



III.1. Calcul des planchers :

III.1.1. Introduction :

Les planchers sont des aires planes limitant les étages et supportant les revêtements du sol; ils assurent deux fonctions principales:

➤ **Fonction de résistance** : les planchers supportant leur poids propre et les surcharges d'exploitation.

**Fonction d'isolation:** ils isolent thermiquement et acoustiquement les différents étages, pour notre projet, on adopte un plancher à corps creux qui est constitué par des poutrelles en béton armé sur lesquelles reposent les entrevous.

Les poutrelles sont disposées suivant la petite portée et elles travaillent dans une seule direction

III.1.2. Dimensionnement des poutrelles :

Notre projet à une surcharge modérée ( $Q \leq 5 \text{KN/m}^2$ ).

La hauteur du plancher est **20cm** soit **(16+4) cm**

Les poutrelles sont disposés perpendiculaire au sens porteur avec un espacement de 65cm entre axes.

Hauteur du plancher :  **$h_t = 20 \text{ cm}$**  soit **(16+4)**

Épaisseur de la dalle de compression:  **$h_0 = 4 \text{ cm}$**

Largeur de la nervure:  **$b_0 = 12 \text{ cm}$**

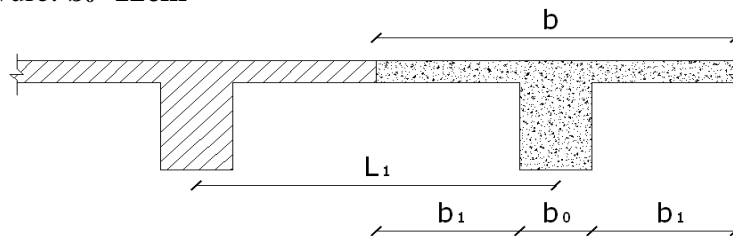


Figure III.1. Plancher à corps creux

• **Calcul de la largeur (b) de la poutrelle :**

Le calcul de la largeur "b" se fait à partir des conditions suivantes:

$b = 2b_1 + b_0$  ..... (1)

La portée maximale est :  $L = 3,58 \text{ m}$        $l_1 = 65 \text{ cm}$

$$b_1 = (b - b_0) / 2 = \min \begin{cases} b_1 \leq (l_1 - b_0) / 2 \\ b_1 \leq L / 10 \Rightarrow \min \\ 6h_0 \leq b_1 \leq 8h_0 \end{cases} \begin{cases} b_1 \leq (65 - 12) / 2 = 26,5 \text{ cm} \\ b_1 \leq 358 / 10 = 35,8 \text{ cm} \\ 24 \leq b_1 \leq 32 \text{ cm} \end{cases}$$

On prend:  $b_1 = 26,5 \text{ cm}$ .

(1)  $\Rightarrow b = 2(26,5) + 12 = 65 \text{ cm}$ .      Donc on prend  **$b = 65 \text{ cm}$**





**III.1.3. Méthodes de calcul des poutrelles :**

**III.1.3.1. Planchers étages courants :**

**Méthode forfaitaire :** Le BAEL 91/99 propose cette méthode simplifiée applicable aux planchers courants si les conditions ci-après sont satisfaites.

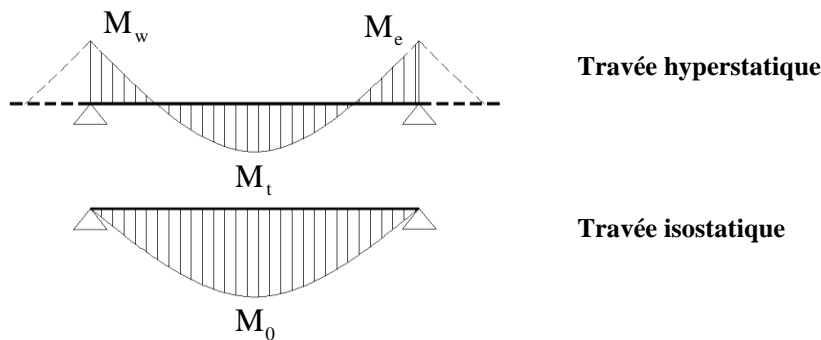
**1. Les conditions d'application de la méthode forfaitaire :**

Cette méthode est applicable si les quatre conditions suivantes sont remplies :

1. La charge d'exploitation  $Q \leq \max (2G ; 5\text{KN/m}^2)$
2. Les moments d'inerties des sections transversales sont les même dans les différentes travées.
3. Le rapport des portées successives est compris entre 0,8 et 1,25  
 **$0,8 \leq l_i / l_{i+1} \leq 1,25$**
4. La fissuration est considérée comme non préjudiciable.

**2. Principe de calcul :**

Il exprime les maximaux en travée et sur appuis (droit et gauche) en fonction des moments fléchissant isostatiques "M<sub>0</sub>" de la travée indépendante.



Selon le BAEL 91/99, les valeurs de  $M_w$ ,  $M_t$ ,  $M_e$  doivent vérifier les conditions suivantes:

- $M_t \geq \max [1,05M_0 ; (1+0,3\alpha)M_0] - (M_w+M_e)/2.$
- $M_t \geq (1+0,3\alpha) M_0/2. . . . .$  cas d'une travée intermédiaire.
- $M_t \geq (1,2+0,3\alpha) M_0/2 . . . . .$  cas d'une travée de rive.

$M_0$  : Le moment maximal isostatique dans la travée indépendante.

$M_t$  : Le moment maximal dans la travée étudiée.

$M_w$  : Le moment sur l'appui gauche de la travée.

$M_e$  : Le moment sur l'appui droit de la travée.

$\alpha$  :  $Q / (G+Q)$  le rapport des charge d'exploitation a la somme des charges permanentes et d'exploitation.

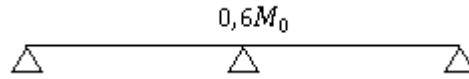




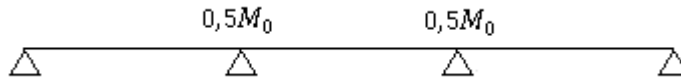
**3. Les valeurs des moments aux appuis:**

Les valeurs absolues des moments sur appuis sont évaluées selon le nombre des travées :

- Poutre continue a deux travées :



- Poutre continue a trois travées



- Poutre continue a plus de quatre travées:

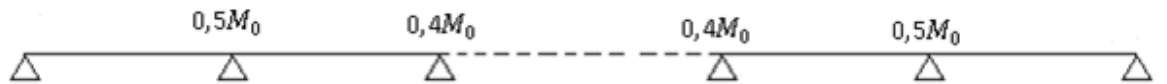
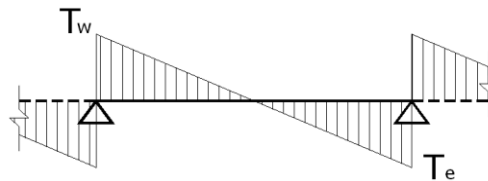


Figure III.2 : Schémas explicatifs (méthode forfaitaire).

**4. Efforts tranchants :**

L'étude de l'effort tranchant permet de vérifier l'épaisseur de l'âme et de déterminer les armatures transversales et l'épaisseur d'arrêt des armatures longitudinales  
Le règlement BAEL 91/99, prévoit que seul l'état limite ultime est vérifié:

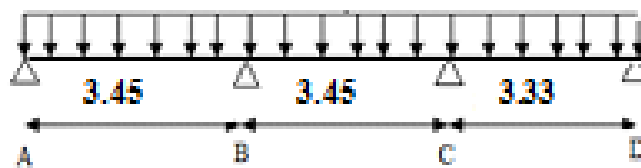


- $T_w = Ql/2 + (M_w - M_e)/l$
- $T_e = Ql/2 - (M_w - M_e)/l$

**III.1.4. Étude des poutrelles : 1) Etage courant :**

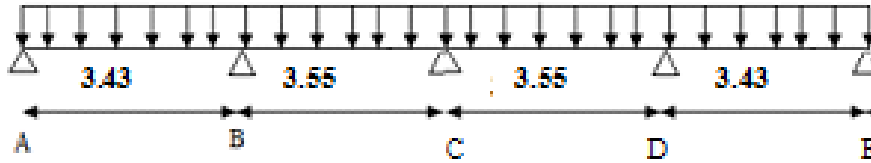
- **Type des poutrelles :** on a (04) type des poutrelles:

Type (1)

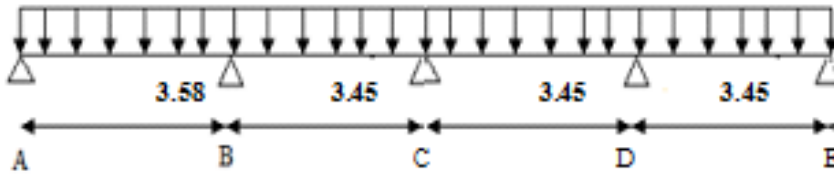




Type (2)



Type (3)



Type (4)

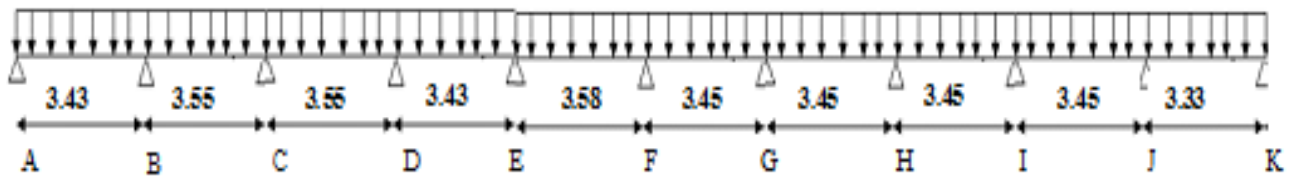


Figure III.3 : Schéma statique des poutrelles.

1.4. Exemple de calcul :

Type(02) :

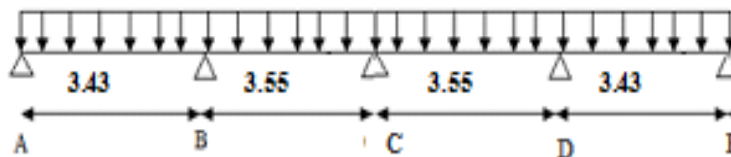


Figure III.4: Poutrelle à quatre travées.

