

I.1 LES SYSTEMES DE PRODUCTION (SdP)

I.1.1 NOTION DE BASE

Le processus de production [3] est généralement composé d'un grand nombre d'opérations ou de transformations de forme (modification des produits eux-mêmes), des transformations dans le temps (fonction de stockage) ou dans l'espace (fonction de transport).

Les systèmes de production diffèrent par les objectifs que s'assigne le producteur. Ils diffèrent par les attributs des objets transformés et par les caractéristiques des processus de production. Ils ne sont pas statiques et ils évoluent sous les effets conjugués de l'évolution du marché, des technologies et des sociétés dont lesquels ils sont insérés. Ils se définissent par les attributs de sortie : coût des produits assemblés, qualité de l'assemblage, quantité des produits par unité de temps, délais, moyen de livraison d'un produit (ou temps de service), etc.

I.1.2 NATURE DE LA PRODUCTION

La nature de la production permet de distinguer entre les entreprises fournissant des services (bureaux d'études, entreprises de transport,...), les entreprises de montage (les industries de l'électronique et d'assemblage, les chaînes de montage automobile, ...) et celles fabriquant des produits après transformation de la matière première (les industries de mécanique, les industries de chimie, ...) [4].

I.1.3 MODE DE PRODUCTION

Il existe essentiellement deux principaux modes de production :

- a. La production continue :** concerne tous les produits pour lesquels le processus de transformation de la matière première ne s'interrompt pas entre deux installations technologiques consécutives (*machines, ...*). Ce mode de production est caractérisé par l'inexistence de stockage entre les postes de travail sauf parfois pour la régulation du flux, dans ce cas-là, on parle souvent d'industries de processus (*terme désignant des entreprises produisant des produits par des opérations de fusion, de séparation ou de transformations chimiques. Ces entreprises appartiennent principalement à la pétrochimie, la chimie lourde, la sidérurgie mais on en trouve également dans le secteur des industries alimentaires* [5]).
- b. La production discontinue (ou discrète) :** concerne les produits réalisés suivant un processus de fabrication pouvant être fractionné pour permettre de reprendre des produits semi-finis. Dans ce cas, la présence d'espaces de stockage entre ateliers (*machines*) est requise. On parle d'industries manufacturières et on cite à titre d'exemple les entreprises d'assemblage [6].

I.1.4 TYPES DE PRODUCTION

Les types de production sont au nombre de trois [6] :

- a. **La production par lot** : où le lot de fabrication peut être composé de quelques unités à plusieurs centaines d'unités ; cela pose le problème de la fréquence des réglages de machines et des changements d'outils. Généralement, on essaye de trouver une taille de lot acceptable ; dans ce cas, on parle souvent de quantité économique de production. Ce type de production est souvent caractérisé par des temps de réglages machines importantes entre les différents produits.
- b. **La production unitaire** : concerne les produits singuliers et spécifiques (*construction navale, ponts, bâtiments, ...*). Ce genre de produits est réalisé sur commande et nécessite un devis de production.
- c. **La production de masse** : concerne les produits standards qui sont fabriqués en très grande quantité et leur écoulement sur le marché est relativement facile par rapport au type de production unitaire qui n'est fabriqué que sur commande.

I.1.5 LES OBJECTIFS DE PRODUCTION

Où tout chef d'entreprise souhaitant développer son système de production est amené à agir dans plusieurs directions aussi bien à moyen terme qu'à long terme. Il recherche à [6]:

- Minimiser les risques de l'entreprise,
- Optimiser les stocks,
- Diminuer le poids des en-cours,
- Diminuer le coût de revient des produits,
- Diminuer les délais, ... etc.

Certains objectifs vont dans le même sens, sans avoir toutefois pour optimiser la même solution. D'autres, par contre, sont antagonistes.

Donc, tout SdP utilise des personnes, du matériel et de l'information pour exécuter les activités d'entrées de traitement, de sorties, de stockage et de contrôle lesquelles transforment les matières premières en produits finis.

I.2 CYCLE DE VIE D'UN SYSTEME DE PRODUCTION

L'organigramme de la figure I.1 représente les différentes phases du cycle de vie d'un système de production [7]. Il est important de souligner ici que cette classification n'est pas unique et que d'autres variantes de cet organigramme peuvent être trouvées dans la littérature. Nous identifions essentiellement quatre parties principales dans ce cycle de vie :

- La spécification des produits
- La conception préliminaire.
- La conception détaillée.
- La production.

a. Phase de spécification des produits :

Le processus de conception débute par une étude du marché qui a pour objectif de déterminer les besoins. Ces besoins doivent ensuite être exprimés sous une forme plus adaptée à la réalisation du système de production permettant la fabrication de ces produits.

b. Phase de conception préliminaire :

Différentes étapes composent la phase de conception préliminaire (encore appelée étude papier). La première étape consiste à choisir les ressources (type et qualité) parmi celles qui sont disponibles sur catalogue, afin de réaliser la production prévue pour le système. La deuxième étape est l'évaluation économique ; les coûts croissants d'implantation de tels systèmes et les risques que cela comporte imposent plus que jamais une bonne évaluation économique du projet. L'objectif est d'évaluer les investissements nécessaires à l'implantation du système. L'étape d'agencement a pour but de trouver la meilleure disposition des ressources sur la surface disponible. L'étape de choix du système de gestion permet de définir l'architecture de contrôle/commande qui sera utilisée pour gérer le système. La dernière étape concerne l'évaluation du comportement dynamique du système qui permet de valider la conception et de vérifier le respect du cahier de charge établi pour le système.

c. Phase de conception détaillée :

La première étape de cette phase correspond à l'implantation physique du système.

