II.1 INTRODUCTION

Les Réseaux de Pétri ont été inventés par Carl Maria Pétri au début des années soixante. Des travaux ultérieurs ont permis de développer les Réseaux de Pétri comme un outil de modélisation des systèmes à événement discrets. Le modèle Réseaux de Pétri est à l'origine du Grafcet, qui est un langage graphique de spécification et de programmation d'automates industriels.

II.2 CONCEPTS DE BASE [9]

II.2.1 NOTION DE GRAPHE ORIENTE

Un graphe orienté comporte :

Un ensemble fini de places, P={P_1, P_2, P_3, ..., P_n}, symbolisées par des cercles et représentant des **conditions** qui traduit l'état d'une ressource du système (machine libre, stock vide, convoyeur à l'arrêt, …).

Un ensemble fini de transitions, T={T_1, T_2, T_3, ..., T_n}, symbolisées par des tirets et représentant l'ensemble des **événements** (les actions se déroulant dans le système) dont l'occurrence provoque la modification de l'état du système :

Un ensemble fini d'arcs orientés qui assurent la liaison d'une place vers une transition ou d'une transition vers une place.

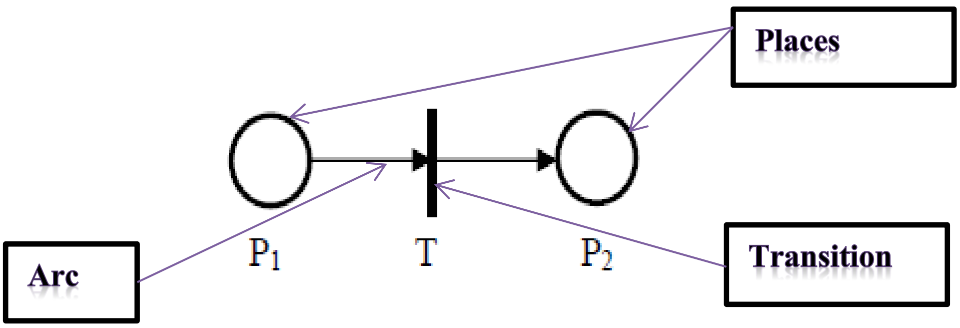


Figure II.1 : Graphe orienté.

Un graphe orienté est dit biparti, c'est-à-dire qu'un arc relie alternativement une place à une transition et une transition à une place. Ainsi les situations suivantes sont interdites.

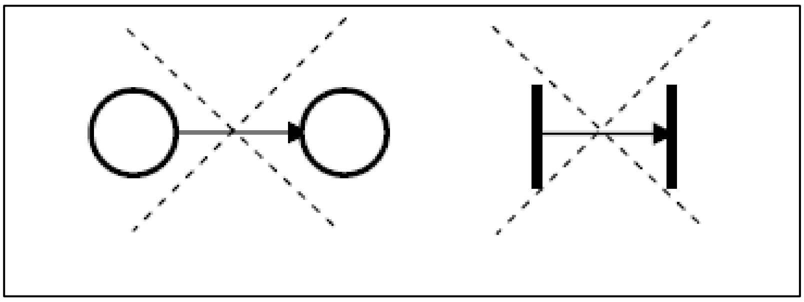


Figure II.2 : Situations interdites.

II.2.2 LE VOCABULAIRE

a. Condition :

Une condition est la description de l'état d'une ressource du système modélisé :

- une machine est au repos.
- une machine est en réparation.
- une commande est en attente.

Une condition est soit vraie, soit fausse. Un état du système peut être décrit comme un ensemble de conditions. Dans le formalisme des Réseaux de Pétri, la condition est modélisée à l'aide d'une place.

b. Evénement :

Un événement est une action qui se déroule au sein du système et dont la réalisation dépend de l'état du système :

- début de traitement sur une machine,
- panne sur une machine
- début de traitement d'une commande

Dans le formalisme des Réseaux de Pétri, l'événement est modélisé à l'aide d'une transition.

Exemple : Atelier de coupe de bois

<u>Conditions :</u>

- La machine de coupe est au repos.
- Une commande est en attente.
- La commande est en cours de traitement.
- La commande est terminée.

<u>Evénements :</u>

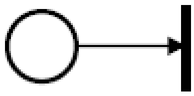
- Une commande arrive.
- La machine débute le traitement de la commande.
- La machine termine le traitement de la commande.
- La commande est envoyée pour la livraison.

II.3 DEFINITION D'UN RESEAU DE PETRI

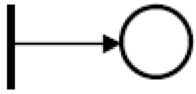
Un réseau de Pétri est un graphe orienté biparti défini par un quadruplet **RdP = (P, T, Entrée, Sortie)**, où :

- **P** est un ensemble fini de places $P = \{P_1, P_2, P_3, \ldots P_m\}$
- **T** est un ensemble fini de transitions $T = \{T_1, T_2, T_3, \ldots T_n\}$

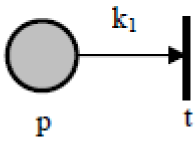
- **Entrée** (ou Pré) est une application, Entrée: P x T → N, appelée application d'incidence avant. Notée Pré (P, T) ou Entrée (P, T) ou encore I (P, T), contient la valeur entière « N » associée à l'arc allant de « P » à « T ».



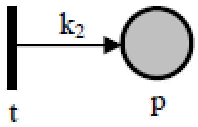
- **Sortie** (ou Post) est une application, Sortie: P x T → N, appelée application d'incidence arrière. Notée Post (P, T) ou Sortie (P, T) ou encore O (P, T) contient la valeur entière « N » associée à l'arc allant de « T » à « P ».



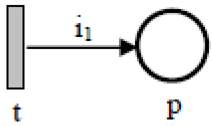
- « p » est une place d'entrée de la transition « t » si Pré (P, T) > 0 : k_1=entrée (P, T) > 0.



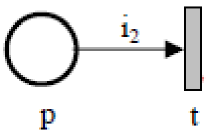
- « p » est une place de sortie de la transition « t » si Post (P, T) > 0 : k_2=Sortie (P, T) > 0.



- t est une transition d'entrée de p si Sortie (P, T) > 0 : i_1=Sortie (P, T) > 0.



- t est une transition de sortie de p si Entrée (P, T) > 0 : i_2=Entrée (P, T) > 0.



Remarque : k_1, k_2, i_1, i_2 représentent le poids des arcs.

Par convention, lorsque le poids n'est pas précisé sur un arc, alors ce poids vaut 1. Si aucun arc ne relie une transition T à une place p, alors Sortie (P, T) = 0. De même, si aucun arc ne relie une place p à une transition T, alors Entrée (P, T) = 0.

Transition source : Une transition source est une transition qui ne comporte aucune place d'entrée.

Transition puits : Une transition puits est une transition qui ne comporte aucune place de sortie.

Figure II.3 : Transition source et transition puits.

II.4 MARQUAGE D'UN RESEAU DE PETRI

Le **marquage** d'un RdP est précisé par la présence à l'intérieur des places d'un nombre fini (positif ou nul), de marques ou de jetons. Une place est donc vide ou marquée. Lorsque la place représente une condition logique (ex. : machine à l'arrêt, convoyeur en panne), la présence d'un jeton indique que cette condition est vraie; fausse dans le cas contraire. Une place donc peut représenter une ressource du système (un stock par exemple), elle peut contenir plusieurs jetons (dans l'exemple du stock, le nombre de jetons peut indiquer le nombre de pièces stockés).

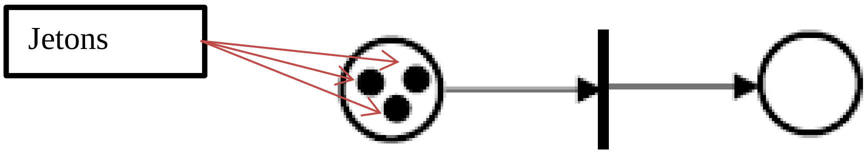


Figure II.4 : Une place contient un nombre>1 de jetons.

Au cours de l'évolution du système, le marquage est susceptible d'être modifié (voir les règles d'évolution d'un RdP). Le **marquage initial**, M_0, d'un RdP correspond à la distribution initiale des jetons dans chacune des places du RdP, qui précise l'état initial du système. Dans ce cas, on parle du **RdP Marqué** par opposition à un **RdP non marqué,** c'est-à-dire pour lequel le marquage initial n'est pas précisé. On note M(P) le nombre de jetons contenu dans la place p pour le marquage M. Dans l'exemple ci-dessous, si l'état initial correspond à la répartition des jetons suivante, alors le marquage initial: M0 = [M_0(P1), M0(P_2)] = [3, 0].