III.1.4.1. Vérification des conditions d'application de la méthode forfaitaire :

1- la charge d'exploitation  $Q \leq \max(2G, 5\text{KN/m}^2)$

Planchers étages courant :  $G = 5,10 \text{ KN/m}^2$  ;  $Q = 1,50 \text{ KN/m}^2$

$Q = 1,50 \text{ KN/m}^2 < 2G = 10,20 \text{ KN/m}^2$ .....condition vérifiée

2- le rapport entre les travées successives





Tableau III.1 le rapport entre les travées successives

Travées	A-B	B-C	C-D	D-E
Portée	3,43	3,55	3,55	3,43
Rapport		0,97	1,00	1,03

$0,8 \leq L_i/L_{i+1} \leq 1,25$  .....condition vérifiée

3- Poutrelle à d'inertie constante ( $I=cte$ ).....condition vérifiée

4- Fissuration peu préjudiciable (cas de plancher étage).

Puisque toutes les conditions sont satisfaites pour les plancher étage, la méthode forfaitaire est applicable.

- **Les charges**

Le plancher d'étage courant comporte « 04 » types des poutrelles

D'où :

$$G = 5,10 \text{ kN/m}^2$$

$$Q = 1,50 \text{ kN/m}^2$$

- **à l'E.L.U :**

**Plancher courant :**

$$\begin{cases} G = 5,10 \times 0,65 = 3,315 \text{ kN/ml} \\ Q = 1,5 \times 0,65 = 0,975 \text{ kN/ml} \end{cases} \begin{cases} Q_u = 5,94 \text{ kN/ml} \\ Q_s = 4,29 \text{ kN/ml} \end{cases}$$

- **Calcul des Sollicitation :**

- **Calcul des moments isostatiques :**

$$\text{Travée AB : } M = q_u L^2 / 8 = 8,73 \text{ kN.m}$$

$$\text{Travée BC : } M = q_u L^2 / 8 = 9,36 \text{ kN.m}$$

$$\text{Travée CD : } M = q_u L^2 / 8 = 9,36 \text{ kN.m}$$

$$\text{Travée DE : } M = q_u L^2 / 8 = 8,73 \text{ kN.m}$$





- Calcul des moments sur appuis :

$$M_A = M_E = 0,2 M_{AB} = 1,746 = 1,750 \text{ kN.m}$$

$$M_B = 0,5 \text{Max} (M_{AB}, M_{BC}) = 0,5 M_{BC} = 4,680 \text{ kN.m}$$

$$M_C = 0,4 \text{Max} (M_{BC}, M_{CD}) = 0,4 M_{BC} = 3,744 \text{ kN.m}$$

$$M_D = 0,5 \text{Max} (M_{CD}, M_{DE}) = 0,5 M_{CD} = 4,680 \text{ kN.m}$$

- Calcul des moments En travées :

- $M_t \geq \max [1,05M_0 ; (1+0,3\alpha)M_0] - (M_w+M_e)/2$ .
- $M_t \geq (1+0,3\alpha) M_0/2$  . . . . . cas d'une travée intermédiaire.
- $M_t \geq (1,2+0,3\alpha) M_0/2$  . . . . . cas d'une travée de rive.

$$\alpha = \frac{Q}{(Q+G)} = 0,227$$

$$M_t \geq \max [1,05M_0 ; (1+0,3\alpha)M_0] - (M_w+M_e)/2$$

$$\Rightarrow M_t \geq \max[1,05M_0 ; 1,07M_0] - M_w + M_e/2$$

$$\left\{ \begin{array}{l} M_t \geq 1,07M_0 - \frac{M_w + M_e}{2} \\ \frac{1 + 0,3\alpha}{2} = 0,534 \text{ (travée intermédiaire)} \\ (1,2 + 0,3\alpha)/2 = 0,634 \text{ (travée de rive)} \end{array} \right.$$

1) Travée AB :(travée de rive)

$$\left\{ \begin{array}{l} M_t \geq 1,07M_{AB} - \frac{M_A + M_B}{2} = 6,130 \text{ kN.m} \\ M_t \geq 0,634 M_{AB} = 5,53 \text{ kN.m} \end{array} \right. \Rightarrow M_t = 6,13 \text{ kN.m}$$

2) Travée BC : (travée intermédiaire)

$$\left\{ \begin{array}{l} M_t \geq 1,07M_{BC} - \frac{M_B + M_C}{2} = 5,80 \text{ kN.m} \\ M_t \geq 0,534 M_{BC} = 4,99 \text{ kN.m} \end{array} \right. \Rightarrow M_t = 5,80 \text{ kN.m}$$

3) Travée CD : (travée intermédiaire)

$$\left\{ \begin{array}{l} M_t \geq 1,07M_{CD} - \frac{M_C + M_D}{2} = 5,80 \text{ kN.m} \\ M_t \geq 0,534 M_{BC} = 4,99 \text{ kN.m} \end{array} \right. \Rightarrow M_t = 5,80 \text{ kN.m}$$





## 4) Travée DE : (travée de rive)

$$\begin{cases} M_t \geq 1.07M_{AB} - \frac{M_A + M_B}{2} = 6,130 \text{ kN.m} \\ M_t \geq 0,634 M_{AB} = 5,53 \text{ kN.m} \end{cases} \Rightarrow M_t = 6.13 \text{ kN.m}$$

## ◆ Efforts tranchants :

Les valeurs des efforts tranchants de chaque travées sont calculées selon la formule suivante :

$$\begin{cases} T_w = \frac{M_i - M_{i+1}}{L_i} + q_u \frac{L_i}{2} \\ T_e = \frac{M_i - M_{i+1}}{L_i} - q_u \frac{L_i}{2} \end{cases} \quad \text{Avec : } \begin{cases} T_w : \text{effort tranchant a droit} \\ T_e : \text{effort tranchant a gauche} \end{cases}$$

$$\text{Travée (A-B)} \begin{cases} T_w = \frac{1,75 - 4,68}{3,43} + 5,94 \frac{3,43}{2} = 9,33 \text{ KN} \\ T_e = \frac{1,75 - 4,68}{3,43} - 5,94 \frac{3,43}{2} = -11,04 \text{ KN} \end{cases}$$

$$\text{Travée (B-C)} \begin{cases} T_w = \frac{4,68 - 3,74}{3,55} + 5,94 \frac{3,55}{2} = 10,81 \text{ KN} \\ T_e = \frac{4,68 - 3,74}{3,55} - 5,94 \frac{3,55}{2} = -10,28 \text{ KN} \end{cases}$$

$$\text{Travée (C-D)} \begin{cases} T_w = \frac{3,74 - 4,68}{3,55} + 5,94 \frac{3,55}{2} = 10,28 \text{ KN} \\ T_e = \frac{3,74 - 4,68}{3,55} - 5,94 \frac{3,55}{2} = -10,81 \text{ KN} \end{cases}$$

$$\text{Travée (D-E)} \begin{cases} T_w = \frac{4,68 - 1,75}{3,43} + 5,94 \frac{3,43}{2} = 10,04 \text{ KN} \\ T_e = \frac{4,68 - 1,75}{3,43} - 5,94 \frac{3,43}{2} = -9,33 \text{ KN} \end{cases}$$





◆ Les diagrammes :

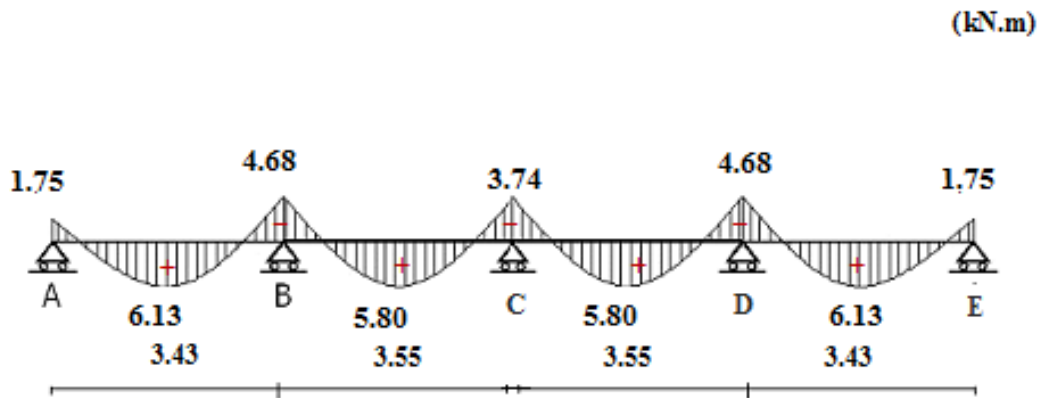


Fig. III.5: Diagramme des moments fléchissant (ELU).

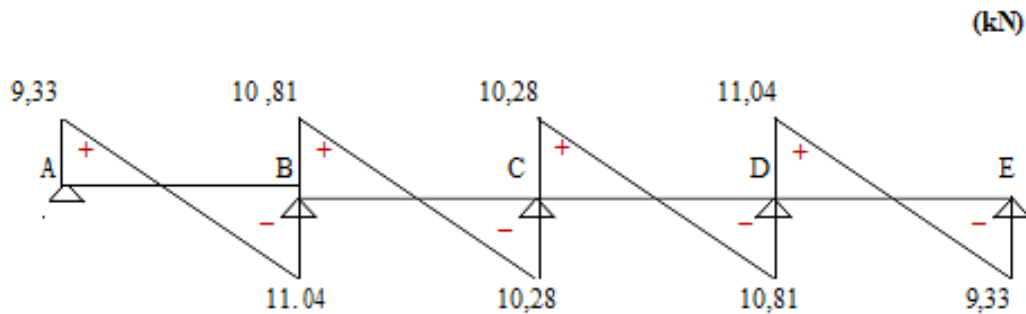


Fig. III.6: Diagramme des efforts tranchants(ELU).

