1.1. Introduction

Lorsque deux systèmes sont à des températures différentes, le système le plus chaud cède de la chaleur au plus froid. Il y a échangé thermique ou encore transfert thermique entre ces deux systèmes. Cette situation se rencontre dans de nombreuses situations industrielles (moteurs thermiques ou même électriques, centrales électriques au fuel au gaz, etc.…, électronique) ou domestique (chauffage de l'habitat). Un transfert d'énergie donne lieu à un flux de chaleur qui correspond à un déplacement de l'énergie du plus chaud vers le plus froid. Comme on le verra par la suite, le flux de chaleur dont la densité locale est notée **ϕ** est une grandeur vectorielle, ce qui signifie qu'un flux de chaleur est caractérise non seulement par son intensité mais aussi par sa direction. Il est défini en chaque point de l'espace et a l'unité d'une densité surfacique de puissance **(W/m^2).** Il existe trois modes essentiels de transferts de chaleur **:** la conduction, le rayonnement et la convection.

1.2. Modes de transferts chaleur

1.2.1. La conduction

On sait que la température est une fonction croissante de l'agitation moléculaire dans un corps, qu'il soit solide, liquide ou gazeux. Considérons pour l'instant un corps solide au sein duquel la température varie. L'agitation moléculaire élevée de la zone chaude communiquera de l'énergie cinétique aux zones plus froides par un phénomène appelé conduction de la chaleur. La conduction est un phénomène de diffusion qui permet donc à la chaleur de se propager à l'intérieur d'un corps solide. Il en est de même pour un liquide ou un gaz mais on verra par la suite que pour eux, la convection est un autre mode de transfert de chaleur possible. Notons enfin que la conduction de la chaleur n'est pas possible dans le vide puisqu'il n'y a pas de support moléculaire pour cela. **[1]**

1.2.2. La convection

Un débit ou une circulation de liquide ou de gaz peut transporter avec lui une certaine quantité d'énergie thermique. Ce transport de chaleur porte le nom de convection thermique. Ce transport de l'énergie par un écoulement est analogue au transport d'autres quantités scalaires (non vectorielles) : transport d'une concentration de sel par de l'eau, transport de l'humidité par l'air. On retiendra donc que dans la convection, la chaleur se sert du fluide comme véhicule pour se déplacer. Sans entrer dans les détails, notons qu'il existe deux types de transferts convectifs **:** La convection forcée dans laquelle l'écoulement du fluide est forcé par un dispositif mécanique quelconque (pompe ou gravité pour un liquide, ventilateur pour de l'air).La convection naturelle **:** lorsqu'il existe une différence de température entre deux points d'un fluide, le fluide chaud, qui aura une masse volumique plus faible que le fluide froid aura tendance à monter sous l'effet de la poussée d'Archimède. **[1]**

1.2.3. Le rayonnement

La chaleur du soleil frappe pourtant notre planète alors qu'il n'y a aucun support solide, liquide ou gazeux au-delà de l'atmosphère terrestre. Ceci signifie donc que l'énergie thermique peut tout de même traverser le vide. Ce mode de transfert s'appelle le rayonnement. Il correspond à un flux d'ondes électromagnétiques émises par tout corps, quelle que soit sa température. Comme on l'imagine, le rayonnement électromagnétique est d'autant plus élevé que sa température est grande. Comme pour la conduction, ce sont les interactions entre atomes et molécules qui sont à l'origine de ce rayonnement. Elles peuvent le générer, ce qui diminue leur énergie, ou encore l'absorber, ce qui l'augmente. De par sa nature, le rayonnement n'intervient que dans les milieux transparents (gaz, verre, vide) ou semi-opaque (gaz + fumées de CO_2, gaz + vapeur d'eau). **[1]**

1.3. Le rayonnement thermique

Le rayonnement thermique est un phénomène se caractérisant par un échange d'énergie électromagnétique, sans que le milieu intermédiaire ne participe nécessairement à cet échange. Par exemple, le rayonnement solaire est capable d'échauffer la terre bien que le milieu traverse soit à une température plus basse que la terre.

1.3.1. Bref historique

Malgré la grande diversité des faits expérimentaux mettant en évidence les propriétés énergétiques du rayonnement électromagnétique, les lois scientifiques du rayonnement thermique ne datent que du fin **XIXe** siècle.

- **1668 NEWTON :** mise en évidence du spectre solaire.
- **1681 MARIOTTE, DU FAY ET PICTET :** expériences sur la propagation du rayonnement.
- **1800 HERSCHELL** met en évidence des propriétés calorifiques du rayonnement infrarouge.
- **1879 STEFAN** découvre que l'énergie totale émise par un élément de surface est proportionnelle à la quatrième puissance de sa température.
- **1895 RAYLEIGHT ET WIEN** établissent des formules empiriques donnant la répartition de l'énergie en fonction de la longueur d'onde et de la température.
- **1895 KIRCHHOFF** établit la loi liant la puissance émise par un corps dans une longueur d'onde particulière et l'absorption de ce corps pour la même longueur d'onde.