Cette étape est suivie par la réalisation de tests qui permettront de détecter des erreurs possibles de fonctionnement. Après une étape de formation du personnel pour l'opération du nouveau système, une mise en marche du système en mode ralenti est effectuée. Ceci a pour but de permettre de réaliser les derniers réglages du système avant la mise en marche définitive.

d. Phase de production :

Cette phase correspond à l'exploitation du système. On trouve ici des opérations qui concernent directement le fonctionnement du système, telle que la conduite en temps réel et la supervision du système.

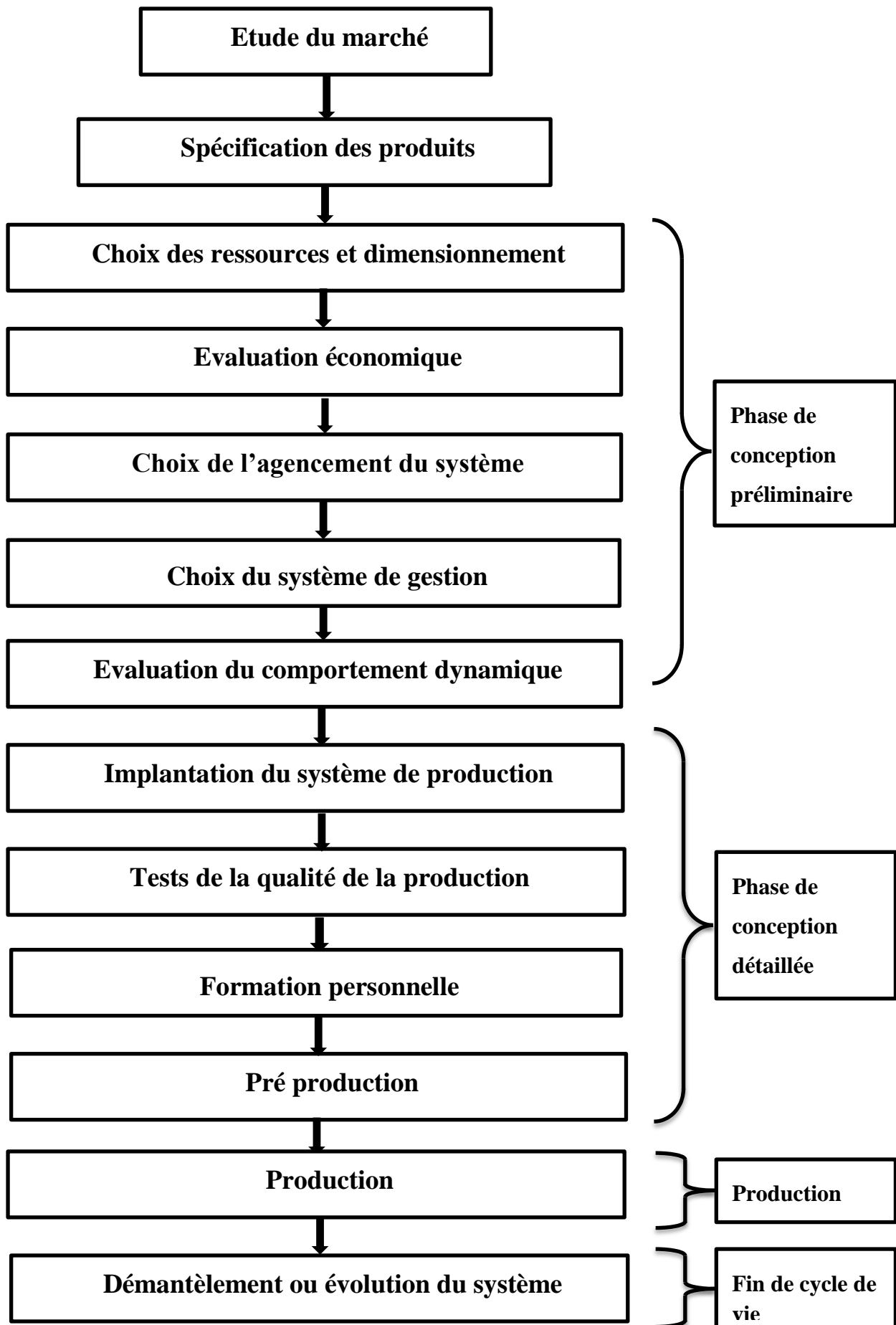


Figure I.1: Cycle de vie d'un système de production.

I.3 CRITERES D'EVALUATION D'UN SYSTEME DE PRODUCTION

Les systèmes de production, devenant de plus en plus complexes, suite à une grande flexibilité [3], sont un fort degré d'automatisation, leur conception et leur exploitation nécessitent des techniques d'évaluation se basant sur deux aspects principaux :

a. La performance :

La performance d'un système peut être définie comme étant l'efficacité à fournir un service attendu à un instant donné et à des conditions prédéterminées. Elle est liée à tout le cycle de vie d'un système de production, à sa productivité, aux stocks en cours, aux coûts de production, aux délais de livraison, à la qualité de produit, ... etc.

b. La sûreté de fonctionnement :

Elle permet d'établir le degré de fonctionnement que l'on peut attribuer à un système dans le cadre de la mission qu'il doit assurer appelée également science des défaillances des machines. Elle consiste à connaître, évaluer, prévoir, mesurer et maîtriser les défaillances des machines. Elle se caractérise par l'étude structurelle (statique et dynamique) des systèmes du point de vue prévisionnel mais aussi opérationnel et expérimental en tenant compte des aspects probabilités et conséquences des défaillances.