Tableaux III.2:Récapitulatif des résultats obtenus aux planchers courants:

Type de poutrelle	Travées	L(m)	ELU				
			Mt (kN.m)	Mw (kN.m)	Me (kN.m)	Tw (kN)	Te (kN)
Type (01)	AB	3,45	5,76	1,65	4,42	9,44	11,05
	BC	3,45	5,02	4,42	4,42	10,25	10,25
	CD	3,33	6,35	4,42	1,77	10,69	9,94







<b>Type (03)</b>	<b>AB</b>	3,58	6,85	1,904	4,76	9,83	11,43
	<b>BC</b>	3,45	5,76	4,76	3,54	10,60	9,89
	<b>CD</b>	3,45	5,48	3,54	4,42	9,99	10,50
	<b>DE</b>	3,45	6,36	4,42	1,768	11,02	9,48
<b>Type (04)</b>	<b>AB</b>	3,43	6,14	1,748	4,68	7,25	13,12
	<b>BC</b>	3,55	5,83	4,68	3,74	10,81	10,28
	<b>CD</b>	3,55	6,27	3,74	3,74	10,12	10,54
	<b>DE</b>	3,43	5,58	3,74	3,81	10,63	10,26
	<b>EF</b>	3,58	6,38	3,81	3,81	10,32	10,63
	<b>FG</b>	3,45	5,78	3,81	3,54	10,32	10,17
	<b>GH</b>	3,45	5,92	3,54	3,54	10,25	10,25
	<b>HI</b>	3,45	5,92	3,54	5,54	10,25	10,25
	<b>IJ</b>	3,45	5,48	5,54	4,42	9,37	11,13
	<b>JK</b>	3,33	5,77	4,42	1,65	10,72	9,06



**À PELS :**

$$Q_s = G + Q = 3,315 + 0,975 = 4,29 \text{ kN/ml}$$

- **Calcul des moments isostatiques :**

$$\text{Travée AB : } M = q_s L^2 / 8 = 6,31 \text{ kN.m.}$$

$$\text{Travée BC : } M = q_s L^2 / 8 = 6,76 \text{ kN.m.}$$

$$\text{Travée CD : } M = q_s L^2 / 8 = 6,76 \text{ kN.m.}$$

$$\text{Travée DE : } M = q_s L^2 / 8 = 6,31 \text{ kN.m.}$$

- **Calcul des moments sur appuis:**

$$M_A = M_E = 0,2 M_{AB} = 1,262 \text{ kN.m}$$

$$M_B = 0,5 \text{Max} (M_{AB}, M_{BC}) = 0,5 M_{BC} = 3,380 \text{ kN.m}$$

$$M_C = 0,4 \text{Max} (M_{BC}, M_{CD}) = 0,4 M_{BC} = 2,704 \text{ kN.m}$$

$$M_D = 0,5 \text{Max} (M_{CD}, M_{DE}) = 0,5 M_{CD} = 3,380 \text{ kN.m}$$

- **Calcul des moments en travées :**

- **Travée AB : (travée de rive)**

$$\begin{cases} M_t \geq 1,07 M_{AB} - \frac{M_A + M_B}{2} = 4,43 \text{ kN.m} \\ M_t \geq 0,634 M_{AB} = 4,00 \text{ kN.m} \end{cases} \Rightarrow M_t = 4,43 \text{ kN.m}$$

- **Travée BC : (travée intermédiaire)**

$$\begin{cases} M_t \geq 1,07 M_{BC} - \frac{M_B + M_C}{2} = 4,19 \text{ kN.m} \\ M_t \geq 0,534 M_{BC} = 3,61 \text{ kN.m} \end{cases} \Rightarrow M_t = 4,19 \text{ kN.m}$$

- **Travée CD : (travée intermédiaire)**

$$\begin{cases} M_t \geq 1,07 M_{CD} - \frac{M_C + M_D}{2} = 4,19 \text{ kN.m} \\ M_t \geq 0,534 M_{BC} = 3,61 \text{ kN.m} \end{cases} \Rightarrow M_t = 4,19 \text{ kN.m}$$





▪ Travée DE : (travée de rive)

$$\begin{cases} M_t \geq 1.07M_{AB} - \frac{M_A + M_B}{2} = 4,43 \text{ kN.m} \\ M_t \geq 0,634 M_{AB} = 4,00 \text{ kN.m} \end{cases} \Rightarrow M_t = 4,43 \text{ kN.m}$$

• Efforts tranchants :

Les valeurs des efforts tranchants de chaque travée sont calculées selon la formule suivant :

$$\begin{cases} Tw = \frac{M_i - M_{i+1}}{Li} + q_u \frac{Li}{2} \\ Te = \frac{M_i - M_{i+1}}{Li} - q_u \frac{Li}{2} \end{cases} \quad \text{Avec : } \begin{cases} Tw : \text{effort tranchant a droit} \\ Te : \text{effort tranchant a gauche} \end{cases}$$

$$\text{Travée (A-B)} \begin{cases} Tw = \frac{1,262 - 3,38}{3,43} + 4,29 \frac{3,43}{2} = 6,73 \text{ KN} \\ Te = \frac{1,262 - 3,38}{3,43} - 4,29 \frac{3,43}{2} = -7,97 \text{ KN} \end{cases}$$

$$\text{Travée (B-C)} \begin{cases} Tw = \frac{3,38 - 2,704}{3,55} + 4,29 \frac{3,55}{2} = 7,80 \text{ KN} \\ Te = \frac{3,38 - 2,704}{3,55} - 4,29 \frac{3,55}{2} = -7,42 \text{ KN} \end{cases}$$

$$\text{Travée (C-D)} \begin{cases} Tw = \frac{2,704 - 3,38}{3,55} + 4,29 \frac{3,55}{2} = 7,42 \text{ KN} \\ Te = \frac{2,704 - 3,38}{3,55} - 4,29 \frac{3,55}{2} = -7,80 \text{ KN} \end{cases}$$

$$\text{Travée (D-E)} \begin{cases} Tw = \frac{3,38 - 1,262}{3,43} + 4,29 \frac{3,43}{2} = 7,97 \text{ KN} \\ Te = \frac{3,38 - 1,262}{3,43} - 4,29 \frac{3,43}{2} = -6,73 \text{ KN} \end{cases}$$





• Les diagrammes :

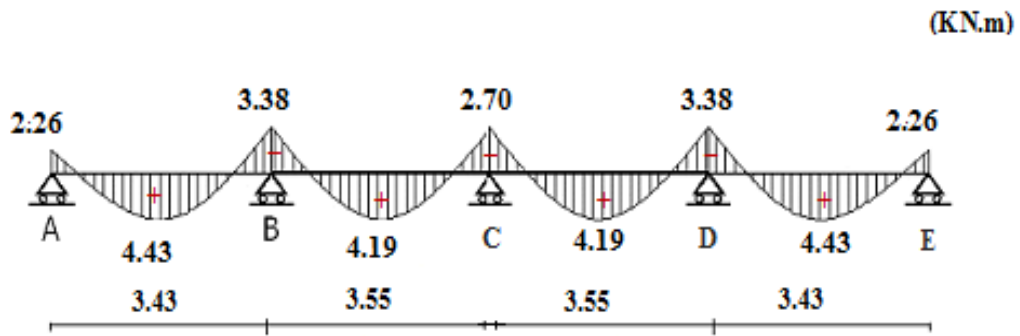


Fig. III.7: Diagramme des moments fléchissant (ELS)

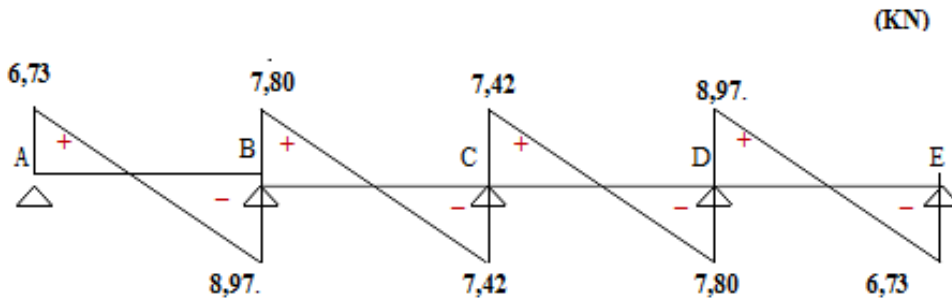


Fig. III.8: Diagramme des efforts tranchants (ELS).

Tableaux III.3:Récapitulatif des résultats obtenus aux planchers courants:

Type de poutrelle	travée	L(m)	ELS				
			Mt (kN.m)	Mw (kN.m)	Me (kN.m)	Tw (kN)	Te (kN)
Type (01)	AB	3,45	4,59	1,28	3,19	6,84	7,95
	BC	3,45	3,64	3,19	3,19	7,40	7,40
	CD	3,33	4,64	3,19	1,19	7,74	6,54





<b>Type (03)</b>	<b>AB</b>	3,58	4,95	1,37	3,43	7,10	8,25
	<b>BC</b>	3,45	3,84	3,43	2,55	7,65	7,14
	<b>CD</b>	3,45	3,96	2,55	3,19	7,21	7,58
	<b>DE</b>	3,45	4,59	3,19	1,28	7,95	6,85
<b>Type (04)</b>	<b>AB</b>	3,43	4,43	1,26	1,26	6,74	7,97
	<b>BC</b>	3,55	3,67	3,38	3,38	7,81	7,42
	<b>CD</b>	3,55	4,53	2,70	2,70	7,61	7,61
	<b>DE</b>	3,43	4,03	2,70	2,70	7,34	7,37
	<b>EF</b>	3,58	4,60	2,75	2,75	7,68	7,68
	<b>FG</b>	3,45	4,18	2,75	2,75	7,46	7,34
	<b>GH</b>	3,45	4,28	2,55	2,55	7,40	7,40
	<b>HI</b>	3,45	4,28	2,55	2,55	7,40	7,40
	<b>IJ</b>	3,45	3,96	2,55	2,55	7,21	7,58
	<b>JK</b>	3,33	4,18	3,19	1,19	7,74	6,54

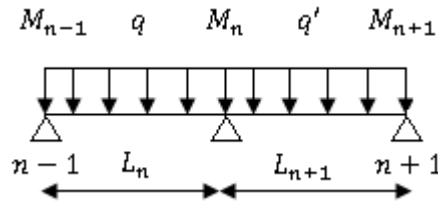




**Plancher terrasse :**

- **Méthode des trois moments:**

En isolant deux travées adjacentes d'une poutre à plusieurs travées, qui sont chargées d'une manière quelconque.



**Figure III.9.**Poutre à plusieurs travées.

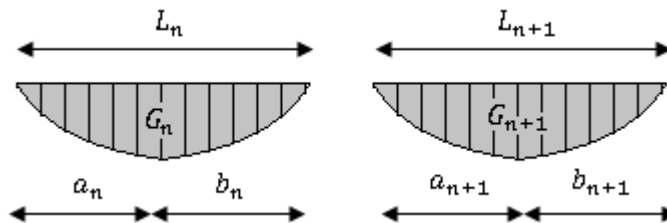
On a un système statiquement indéterminé, il est nécessaire de compléter les équations statiques disponibles par d'autres méthodes basées sur la déformation du système.