- **1900 Planck** introduit la notion de corpuscules et ouvre la voie de la synthèse en établissant la loi liant la puissance émise par un corps, la longueur d'onde du rayonnement émis et la température.**[2]**

1.3.2. Phénomène du rayonnement thermique

1°. Source du rayonnement

Le rayonnement trouve son origine lors d'une transition électronique entre deux états d'énergie d'une molécule ou d'un atome. Le rayonnement est un mode d'échange d'énergie par émission et absorption de radiations électromagnétiques. L'échange thermique par rayonnement se fait suivant le processus :

- **Emission.** Il y a conversion de l'énergie fournie à la source en énergie électromagnétique.
- **Transmission**. La transmission de cette énergie électromagnétique se fait par propagation des ondes avec éventuellement absorption par le milieu traversé.
- **Réception**. A la réception, il y a conversion du rayonnement électromagnétique incident en énergie thermique (absorption). **[2]**

2°. Condition de rayonnement d'un milieu

A la température du zéro absolu, les électrons ne peuvent se déplacer**.** Ils sont prisonniers des atomes. Par contre, tous les corps matériels, dont la température est supérieure à **0 K**, sont capables d'émettre de l'énergie sous forme de rayonnement et d'en échanger entre eux. Un corps à la température **T** émet des ondes de plusieurs fréquences différentes, et la répartition de cette énergie dépend de la température du corps. La quantité d'énergie émise est liée à la température. **[2]**

3°. Vitesse de propagation des ondes électromagnétiques.

Selon **Albert A. Michelson** la vitesse des ondes électromagnétiques dans le vide est $c = 3.10^{8} \left[m/s \right]$**.** Pour un milieu donné, la vitesse de propagation est donnée par :

$$v_P = \frac{c}{n} \tag{1.1}$$

4°. Longueur d'onde

A partir de la fréquence f (ou de la période T), de la vitesse de propagation dans le vide c, on peut déterminer la périodicité spatiale de l'onde λ_0 . **[2]**

$$\lambda_0 = cT = \frac{c}{f} \tag{1.2}$$

Dans un milieu homogène d'indice de réfraction n, la longueur d'onde électromagnétique, est donnée par **:**

$$\lambda = \frac{cT}{n} = \frac{\lambda_0}{n} \qquad \textbf{(1.3)}$$

5° Le spectre électromagnétique

- La source principale de rayonnement infrarouge est la chaleur. Plus un objet est chaud, plus il émet un rayonnement infrarouge.
- Tout objet dont la température est supérieure au zéro absolu **(0 K, -273,15°C)** émet un rayonnement dans la plage infrarouge.
- Le domaine de l'infrarouge se divise en **3** plages de longueurs d'onde:

  - Infrarouge court: de **0,78 µm** à **1,4 µm**

  - Infrarouge moyen: de **1,4 µm** à **3 µm**

  - Infrarouge long: de **3 µm** à **1 000 µm**
- Ces plages de longueur d'onde peuvent varier selon les domaines d'application, sans qu'elles s'éloignent significativement des valeurs références. **[3]**

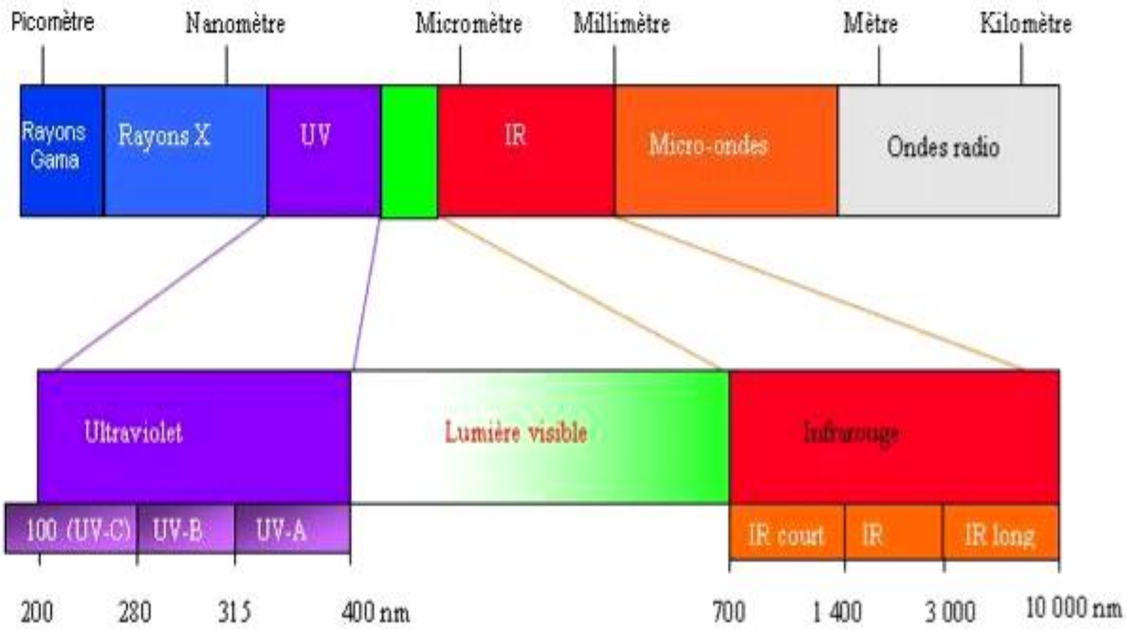

Figure 1.1 : *Position du domaine infrarouge dans le spectre électromagnétique*

1.3.3. Caractéristiques de la source de rayonnement

1.3.3.1. Flux rayonnant

1°. Définition

On appelle flux rayonnant d'une source **S, la** puissance rayonnée notée φ par **S** dans tout l'espace qui l'entoure, sur toutes les longueurs d'onde. Le flux φ s'exprime en Watt **(W).** Le flux envoyé par un élément de surface dS dans un angle solide élémentaire $d\Omega$ est noté $d^2\varphi$. Le flux envoyé dans tout l'espace par une surface élémentaire dS est noté $d\varphi$ **.** Le flux envoyé par une surface **S** dans l'angle solide $d\Omega$ entourant la direction O_Δ est noté $d\varphi_\Delta$.