I.4 TYPOLOGIE DES SYSTEMES DE PRODUCTION [4]

Le premier souci d'un chef de production, dans les années cinquante, était de réaliser des gains de productivité. Pour cela, le premier réflexe a été de constituer des lignes de fabrication dans lesquelles les opérations de montage et de démontage, d'usinage et de manutention s'enchaînent de façon automatique.

Une ligne de fabrication ou de transfert est composée d'une succession de machines séparées éventuellement par des stocks. Dans ce type de système, une pièce brute provenant de l'extérieur passe successivement sur toutes les machines constituant la ligne dans un ordre immuable. La recherche du gain de productivité sans perte de flexibilité a permis le développement des machines-outils à Commande numérique.

Un centre d'usinage est ainsi une machine-outil qui rassemble les fonctions des fraiseuses, des perceuses et des aléseuses.

Dans les dernières décennies, les conditions de la production industrielle ont été bouleversées par des profondes mutations d'ordre économique, technologique, social... etc.

Le dilemme fondamental entre productivité d'une part, flexibilité et innovation d'autre part, est remis en cause par les technologies flexibles qui permettent l'automatisation de la diversité et de la complexité.

Les technologies flexibles ont des effets triples. Elles affectent les facteurs de performances (augmente la productivité, réduit la durée des cycles, réduisent les niveaux des stocks et d'en-cours,...etc.), les modes d'organisation du travail et les compétences attendues du personnel. Dans la littérature, divers types d'ateliers flexibles ont été introduit; on peut citer quelqu'un d'entre eux :

- a. **Atelier à flot (flow-shop)** : dans ce type d'atelier (figure I.2), on dispose de n pièces qui doivent s'exécuter suivant le même ordre sur les m machines qui composent l'atelier ; ces pièces ont donc toutes le même ordre de passage sur les machines mais pas le même ordre d'exécution. Si tous les temps d'exécution sont positifs, l'atelier est de type Flow-shop pur

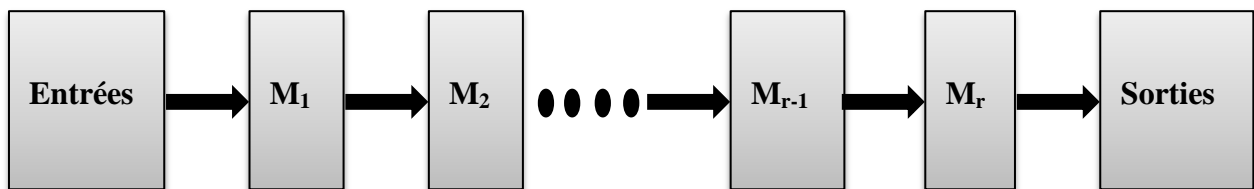


Figure I.2: Flow-shop pur.

Si non s'il existe des temps d'exécution nuls (une pièce ne devrait pas subir une opération sur une machine particulière), on parle d'un flow shop généralisé (figure.I.3).

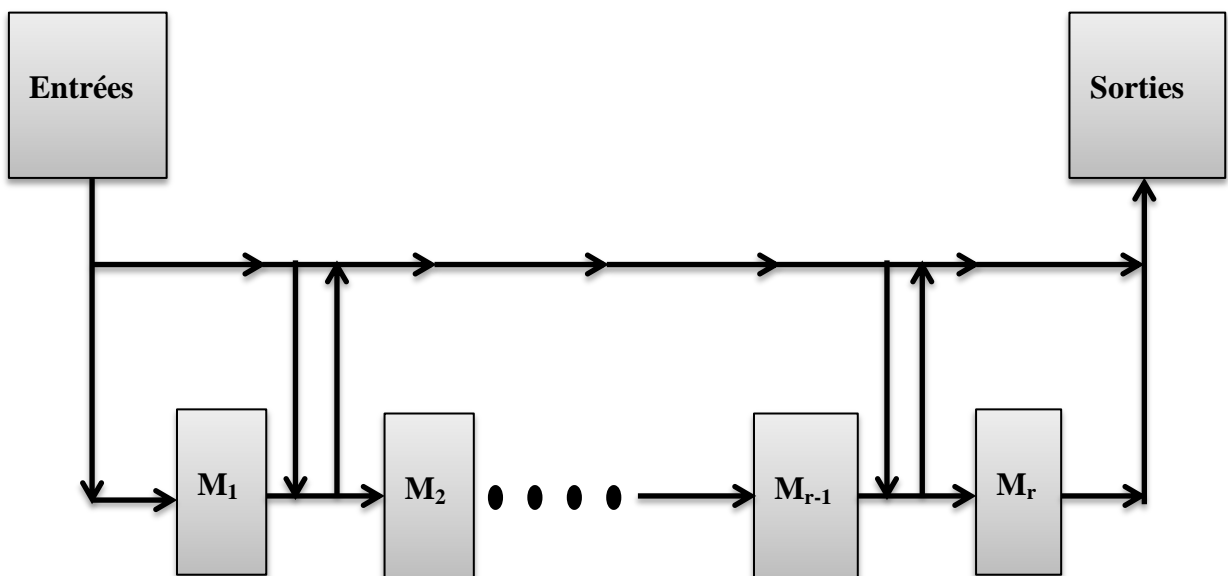


Figure I.3: Flow-shop généralisé.