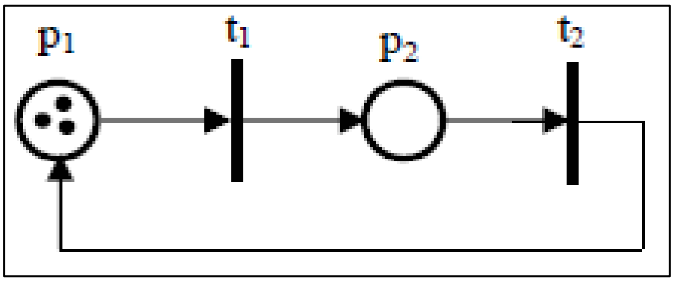


Figure II.5 : Marquage d'un réseau de pétri.

Un marquage peut être représenté sous forme d'un vecteur colonne : $M_0 = [M_0\,(P_1), M_0\,(P_2)]^T = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix}$

II.4.1 DYNAMIQUE DES RESEAUX DE PETRI

a. Validation d'une transition :

L'évolution l'état du réseau de Pétri correspond à une évolution du marquage. Les jetons, qui matérialisent l'état du réseau à un instant donné, peuvent passer d'une place à l'autre par franchissement ou tir d'une transition.

Une transition est **validée** (on dit aussi sensibilisée ou franchissable ou encore tirable) si toutes ses places d'entrée contiennent au moins un jeton.

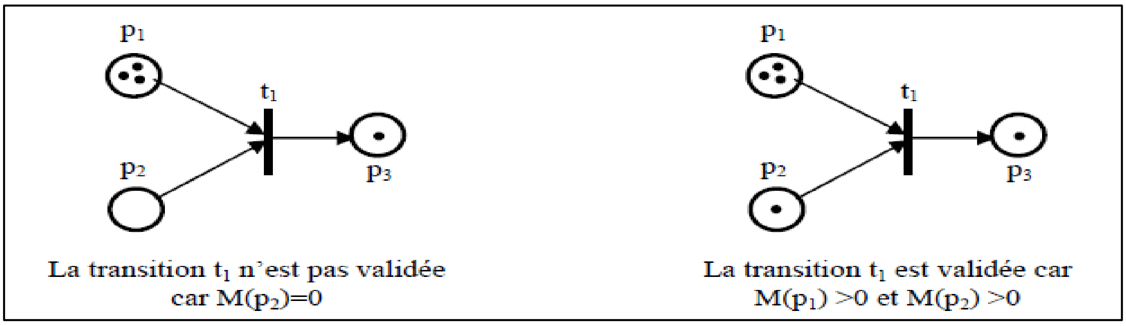


Figure II.6 : Validation des transitions.

b. Franchissement d'une transition :

Le **franchissement** d'une transition ou le **tir** d'une transition, consiste à enlever un jeton dans chacune des places d'entrée de la transition et à ajouter un jeton dans chacune des places de sortie de la même transition.

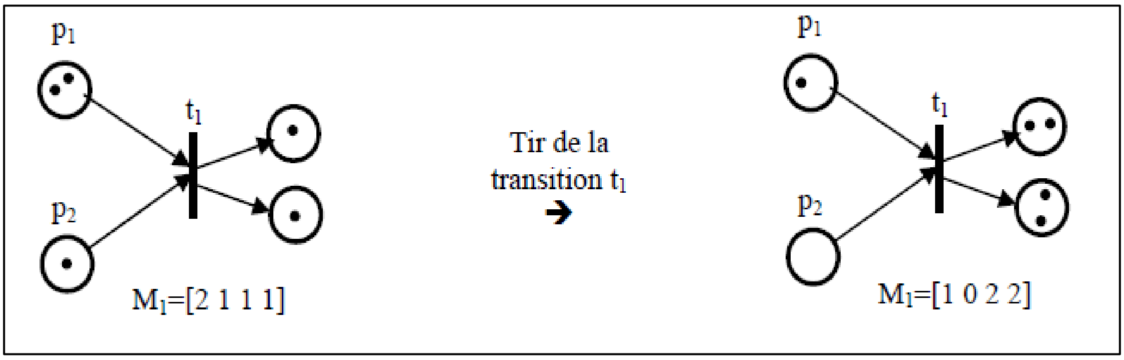


Figure II.7 : Franchissement de la transition t_1.

" Le franchissement de la transition t_1 à partir du marquage M_1 [2 1 1 1] conduit au marquage M_2 [1 0 2 2]", se note: M_1 ($T_1 \mapsto$ M_2).

a. Franchissement d'une transition source :

Une transition source est une transition qui ne comporte aucune place d'entrée ; c'est une transition toujours franchissable et le franchissement a lieu lorsque l'événement associé se produit.

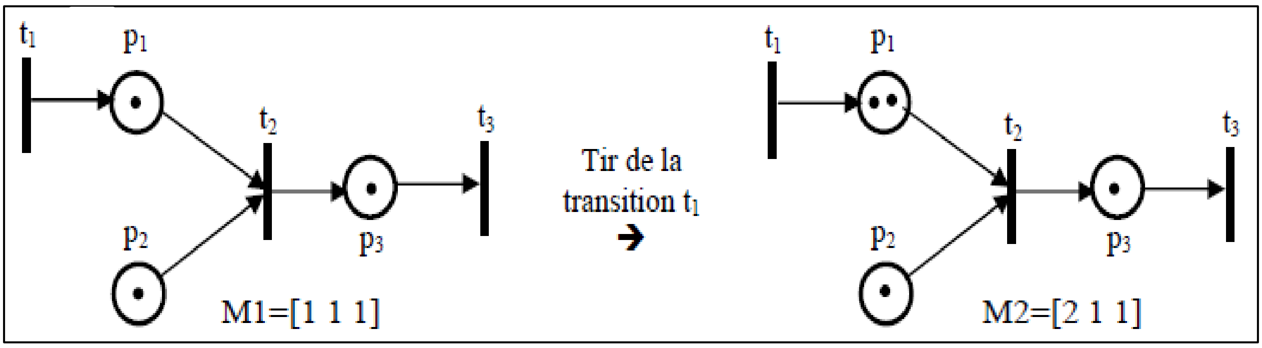


Figure II.8 : Franchissement de transition source t_1.

b. Franchissement d'une transition puits :

Une transition puits est une transition qui ne comporte aucune place de sortie; le franchissement d'une transition puits enlève des jetons de toutes les places d'entrée de la transition.

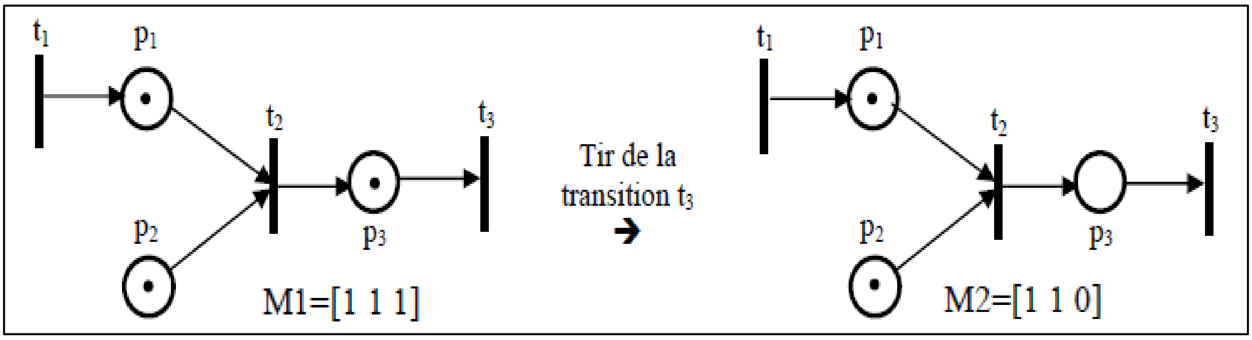


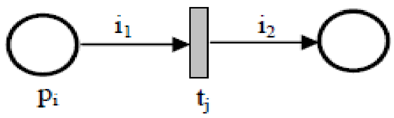
Figure II.9 : Franchissement de transition puits t_3.

