut 1.0 et doit être fixé à 1.8 pour prendre en compte les effets de la gravité sur la turbulence.

C_μ	$C_{1\epsilon}$	$C_{2\epsilon}$	C_3	σ_k	$\sigma_{k,t}$	σ_ϵ	$\sigma_{\epsilon,t}$	σ_h
0.09	1.44	1.92	1	1	1	1	1.3	0.9

Tableau III.1 : Les valeurs des constantes prises par défaut dans FLUENT [24]

III.1.10. Modélisation de la combustion turbulente

En turbulence classique, les équations pour les divers moments des variables dépendantes sont dérivées à partir des équations de bilan. On montre alors que ces équations ne peuvent être fermées à aucun niveau et que des hypothèses de fermeture, souvent empiriques, sont nécessaires. Ces hypothèses proposent de relier les moments d'ordre supérieur aux moments d'ordre inférieur par des relations universelles.

Il s'agit maintenant de trouver des modèles pour exprimer les taux de réaction moyens en fonction des variables connues, c'est-à-dire des valeurs moyennes elles-mêmes, et

probablement aussi en fonction des caractéristiques de la turbulence, puisque celle-ci doit jouer un rôle. Pour la modélisation des écoulements réactifs, "Fluent" [24] :

- Le modèle du taux de réaction généralisé (generalized finite-rate model).
- Le modèle PDF (conserved scalar PDF model).
- Le modèle des flammelettes (Laminar flamelet model).
- Le modèle de combustion prémélangée. (Zimont model).

Le modèle du taux de réaction généralisé est basé sur la solution de l'équation de transport des fractions massiques des espèces. Les termes sources qui apparaissent dans les équations de transport des espèces sont calculés d'après l'expression du taux d'Arrhenius pour la combustion non prémélange, prémélange et partiellement prémélange. Les mécanismes des réactions chimiques seront prédéfinis par l'utilisateur. Ce modèle étant appliqué uniquement lorsque $Da > 1$. Le modèle de combustion prémélange a été développé spécifiquement pour les systèmes de combustion qui sont du type purement prémélange. On citera le modèle dit « Eddy Break » Launder et Spalding. Ce modèle est dû aux travaux de Spalding. Ils supposent que les réactions chimiques sont infiniment rapides dès que très peu de gaz brûlé vient au contact des gaz frais et que le milieu est adiabatique. Dans ces conditions, on peut définir un "degré d'avancement de la réaction", qui ne peut prendre que les valeurs 0 (dans les gaz frais) et 1 (dans les gaz parfaitement brûlés, donc à l'équilibre chimique).

Pour la modélisation de la combustion, dans ce qui va suivre on prendra en considération le Modèle Eddy Dissipation sur lequel est basée la modélisation des taux de réaction de cette étude.

III.1.11. Modèle Eddy Dissipation

Ce travail traite sur la problématique des flammes turbulentes non prémélangées (diffusion). Ce modèle a donc été utilisé pour la modélisation des taux de réaction. Le modèle Eddy Dissipation qui est basé sur les travaux de Magnussen et Hjertager dans lequel la chimie est considérée très rapide par rapport à la turbulence. Dans ce cas, la combustion qui n'est contrôlée que par la turbulence, transporte le mélange des gaz frais avec les produits chauds dans la zone de réaction ou s'effectue rapidement à l'échelle chimique. Cette dernière peut donc être négligée. Le taux de réaction ($R_{i,r}$) de l'espèce i du à la réaction est

donne par le minimum des expressions suivantes :

$$R_{i,r} = v'_{i,r} M_{\omega,i} A \rho \frac{\varepsilon}{K} m_R \ln \left(\frac{Y_R}{v'_{R,r} M_{\omega,R}} \right) \quad (\text{III. 14})$$

$$R_{i,r} = v'_{i,r} M_{\omega,i} A B \rho \frac{\varepsilon}{K} \left(\frac{\sum_P Y_P}{\sum_J v''_{j,r} M_{\omega,j}} \right) \quad (\text{III. 15})$$

Ou :

Y_P : est la fraction massique d'une espèce p dans les produits ;

Y_R : est la fraction massique d'une espèce r dans les réactifs ;

A et B : sont des constantes empiriques qui ont respectivement des valeurs 4 et 5 ;

$M_{\omega,i}$: est la masse molaire de l'espèce i.