- b. Atelier à tâche (job-shop) :** les machines ne sont pas ordonnées et un nombre important de routages est possible, le routage d'une pièce peut démarrer et se terminer sur n'importe quelle machine de l'atelier, soit l'exemple d'un système de production (figure I.4) à trois machines et trois produits.

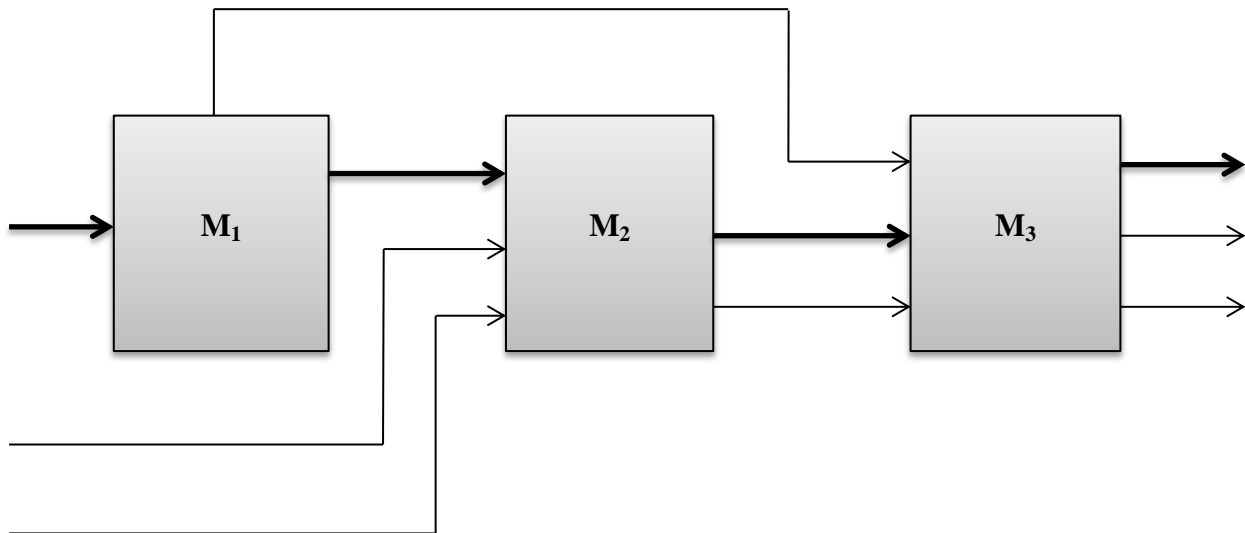


Figure I.4: Exemple d'un atelier de type job-shop.

- c. Atelier à tâche (job-shop) :** les machines ne sont pas ordonnées et un nombre important de routages est possible, le routage d'une pièce peut démarrer et se terminer sur n'importe quelle machine de l'atelier, soit l'exemple d'un système de production (figure 2.4) à trois machines et trois produits.

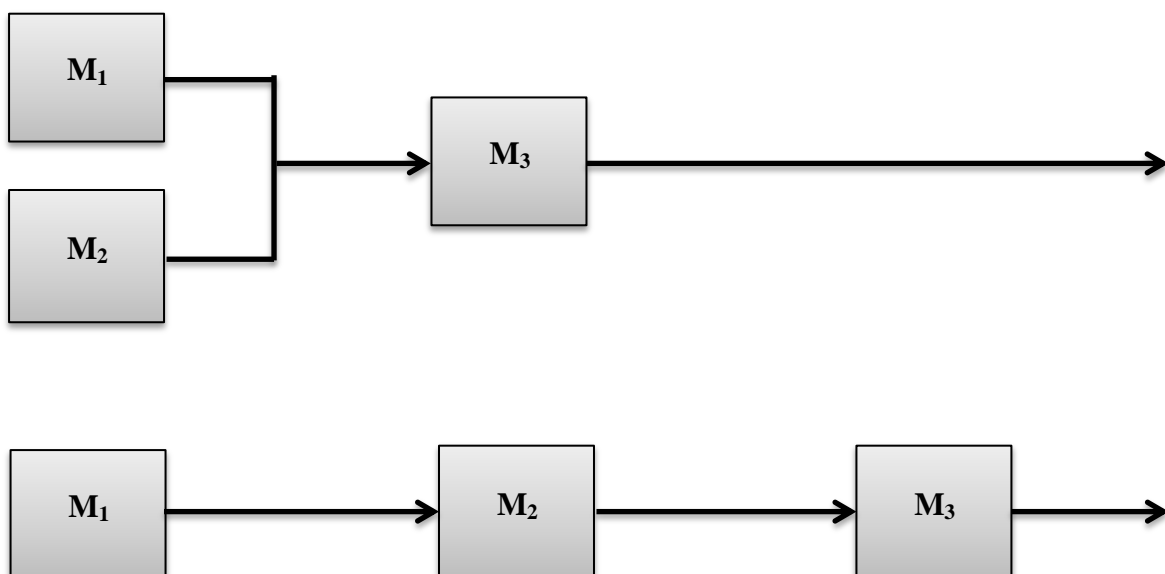


Figure I.5: Exemple d'un atelier de type d'assemblage.