Remarques :

- Lorsqu'une transition est validée, cela n'implique pas qu'elle sera immédiatement franchie; cela ne représente qu'une possibilité de franchissement ou d'évolution du RdP.
- Pour les RdP, il y a un seul franchissement à la fois : le réseau ne peut évoluer que par franchissement d'une seule transition à la fois, transition choisie parmi toutes celles qui sont validées à cet instant.
- Le franchissement d'une transition est indivisible et de durée nulle.

En utilisant la notion d'algèbre linéaire, le franchissement (tir) d'une transition t_j ne peut s'effectuer que si le marquage de chacune des places p_i directement en amont de cette transition est tel que :

M (Pi) ≥ Pré (Pi, Tj) (condition nécessaire).



Le franchissement (tir) de t_j consiste à retirer Pré (P_i, T_j) jetons dans chacune des places directement en amont de t_j et à ajouter Post (P_k, T_j) jetons dans chacune des places p_k directement en aval de T_j. Le franchissement de t_j conduit au nouveau marquage M' tel que :

$$\forall Pi \in P, M'(Pi) = M(Pi) - Pre(Pi, Tj) + Post(Pi, Tj)$$

La différence des marquages M et M' tels que $M \rightarrow M'$ est égale à Post – Pre. On introduit la matrice W, dite matrice d'incidence telle que :

$$\forall Pi \in P, \forall Tj \in T : W(Pi, Tj) = Post(Pi, Tj) - Pre(Pi, Tj)$$

La j^{ieme} colonne de la matrice d'incidence W donne donc la variation du nombre de jetons dans chaque place lors du franchissement de la transition T_j. On peut par conséquent établir le nouveau marquage M'à partir du marquage M par franchissement de la transition T_j en appliquant la règle suivante :

$$M' = M + W \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \longleftarrow \text{transition } t_j$$

II.4.2 MARQUAGES ACCESSIBLES ET GRAPHE DES MARQUAGES

a. Marquages accessibles :

Pour définir l'état d'un système modélisé par un réseau de Pétri, il est nécessaire de compléter le réseau de Pétri par un marquage. Ce marquage consiste à disposer un nombre entier (positif ou nul) de jetons dans chaque place du réseau de Pétri.

L'ensemble des marquages accessibles d'un RdP à partir d'un marquage initial donné, correspond à l'ensemble des marquages atteint après franchissement de transitions sensibilisées les unes après les autres ; ce qui correspond à toutes les situations possibles du RdP au cours de son évolution à partir du marquage initial. On appelle marquage M d'un RdP le vecteur dont les composantes représentent le nombre de jetons dans chaque place : la $i^{ème}$ composante de ce vecteur correspond au nombre de jetons dans la $i^{ème}$ place. Il indique à un instant donné l'état du RdP. On note le marquage initial, M_0, le marquage à l'instant initial (T = 0).

L'ensemble des marquages accessibles, $A(R;M_0)$, pour le RdP ci-dessous est: $A(R;M_0) = \{M_0, M_1, M_2, M_3, M4\}$.

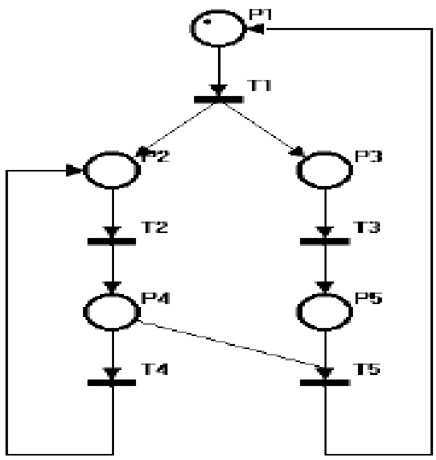


Figure II.10 : Evolution d'un réseau de pétri.

L'évolution du RdP est représentée ci-dessous avec les marquages représentés sous la forme de vecteurs colonnes L'évolution du RdP est représentée ci-dessous avec les marquages représentés sous la forme de vecteurs colonnes.

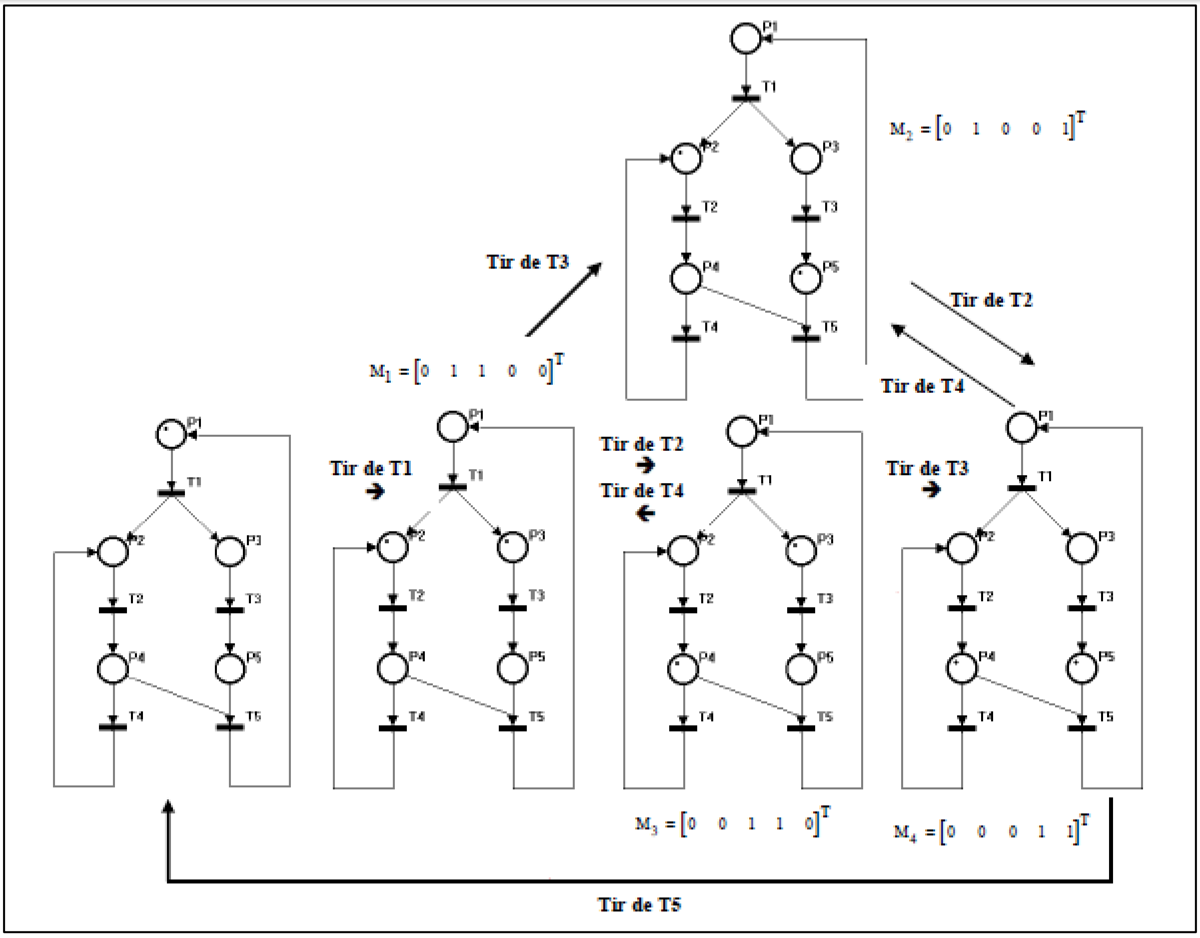


Figure II.11 : Représentation des marquages sous la forme de vecteurs colonnes.

L'évolution du RdP peut être représenté sous la forme d'un **graphe des marquages GA(R ; M_0)**, dont les sommets correspondent aux marquages accessibles.