Tel que **:**

$$d\varphi = \int_{\Omega} d^2\varphi \qquad \textbf{(1.4)}$$

Et

$$\varphi = \int_{s} d\varphi = \int_{\Omega} d\varphi_\Delta \qquad \textbf{(1.5)}$$

2°. Intensité énergétique dans une direction

On appelle intensité énergétique I_x le flux par unité d'angle solide émis par une surface dS dans un angle solide $d\Omega$ entourant la direction Δ **[2]**

$$I_x = \frac{d\varphi_x}{d\Omega} \qquad \textbf{(1.6)}$$

3°. Luminance énergétique dans une direction

Soit α l'angle fait par la normale $\vec{n}$ à la surface émettrice **S** avec la direction Δ **(Figure 1-1)**. La projection de dS sur le plan perpendiculaire à Δ définit la surface émettrice apparente $dS_\Delta = dS\cos\alpha$. L'intensité énergétique élémentaire dI_Δ dans la direction Δ par unité de surface émettrice apparente dS_Δ s'appelle la luminance énergétique L_Δ .**[2]** En partant de la relation **(1.6):**

$$L_\Delta = \frac{I_\Delta}{dS_\Delta} = \frac{I_\Delta}{dS\cos\alpha} = \frac{d^2\varphi_\Delta}{d\Omega dS\cos\alpha} \qquad \textbf{(1.7)}$$

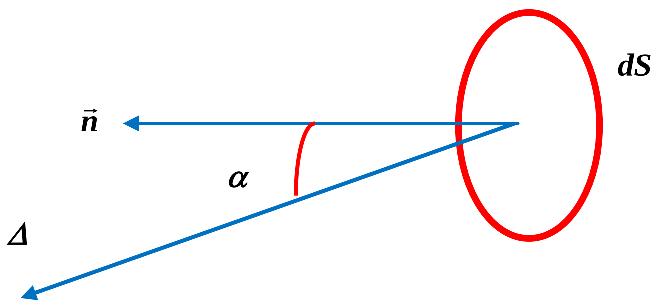

Figure 1.3 : *Schéma de définition des angles*

4° Formule de BOUGOUER

On déduit des définitions précédentes l'expression du flux $d^2\varphi_\Delta$ envoyé par un élément dS_i de luminance L_Δ sur un autre élément dS_k .

$$d^2\varphi_\Delta = I_\Delta d\Omega = L_\Delta dS_i \cos\alpha_i d\Omega \tag{1.8}$$

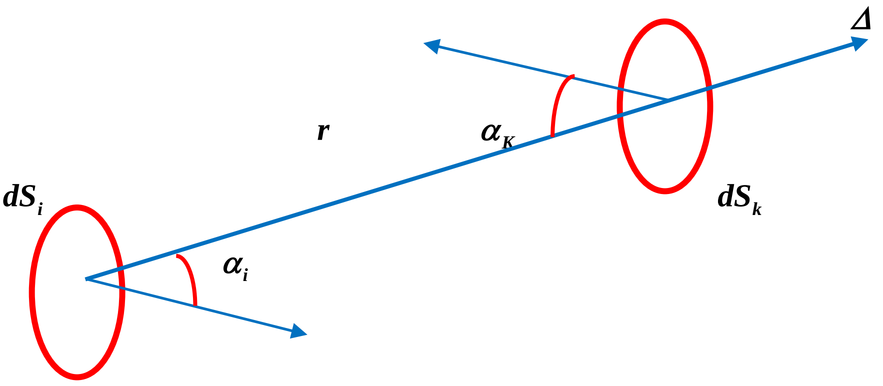

Figure 1.4 : *Schéma de définition des angles dans la formule de* ***BOUGOUER***

Où : $d\Omega$ est l'angle solide sous lequel on voit la surface dS_k depuis la surface dS_i donc :

$$d\Omega = \frac{dS_k \cos\alpha_k}{r^2} \tag{1.9}$$

D'où la formule de **BOUGOUER** :

$$d^2\varphi_\Delta = L_{i_\Delta} \frac{dS_i \cos\alpha_i dS_k \cos\alpha_k}{r^2} \tag{1.10}$$

1.3.3.2. Émittance énergétique

a. Émittance monochromatique

Un élément de surface dS émet un certain flux d'énergie par rayonnement dans toutes les directions du demi-espace. Ce flux est réparti sur un intervalle de longueurs d'ondes. Si l'on considère le flux d'énergie $d\varphi_\lambda^{\lambda+d\lambda}$ émis entre les deux longueurs d'ondes λ et $\lambda + d\lambda$, on définit l'émittance monochromatique d'une source à la température **T. [2]** par :

$$M_{\lambda T} = \frac{d\phi^{2\,\lambda+d\lambda}_{\lambda}}{dSd\lambda} \tag{1.11}$$

b. Emittance totale

C'est la densité de flux de chaleur émise par rayonnement par dS sur tout le spectre des longueurs d'ondes. Elle n'est plus fonction que de la température **T** et de la nature de la source.

$$M_T = \int_{\lambda=0}^{\lambda=\infty} M_{\lambda T} d\lambda = \frac{d\varphi}{dS} \qquad \textbf{(1.12)}$$

- **Cas de corps noir**

a. ***Emittance monochromatique***

Elle est donnée par la **loi de Planck** :

$$M_{O_{\lambda T}} = \frac{C_1 \lambda^{-5}}{exp(\frac{C_2}{\lambda T}) - 1} \qquad \textbf{(1.13)}$$

Avec :

C_1= 3,742.10^{-16} W.m^{-2}

C_2 = 1,4385.10^{-2} m.k.