Avec :

$M_{n-1}, M_n$  et  $M_{n+1}$  : Les moments de flexion aux appuis (n-1), (n) et (n+1), Ils supposés positifs.

Suivant les conditions aux limites et les conditions de continuité on a :  $\theta' = \theta''$ .

Les moments de flexion pour chacune des travées  $L_n$  et  $L_{n+1}$  sous les charges connues q et q' peuvent être tracé selon la méthode classique,  $M_{n-1}, M_n$  et  $M_{n+1}$  sont provisoirement omis.



**Figure III.10** Schéma expliquant la méthode des trois moments.

$G_n$  et  $G_{n+1}$  : Les centres de gravité des aires des diagrammes des moments.

$a_n, b_n, a_{n+1}$  et  $b_{n+1}$  : Les longueurs de part et d'autre du centre de gravité.

$S_n$  et  $S_{n+1}$  : Les aires des diagrammes des moments pour les travées  $L_n$  et  $L_{n+1}$ .

$$\theta' = \theta'_{(M_{n-1})} + \theta'_{(M_n)} + \theta'(q)$$





Selon le théorème des aires des moments, on aura :

$$\begin{aligned} \theta' &= \frac{S_n \times a_n}{L_n \times EI} + \frac{M_{n-1} \times L_n}{6EI} + \frac{M_n \times L_n}{3EI} \text{ et } \theta'' \\ &= \frac{S_{n+1} \times b_{n+1}}{L_{n+1} \times EI} + \frac{M_n \times L_{n+1}}{3EI} + \frac{M_{n+1} \times L_{n+1}}{6EI} \\ \theta' = \theta'' &\Leftrightarrow (M_{n-1} \times L_n) + 2M_n(L_n + L_{n+1}) + (M_{n+1} \times L_{n+1}) \\ &= -6 \left[ \frac{S_n \times a_n}{L_n} + \frac{S_{n+1} \times b_{n+1}}{L_{n+1}} \right] \end{aligned}$$

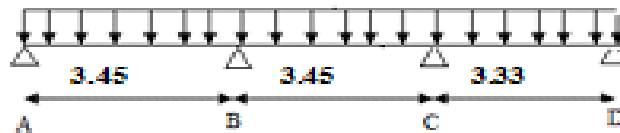
Cette équation est appelée « équation de Clapeyron », le théorème des trois moments est applicable à tous types de chargement

**III.1.5 Étude des poutrelles :**

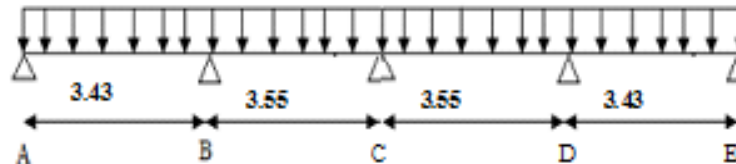
**2) Plancher terrasse :**

**Plancher terrasse niveau 22,86m :**

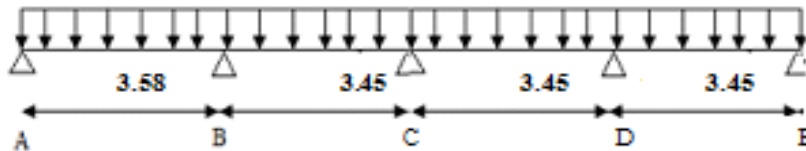
Type (01) :



Type(2)



Type (3)



Type(4)

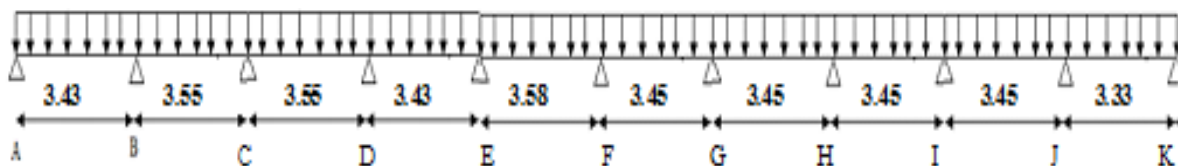


Figure III.11 : Schéma statique des poutrelles





• **Les charges**

$$\begin{cases} G = 6,48 \times 0,65 = 4,212 \text{ KN/ml} \\ Q = 1 \times 0,65 = 0,65 \text{ KN/ml} \end{cases} \begin{cases} Q_u = 6,66 \text{ KN/ml} \\ Q_s = 4,862 \text{ KN/ml} \end{cases}$$

Puisque la fissuration est considérée comme étant préjudiciable, la méthode forfaitaire n'est pas valable, on passe à la méthode des trois moments.

**1.5.1. Exemple de calcul: Type(02) :**

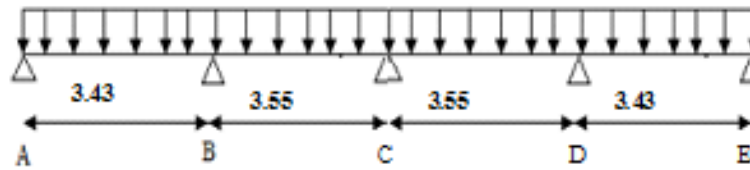


Figure III.12: Poutrelle à quatre travées

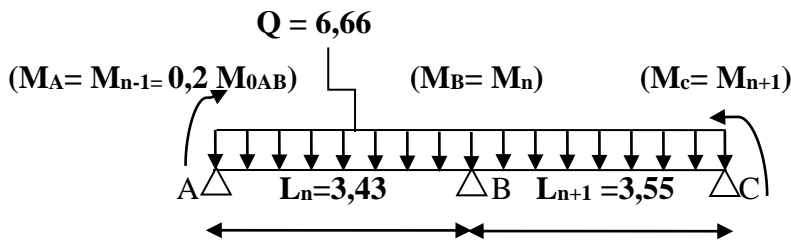
Pour La plancher terrasse :  $G = 6,48 \text{ kN/m}^2$

$Q = 1,00 \text{ kN/m}^2$

Le calcul se fait selon la formule:

$$M_{(n-1)} \cdot L_n + 2M_n (L_n + L_{(n+1)}) + M_{(n+1)} \cdot L_{(n+1)} = -6 \left[ \frac{S_n \cdot a_n}{L_n} + \frac{S_{(n+1)} \cdot b_{(n+1)}}{L_{(n+1)}} \right]$$

♦ **En isolant deux travées, A-B et B-C**



**1. travée AB**

$$M_{0AB} = Ql^2/8 = 9,79 \text{ KN.m}$$

$$\begin{aligned} a_n = b_n = 1,715 \text{ m} \quad ; \quad S_n = 2/3 \cdot L_n \cdot M_{0AB} &= \frac{2}{3} \cdot 3,43 \times 9,79 \\ &= 22,39 \text{ m}^2 \end{aligned}$$







2. travée BC

$$M_{0BC} = Ql^2/8 = 10,49 \text{ KN.m}$$

$$a_{n+1} = b_{n+1} = 1,775 \text{ m}$$

$$S_{n+1} = 2/3 \cdot L_{n+1} \cdot M_{0BC} = \frac{2}{3} \times 3,55 \times 10,49 = 24,83 \text{ m}^2$$

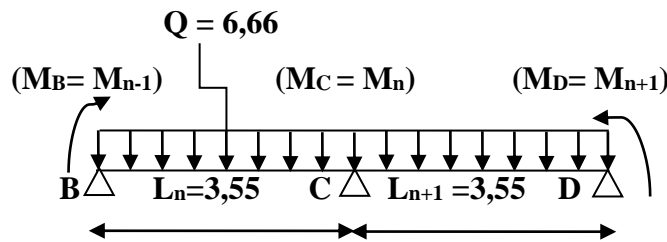
$$\begin{aligned} \Rightarrow 3,43M_A + 2(3,43 + 3,55) M_B + 3,55M_C \\ = -6[(22,39 \times 1,715/3,43) + (24,83 \times 1,775/3,55)] \end{aligned}$$

$$M_A = -0,2. M_{0AB} = -1,958 \text{ kN.m}$$

$$6,71 + 13,96M_B + 3,55M_C = -141,66$$

$$13,96M_B + 3,55M_C + 134,95 = 0 \dots \dots \dots (\alpha)$$

- ♦ travées, B-C et C-D:



3. travée BC:

$$M_{0BC} = Ql^2/8 = 10,49 \text{ KN.m}$$

$$a_n = b_n = 1,775 \text{ m}$$

$$S_n = \frac{2}{3} \cdot L_n \cdot M_{0BC} = \frac{2}{3} \times 3,55 \times 10,49 = 24,83 \text{ m}^2$$

4. travée CD:

$$M_{0CD} = Ql^2/8 = 10,49 \text{ KN.m}$$

$$a_{n+1} = b_{n+1} = 1,775 \text{ m}$$

$$S_{n+1} = 2/3 \cdot L_{n+1} \cdot M_{0CD} = 2/3 \times 3,55 \times 10,49 = 24,83 \text{ m}^2.$$

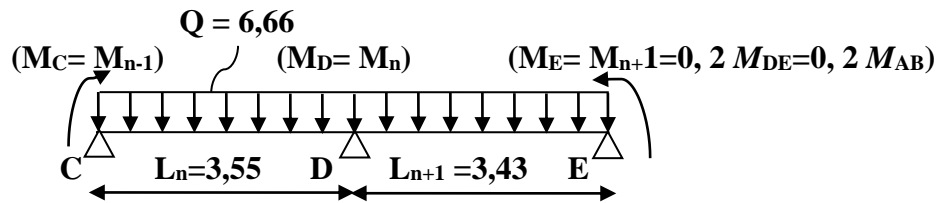
$$\begin{aligned} \Rightarrow 3,55M_B + 2(2 \times 3,55) \cdot M_C + 3,55M_D \\ = -6[(24,83 \times 1, \frac{775}{0} \cdot 0,000003,55)]1 \\ + (24,83 \times 1,775/3,55)] \end{aligned}$$

$$3,55M_B + 14,20M_C + 3,55M_D + 148,98 = 0 \dots \dots \dots (\beta)$$





- ♦ travées, C-D et D-E:



### 5. Travée CD:

$$M_{0CD} = Ql^2/8 = 10,49 \text{ KN.m}$$

$$a_n = b_n = 1,775 \text{ m}$$

$$S_n = 2/3 \cdot L_n \cdot M_{0CD} = 2/3 \times 3,55 \times 10,49 = 24,83 \text{ m}^2$$