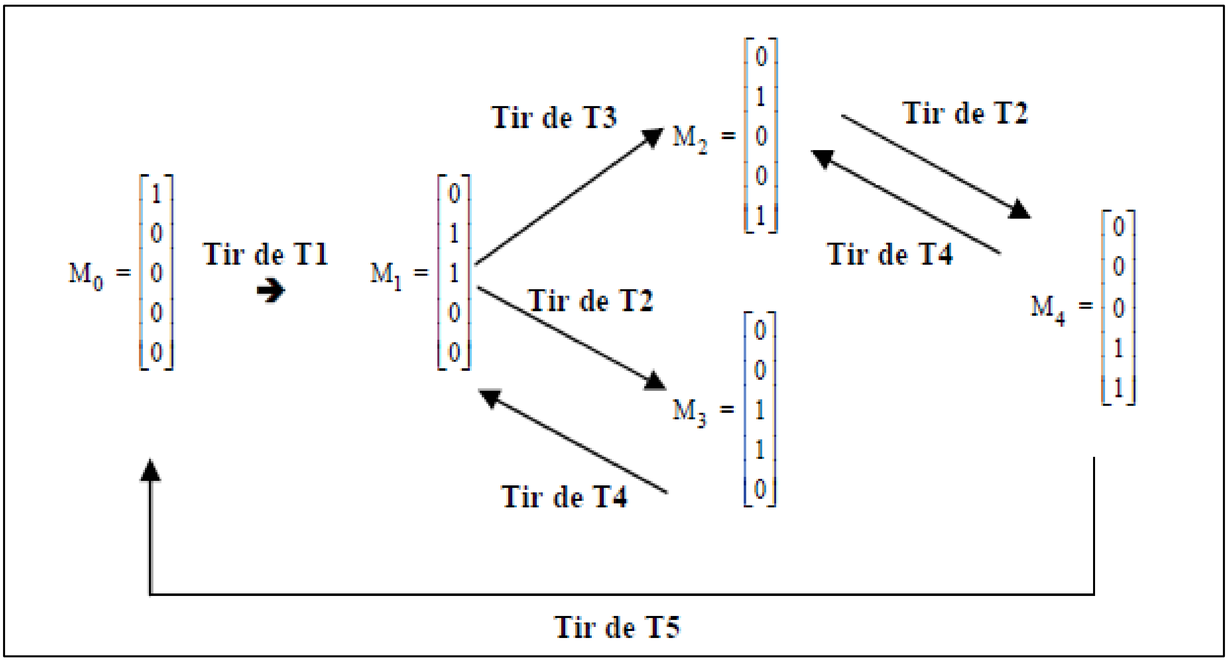


Figure II.12 : Graphe des marquages GA(R ; M_0).

Enfin, il est possible de représenter un graphe de marquage sous forme d'un « organigramme ». Ainsi pour l'exemple ci-dessous, on aura :

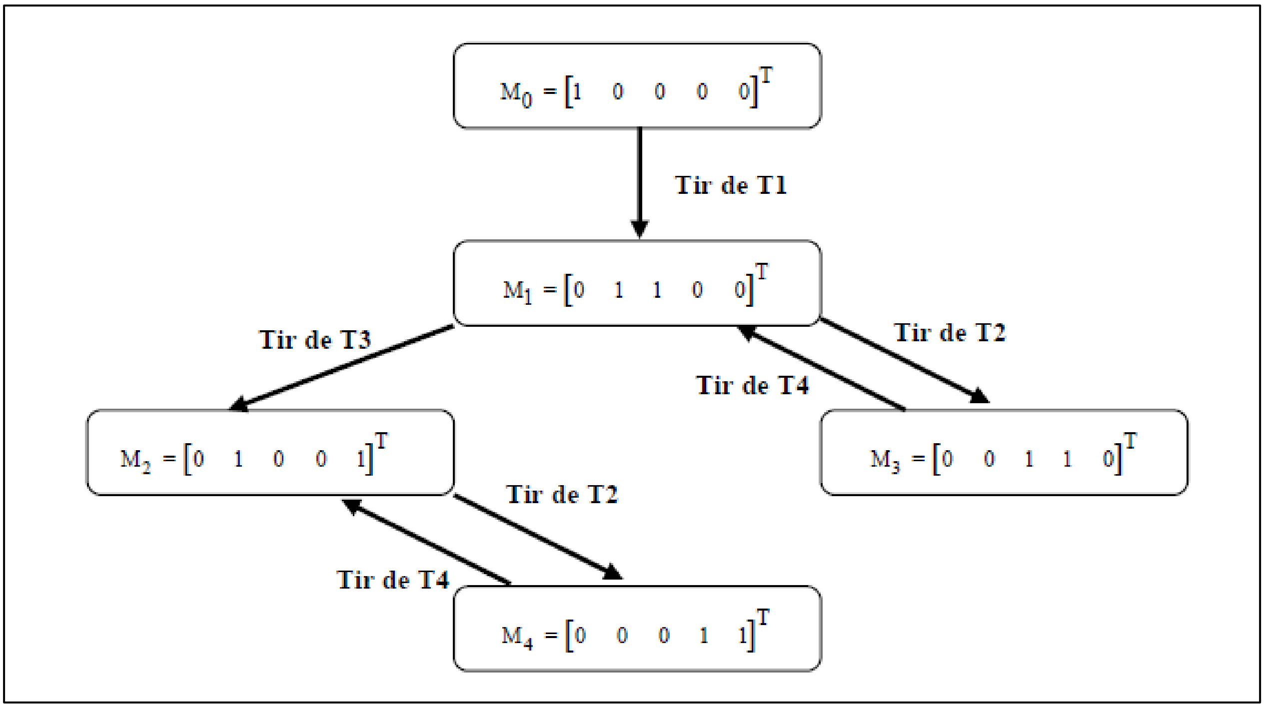


Figure II.13 : Graphe des marquages sous forme d'un **organigramme**.

Le marquage dit initial décrit l'état initial du système. Ainsi, l'ensemble des marquages accessibles à partir du marquage initial par franchissement d'une séquence de transition correspond à l'ensemble des états du système. Contrairement aux graphes d'état (*), une place d'un RdP ne correspond pas à un état du système mais participe, à travers son marquage, à la description d'un ou de plusieurs états du système. L'ensemble des marquages accessibles est équivalent au graphe d'état représentant le comportement du système.

Remarques :

On utilise le graphe de marquages quand le nombre de marquages accessibles est fini.

La représentation graphique d'un graphe de marquage permet de déterminer certaines propriétés de celui-ci. Par exemple si le graphe présente une zone non bouclée, cette partie du marquage une fois atteinte constitue un arrêt de l'évolution du RdP et celui-ci sera déclaré avec blocage.

II.4.3 SEQUENCE DE FRANCHISSEMENT

Le franchissement successif de transitions (sensibilisées) dans un ordre donné à partir d'un marquage donné constitue une séquence de franchissements.

Un réseau de Pétri est un graphe d'états si et seulement si toute transition a exactement une place d'entrée et une place de sortie. Si l'ensemble des places du graphe d'états ne contient qu'un seul jeton, on retrouve le graphe d'état classique introduit pour la description et la conception des machines logiques séquentielles. Il permet de visualiser des phénomènes de concurrence (décision), mais pas de synchronisation. Un réseau de Pétri est un graphe d'événements si et seulement si toute place a exactement une transition d'entrée et une transition de sortie. Aussi, un graphe d'événements peut modéliser des phénomènes de synchronisation, mais pas de concurrence.

Pour le RdP ci-dessous :

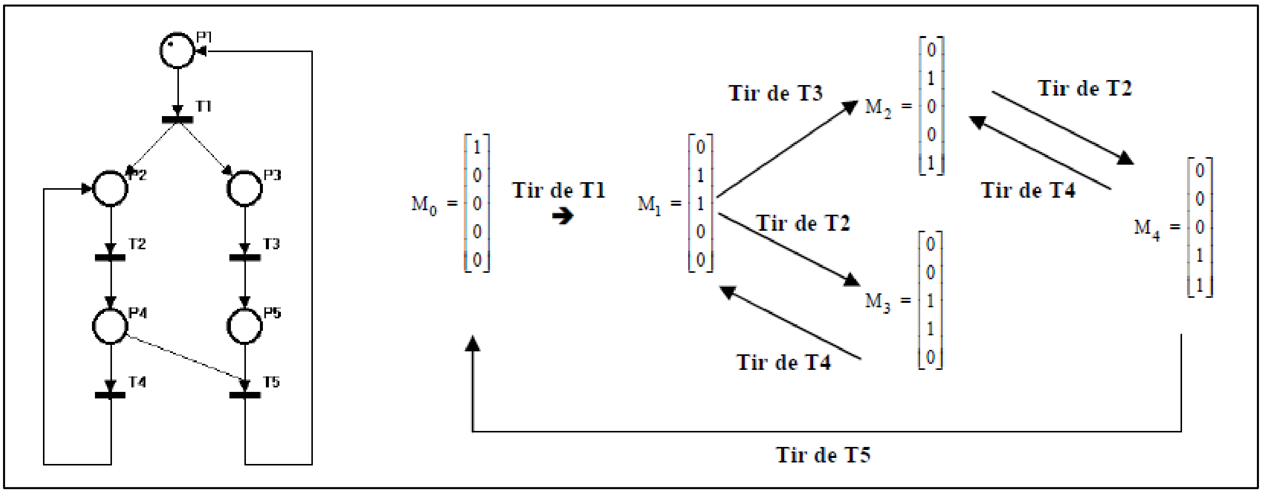


Figure II.14 : Graphe de marquage d'un RdP.