I.5 GENERALITES SUR LES SYSTEMES A EVENEMENTS DISCRETS (SED) [8]

Le vocable “systèmes (dynamiques) à évènements discrets” est relativement récent (moins de dix ans) et recouvre un champ de recherches encore assez diverses, mais qui cherchent à se fédérer sous ce drapeau. Ce domaine est actuellement très actif, fait l’objet de nombreuses manifestations scientifiques, et a déjà son propre journal spécialisé.

I.5.1 CLASSES DE SYSTEMES

Alors que la théorie classique des systèmes “continus” (y compris en temps discret) et de l’Automatique s’intéresse à des systèmes “naturels” obéissant essentiellement aux lois de la Physique, et descriptibles par des équations différentielles ou aux dérivées partielles (ou leur discrétisation approchée en temps), le vocable SED recouvre des systèmes également dynamiques, mais dont la dynamique échappe totalement à ce genre de description. En réalité, c’est plutôt le niveau descriptif auquel on se place qui est à la source de cette impossibilité : au lieu de s’intéresser au déroulement continu des phénomènes, on ne se soucie que des “début” et des “fin” de ces phénomènes (les “évènements discrets”) et à leur enchaînement dynamique, logique ou temporel.

Ces systèmes, généralement fabriqués par l’homme, ont une part croissante, voire prépondérante, dans l’économie moderne. Pourtant, sur le plan de la théorie, il ne bénéficiaient pas jusqu’à récemment d’un “statut” et d’une conceptualisation comparables à ceux des systèmes continus. De plus, ils étaient plutôt étudiés par la Recherche Opérationnelle que par l’Automatique. En voici quelques exemples.

a. Systèmes de production, ateliers flexibles :

Les méthodes de production manufacturière modernes se sont orientées vers des ateliers organisés en réseaux de machines multitâches à la place des anciennes “lignes de transfert” rigides de machines mono-tâche. Cette organisation, qui permet la production simultanée de petites ou moyennes séries en respectant des ratios de production, conduit à des systèmes plus souples mais beaucoup plus difficiles à gérer.

b. Systèmes informatiques :

On vise là tout type de système, des plus microscopiques comme une “puce” spécialisée en traitement de signal, jusqu’aux plus macroscopiques comme un réseau international d’ordinateurs communiquant par satellites.

c. Réseaux de communication, de transport :

Téléphone ou réseau SNCF sont des exemples de situation où des messages ou des trains doivent emprunter les mêmes voies sans se télescoper.

d. Planification des tâches :

La gestion d'un chantier de construction ou d'un projet quelconque nécessite l'articulation de tâches dont certaines peuvent se dérouler en parallèle, c'est-à-dire sans ordre préétabli, alors que d'autres supportent des contraintes de précédence³. Ces tâches peuvent faire appel à des ressources communes (hommes, machines).

I.5.2 CARACTERISTIQUES DES SYSTEMES

La plupart des systèmes énumérés ci-dessus présente les caractéristiques communes suivantes :

a. Parallélisme :

De nombreux évènements peuvent se dérouler simultanément et indépendamment dans diverses parties du système.

b. Synchronisation :

L'accomplissement de certains évènements nécessite la disponibilité *simultanée* de plusieurs ressources ou la vérification simultanée de plusieurs conditions. La fin d'un évènement entraîne l'apparition simultanée de plusieurs autres évènements. Par exemple, pour qu'une conversation téléphonique ait lieu, il faut qu'une ligne soit disponible pour acheminer l'appel et que les deux inter-locuteurs aient décroché. La fin de la conversation marque la libération de la ligne, et le fait que les deux interlocuteurs peuvent désormais vaquer à d'autres occupations. De telles considérations peuvent être reprises par exemple à propos d'un atelier flexible.

c. Concurrence :

Certains évènements excluent l'apparition simultanée d'autres évènements. Par exemple, une machine ne peut travailler que sur une seule pièce à la fois. A la SNCF, les voies sont divisées en tronçons appelés "cantons". Le "cantonement" consiste à exclure par un système de feux rouges la présence simultanée de deux trains sur le même canton. Sur un bus d'ordinateur non multiplexé, un seul message peut transiter à la fois.

I.5.3 PROBLEMES

Ce qui suit est une liste de problèmes-type soulevés par la conception, la réalisation, la conduite ou la gestion, l'optimisation de ces systèmes.

a. Spécification :

Avant de concevoir un système, il faut dire ce qu'on veut lui faire faire, quel doit être sa "réponse" dans un certain nombre de situations-type, etc. Il se pose donc déjà un problème de langage dans lequel ces desiderata trouveront une expression précise (et donc véritable a posteriori).

b. Conception, architecture :

Une fois spécifié le comportement fonctionnel du système, il faut le concevoir, notamment du point de vue de son architecture : composants, agencement et articulations, mécanismes de synchronisation et d'exclusion.

c. Validation logique :

Il faut ensuite vérifier que le système ainsi conçu répond bien aux spécifications désirées, et qu'il n'engendre pas d'autres comportements indésirables. Le cas typique est le "Dead lock" : pour commencer, Pierre attend que Paul commence, celui-ci attend que Jacques commence, mais Jacques attend que Pierre commence. Un bel exemple de Dead lock est donné à la SNCF par le "fameux triangle de Gagny" représenté schématiquement par la Figure I.6. Si on laisse trois trains s'engager dans la configuration indiquée, c'est le blocage. Le mécanisme de feux rouges devra éviter d'atteindre cet état du système.