### 6. Travée DE:

$$M_{0DE} = Ql^2/8 = 9,79 \text{ KN.m}$$

$$a_{n+1} = b_n + 1 = 1,715 \text{ m}$$

$$S_{n+1} = 2/3 \cdot L_{n+1} \cdot M_{0DE} = 2/3 \times 3,43 \times 9,79 = 22,39 \text{ m}^2.$$

$$\begin{aligned} \text{Donc} \Rightarrow & 3,55M_C + 2(3,55 + 3,43) \cdot M_D + 3,43M_E \\ & = -6[(2,83 \times 1,775/3,55)] + (22,39 \times 1,715/3,43) \end{aligned}$$

$$3,55M_C + 13,96M_D + 3,43M_E + 141,66 = 0.$$

$$M_E = 0,2M_{DE} = 0,2M_{AB} = -0,2 \times 9,79 = -1,958 \text{ KN.m}$$

$$3,55M_C + 13,96M_D + 6,72 + 141,66 = 0.$$

$$3,55M_C + 13,96M_D + 134,95 = 0 \dots \dots \dots (\gamma)$$

De( $\alpha$ ) et( $\beta$ ) et ( $\gamma$ ) on trouve :

- les moments sur appuis sont:

$$MA = -1,958 \text{ KN.m}$$

$$MB = -7,92 \text{ KN.m}$$

$$MC = -7,14 \text{ KN.m}$$

$$MD = -7,85 \text{ KN.m}$$

$$ME = -1,958 \text{ KN.m}$$

- Les moments en travées :

On adopte les formules de la RDM :

$$X = l/2 + \left[ \frac{M_W - M_E}{ql} \right]$$

$$M(X) = \frac{ql}{2} X - \frac{qX^2}{2} - M_W + \left[ \frac{M_W - M_E}{l} \right] X$$





- Diagramme de (M)

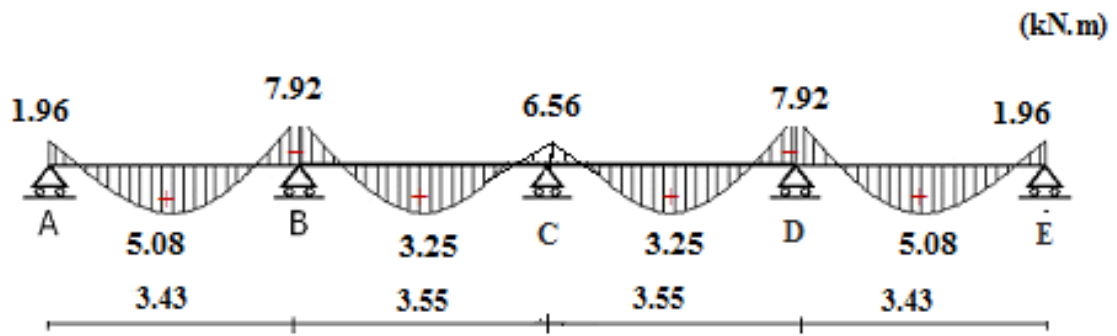


Fig. III.13: Diagramme des moments fléchissant (ELU)

- Efforts tranchants :

$$\begin{cases} T_w = \frac{M_i - M_{i+1}}{L_i} + q_u \frac{L_i}{2} \\ T_e = \frac{M_i - M_{i+1}}{L_i} - q_u \frac{L_i}{2} \end{cases} \quad \text{Avec : } \begin{cases} T_w : \text{effort tranchant a droit} \\ T_e : \text{effort tranchant a gauche} \end{cases}$$

$$\text{Travée (A-B)} \begin{cases} T_w = \frac{1,958 - 7,92}{3,43} + 6,66 \frac{3,43}{2} = 9,68 \text{KN} \\ T_e = \frac{1,958 - 7,92}{3,43} - 6,66 \frac{3,43}{2} = -13,16 \text{KN} \end{cases}$$

$$\text{Travée (B-C)} \begin{cases} T_w = \frac{7,92 - 6,56}{3,55} + 6,66 \frac{3,55}{2} = 12,20 \text{KN} \\ T_e = \frac{7,92 - 6,56}{3,55} - 6,66 \frac{3,55}{2} = -11,44 \text{KN} \end{cases}$$

$$\text{Travée (C-D)} \begin{cases} T_w = \frac{6,56 - 7,92}{3,55} + 6,66 \frac{3,55}{2} = 11,44 \text{KN} \\ T_e = \frac{6,56 - 7,92}{3,55} - 6,66 \frac{3,55}{2} = -13,16 \text{KN} \end{cases}$$

$$\text{Travée (D-E)} \begin{cases} T_w = \frac{7,92 - 1,958}{3,43} + 6,66 \frac{3,43}{2} = 13,16 \text{KN} \\ T_e = \frac{7,92 - 1,958}{3,43} - 6,66 \frac{3,43}{2} = -9,68 \text{KN} \end{cases}$$





• Diagramme de (T) :

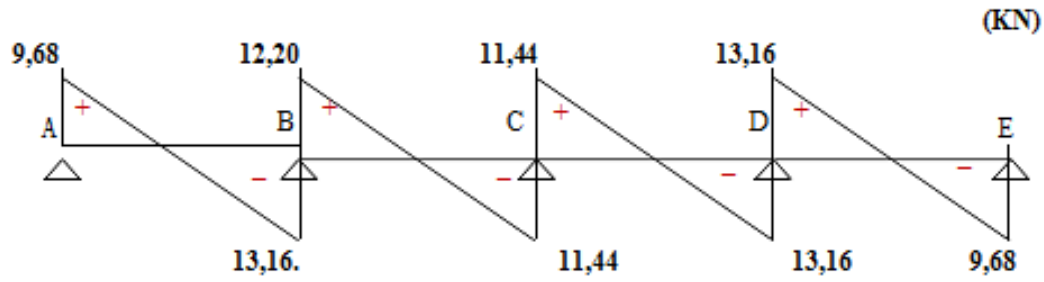


Fig. III.14: Diagramme des efforts tranchants (ELU).

Tableaux III.4: Récapitulatif des résultats obtenus aux planchers terrasse

Type de poutrelle	travée	L(m)	ELU				
			Mt (kN.m)	Mw (kN.m)	Me (kN.m)	Tw (kN)	Te (kN)
Type (01)	AB	3,45	6,30	1,98	7,95	9,21	13,77
	BC	3,45	2,03	7,95	7,47	11,49	11,49
	CD	3,33	5,84	7,47	1,85	13,77	9,21

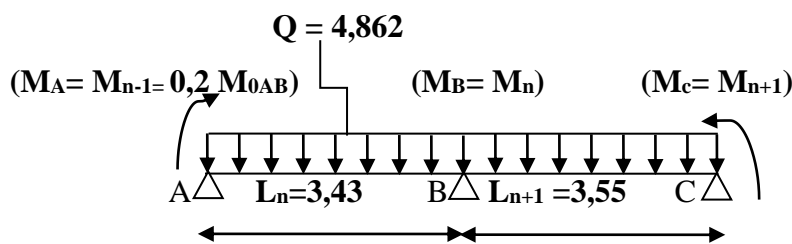




Type (03)	AB	3,58	6,71	2,13	8,77	9,47	14,37
	BC	3,45	2,70	8,77	5,69	12,38	10,59
	CD	3,45	2,87	5,69	8,36	10,71	12,26
	DE	3,45	6,12	8,36	1,98	13,26	9,06
Type (04)	AB	3,43	6,03	1,96	8,33	8,99	13,85
	BC	3,55	2,96	8,33	6,74	12,27	11,37
	CD	3,55	3,74	6,74	6,76	11,81	11,83
	DE	3,43	2,81	6,76	6,81	11,41	11,44
	EF	3,58	3,78	6,81	6,96	11,88	11,96
	FG	3,45	3,01	6,96	6,45	11,62	11,35
	GH	3,45	3,12	6,45	6,70	11,43	11,55
	HI	3,45	3,24	6,70	6,29	11,61	11,37
	IJ	3,45	2,74	6,29	7,87	11,03	11,95
	JK	3,33	5,67	7,87	1,85	13,45	8,73

▪ À L'ELS :

◆ travées, A-B et B-C



1. travée AB

$$M_{0AB} = \frac{Ql^2}{8} = 7,15 \text{ KN.m}$$





$$a_n = b_n = 1,715 \text{ m}$$

$$S_n = \frac{2}{3} \cdot L_n \cdot M_{0AB} = \frac{2}{3} \cdot 3,43 \times 7,15 = 16,35 \text{ m}^2$$

2. travée BC

$$M_{0BC} = \frac{Ql^2}{8} = 7,66 \text{ KN.m}$$

$$a_{n+1} = b_{n+1} = 1,775 \text{ m}$$

$$S_{n+1} = \frac{2}{3} \cdot L_{n+1} \cdot M_{0BC} = \frac{2}{3} \times 3,55 \times 7,66 = 18,13 \text{ m}^2$$

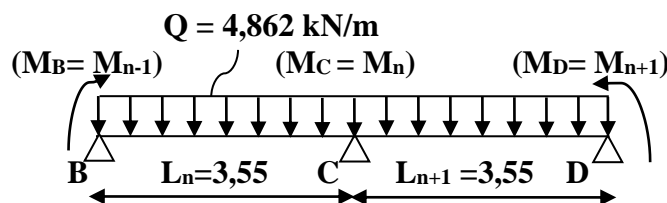
$$\begin{aligned} \Rightarrow 3,43MA + 2(3,43 + 3,55) MB + 3,55MC \\ = -6[(16,35 \times 1,715/3,43) + (18,13 \times 1,775/3,55)] \end{aligned}$$

$$MA = -0,2.M_{0AB} = -1,43 \text{ KN.m}$$

$$4,90 + 13,96MB + 3,55MC = -103,44$$

$$13,96MB + 3,55MC + 98,53 = 0 \dots \dots \dots (\alpha)$$

- travées, B-C et C-D:



3. travée BC:

$$M_{0BC} = \frac{Ql^2}{8} = 7,66 \text{ KN.m}$$

$$a_n = b_n = 1,775 \text{ m}$$

$$S_n = \frac{2}{3} \cdot L_n \cdot M_{0BC} = \frac{2}{3} \times 3,55 \times 7,66 = 18,13 \text{ m}^2$$

4. travée CD:

$$M_{0CD} = \frac{Ql^2}{8} = 7,66 \text{ KN.m}$$

$$a_{n+1} = b_{n+1} = 1,775 \text{ m}$$

$$S_{n+1} = \frac{2}{3} \cdot L_{n+1} \cdot M_{0Cd} = \frac{2}{3} \times 3,55 \times 7,66 = 18,13 \text{ m}^2$$