Les Séquences de franchissement peuvent être notées différemment selon les auteurs. Par exemple, la séquence qui conduit du marquage M0 au marquage M4 peut être notée :

$S_1 = T_1\,T_3\,T_2$ ou $M_0\,(T_1\,T_3\,T_2\,M_4$, $M_0\,(S_1\,M_4)$, ou encore $M_0\,[S_1 > M_4]$.

$S_2 = T_1T_2T_4T_3T_2T_5$ ou $M_0\,(T_1T_2T_4T_3T_2T_5\,M_0$, $M_0\,(S_2\,M_0)$, ou encore $M_0\,[S_2 > M_0]$.

S_1 et S_2 sont deux séquences possibles à partir du marquage initial M_0 ; chacun des marquages est atteint après le tir d'une transition permet le tir de la transition suivante dans la séquence.

Toute séquence de franchissement considérée à partir de M_0 doit débuter par T_1. La séquence S = $T_2T_4T_3$, n'est pas réalisable à partir de M_0.

De même, toute séquence de franchissement considérée à partir de M_2 doit débuter par T_2. La séquence S = $T_3T_4T_2$, n'est pas réalisable à partir de M_2.

On définit S, vecteur caractéristique de la séquence S en précisant pour chaque transition le nombre de fois où la transition est franchie dans la séquence.

L'équation fondamentale d'un marquage M_k à partir d'un marquage M_i est : $M_k = M_i + W.\underline{S}^T$.

Cette équation permet de calculer en une seule opération, sans parcourir le réseau, le marquage obtenu après le franchissement de la séquence complète.

Attention : Les résultats de l'équation fondamentale, même s'ils sont toujours calculables, n'ont de sens que si la séquence représentée par S est effectivement réalisable.

A titre d'exemple, on considère la séquence de franchissement S = $T_1T_2T_4T_2$ du RdP précédent qui conduit au marquage M_1. Le vecteur caractéristique S = $[1\ 2\ 0\ 1\ 0]^T$. On commence par établir la matrice d'incidence W comme suit :

$$W = S - E = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Le marquage obtenu à partir du marquage initial M_0 est alors :

$$M = M_0 + W.\underline{S}^T = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Qui correspond bien au marquage M_1.

Attention : L'obtention d'un marquage à partir d'un autre ne signifie pas forcément l'unicité du vecteur caractéristique. En effet, si on reprend l'exemple ci-dessous, on aboutit à partir du marquage initial M_0 au marquage M_3 par franchissement de la séquence T_1T_3 ($\underline{S}=[1\ 0\ 1\ 0\ 0]^T$) ou par franchissement de la séquence $T_1T_3T_2T_4$ ($\underline{S}=[1\ 1\ 1\ 1\ 0]^T$).

Une séquence est dite répétitive si à partir d'un marquage initial, on aboutit à un marquage final identique au marquage initial.

II.5 PROPRIETES DES RESEAUX DE PETRI

II.5.1 CONFLITS ET PARALLELISME

a. RdP sans conflit :

Un réseau de Pétri est dit sans conflit si et seulement si toute place a au plus une transition de sortie. Un conflit (structurel) correspond à l'existence d'une place Pi qui a au moins deux transitions de sortie Tj, Tj.

Un RdP avec conflit est un réseau qui possède donc une place avec au moins deux transitions de sorties. Cette situation du conflit correspond à la concurrence à la consommation des jetons à une place.

Dans l'exemple ci-dessous, T_1 et T_2 sont en conflit structurel potentiel pour le partage des jetons de la place P_1. Quand la place P_1 contient un jeton, les transitions T_1 et T_2 sont franchissables. Seule une des deux transitions peut être franchie : il est nécessaire de prendre une décision pour savoir laquelle des deux le sera effectivement. Ce conflit structurel doit être arbitré par une règle de priorité quelconque lorsque le conflit est effectif, c'est-à-dire lorsque les transitions aval en compétition pourraient être activées.

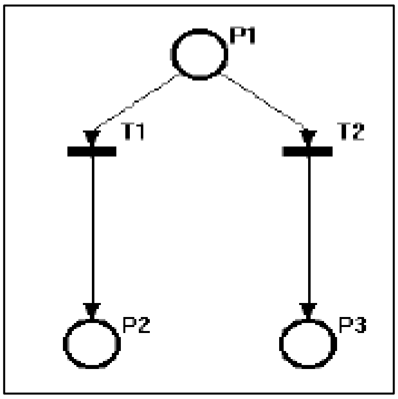


Figure II.15 : RdP sans conflit.

Ne pas arbitrer un conflit structurel fait que le comportement n'est pas entièrement spécifié.

Algébriquement, on peut détecter la présence d'un conflit structurel :

Deux transitions Ti et Tj sont en conflit structurel si :

$$\exists \ \mathbf{Pk\ tel\ que\ Pre\ (Pk,\ Ti)\ x\ Pre\ (Pk,\ Tj)} \neq \mathbf{0}$$

La multiplication est effectuée terme à terme.

b. RdP à choix libre (ou simple) :

Un RdP est à choix libre est un réseau dans lequel pour tout conflit [Pi, {T_1, T_2,…, T_n}] aucune des transitions T_1, T_2,…, T_n ne possède aucune autre place d'entrée que Pi.

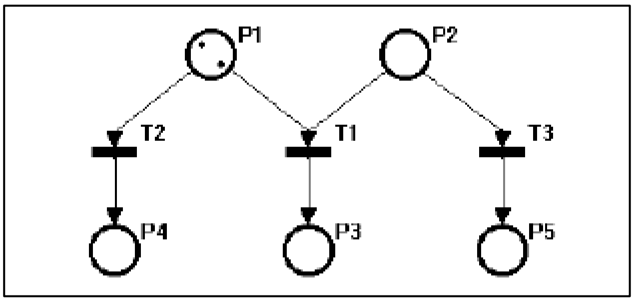


Figure II.16 : RdP avec conflit et à choix non libre.

c. Conflit relatif au marquage ou transitions en conflit effectif :

Dans un RdP, deux transitions Ti et Tj sont en conflit effectif pour un marquage M si et seulement si :

M ≥ Pre (Pk; Ti), M ≥ Pre (Pk; Tj) et M n'est pas supérieur ou égal Pre(Pk; Ti) + Pre(Pk; Tj).

Cela veut dire qu'il y a assez de jetons pour que l'une des deux transitions T_i ou T_j (exclusivement) soit franchie mais pas les deux à la fois. Dans le réseau de Petri de la figure ci-dessous, les transitions T_1 et T_3 sont en conflit effectif pour le marquage initial M_0 =[0 3 0]^T:

Il y a assez de jetons dans la place P_2 pour le franchissement de T_1 ou bien pour le franchissement de T_3 mais pas pour les deux à la fois. Par contre pour le marquage : $M_0 = [0\ 4\ 0]^T$, ces transitions sont toujours en conflit structurel mais elles ne sont plus en conflit effectif.

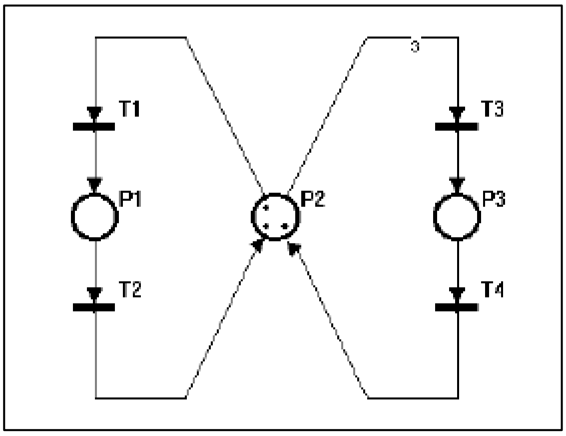


Figure II.17 : RdP en conflit effectif.