La loi de **Planck** permet de tracer les courbes isothermes représentant les variations de $M_{O_{\lambda T}}$ en fonction de la longueur d'onde pour diverses températures :

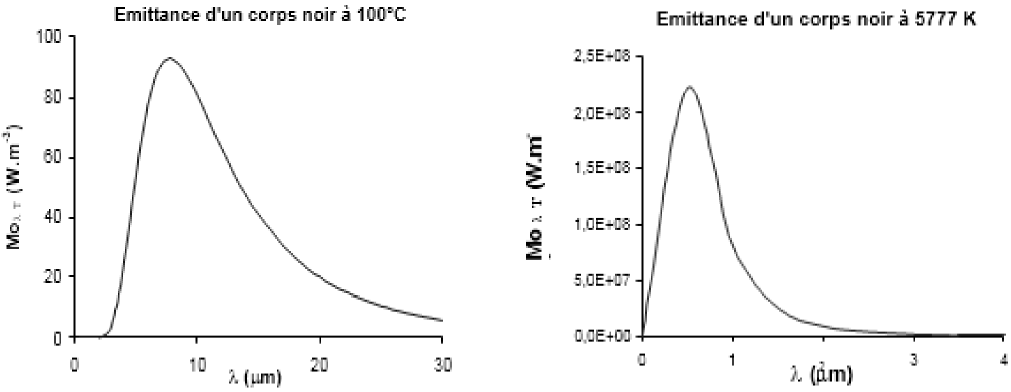

Figure 1.5 : *Emittance monochromatique d'un corps noir à deux températures différentes.*

b. ***Emittance totale***

L'intégration de la formule de **Planck** pour toutes les longueurs d'onde donne l'émittance totale M_{O_T} du corps noir qui n'est plus fonction que de la température **T**, on obtient la loi de **Stefan-Boltzmann :**

$$M_{O_T} = \sigma T^4 \qquad \textbf{(1.14)}$$

Avec σ **= 5,675.10^{-8} W.m^{-2}.K^{-4}**

Dans les calculs on écrira souvent :

$$M_{O_T} = 5{,}675\left(\frac{T}{100}\right)^4 \qquad \textbf{(1.15)}$$

c. Fraction de l'Emittance dans un intervalle donné de longueurs d'onde

C'est la fraction du flux émis par l'unité de surface du corps noir à la température **T** entre les longueurs d'ondes λ_1 et λ_2. **[4]**

$$F_{\lambda_1 T-\lambda_2 T}=\frac{\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} M_{O_{\lambda T}}d\lambda}{\int_{0}^{\infty} M_{O_{\lambda T}}d\lambda}=\frac{\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} M_{O_{\lambda T}}d\lambda}{\sigma T^4}=\frac{\int_{0}^{\lambda_2} M_{O_{\lambda T}}d\lambda-\int_{0}^{\lambda_1} M_{O_{\lambda T}}d\lambda}{\sigma T^4}=\frac{\int_{0}^{\lambda_2} M_{O_{\lambda T}}d\lambda}{\sigma T^4}-\frac{\int_{0}^{\lambda_1} M_{O_{\lambda T}}d\lambda}{\sigma T^4} \quad (1.16)$$

Ce qui peut également s'écrire :

$$F_{\lambda_1 T-\lambda_2 T}=F_{0-\lambda_2 T}-F_{0-\lambda_1 T} \quad (1.17)$$

Et $F_{0-\lambda T}$ à **T** constant :

$$F_{0-\lambda T}=\frac{1}{\sigma T^4}\int_0^{\lambda}\frac{C_1\lambda^{-5}}{exp(\frac{C_2}{\lambda T})-1}d\lambda=\frac{1}{\sigma}\int_0^{\lambda}\frac{C_1(\lambda T)^{-5}}{exp(\frac{C_2}{\lambda T})-1}Td\lambda=\frac{1}{\sigma}\int_0^{\lambda}\frac{C_1(\lambda T)^{-5}}{exp(\frac{C_2}{\lambda T})-1}d(\lambda T) \quad (1.18)$$

- **Corps non noirs**

a. Facteur d'émission ou émissivité

On définit les propriétés émissives des corps réels par rapport aux propriétés émissives du corps noir dans les mêmes conditions de température et de longueur d'onde et on les caractérise à l'aide de coefficients appelés facteurs d'émission ou émissivités. Ces coefficients monochromatiques ou totaux. **[1]** sont définis par :

$$\varepsilon_{\lambda T}=\frac{M_{\lambda T}}{M_{O_{\lambda T}}} \quad (1.19)$$

Et

$$\varepsilon_{T}=\frac{M_{T}}{M_{O_{T}}} \quad (1.20)$$

D'après **la loi de KIRCHOFF,** on montre que : $\alpha_{\lambda T}=\varepsilon_{\lambda T}$

- **Cas des corps gris**

Ils sont caractérisés par $\alpha_{\lambda T}=\alpha_T$ soit d'après ce qui précède : $\varepsilon_{\lambda T}=\varepsilon_T$