III.1.12. Traitement près des parois

Les écoulements turbulents sont affectés par la présence des parois d'une manière significative. Pour l'écoulement moyen, il doit satisfaire une condition de non glissement. En ce qui concerne l'écoulement turbulent, tout près des parois, l'effet de la viscosité réduit les fluctuations de la vitesse tangentielle parallèle à la paroi, tandis que le blocage cinématique cause l'atténuation des fluctuations normales. Dans la partie extérieure de la région proche de la paroi, la turbulence augmente rapidement à cause de la production de l'énergie cinétique turbulente due aux forts gradients des vitesses moyennes. Le modèle k- ε est principalement valide pour les régions centrales des écoulements. Il a été trouvé que la région proche de la paroi peut être subdivisée en trois couches :

- ✓ La couche inférieure, dite sous couche visqueuse, où l'écoulement y est laminaire et la viscosité moléculaire joue un rôle dominant.
- ✓ La couche extérieure est complètement turbulente.
- ✓ Entre ces deux couches, il y a une couche transitoire où il n'y a pas de domination de l'un des effets par rapport à l'autre.

Il existe deux approches pour modéliser l'écoulement près des parois (figure III.1) : L'une se base sur des formules semi empiriques dites fonctions de paroi pour lier la couche complètement turbulente et la paroi sans tenir compte des autres couches. L'autre consiste à raffiner le maillage de telle sorte que la distance entre le premier nœud et la paroi soit inférieure à l'épaisseur de la sous couche visqueuse.

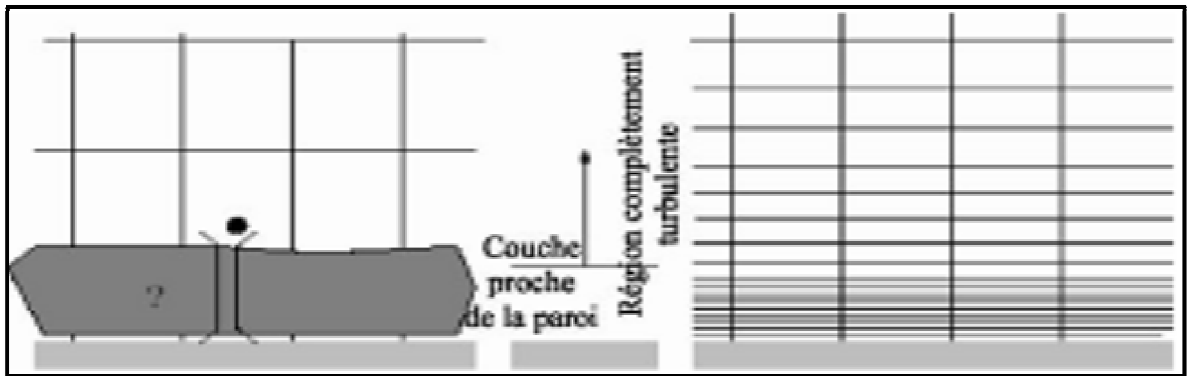


Figure III.1 : Raffinement de la discrétisation près des parois sous FLUENT

III.2. DISCRETISATION DES EQUATIONS AUX DERIVEES PARTIELLES

III.2.1. Présentation générale

En vue du passage d'un problème exact (continu) au problème approché (discret), on dispose de plusieurs techniques concurrentes et complémentaires : les différences finies, les éléments finis et les volumes finis. Chacune de ces trois méthodes correspond à une formulation différente des équations de la physique :

- Équilibre des forces en chaque point pour les différences finies.
- Minimisation de l'énergie ou principe des travaux virtuels pour les éléments finis.
- Loi de conservation et calcul des flux pour la méthode des volumes finis.
- Examinons rapidement les avantages et les inconvénients de chacune de ces trois méthodes.

• Différences finies

La méthode des différences finies consiste à remplacer les dérivées apparaissant dans le problème continu par des différences divisées ou combinaisons de valeurs ponctuelles de la fonction en un nombre fini de points discrets ou nœuds du maillage.