II.5.2 RESEAU DE RETI PUR

Un RdP pur est un réseau dans lequel il n'existe pas de transition ayant une place d'entrée qui soit à la fois place de sortie de cette transition (boucle élémentaire). Dans le cas contraire, on parle de RdP impur.

II.5.3 RESEAU PROPRE (reinitialisable)

Un RdP est propre si et seulement si Le marquage M_i accessible depuis M_0, une séquence de tirs conduisant à M_0.

Cette définition découle en fait de la notion « Etat d'accueil » :

État d'accueil :

Un RdP possède un état d'accueil M_a pour un marquage initial Mo si pour tout marquage accessible Mi il existe une séquence de tirs S telle que $M_i[S>M_a]$. Il s'en suit qu'un RdP est réinitialisable (ou réversible) pour un marquage initial M_0 si Mo est un état d'accueil.

II.5.4 RESEAU VIVANT (sans blocage)

La propriété de vivacité examine si une partie ou l'ensemble du réseau peut ou non évoluer.

Une transition Tj est vivante pour un marquage initial M_0 si pour tout marquage accessible M_k, il existe une séquence de franchissements à partir de M_k contenant T_j : $M_0 \longrightarrow M_k$

Un RdP marqué est vivant pour un marquage initial M_0 si toutes ses transitions sont vivantes pour ce marquage initial.

Si une transition Tj est vivante alors, à tout instant, on sait que T_j peut être franchie au cours de l'évolution du RdP. Dans le cas d'un RdP modélisant un système fonctionnant en permanence, si une transition n'est pas vivante et si une fonction du système est associée au franchissement de cette transition, cela veut dire qu'à partir d'un certain instant, cette fonction ne sera plus disponible dans le futur, ce qui peut traduire une erreur ou une panne.

Remarques :

RdP quasi vivant : Une transition T_j est quasi vivante pour un marquage initial M_0 s'il existe une séquence de franchissements à partir de M_0 contenant T_j. Il s'en suit qu'un RdP est quasi vivant pour un marquage initial M_0 si toutes ses transitions sont quasi vivantes pour ce marquage initial. Conséquemment, une transition qui n'est pas quasi-vivante est inutile.

RdP pseudo vivant : Un RdP est dit pseudo vivant si depuis le marquage initial, son évolution est telle qu'il existe au moins une transition qui puisse être franchie.

II.5.5 RESEAU BORNE

Cette propriété répond à la question de savoir si le nombre de jetons circulant dans le réseau reste borné ou non.

Soit un réseau R et un marquage M_0. Une place P_j du réseau marqué (R, M_0) est k-bornée si pour tout marquage Mi accessible depuis M_0, Mi (P_j) $\leq$ k.

$$\mathbf{P_j \text{ est k-borné } \Leftrightarrow \forall \text{ Mi accessible depuis } M_0, \text{ et } P_j \in P, Mi(P_j) \leq k}$$

Un RdP marqué est borné si toutes ses places sont bornées.

Dans le cas contraire la place P_j est dite non bornée. Il s'en suite que le RdP est qualifié de non borné.

II.6 ELEMENTS DE MODELISATION [10]

Les RdPs permettent de modéliser un certain nombre de comportements importants dans les systèmes : le parallélisme, la synchronisation, le partage de ressources, la mémorisation et la lecture d'information, la limitation d'une capacité de stockage. Dans cette section, sont présentées les différentes structures apparaissant dans un réseau de Pétri reproduisant ce type de comportements.

a. **Parallélisme :**

Le parallélisme représenté la possibilité que plusieurs processus ´évoluent simultanément au sein du même système. On peut provoquer le départ simultané de l'évolution de deux processus à l'aide d'une transition ayant plusieurs places de sortie. Pour cela, le RdP doit contenir la structure présentée Figure II.18, gauche. Par convention, lorsqu'un carré grisé apparait dans une figure, cela indique que seule une partie du RdP a été représentée : pour la compréhension de l'explication, le reste du RdP est supposé ne pas être important. Le franchissement de la transition T_1 met une marque dans la place P_2 (ce qui marque le d´enclenchement du processus 1) et une marque dans la place P_3 (ce qui marque le d´enclenchement du processus 2).

Il est ensuite possible de synchroniser l'achèvement des deux processus, voir Figure II.18, droite. La place P_{22} correspond à la fin du processus 1 et la place P_{23} à la fin du processus 2. Le RdP évoluera par franchissement de la transition T_{12}. Pour cela, il est n´nécessaire que les places P_{22} et P_{23} contiennent chacune au moins un jeton, c'est-à-dire que les processus 1 et 2 soient terminés.

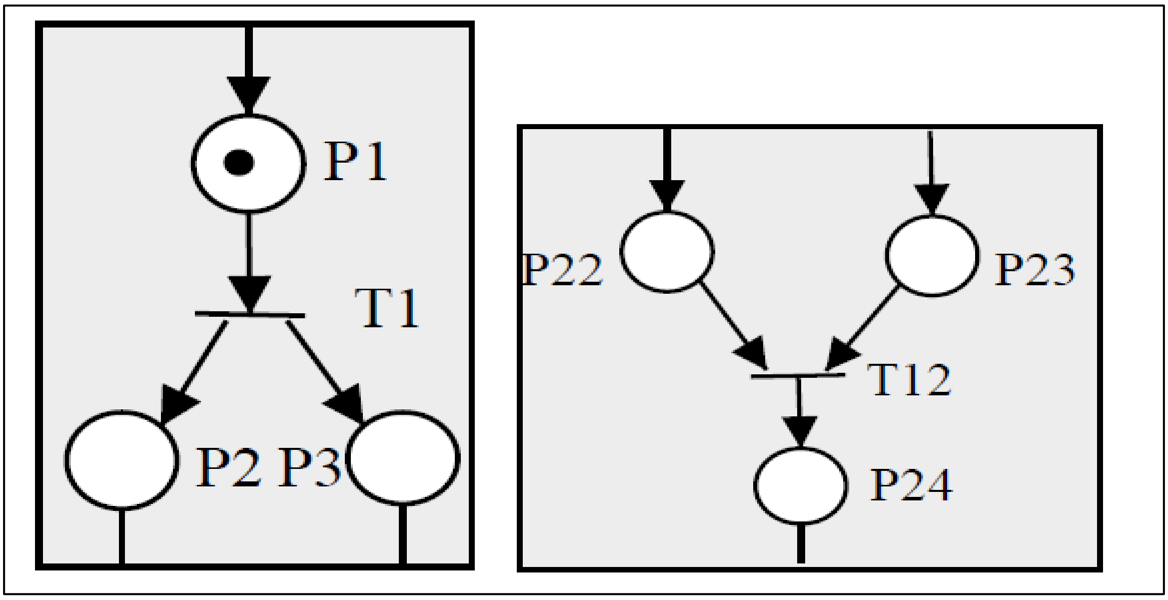


Figure II.18 : Parallélisme.

b. Synchronisation :

Mutuelle : La synchronisation mutuelle ou rendez-vous permet de synchroniser les opérations de deux processus. Un exemple est donné Figure II.19. Le franchissement de la transition T_7 ne peut se faire que si la place P_{12} du processus 1 et la place P_6 du processus 2 contiennent chacun au moins une marque. Si ce n'est pas le cas, par exemple la place P_{12} ne contient pas de marque, le processus 2 est "bloqué" sur la place P_6 : il attend que l'évolution du processus 1 soit telle qu'au moins une marque apparaisse dans la place P_{12}.

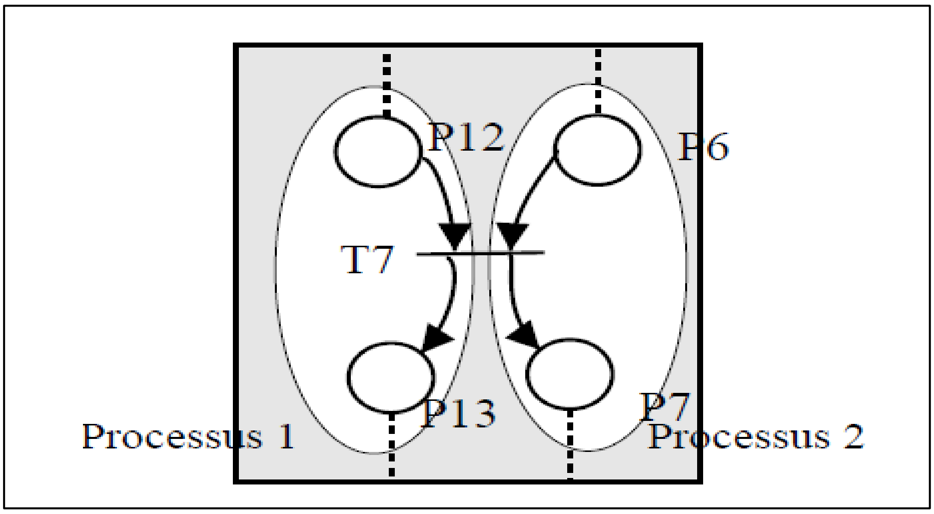


Figure II.19 : Synchronisation mutuelle.