Or :

$$M_T=\varepsilon_T M_{O_T} \quad (1.21)$$

Nous en déduisons l'émittance du corps gris à la température T :

$$M_T=\varepsilon_T\sigma T^4 \quad (1.22)$$

1.3.3.3. Lois fondamentales

1° Loi de LAMBERT

Une source est isotrope si la luminance est indépendante de la direction x : $L_x = L$

$$L_X = \frac{dI_X}{dS_X} = \frac{dI_X}{dS\cos\alpha} \tag{1.23}$$

De l'égalité $L_x = L$. On déduit la loi de Lambert pour une source isotrope

$$\frac{dI_X}{dS} = L\cos\alpha \tag{1.24}$$

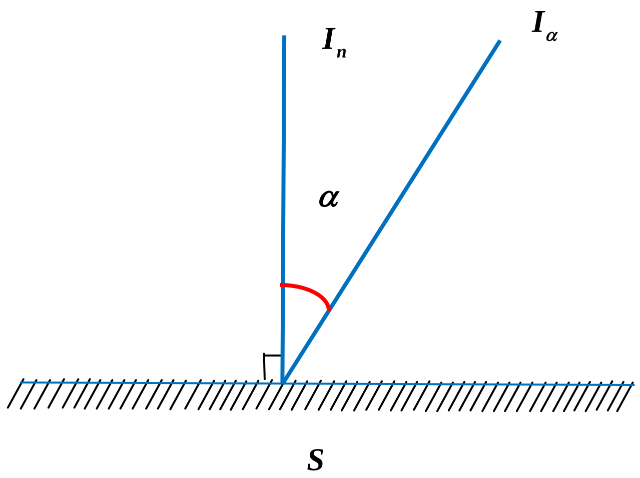

Figure 1.6 : *Schématisation de l'intensité énergétique.*

Ainsi l'indicatrice d'émission est une sphère tangente en **O** à la surface émettrice lorsque celle-ci suit la loi de **LAMBERT**

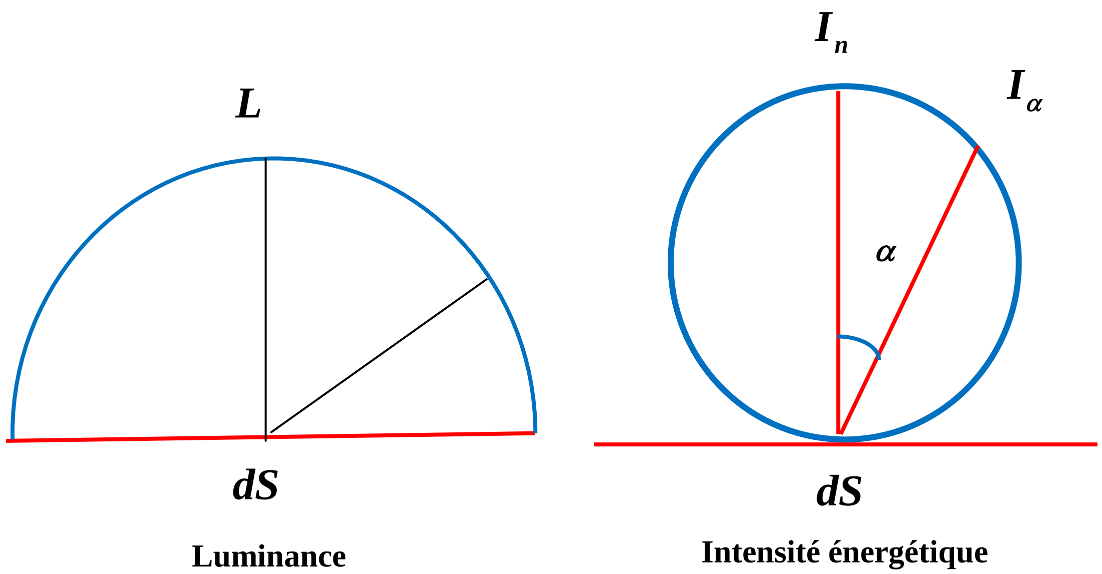

Figure 1.7 : *Schématisation de la luminance et de l'intensité énergétique d'une source isotrope.*

2°. Loi de KIRCHOFF

A une température **T** donnée et pour une longueur d'onde λ donnée, le rapport $\frac{M_{\lambda T}}{\alpha_{\lambda T}}$ est le même pour tous les corps.

- Pour le corps noir :

$$\alpha_{\lambda T} = 1$$

Le rapport $\frac{M_{\lambda T}}{\alpha_{\lambda T}}$ est donc égal à $M_{O_{\lambda T}}$ en appelant $M_{O_{\lambda T}}$ l'émittance monochromatique du corps noir, donc :

$$M_{\lambda T} = \alpha_{\lambda T} M_{O_{\lambda T}} \qquad \textbf{(1.25)}$$

L'émittance monochromatique de tout corps est égale au produit de son pouvoir absorbant monochromatique par l'émittance monochromatique du corps noir à la même température. D'où l'intérêt de connaître le rayonnement émis par le corps noir.