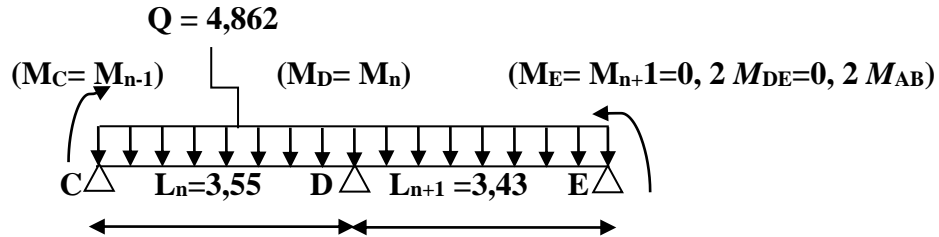




$$\Rightarrow 3,55M_B + 2(2 \times 3,55).M_C + 3,55M_D = -6\left[\left(18,13 \times \frac{1,775}{3,55}\right)\right]^2$$

$$3,55MB + 14,20MC + 3,55MD + 108,78 = 0 \dots \dots \dots (\beta)$$

- travées, C-D et D-E:



### 5. travée CD:

$$M_{0CD} = \frac{Ql^2}{8} = 7,66 \text{ KN.m}$$

$$a_n = b_n = 1,775 \text{ m}$$

$$S_n = \frac{2}{3} \cdot L_n \cdot M_{0CD} = \frac{2}{3} \times 3,55 \times 7,66 = 18,13 \text{ m}^2$$

### 6. travée DE:

$$M_{0DE} = \frac{Ql^2}{8} = 7,15 \text{ KN.m}$$

$$a_{n+1} = b_{n+1} = 1,715 \text{ m}$$

$$S_{n+1} = \frac{2}{3} \cdot L_{n+1} \cdot M_{0DE} = \frac{2}{3} \times 3,43 \times 7,15 = 16,35 \text{ m}^2.$$

$$\text{Donc} \Rightarrow 3,55M_C + 2(3,55 + 3,43).M_D + 3,43M_E \\ = -6\left[\left(18,13 \times \frac{1,775}{3,55}\right)\right] + (16,35 \times \frac{1,715}{3,43})$$

$$3,55M_C + 13,96M_D + 3,43M_E + 103,44 = 0.$$

$$M_E = 0,2M_{DE} = 0,2M_{AB} = -0,2 \times 7,15 = -1,43 \text{ KN.m}$$

$$3,55M_C + 13,96M_D - 4,90 + 103,44 = 0.$$

$$3,55M_C + 13,96M_D + 98,53 = 0 \dots \dots \dots (\gamma)$$

De( $\alpha$ ), ( $\beta$ ) et ( $\gamma$ ) on trouve :

- les moments sur appuis sont:

$$MA = -1,43 \text{ KN.m}$$

$$MB = -5,86 \text{ KN.m}$$

$$MC = -4,71 \text{ KN.m}$$

$$MD = -5,86 \text{ KN.m}$$

$$ME = -1,43 \text{ KN.m}$$





- Les moments en travées :

$$X = l/2 + \left[ \frac{M_W - M_E}{ql} \right]$$

$$M(X) = \frac{ql}{2}X - \frac{qX^2}{2} - M_W + \left[ \frac{M_W - M_E}{l} \right]X$$

- Diagramme de (M):

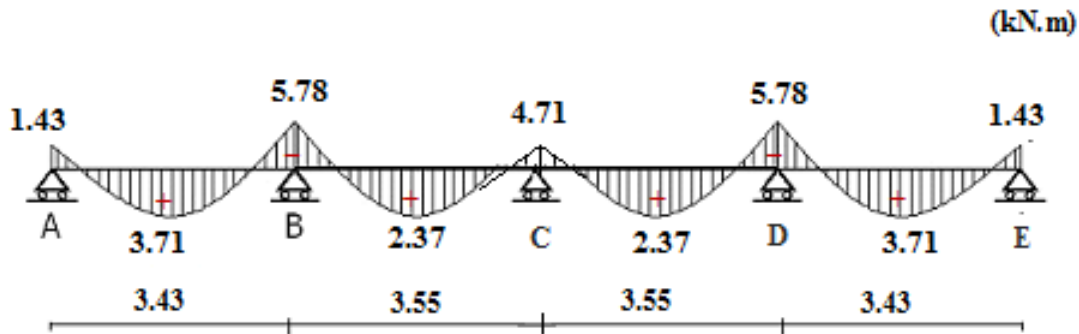


Fig. III.1.5.5: Diagramme des moments fléchissant (ELS)

- Efforts tranchants :

$$\begin{cases} T_w = \frac{M_i - M_{i+1}}{L_i} + q_u \frac{L_i}{2} \\ T_e = \frac{M_i - M_{i+1}}{L_i} - q_u \frac{L_i}{2} \end{cases} \quad \text{Avec : } \begin{cases} T_w : \text{effort tranchant a droit} \\ T_e : \text{effort tranchant a gauche} \end{cases}$$

$$\text{Travée (A-B)} \begin{cases} T_w = \frac{1,43 - 5,78}{3,43} + 4,862 \frac{3,43}{2} = 7,07 \text{ KN} \\ T_e = \frac{1,43 - 5,78}{3,43} - 4,862 \frac{3,43}{2} = -9,60 \text{ KN} \end{cases}$$

$$\text{Travée (B-C)} \begin{cases} T_w = \frac{5,78 - 4,71}{3,55} + 4,862 \frac{3,55}{2} = 8,91 \text{ KN} \\ T_e = \frac{5,78 - 4,71}{3,55} - 4,862 \frac{3,55}{2} = -8,35 \text{ KN} \end{cases}$$







$$\text{Travée (C-D)} \begin{cases} T_w = \frac{4,71 - 5,78}{3,55} + 4,862 \frac{3,55}{2} = 8,35 \text{ KN} \\ T_e = \frac{4,71 - 5,78}{3,55} - 4,862 \frac{3,55}{2} = -8,91 \text{ KN} \end{cases}$$

$$\text{Travée (D-E)} \begin{cases} T_w = \frac{5,78 - 1,43}{3,43} + 4,862 \frac{3,43}{2} = 9,60 \text{ KN} \\ T_e = \frac{5,78 - 1,43}{3,43} - 4,862 \frac{3,43}{2} = -7,07 \text{ KN} \end{cases}$$

• Diagramme de (T) :

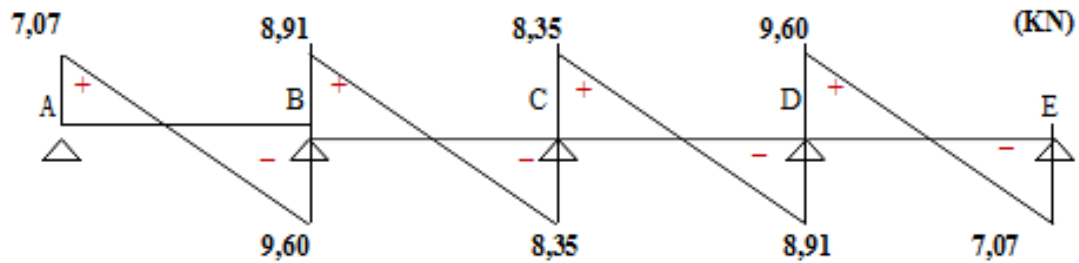


Fig. III.15: Diagramme des efforts tranchants (ELS). (kN)

Tableaux III.5: récapitulatif des résultats obtenus aux planchers terrasse

Type Poutrelle	travées	L(m)	ELS				
			Mt (kN.m)	Mw (kN.m)	Me (kN.m)	Tw (kN)	Te (kN)
Type (01)	AB	3,45	4,60	1,45	5,80	6,70	10,06
	BC	3,45	1,48	5,80	5,45	8,48	8,28
	CD	3,33	4,26	5,45	1,35	9,37	6,45





<b>Type (03)</b>	<b>AB</b>	3,58	4,90	1,56	6,40	6,91	10,49
	<b>BC</b>	3,45	1,97	6,40	4,15	9,04	7,73
	<b>CD</b>	3,45	2,10	4,15	6,10	7,82	8,95
	<b>DE</b>	3,45	4,47	6,10	1,45	10,15	6,61
<b>Type (04)</b>	<b>AB</b>	3,43	4,40	1,43	6,08	6,56	10,11
	<b>BC</b>	3,55	2,16	6,08	4,91	8,95	8,30
	<b>CD</b>	3,55	2,73	4,91	4,94	8,62	8,63
	<b>DE</b>	3,43	2,05	4,94	4,97	8,12	8,35
	<b>EF</b>	3,58	2,76	4,97	5,08	8,67	8,73
	<b>FG</b>	3,45	2,20	5,08	4,74	8,48	8,29
	<b>GH</b>	3,45	2,33	4,74	4,39	8,14	8,43
	<b>HI</b>	3,45	2,36	4,39	4,56	8,47	8,30
	<b>IJ</b>	3,45	2,08	4,56	5,74	8,05	8,72
	<b>JK</b>	3,33	4,74	5,74	1,35	9,82	6,37



**III.1.6. Calcul du ferrailage des poutrelles :à (l'ELU) :**

Le ferrailage des poutrelles se fait pour une section en T soumise à la flexion simple à l'E.L.U.