Sémaphore : Les opérations du processus 2 ne peuvent se poursuivre que si le processus 1 a atteint un certain niveau dans la suite de ses opérations. Par contre, l'avancement des opérations du processus 1 ne d´dépend pas de l'avancement des opérations du processus 2. D'après Figure II.20, le processus 2 ne peut franchir la transition T_8 que si la place P_0 contient au moins une marque. Une marque est ajoutée dans la place P_0 lorsque l'évolution du processus 1 amène le franchissement de la transition T_{17}. L'évolution du processus 2 va donc dépendre de l'évolution du processus 1.

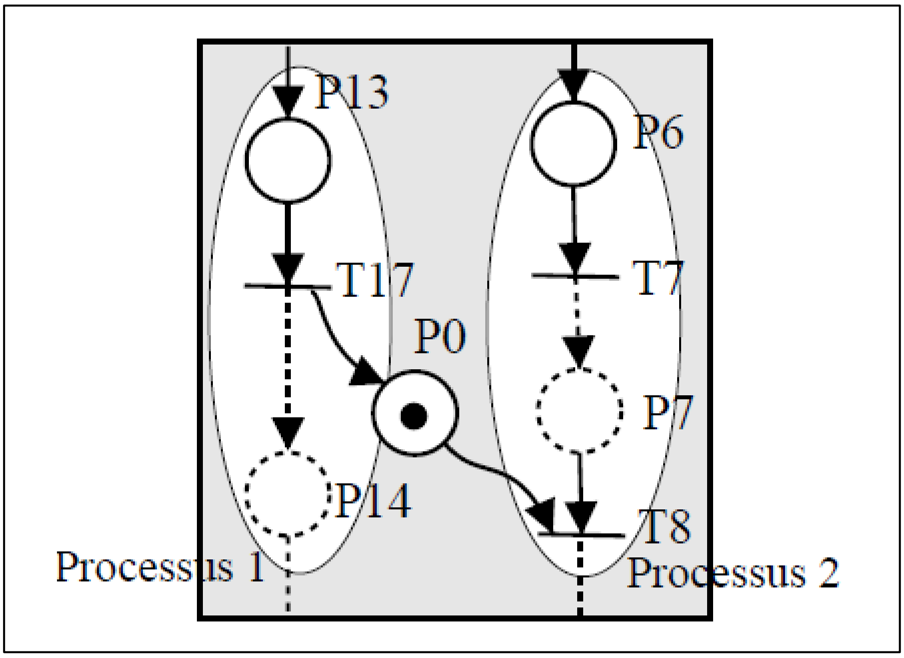


Figure II.20 : Sémaphore.

c. Partage de ressources :

Cette structure va modéliser le fait qu'au sein du même système plusieurs processus partagent une même ressource. Figure II.21, la marque dans la place P_0 représente une ressource mise en commun entre le processus 1 et le processus 2. Le franchissement de la transition T_{17} lors de l'´évolution du processus 1 entraîne la "consommation" de la marque présente dans la place P_0. La ressource que constitue cette marque n'est alors plus disponible pour l'évolution du processus 2 puisque le franchissement de la transition T_7 n'est plus possible. Lors de l'évolution du processus 1, lorsque la transition T_{18} est franchie, une marque est alors "redonnée" `a la place P_0 : la ressource redevient alors disponible pour l'évolution des deux processus.

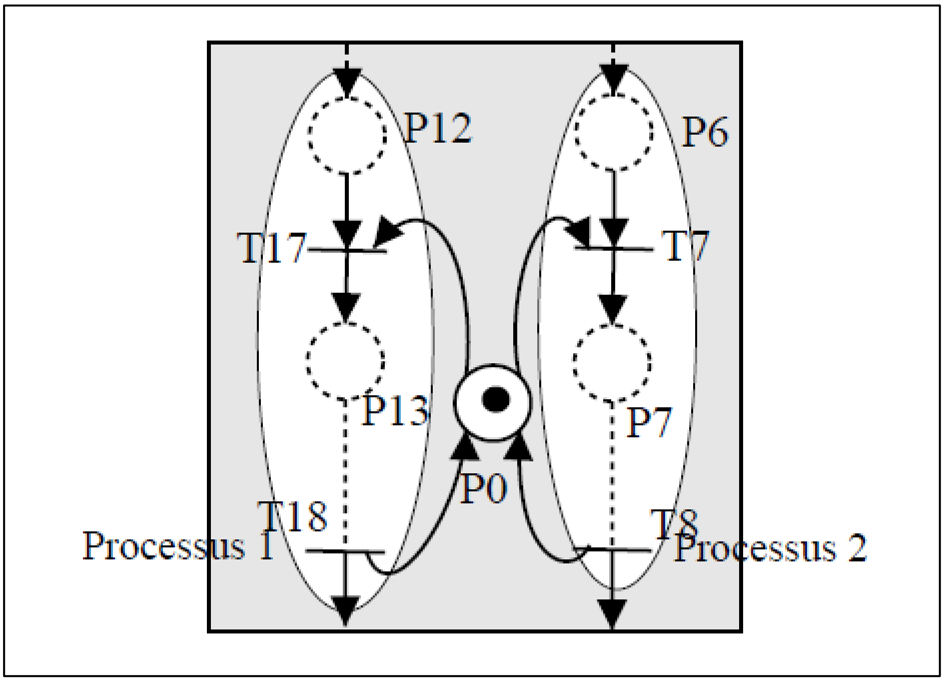


Figure II.21 : Partage de ressources.

d. Mémorisation :

- *du franchissement d'une transition*, c'est-à-dire de l'occurrence d'un évènement : (FigureII.22), le franchissement de la transition T_{12} n'est possible que s'il y a une marque dans la place P_2. Seul le franchissement de la transition T_1 peut mettre une marque dans la place P_2.

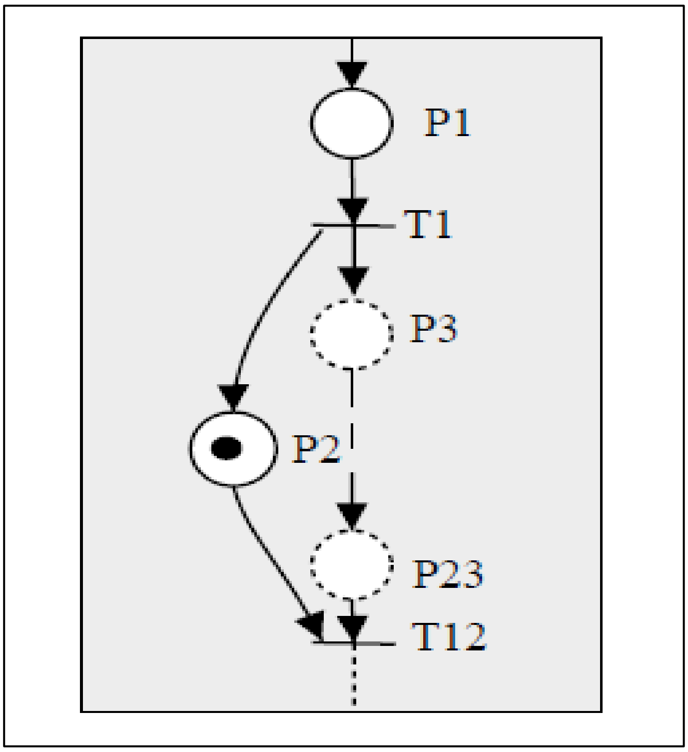


Figure II.22 : Mémorisation.

e. Lecture :

La figure II.23 illustre le franchissement de la transition T_1 est liée au marquage de P_{23}. Lors du franchissement, son marquage n'est pas modifié. On fait alors "***une lecture***" de ce marquage.