Avantages : grande simplicité d'écriture et faible coût de calcul.

Inconvénients : Limitation de la géométrie des domaines de calculs, difficultés de prise en compte des conditions aux limites portant sur les dérivées ou les gradients de l'inconnue et

engénéral absence de résultats de majoration d'erreurs.

- **Eléments finis**

La méthode des éléments finis consiste à approcher, dans un sous-espace de dimension finie, un problème écrit sous forme vibrationnelle (comme minimisation de l'énergie, en général)

dans un espace de dimension infinie. La solution approchée est dans ce cas une fonction déterminée par un nombre fini de paramètres comme, par exemple, ses valeurs en certains points (les nœuds du maillage).

Avantages : Traitement possible de géométries complexes, d'extermination plus naturelle des conditions aux limites, possibilité de démonstrations mathématiques de convergence et de majoration d'erreurs.

Inconvénients : Complexité de mise en œuvre et coût en temps de calcul et en mémoire.

- **Volumes finis**

La méthode des volumes finis intégrée, sur des volumes élémentaires de forme simple, les équations écrites sous forme de loi de conservation. Elle fournit ainsi de manière naturelle des approximations discrètes conservatives et est donc particulièrement bien adaptée aux équations de la mécanique des fluides : équation de conservation de la masse, équation de conservation de

la quantité de mouvement, équation de conservation de l'énergie.

Sa mise en œuvre est simple si les volumes élémentaires sont des rectangles (ou des parallélépipèdes rectangles en dimension 3). Cependant la méthode des volumes finis permet d'utiliser des volumes élémentaires de forme quelconque, donc de traiter des géométries complexes, ce qui est un avantage sur les différences finies. Il existe une grande variété de méthodes selon le choix de la géométrie des volumes élémentaires et des formules de calcul des flux. Par contre, on dispose de peu de résultats théoriques de convergence.

III.2.2. Méthode des volumes finis

III.2.2.1. Problème de diffusion

Considérons un problème de transport de la variable :

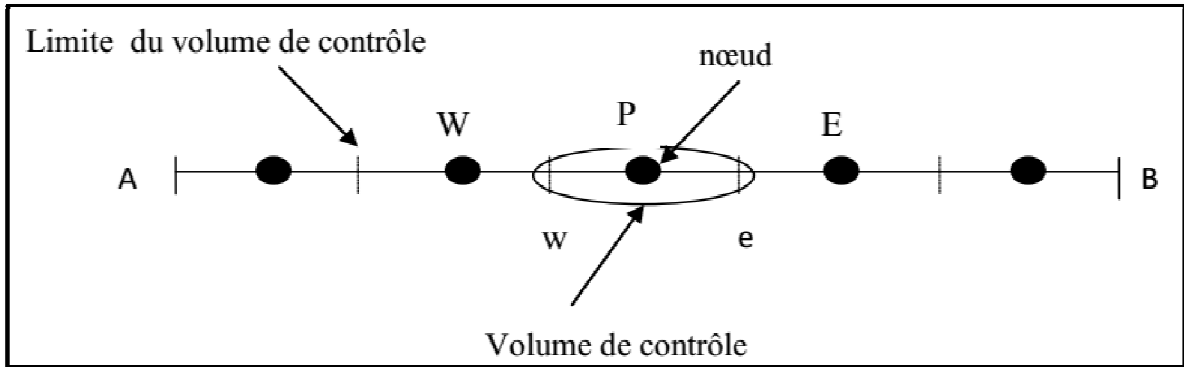
$$\text{div}(\Gamma \text{grad } \Phi) + S_\Phi = 0 \quad (\text{III. 16})$$

La clé de la méthode des volumes finis réside dans l'application du théorème de la divergence ou théorème D'OSTROGRADSKI, qui permet de changer une intégrale de volume en intégrale de surface.

$$\int_{cv} (\nabla \text{grad } \Phi) dv + \int_{cv} S_{\Phi} dv = \int_A n \cdot (\nabla \text{grad } \Phi) dA + \int_{cv} S_{\Phi} = 0 \quad (\text{III. 17})$$

A : surface enveloppant le volume de contrôle CV.

(n) : vecteur unitaire.