**III.1.6.1. Poutrelles planchers étages:**

Sollicitations de calcul:

$$\text{E.L.U} \quad \left\{ \begin{array}{l} M_{\text{travée}} = 6,85 \text{KN.m} \\ M_{\text{appui-rive}} = 1,904 \text{KN.m} \\ M_{\text{appui-inter}} = 4,76 \text{KN.m} \\ T_{\text{max}} = 11,43 \text{KN} \end{array} \right.$$

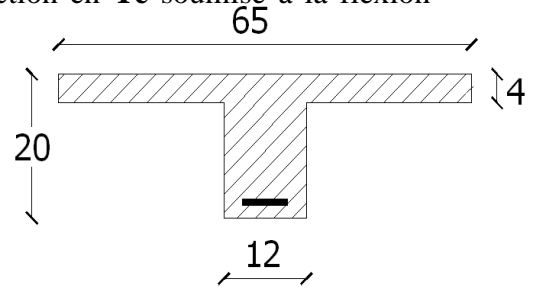


Fig III.16 Section de calcul

**1.6.1 Calcul des armatures longitudinales à (l'E.L.U):**

- **En travée :**

Moment équilibré par la table « Mt »

$$M_t = b \cdot h_0 \cdot F_{bc} (d - h_0/2)$$

$$\text{Avec :} \quad \left\{ \begin{array}{l} d = 0,9h = 0,9 \times 20 = 18 \text{ cm} \\ F_{bc} = 0,85 \times f_{c28} / \gamma_b = 14,17 \text{ Mpa} \\ H_t = 20 \text{ cm} \\ h_0 = 4 \text{ cm} \\ b = 65 \text{ cm} \end{array} \right.$$

$$M_t = 65 \times 4 \times 14,17 (18 - 4/2) \times 10^{-3} = 58,95 \text{KN.m}$$

$$M_{t\text{-max}} = 6,85 \text{KN.m} < 58,95 \text{KN.m}$$

Donc l'axe neutre tombe dans la table de compression, la section en T sera calculée en flexion simple comme une section rectangulaire de dimension (bxh) = **(65 x20) cm<sup>2</sup>**.

$$\mu = \frac{M_t}{f_{bc} \cdot d^2 \cdot b} = \frac{6,85 \cdot 10^3}{14,17 \cdot (18)^2 \cdot 65} = 0,023 < 0,392 \rightarrow A's = 0$$

$$\mu \leq \mu_l \Rightarrow A' = 0 \text{ les armatures de compression n'etapas necessaire de calculer}$$

$$\beta = 0,9895$$

$$\sigma_s = \frac{f_e}{\gamma_s} = \frac{400}{1,15} = 348 \text{MPa}$$

$$A_s = \frac{M_t}{\beta \cdot d \cdot \sigma_s} = \frac{6,85 \cdot 10^3}{0,9895 \cdot 18 \cdot 348} = 1,10 \text{ cm}^2$$

**Condition de non fragilité:**

$$A_{\min} = \frac{I}{0,81 \cdot h \cdot V'} \cdot \frac{f_{t28}}{f_e} \quad A_{\min} = \frac{I}{0,81 \cdot h \cdot V'} \cdot \frac{f_{t28}}{f_e}$$





$$\text{Avec: } I = b_0 \cdot \frac{ht^3}{3} + (b - b_0) \cdot \frac{h_0^3}{3} - [b_0 \cdot ht + (b - b_0) \cdot h_0] V^2$$

$$V = \frac{b_0 \cdot h^2 + (b - b_0) \cdot h_0^2}{2[b_0 \cdot h + (b - b_0) \cdot h_0]} \Rightarrow V = \frac{12 \cdot (20)^2 + (65 - 12) \cdot (4)^2}{2[12 \cdot 20 + (65 - 12) \cdot 4]} = 6,25 \text{ cm}$$

$$V' = ht - V = 20 - 6,25 \Rightarrow V' = 13,75 \text{ cm}$$

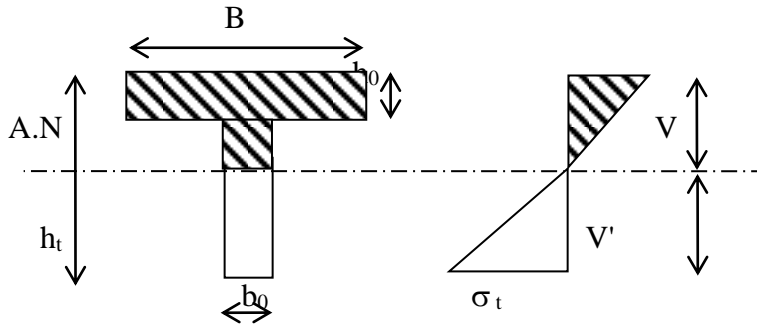


Figure III.17: Notations utilisées pour le calcul de section d'acier pour une poutre en T

$$I = 12 \cdot \frac{20^3}{3} + (65 - 12) \cdot \frac{4^3}{3} - [12 \times 20 + (65 - 12) \cdot 4] (6,25)^2 = 14414,42 \text{ cm}^4$$

$$\Rightarrow A_{\min} = \frac{14414,42}{0,81 \times 20 \times 13,75} \cdot \frac{2,1}{400} = 0,34 \text{ cm}^2$$

Donc:  $A_{\text{scal}} = 1,10 \text{ cm}^2 > A_{\min} = 0,36 \text{ cm}^2$ .....condition vérifiée.

Choix : on adopte: **3T10** soit (2,36 cm<sup>2</sup>)

▪ **Sur appuis:**

Puisque le béton tendu est négligé dans le calcul, donc la section de calcul est une section rectangulaire de dimension (b<sub>0</sub>xh) = (12x20) cm<sup>2</sup>

- **Intermédiaire**

**M**<sub>appui-inter</sub> = 4,76 kN.m

$$\mu = \frac{Ma}{f_{bc} \cdot d^2 \cdot b_0} = \frac{4,76 \cdot 10^3}{14,17 \cdot (18)^2 \cdot 12} = 0,086 < 0,392 \rightarrow A's = 0$$

$$\beta = 0,955$$

$$\sigma_s = \frac{fe}{\gamma_s} = \frac{400}{1,15} = 348 \text{ MPa}$$

$$A_s = \frac{Ma}{\beta \cdot d \cdot \sigma_s} = \frac{4,76 \cdot 10^3}{0,955 \times 18 \times 348} = 0,79 \text{ cm}^2$$





• **Condition de non fragilité:**

$$A_{\min} = \frac{I}{0,81 \times ht \times V} \cdot \frac{f_{t28}}{fe} = \frac{14414,42}{0,81 \times 20 \times 6,25} \cdot \frac{2,1}{400} = 0,75 \text{ cm}^2$$

Donc:  $A_{\text{scal}} = 0,79 \text{ cm}^2 > A_{\min} = 0,75 \text{ cm}^2$  .....condition vérifiée.

Choix : on adopte: **2T10** (soit  $1,57 \text{ cm}^2$ ), **1T10 fil + 1T10 chapeau**.

- **De rive**

$M_{\text{rive}} = 1,904 \text{ KN.m}$

$$\mu = \frac{Ma}{f_{bc} \cdot d^2 \cdot b_0} = \frac{1,904 \cdot 10^3}{14,17 \cdot (18)^2 \cdot 12} = 0,0035 < 0,392 \rightarrow A's = 0$$

$\beta = 0,9995$

$$\sigma_s = \frac{fe}{\gamma_s} = \frac{400}{1,15} = 348 \text{ MPa}$$

$$A_s = \frac{Ma}{\beta \cdot d \cdot \sigma_s} = \frac{1,904 \cdot 10^3}{0,9995 \times 18 \times 348} = 0,30 \text{ cm}^2$$

• **Condition de non fragilité:**

$$A_{\min} = \frac{I}{0,81 \times ht \times V} \cdot \frac{f_{t28}}{fe} = \frac{14414,42}{0,81 \times 20 \times 6,25} \cdot \frac{2,1}{400} = 0,75 \text{ cm}^2$$

Donc:  $A_{\text{scal}} = 0,30 \text{ cm}^2 < A_{\min} = 0,75 \text{ cm}^2$  .....condition non vérifiée.

Donc on adopte  $A_{\min}$  pour le choix de ferrailage

Choix : on adopte **1T10** (soit  $0,79$ ) Et on ajout **1T10** comme (chapeau)

**1.6.2. Vérifications à l'E.L.S :**

Il y a lieu de vérifier :

- État limite d'ouverture des fissures.
- État limite de compression du béton.
- État limite de déformation.

**1.6.3. En travée :**

$M_{\text{ser}} = 4,95 \text{ KN.m}$

• **Position de l'axe neutre :**

$$\frac{by^2}{2} + \eta A'(y - c') - \eta A(d - y) = 0.$$

$b = 65 \text{ cm} ; \eta = 15 ; A' = 0 , A = 2,36 \text{ cm}^2.$

$32,5 \cdot y^2 + 35,4y - 637,20 = 0 \Rightarrow y = 3,92 \text{ cm}$

$y = 3,92 \text{ cm} < 4 \text{ cm}$





Donc L'axe neutre tombe dans la table de compression.

• **Le moment d'inertie:**

$$I_G = \frac{b \cdot y^3}{3} + \eta A'(y - c') + \eta A(d - y)^2.$$

$$I_G = \frac{65}{3} y^3 + \eta A(d - y)^2.$$

$$I_G = \frac{65}{3} (3,92)^3 + 15 \times 2,36 \cdot (18 - 3,92)^2 = 8383,04 \text{ cm}^4.$$

• **Calcul des contraintes :**

**Contrainte maximale dans le béton comprimé  $\sigma_{bc}$  :**

$$\sigma_{bc} = \frac{M_{ser}}{I_G} \cdot y = \frac{4,95 \cdot 10^3}{8383,04} \cdot 3,92 = 2,31 \text{ MPa}$$

$$\bar{\sigma}_{bc} = 0,6 f_{c28} = 15 \text{ MPa}.$$

$$\sigma_{bc} = 2,31 \text{ MPa} < \bar{\sigma}_{bc} = 15 \text{ MPa} \dots \dots \dots \text{condition vérifiée.}$$

**1.6.4. Sur appuis (intermédiaire)**

$$M_{ser} = 3,43 \text{ KN.m}$$

• **Position de l'axe neutre :**

$$\frac{b y^2}{2} + \eta A'(y - c') - \eta A(d - y) = 0.$$

$$b = 65 \text{ cm} ; \eta = 15 ; A' = 0 , A = 1,57 \text{ cm}^2.$$

$$32,5 \cdot y^2 + 23,55 y - 423,90 = 0 \Rightarrow y = \mathbf{3,27 \text{ cm}}$$

$y = 3,27 \text{ cm} < 4 \text{ cm}$  ; Donc L'axe neutre tombe dans la table de compression.

• **Le moment d'inertie:**

$$I_G = \frac{b \cdot y^3}{3} + \eta A'(y - c') + \eta A(d - y)^2$$

$$I_G = 21,67 (3,27)^3 + 15 \times 1,57 (18 - 3,27)^2 = 5867,42 \text{ cm}^4.$$

➤ **Calcul des contraintes :**

• **Contrainte maximale dans le béton comprimé  $\sigma_{bc}$  :**

$$\sigma_{bc} = \frac{M_{ser}}{I_G} \cdot y = \frac{3,43 \cdot 10^3}{5867,42} \cdot 3,27 = 1,91 \text{ MPa}$$

$$\bar{\sigma}_{bc} = 0,6 f_{c28} = 15 \text{ MPa}.$$

$$\sigma_{bc} = 1,91 \text{ MPa} < \bar{\sigma}_{bc} = 15 \text{ MPa} \dots \dots \dots \text{condition vérifiée.}$$





La vérification est de la Contrainte maximale dans l'acier tendu  $\sigma_{st}$ . n'est pas nécessaire puisque la fissuration est peu préjudiciable.