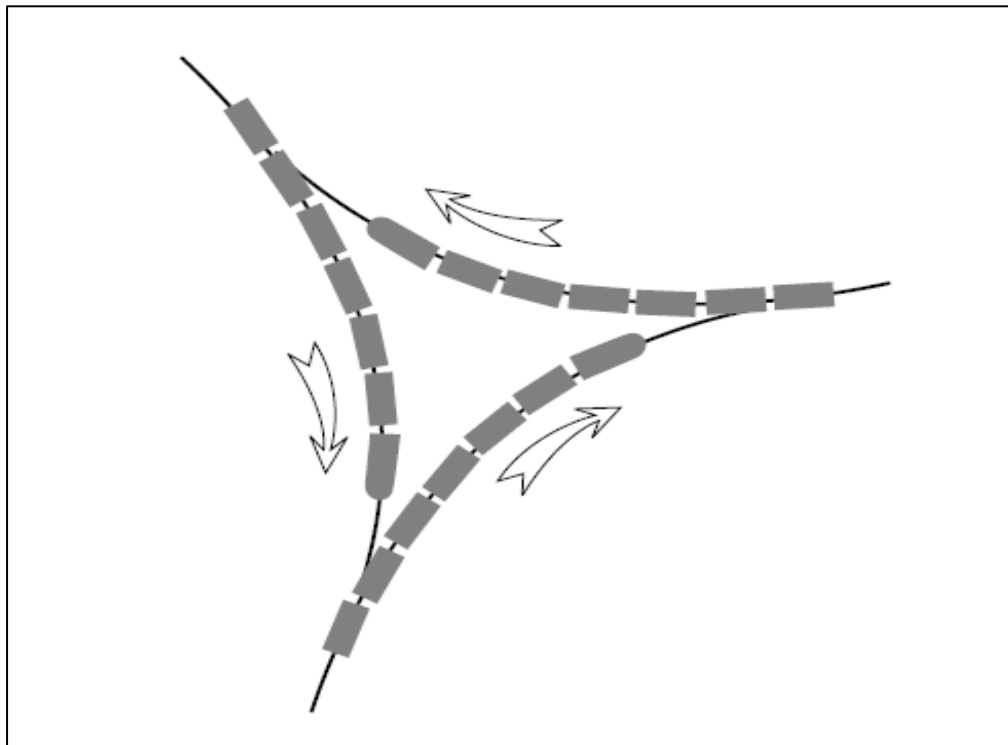


Figure I.6: Le triangle de Gagny.

d. Evaluation de performance :

A cette étape, la notion de temps, jusque-là, absente intervient. On cherche alors à répondre à des questions du type : combien d'évènements d'un type donné se produisent en une heure, à quelle date se produira le n -ième évènement, etc.? Par exemple, pour un système informatique spécialisé en annulation d'écho sur le signal de parole transmis à partir d'une salle de téléconférence, il faut vérifier si la vitesse de traitement du signal est compatible avec la vitesse normale d'élocution

e. Ordonnancement :

L'ordonnancement a pour but d'établir des politiques de priorité, de routage, etc., destinées à résoudre les problèmes posés par les phénomènes de concurrence. Il est clair que la performance globale d'un système peut dépendre de la façon dont ces phénomènes auront été arbitrés. A la limite, la politique d'ordonnancement elle-même peut être la cause de deadlocks (et donc de performances "infiniment" mauvaises).

f. Optimisation, dimensionnement :

L'ordonnancement peut être un premier "levier" d'une optimisation de performance. Mais dès le choix de l'architecture, on risque d'avoir éventuellement engagé de façon assez déterminante la performance du système. A posteriori, on peut essayer d'améliorer les performances en dupliquant (ou en n -pliant) certaines ressources (machines, serveurs, buffers, etc.), mais ceci n'a généralement de sens que sous une contrainte de budget donné, ou de coût à minimiser.

Autre exemple : pour un "chip" spécialisée, une certaine surface de silicium est disponible ; comment l'utiliser au mieux pour avoir la performance optimale? Doit-on rajouter des buffers (effet "pipe-line"), un bus, un deuxième multiplieur, etc.?

Comme la discussion vient de le suggérer, la suite de questions ci-dessus n'est pas en général résolue séquentiellement en une seule passe, mais bien par une démarche itérative.