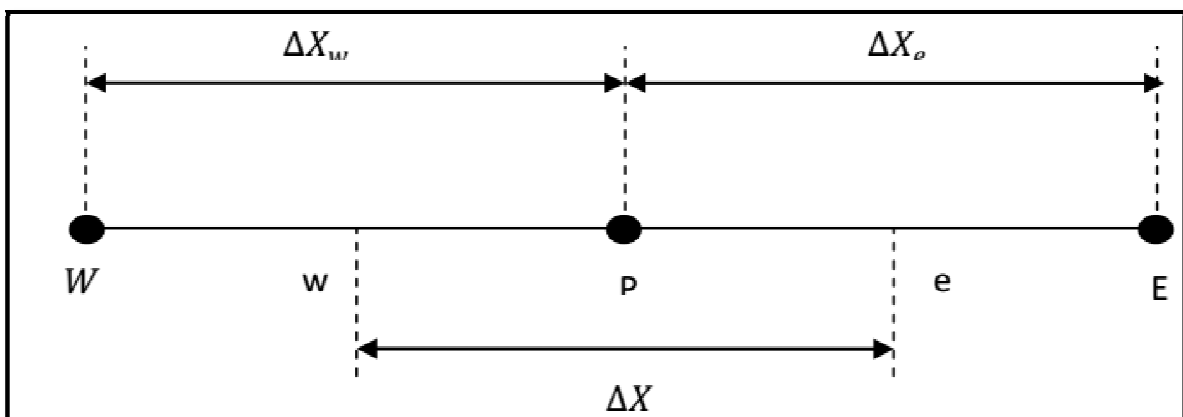
❖ Etape 1 : maillage

Figure III.2 : Discrétisation en volume élémentaire

La valeur de Φ aux frontières (A) et (B) est maintenue constante.

La première étape dans cette méthode consiste à diviser le domaine de calcul en un nombre fini et discret de volume de contrôle. On dit qu'on génère un maillage. L'opération consiste à subdiviser le domaine de calcul (Ligne AB) en un certain nombre de segments (Volume de contrôle). Le centre de chaque volume est placé exactement au milieu du segment correspondant. Il est commode de s'arranger pour que les facettes des nœuds de frontières coïncident exactement avec les frontières du domaine de calcul. Dans le cas de la figure ci-dessous le domaine de calcul est divisé en cinq volumes de contrôles.

• Système de notation



*Figure III.3 : Discrétisation en volume de contrôle***• Étape 2 : discrétisation**

L'intégration de l'équation (III.16) sur le volume de contrôle de centre P donne :

$$\int_{\Delta V} \frac{d}{dx} \left(\Gamma \frac{d\Phi}{dx} \right) dv + \int_{\Delta V} S dv = \left(\Gamma A \frac{d\Phi}{dx} \right)_e - \left(\Gamma A \frac{d\Phi}{dx} \right)_w + \bar{S} \Delta V = 0 \quad (\text{III. 18})$$

Interprétation : (principe de conservation)

Flux diffusif de Φ sortant de la facette e

Flux diffusif de Φ entrent par la facette w

Production de Φ dans le CV.

Dans le cas général où le coefficient de diffusivité n'est pas constant ses valeurs sur les facettes "w" et "e" du volume de contrôle CV seront exprimées en fonction des valeurs aux points nodaux P, W et E par :

$$\Gamma_e = \frac{\Gamma_E - \Gamma_P}{2} ; \Gamma_w = \frac{\Gamma_P - \Gamma_W}{2} \quad (\text{III. 19})$$

Pour simplifier l'exposé nous allons utiliser un maillage uniforme $\Delta X_e = \Delta X_w = \Delta X$ et appliquer un schéma centré d'ordre deux pour remplacer les dérivés premiers sur les facettes du volume de contrôle.

$$\left(\Gamma A \frac{d\Phi}{dx} \right)_e = \Gamma_e \cdot A_e \left(\frac{\Phi_E - \Phi_P}{\Delta X} \right) \quad (\text{III. 20})$$

$$\left(\Gamma A \frac{d\Phi}{dx} \right)_w = \Gamma_w \cdot A_w \left(\frac{\Phi_P - \Phi_W}{\Delta X} \right) \quad (\text{III. 21})$$