- **Cas des corps gris**

Dans le cas du corps gris, on peut généraliser cette loi ce qui facilite les applications. En effet pour un corps gris $\alpha_{\lambda T} = \alpha_T$ donc :

$$M_T = \int_{\lambda=0}^{\lambda=\infty} M_{\lambda T} d\lambda = \int_{\lambda=0}^{\lambda=\infty} \alpha_{\lambda T} M_{O_{\lambda T}} d\lambda = \alpha_T \int_{\lambda=0}^{\lambda=\infty} M_{O_{\lambda T}} d\lambda \qquad \textbf{(1.26)}$$

En appelant M_{O_T} l'émit tance totale du corps noir à la température **T**, nous obtenons pour un corps gris :

$$M_T = \alpha_\lambda M_{O_T} \qquad \textbf{(1.27)}$$

L'émittance totale M_T d'un corps gris à la température **T** est égal au produit de son pouvoir absorbant α_T par l'émit tance totale M_{O_T} du corps noir à la même température.

1.3.4. Caractéristique un récepteur de rayonnement

1.3.4.1. Eclairement

La notion d'´émittance est remplacée, pour un rayonnement incident, par l'éclairement de la surface réceptrice. L'´éclairement énergétique total d'une surface est le flux d'´énergie reçue par l'unité de surface réceptrice en provenance de l'ensemble des di- rections. Si Est l'aire de la surface réceptrice, le flux reçu, on à :

$$E = \frac{d\varphi}{dS} \qquad (1.28)$$

1.3.4.2. Phénomènes générés dans un récepteur de rayonnement

1°. Répartition d'un flux incident

Quand un rayon incident d'énergie φ_λ frappe un corps à la température **T.** Un parti $\varphi_\lambda \rho_{\lambda T}$ de l'énergie incidente est réfléchie par la surface **S**, une autre partie $\varphi_\lambda \alpha_{\lambda T}$ est absorbée par le corps qui s'échauffe et le reste $\varphi_\lambda \tau_{\lambda T}$. **[2]** Est transmis et continue son chemin :

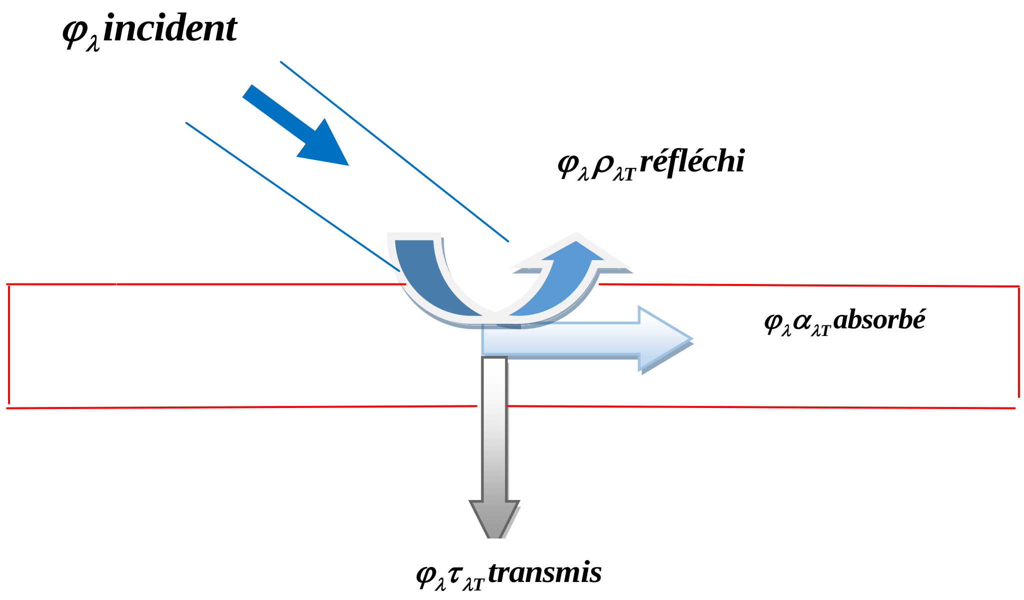

***Figure 1.8 :** Schématisation de la répartition d'un flux incident de rayonnement sur un*

On a évidemment :

$$\varphi_\lambda = \varphi_\lambda \rho_{\lambda T} + \varphi_\lambda \alpha_{\lambda T} + \varphi_\lambda \tau_{\lambda T} \qquad (1.29)$$

D'où :

$$\rho_{\lambda T} + \alpha_{\lambda T} + \tau_{\lambda T} = 1 \qquad (1.30)$$

On définit ainsi les pouvoirs monochromatiques réfléchissants $\rho_{\lambda T}$. Absorbant $\alpha_{\lambda T}$ et filtrant $\tau_{\lambda T}$ qui sont fonction de la nature du corps. De son épaisseur, de sa température **T**, de la longueur d'onde λ du rayonnement incident et de l'angle d'incidence. Si l'on considère l'énergie incidente sur tout le spectre des longueurs d'onde, on obtient les pouvoirs réfléchissants ρ_T , absorbant α_T et filtrant τ_T totaux. **[1]**

2°. Classification des récepteurs de rayonnement

a. Selon la prépondérance des phénomènes réflexion, transmission et absorption

En vue de classifier les milieux soumis au phénomène de rayonnement, en s'appuie d'une part sur la prépondérance de l'un des trois phénomènes suivants : réflexion, transmission et absorption et d'autre part sur la nature du milieu, et la longueur d'onde du rayonnement incident.