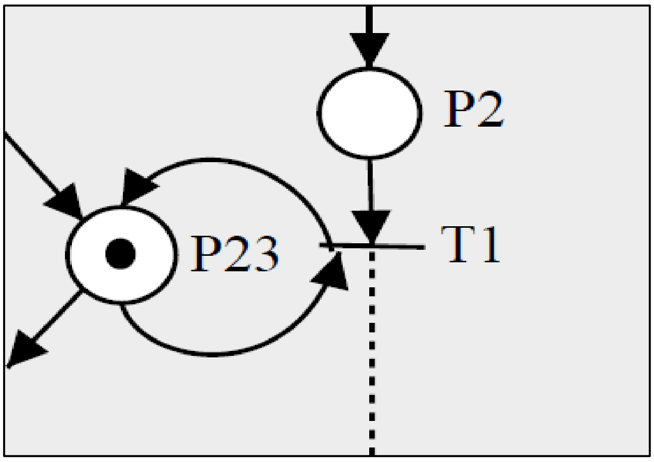


Figure II.23 : Lecture.

II.7 RESEAUX DE PETRI SYNCHRONISES (RDPS)

Dans les modélisations RdPs que nous avons vues dans les chapitres précédents, le fait qu'une transition soit franchissable indique que toutes les conditions sont réunies pour qu'elle soit effectivement franchie. Le moment où se produira le franchissement n'est pas connu. Un RdP synchronisé est un RdP où à chaque transition est associée un évènement. La transition sera alors franchie si elle est validée mais quand l'évènement associé se produit.

II.7.1 DEFINITION D'UN RESEAU DE PETRI SYNCHRONISE

On appelle Réseau de pétri Synchronisé le triplet < R;E; Sync > où :

- R est un Réseau de pétri marqué ;
- E est un ensemble d'évènements externes ;
- Sync : $T \longrightarrow E \cup \{ e \}$ où :
  - T est l'ensemble des transitions de R ;
  - *e* est l'´évènement toujours occurrent (L'évènement qui se produit en permanence).
  - Le RdP est totalement Synchronisé si aucune transition n'est associée à *e*.

Dans un RdP synchronisé, une transition validée n'est pas forcement franchissable. La transition est validée quand la condition sur les marquages est satisfaite. Elle deviendra franchissable quand l'évènement externe associé à la transition se produit : elle est alors immédiatement franchie. Si en fonction du marquage de ses places d'entrée, plusieurs franchissements sont possibles, un seul se produira effectivement, celui dont l'évènement associé se produit en premier.

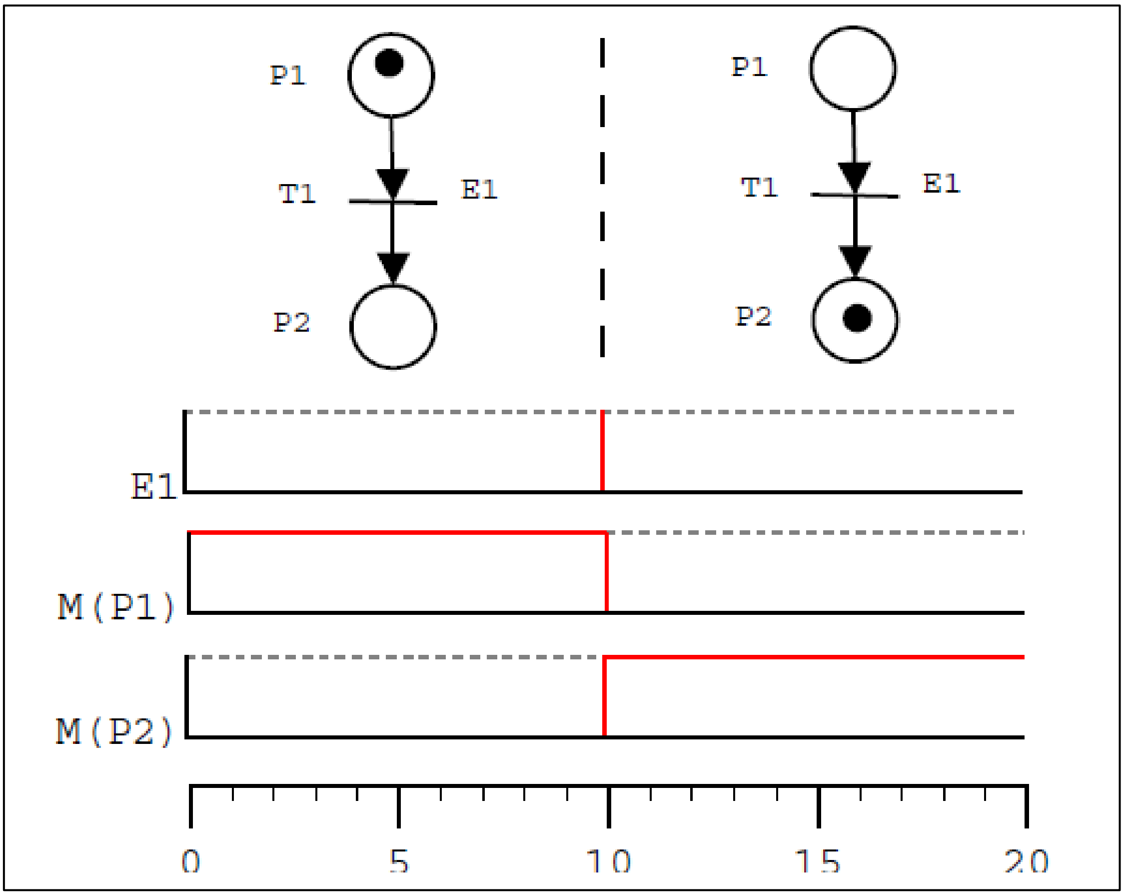


Figure II.24 : Franchissement d'une transition synchronisée.

II.7.2 EVENEMENTS ASSOCIES A UNE VARIABLE LOGIQUE

Un évènement est un front montant ou un front descendant d'une variable logique. Un évènement n'a pas de durée : il est caractérisé par l'instant où il se produit (voir figure II.25).

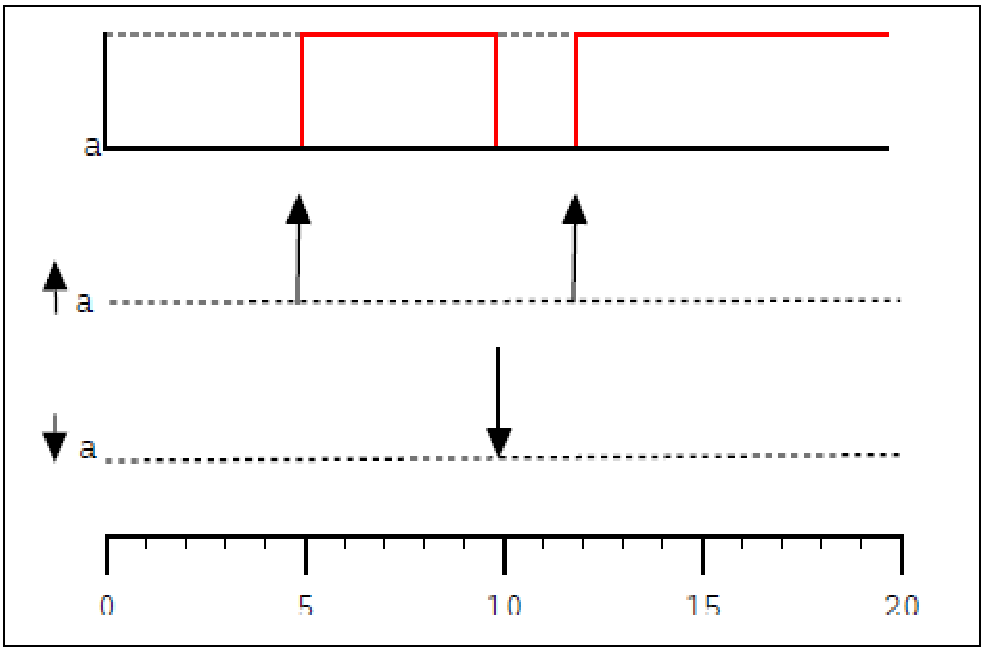


Figure II.25 : Chronogramme de la variable logique a.