Généralement le terme source (S) peut aussi dépendre de la fonction (Φ) elle-même. Dans une telle situation nous écrirons :

$$\bar{S} \Delta V = S_u + S_p \Phi_P \quad (\text{III. 22})$$

En substituant les équations (III.19), (III.20), (III.21) et (III.22) dans (III.18), nous obtenons :

$$\begin{aligned} \Gamma_e \cdot A_e \left(\frac{\Phi_E - \Phi_P}{\Delta X} \right) - \Gamma_W \cdot A_W \left(\frac{\Phi_P - \Phi_W}{\Delta X} \right) + (S_u + S_p \Phi_P) \\ = 0 \end{aligned} \quad (III. 23)$$

Et après arrangement :

$$a_P \Phi_P = a_W \Phi_W + a_E \Phi_E + S_u \quad (III. 24)$$

Avec :

$$a_W = \frac{\Gamma_W}{\Delta X} A_W, a_E = \frac{\Gamma_e}{\Delta X} A_e, a_P = a_W + a_E - S_p \quad (III. 25)$$

L'équation (III.33) sera construite pour tous les volumes de contrôles du domaine de calcul. En vue d'incorporer les conditions aux limites, un traitement spécial sera réservé aux volumes de frontières. Le système d'équations résultant sera un système d'équations algébriques linéaires comportant autant d'inconnus que d'équations. La distribution discrète de la variable sur le domaine de calcul peut être obtenue par inversion de la matrice du système.

Cependant, cette méthode n'est quasiment jamais utilisée pour la simple raison qu'est très coûteuse en mémoire de stockage. Les méthodes itératives (par exemple : *Gauss Seidel*) sont plus efficaces dans ce cas. Dans un calcul itératif il faut aussi définir un critère de convergence pour pouvoir arrêter les calculs à un moment donné.

• **Critère de convergence**

A partir de l'équation (III.20) nous pouvons écrire une expression du résidu pour estimer la satisfaction éventuelle de l'équation :

$$R = \sum_V \text{ensemble des volumes} |a_W \Phi_W + a_E \Phi_E + S_p - a_P \Phi|$$

R : représente le résidu des calculs et possède par conséquent l'unité de l'équation différentiel l'intégrée. Pour avoir une idée précise sur la convergence des calculs, il faut contrôler la valeur normalisée du résidu ou F représente le flux total.

III.2.2.2. Algorithme de calcul pour le couplage pression-vitesse

Le problème principal des équations de Navier Stokes en incompressibles est qu'il n'existe pas d'équation pour la pression, séparée de celle de la quantité de mouvement. De plus la vérification de l'équation de continuité n'est pas garantie pour un champ de vitesse qui vérifie l'équation de quantité de mouvement.

Pour les solutions stationnaires, on utilise souvent une méthode instationnaire avec un pas de temps élevé pour obtenir une solution stationnaire. On utilise en général des méthodes implicites, c'est-à-dire pour lesquelles le champ de vitesse u_i^{n+1} est une fonction à la fois de données au temps (n) et de données au temps (n+1). Elles sont plus rapides que les méthodes explicites.

L'algorithme couramment utilisé pour effectuer l'avancement en temps est appelé SIMPLE « Semi-Implicit Method for Pressure Linked Equation, en 1984 ». Il n'y a pas d'une méthode implicite pure qui consiste à effectuer des inversions de matrices, mais d'une méthode de projection-correction, dans laquelle on estime la solution par des quantités intermédiaires, puis on les corrige afin qu'elles vérifient bien la divergence nulle, et ainsi de suite jusqu'à ce que les corrections appliquées tendent vers zéro. Ils'agit d'un traitement pseudo-instationnaire des équations pour converger vers une solution stationnaire. Les étapes sont les suivantes: au départ on connaît u_i^n et P_n au temps T_n

- ✓ On résout de manière itérative les équations de quantité de mouvement linéarisées et on obtient un champ intermédiaire $u_i^m = u_i^{m*} + u'$
- ✓ On introduit une correction de pression telle que $P^m = P^{m-1} + P'$. On résout l'équation pour une correction de la pression p' .
- ✓ On corrige la pression P_m et la vitesse u_i^m qui satisfait la continuité