- **Milieux transparents**

Lorsqu'un rayonnement ne subit aucune atténuation lors de la traverser d'un milieu, on dit que le milieu est transparent pour ce rayonnement. C'est le cas du vide pour toutes les radiations, de certains gaz (N_2 , O_2 notamment) dans le visible et l'infrarouge. **[5]**

- **Milieux semi-transparents**

Certains milieux sont dits semi-transparents du fait qu'ils laissent partiellement l'onde électromagnétique se propager dans le milieu considéré. Dans ce cas, la propagation s'accompagne d'une absorption électromagnétique qui accroit l'énergie du milieu traversé. **[5]**

- **Milieux opaques**

La grande majorité des milieux solides et liquides sont « opaques », car ils arrêtent la propagation de tout rayonnement dès le contact avec leur surface. Ces milieux se réchauffent par absorption du rayonnement. **[5]**

b. Classification selon le pouvoir absorbant

- ***Corps noir***

C'est un corps qui absorbe toutes les radiations qu'il reçoit indépendamment de son épaisseur, de sa Température, de l'angle d'incidence et de la longueur d'onde du rayonnement incident, il est défini par : $\alpha_{\lambda T} = 1$. Une surface enduite de noir de fumée est approximativement un corps noir. **[2]**

Propriétés du corps noir :

- Tous les corps noirs rayonnent de la même manière.
- Le corps noir rayonne plus que le corps non noir à la même température.

- ***Corps gris***

Un corps gris est un corps dont le pouvoir absorbant $\alpha_{\lambda T}$ est indépendant de la longueur d'onde λ du rayonnement qu'il reçoit. Il est défini par : $\alpha_{\lambda T} = \alpha_T$ .En général, on considère les corps solides comme des corps gris par intervalle et on utilise un pouvoir absorbant moyen vis-à-vis du rayonnement émis pour $\lambda < 3\mu m$ (rayonnement émis par des corps à haute température comme le Soleil) et un pouvoir absorbant moyen vis-à-vis du rayonnement émis pour $\lambda > 3\mu m$ (rayonnement émis par les corps à faible température : atmosphère, absorbeur solaire...). On pourra à titre d'exemple considérer les valeurs suivantes pour la peinture blanche. **[6]**

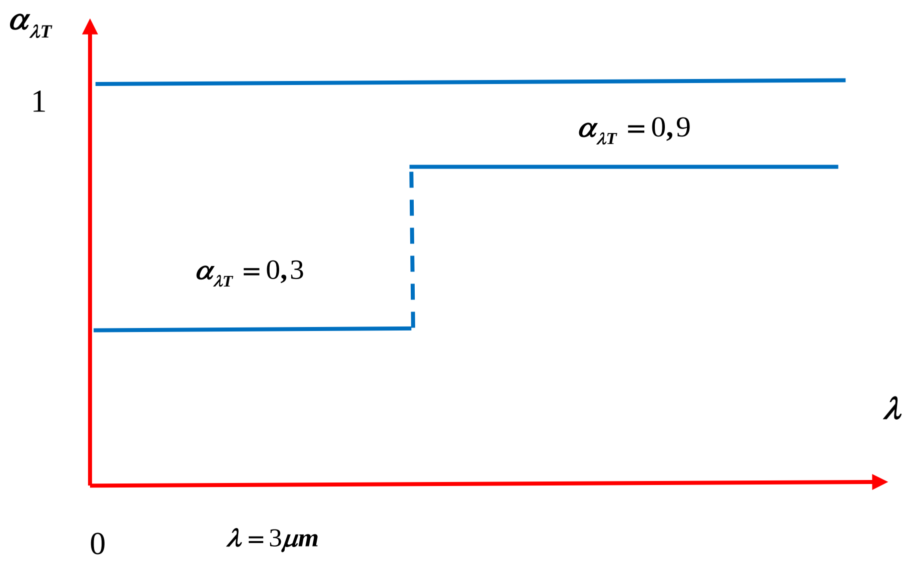

Figure 1.9 : *Représentation simplifiée du pouvoir absorbant monochromatique de la peinture blanche. Lois du rayonnement*

1.3.4.3. Rayonnement réciproque de plusieurs surfaces

a. *Radiosité et flux net perdu*

Le rayonnement qui quitte une surface S_i est la somme de son émission propre et de la réflexion d'une partie du rayonnement incident sur cette surface. On appelle radiosité, que l'on note J_i L'émittance apparente de la surface S_i. Donc :

$$J_i = \varepsilon_i \sigma T_i^4 + (1-\varepsilon_i)E_i \text{ [6]} \quad \textbf{(1.31)}$$

Avec E_i : Eclairement de la surface $S_i\left(W.m^{-2}\right)$

Considérons maintenant la surface S_i choisie parmi n surfaces isothermes et homogènes qui délimitent un volume :

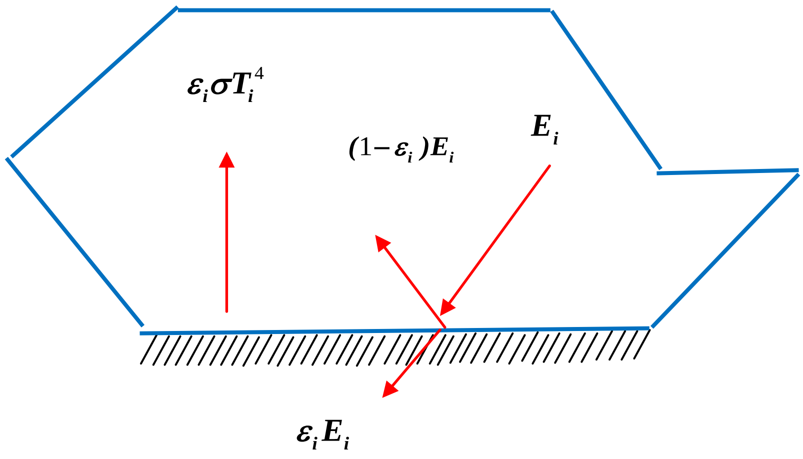

Figure 1.10 : *Schématisation des flux de rayonnement sur une surface.*

La densité d'énergie nette perdue par rayonnement par S_i s'écrit :

$$\phi_{i_{net}} = \varepsilon_i \sigma T_i^4 - \varepsilon_i E_i \text{ [4]} \quad \textbf{(1.32)}$$