I.5.4 APPROCHES ET METHODES

On cite ici quelques-unes des approches les plus usuelles dans l'étude des SEDs en précisant leur champ d'application.

a. Simulation "par évènements" sur ordinateur :

Il s'agit de reproduire sur un ordinateur, éventuellement avec l'aide de langages de programmation spécialisés pour la simulation, le déroulement de l'"histoire" du système : le temps courant est égrené et les évènements à venir sont stockés dans une pile jusqu'à ce que les conditions soient réunies pour qu'ils "se produisent" et sortent de la pile. Toutes sortes des compteurs et d'outils statistiques peuvent être "branchées" sur une telle simulation. Ce genre d'approche n'a a priori de limites que par la complexité du programme à écrire et le temps d'exécution. Cependant, c'est une méthode "aveugle" ou "boite noire" en ce sens qu'il n'y a pas de compréhension analytique de la relation entre les entrées (les choix faits a priori) et les sorties (les résultats observés), sauf à dépouiller des tonnes de listing permettant de suivre le déroulement des évènements pas à pas, ce qui est rarement praticable.

b. Approche “Perturbation Analysis” (PA) :

Cette approche tournée vers l’optimisation n’est pas à proprement parler une description nouvelle des SEDs mais plutôt une technique de calcul de sensibilité de certaines grandeurs par rapport à certains paramètres. On doit s’appuyer sur une première trajectoire nominale obtenue par simulation ou par tout autre moyen. Sans répéter la simulation pour une valeur légèrement différente d’un paramètre, on cherche à évaluer les modifications de la trajectoire qui résulteraient d’une petite modification de ce paramètre. On obtient ainsi par différence finie une sorte de “gradient stochastique” susceptible d’être utilisé en optimisation dans l’algorithme itératif du même nom.

c. Réseaux de files d’attente :

Le système est modélisé en termes de serveurs et de clients en attente dans les files devant les serveurs. Les clients circulent d’une file à une autre après avoir reçu un service.

Les temps de service sont aléatoires et obéissent à des lois de probabilité données. Il existe un certain nombre de résultats analytiques montrant que, sous certaines conditions, la loi conjointe $p(x_1, \dots, x_n)$ des longueurs $\{x_i\}_{i=1, \dots, n}$ de n files en régime stationnaire peut s’écrire sous “forme produit”, c’est-à-dire

$$p(x_1, \dots, x_n) = \prod_{i=1}^n p_i(x_i),$$

ce qui est a priori surprenant puisque les variables aléatoires x_i sont loin d’être indépendantes. On parle alors de “réseaux jacksoniens”. Cependant, ce type de résultat nécessite des hypothèses souvent irréalistes (e.g. temps de service poissoniens⁴, pas de blocage du service amont par saturation de la file d’attente aval, etc.). Il existe aussi des tentatives d’extensions de cette théorie par des résultats approchés. Cependant, il faut considérer ces approches comme des outils d’évaluation “en moyenne” et sur le long terme, plutôt que comme de véritables outils d’étude de phénomènes dynamiques.

d. Automates :

On fait ici allusion à des extensions de la théorie des automates par le point de vue “commande” des automaticiens. Un automate reconnaît, ou engendre, un langage qui est l’ensemble des “mots” (trajectoires) formés de suites ordonnées de “lettres” (associées aux états de l’automate) qu’il est susceptible de produire en considérant toutes les transitions possibles entre états. La commande consiste à limiter le langage au plus grand sous-langage contenu dans un vocabulaire donné (concrètement, celui qui évite les “gros mots”, c’est-à-dire les suites d’évènements ou les états indésirables) en ayant la possibilité d’inhiber certaines transitions.

Cette théorie est actuellement bien adaptée à l’étude de l’aspect logique du

fonctionnement, des questions de validation, etc. Par contre, elle a plus de mal à incorporer l'aspect quantitatif de l'évaluation de performance.

e. Réseaux de Pétri (RdP) :

Les RdP sont un langage graphique de description des phénomènes de synchronisation et de concurrence. Les RdP *temporisés* permettent de plus de prendre en compte les aspects "évaluation de performance". Un certain nombre de propriétés des systèmes ainsi décrits (invariants au cours du fonctionnement, présence de deadlocks, etc.) peuvent être étudiées dans ce cadre.

En tant que langage graphique, les RdP ont sur le plan pratique les avantages et les inconvénients de ce type de représentation : concision et clarté pour des systèmes simples, difficulté d'utilisation pour des systèmes atteignant un certain niveau de complexité. Dans ce cas, à l'instar des "blocs-diagramme" utilisés par les automaticiens pour décrire graphiquement les systèmes continus, une approche hiérarchisée (procédant par zooms successifs sur des parties du système de plus en plus détaillées) est hautement recommandable.

Dans ce PFE, nous nous servirons des RdP comme outil de représentation agréable à utiliser pour décrire rapidement des schémas simples. De même que l'algèbre des fonctions rationnelles permet de plaquer sur les blocs-diagramme, et dans le cas de systèmes linéaires stationnaires de dimension finie, une structure de calcul algébrique (calcul sur les fonctions de transfert) permettant de prendre le relais de l'outil graphique, de même on peut voir l'objet de ce PFE comme une démarche visant à plaquer sur une sous-classe de RdP temporisés (ceux qui apparaîtront comme linéaires stationnaires dans une certaine algèbre) une structure de calcul algébrique en tous points analogue à celle des fonctions de transfert.

f. Langages de programmation parallèle/temps réel :

Un certain nombre de ces langages informatiques (Occam, Estérel, Signal, Lustre,...) peuvent aussi être vus comme des langages de Spécification, voire de validation logique, des SEDs. Cependant la notion d'évaluation de performance est pour l'essentiel absente de ce type d'approche.

g. Modèles dynamiques algébriques :

C'est l'objet de ce cours de proposer une description de certaines classes de SEDs, prenant en compte l'aspect quantitatif (évaluation de performance), et s'appuyant sur des modèles mathématiques tout à fait analogues aux modèles utilisés en Automatique. Cependant, on devra pour cela écarter les phénomènes de *concurrence* (supposés déjà arbitrés par des politiques de priorité, d'ordonnancement, etc.) pour se limiter à la prise en compte des phénomènes de *synchronisation*.