En introduisant, d'après, la radiosité J_i par :

$$E_i = \frac{1}{1-\varepsilon_i}(J_i - \varepsilon_i \sigma T_i^4) \quad \textbf{(1.33)}$$

Nous obtenons :

$$\phi_{i_{net}} = \frac{\varepsilon_i}{1-\varepsilon_i}(\sigma T_i^4 - J_i) = \varepsilon_i(\sigma T_i^4 - E_i) = J_i - E_i \quad \textbf{(1.34)}$$

1.3.4.4. Facteur de forme géométrique

On considère une surface S_i qui sur toute son étendue à une émission apparente $\varphi_i = S_i J_i$

La surface S_i est environnée par un nombre n de surfaces et φ_i est envoyé sur toutes ces surfaces (la surface S_i peut également rayonner vers elle-même si elle est concave). Le flux apparent φ_i peut donc se décomposer de la manière suivante :

$$\varphi_i = \varphi_{i\to 1} + \varphi_{i\to 2} + \dots\dots\dots + \varphi_{i\to i} + \dots\dots\dots + \varphi_{i\to n} \text{ [3]} \tag{1.35}$$

Calculons $\varphi_{i\to k}$ qui est la part du flux quittant S_i qui atteint S_k :

D'après la formule de **BOUGOUER**. Le flux $d^2\varphi_{i\to k}$ envoyé par la surface élémentaire dS_i vers la surface élémentaire dS_k s'écrit :

$$d^2\varphi_{i\to k} = L_i \frac{dS_i \cos\alpha_i dS_k \cos\alpha_k}{r^2} \tag{1.36}$$

Avec :

$$L_i = \frac{J_i}{\pi} \tag{1.37}$$

Comme la surface grise S_i suit la **loi de LAMBERT.**

Nous en déduisons :

$$\varphi_{i\to k} = J_i \int_{S_i}\int_{S_k} \frac{\cos\alpha_i \cos\alpha_k}{\pi r^2} dS_i dS_k \tag{1.38}$$

Le facteur de forme géométrique f_{ik} de la surface S_i par rapport à la surface S_k est alors défini par la relation :

$$S_i f_{ik} = \int_{S_i}\int_{S_k} \frac{\cos\alpha_i \cos\alpha_k}{\pi r^2} dS_i dS_k \text{ [6]} \tag{1.39}$$

Il ne dépend que de la géométrie et de la disposition relative des surfaces S_i et S_k Le flux $\varphi_{i\to k}$ peut alors s'écrire simplement :

$$\varphi_{i\to k} = J_i f_{ik} S_i \tag{1.40}$$

Le facteur de forme géométrique f_{ik} s'interprète simplement comme la fraction du flux total émis-en

Apparence par $S_i\left(\varphi_i = J_i S_i\right)$ qui atteint la surface S_i

1.3.4.5. Les flux

Le flux $\varphi_{\rightarrow i}$ reçu par la surface S_i s'écrit :

$$\varphi_{\rightarrow i} = E_i S_i = \sum_{k=1}^{n} \varphi_{k\rightarrow i} \quad [6] \tag{1.41}$$

Or :

$$\varphi_{k\rightarrow i} = J_k S_k f_{ki} \tag{1.42}$$

D'où :

$$E_i S_i = \sum_{k=1}^{n} J_k S_k f_{ki} = \sum_{k=1}^{n} J_k S_i f_{ik} \tag{1.43}$$

En reportant cette expression dans **(1.31),** nous obtenons

$$J_i = \varepsilon_i \sigma T_i^4 + (1-\varepsilon_i)\sum_{k=1}^{n} J_k f_{ik} \tag{1.44}$$

Soit encore :

$$\sigma T_i^4 = \frac{J_i}{\varepsilon_i} + \frac{1}{\varepsilon_i}\sum_{k=1}^{n}(1-\varepsilon_i) J_k f_{ik} \tag{1.45}$$

En utilisant le symbole de **KRONECKER**, nous pouvons écrire :

$$J_i = \sum_{k=1}^{n} \delta_{ik} J_k \tag{1.46}$$

D'où :

$$\sum_{k=1}^{n} [\delta_{ik} - (1-\varepsilon_i) f_{ik}] J_k = \varepsilon_i \sigma T_i^4 \tag{1.47}$$

On écrit cette relation pour toutes les surfaces S_i dont on connaît les températures. Pour celles dont on connaît plutôt la densité de flux net perdue $\phi_{i_{net}}$ on utilise la relation :

$$\phi_{i_{net}} = J_i - E_i = J_i - \sum_{k=1}^{n} f_{ik} J_k \tag{1.48}$$

Qui peut encore s'écrire :

$$\sum_{k=1}^{n} (\delta_{ik} - f_{ik}) J_k = \phi_{i_{net}} \tag{1.49}$$