I.5.5 UNE NOUVELLE FAÇON DE COMPTE

a. Phénomènes cumulatifs et algèbre usuelle :

Le calcul différentiel ou plutôt intégral décrit des phénomènes cumulatifs (un réservoir qui se remplit ou qui se vide) : la notion d’“addition” correspond à l’opérateur + habituel. Si on s’intéresse à la production de bicyclettes, on dira : 6 kg pour le cadre + 600 g pour les roues = 6,6 kg pour la bicyclette. On remarque qu’il ne faut additionner que des grandeurs de même nature (dimension physique) et les exprimer dans la même unité avant de pouvoir les additionner.

b. Phénomènes de rendez-vous, de synchronisation, d’assemblage et de mélange :

Si on s’intéresse à nouveau à la production de bicyclettes, on peut dire qu’une bicyclette est la “somme” d’une paire de roues et d’un cadre. Cette nouvelle “somme”, notée \oplus pour la distinguer du + habituel, correspond à l’opération d’assemblage.

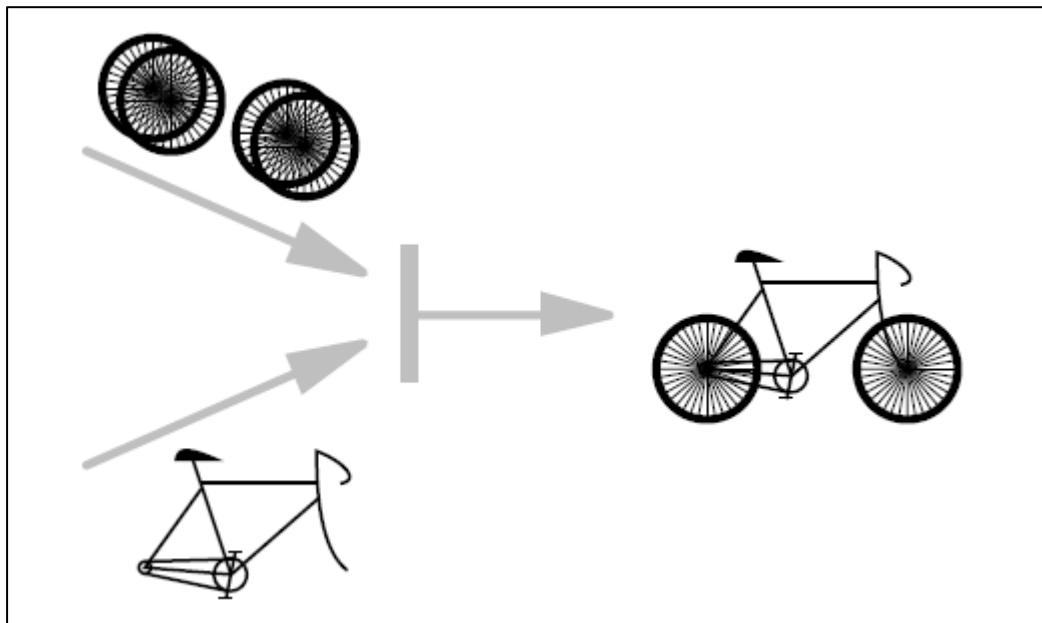


Figure I.7: Assemblage de bicyclette

On notera que l’on se permet alors “ajouter” des “torchons et des serviettes”, des chevaux et des cavaliers, des paires de roues et des cadres, etc., c’est-à-dire des grandeurs ne s’exprimant pas dans les mêmes unités. Si on a 2 paires de roues et 1 cadre, on ne peut fabriquer qu’une seule bicyclette, donc :

$$1 \oplus 2 = 1 \text{ et plus généralement } a \oplus b = \min(a, b) .$$

Si on s’intéresse maintenant à la date tn de fabrication de la n -ième bicyclette, celle-ci sera calculée comme $\max(\theta_n, \tau_n)$ où θ_n est la date de disponibilité de la n -ième paire de roues tandis que τ_n représenté la date de disponibilité du n -ième cadre. Si on est quatre pour faire un bridge, c’est l’heure d’arrivée du quatrième partenaire qui détermine l’heure de

début de la partie. On le voit, les opérateurs tels que min ou max interviendront 5 à chaque fois que l'on considère des phénomènes d'assemblage, de rendez-vous, ou plus généralement de synchronisation de plusieurs conditions. De plus, cette situation n'est pas propre au cas discret et les phénomènes de mélange en continu de fluides par exemple donnent lieu aux mêmes opérateurs (combien produit-on l'instant t de litres de peinture rose si celle-ci est obtenue par mélange dans la proportion un pour un de peintures blanche et rouge, et que l'on dispose l'instant t de $x(t)$ et de $y(t)$ demi-litres de ces couleurs respectivement?).

En dehors de l'opérateur min ou max, on aura aussi besoin de l'opérateur + habituel (phénomènes cumulatifs usuels) dans la mesure où la quantité produite à l'instant t est la somme des quantités produites aux instants antérieurs, ou que la date de fin est égale à la date de début + une durée.