**1.6.5. sur appuis (de rive) :**

$M_{ser} = 1,37 \text{KN.m}$

- **Position de l'axe neutre :**

$$\frac{by^2}{2} + \eta A'(y - c') - \eta A(d - y) = 0.$$

$b = 65 \text{cm} ; \eta = 15 ; A' = 0 , A = 1,57 \text{cm}^2.$

$32,5.y^2 + 23,55y - 423,90 = 0 \Rightarrow y = 3,27 \text{cm}$

$y = 3,27 \text{cm} < 4 \text{cm} ;$  Donc L'axe neutre tombe dans la table de compression.

- **Le moment d'inertie:**

$$I_G = \frac{b.y^3}{3} + \eta A'(y - c') + \eta A(d - y)^2$$

$I_G = 21,67(3,27)^3 + 15 \times 1,57(18 - 3,27)^2 = 5867,42 \text{cm}^4.$

➤ **Calcul des contraintes :**

- **Contrainte maximale dans le béton comprimé  $\sigma_{bc}$  :**

$$\sigma_{bc} = \frac{M_{ser}}{I_G} . y = \frac{1,37.10^3}{5867,42} . 3,27 = 0,76 \text{MPa}$$

$\bar{\sigma}_{bc} = 0,6 f_{c28} = 15 \text{MPa}.$

$\sigma_{bc} = 0,76 \text{MPa} < \bar{\sigma}_{bc} = 15 \text{MPa} \dots \dots \dots \text{condition vérifiée}.$

La vérification est de la Contrainte maximale dans l'acier tendu  $\sigma_{st}$ . n'est pas nécessaire puisque la fissuration est peu préjudiciable.

- **Contrainte de cisaillement :(effort tranchant)**

L'effort tranchant maximal  $T_{max} = 11,43 \text{KN}.$

$$\tau_u = \frac{T_u}{b_0.d} = \frac{11,43.10^{-3}}{0,12 \times 0,18} = 0,53 \text{MPa}$$

Pour une fissuration peu préjudiciable:

$\bar{\tau}_u = \min( 0,2 f_{c28} / \gamma_b ; 5 \text{MPa} ) = 4,35 \text{MPa}.$

$\tau_u = 0,53 \text{MPa} < \bar{\tau}_u = 4,35 \text{MPa} \dots \dots \dots \text{condition vérifiée}$

Donc il n'y a pas de risque de cisaillement.





**1.6.6. Armatures transversales  $A_t$  (armatures de l'âme):**

- **Diamètre:**

$$\Phi_t \leq \min(h/30; b_0/10; \Phi_L) \text{ en "mm"}$$

$$\Phi_t \leq \min(200/30; 120/10; 10) = 5,71 \approx 6mm.$$

on adopte la diamètre **Φ6**.

- **Espacement :**

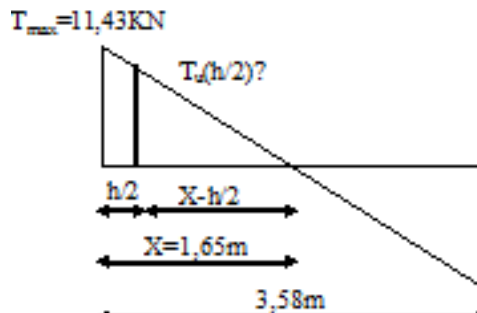
$$\left. \begin{aligned} St &\leq \min(0,9d; 40cm) \\ St &\leq \min(16,2; 40cm) \end{aligned} \right\} \Rightarrow St \leq 16,20cm$$

D'après le RPA 99 (version 2003) :

$$\checkmark \text{ Zone nodale } \left\{ \begin{aligned} s_t &\leq \min\left(\frac{h}{4}, 12\phi_1, 30cm\right) \text{ On prend } : s_t = 5 \text{ cm} \\ s'_t &\leq \frac{h}{2} \text{ On prend } : s'_t = 10cm \end{aligned} \right. :$$

$$\checkmark \text{ Zone courante: } St \leq 15cm \quad \text{on prends } St = 15 \text{ cm}$$

**III.1.7. Section des armatures transversales :**



$$\frac{A_t}{b_0 \cdot st} \cdot \frac{f_e}{\gamma_s} \geq \frac{\tau_u(h/2) - 0,3k \cdot f_{ij}^*}{0,9(\sin \alpha + \cos \alpha)} \dots\dots\dots (*)$$

$$K = 1 \text{ (fissuration peu préjudiciable)}$$

$$f_{ij}^* = \min(2,1; 3,3 \text{ MPa}) = 2,1 \text{ MPa}$$

$$\alpha = 90^\circ \Rightarrow \sin \alpha + \cos \alpha = 1$$

$$f_e = 235 \text{ MPa} ; \gamma_s = 1,15$$

$$\text{D'où : } \tau_u(h/2) = \frac{T_u(h/2)}{b_0 \cdot d}$$

On calcule la valeur de l'effort tranchant  $T_u(h/2)$  par la méthode des triangles semblables

$$\frac{T_{\max}}{X} = \frac{T_u(h/2)}{X - (h/2)} \Rightarrow T_u(h/2) = \frac{T_{\max} [X - (h/2)]}{X}$$







$$X_s = \frac{L}{2} + \frac{Mw - Me}{q.l}$$

$$X = \frac{3,58}{2} + \frac{1,904 - 4,76}{5,94 \times 3,58} = 1,65 \text{ m}^2.$$

$$h/2 = 0,20/2 = 0,10 \text{ m}$$

$$X - (h/2) = 1,65 - 0,10 = 1,55 \text{ m}$$

$$\text{Donc: } Tu(h/2) = 11,43 \times 1,55 / 1,65 = 10,74 \text{ KN}$$

$$\tau_u(h/2) = 10,74 \text{ KN}$$

$$D'où: \tau_u(h/2) = (10,74 \times 10^{-3}) / (0,12 \times 0,18) = 0,50 \text{ MPa}$$

$$\tau_u(h/2) = 0,50 \text{ MPa}$$

$$(*) \Rightarrow \left( \frac{At}{s_t} \right)_{cal} \geq \frac{(0,50 - 0,3 \times 1 \times 2,1) 12 \times 1,15}{0,9 \times 1 \times 400} = -0,005 \text{ cm} \dots \dots \dots (1)$$

**1.7.1. Pourcentage minimal des armatures transversales :**

$$\frac{At \times fe}{b_0 \times s_t} \geq \max \left( \frac{\tau_u(h/2)}{2}; 0,4 \text{ Mpa} \right)$$

$$\frac{At \times fe}{b \times s_t} \geq \max \left( \frac{0,50}{2}; 0,4 \text{ Mpa} \right) = 0,4 \text{ Mpa}$$

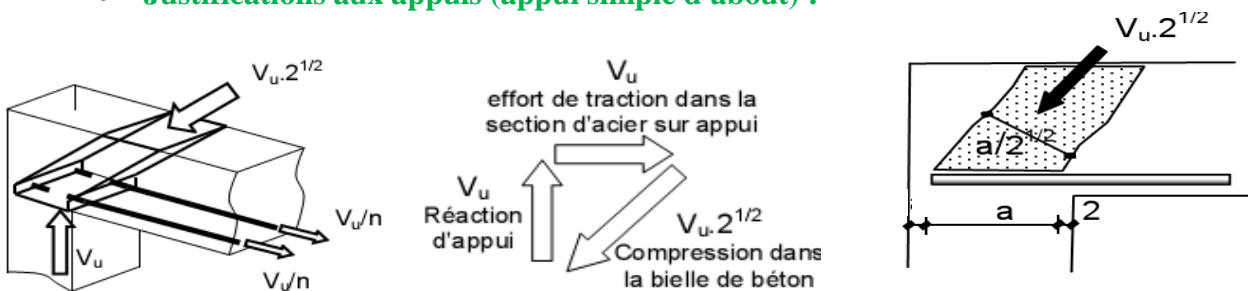
$$\left( \frac{At}{S_t} \right)_{min} \geq \frac{0,4 \times b_0}{fe} = \frac{0,4 \times 12}{400} = 0,012 \text{ cm} \dots \dots \dots (2)$$

En prend le max entre (1) et (2)  $\Rightarrow \left( \frac{At}{S_t} \right) \geq 0,012 \text{ cm}$  ,

Pour  $S_t = 15 \text{ cm} \Rightarrow At \geq 0,012 \times 15 = 0,18 \text{ cm}^2$

On prend:  **$2\phi 6 = 0,57 \text{ cm}^2$**  avec un espacement :  **$S_t = 15 \text{ cm}$**

- **Justifications aux appuis (appui simple d'about) :**



**Figure III.18:** Schéma de la bielle d'about (1)





• **Ancrage des armatures aux niveaux des appuis :**

$$T_u = 11,43 \text{ KN}$$

$$M_{\text{appui-inter}} = 4,76 \text{ KN.m}$$

$$F_u = \frac{M_{\text{appui}}}{z} = \frac{4,76}{0,9 \cdot 18 \cdot 10^{-2}} = 29,38 \text{ KN} > T_u = 11,43 \text{ KN}$$

Les armatures longitudinales inférieures ne sont pas soumises à un effort de traction.

• **Compression de la bille d'about :**

La contrainte de compression dans la bielle est:

$$\bar{\sigma}_b = \frac{F_b}{S} \quad \text{Avec} \quad \begin{cases} F_b = T\sqrt{2} \\ S = \frac{ab_0}{\sqrt{2}} \end{cases} \quad \text{D'où} \quad \bar{\sigma}_b = \frac{2T}{ab_0}$$

a: la longueur d'appuis de la bielle

On doit avoir  $\bar{\sigma}_b < f_{c28} / \gamma_b$

Mais pour tenir compte du fait que l'inclinaison de la bielle est légèrement différente de 45° donc on doit vérifier que :

$$\bar{\sigma}_b \leq 0,8 f_{c28} / \gamma_b$$

$$\frac{2T}{a \cdot b_0} \leq \frac{0,8 \cdot f_{c28}}{\gamma_b} \Rightarrow a \geq \frac{2T \gamma_b}{0,8 \cdot b_0 \cdot f_{c28}}$$

$$a \geq \frac{2 \times 11,43 \times 1,15}{0,8 \cdot 12 \cdot 25 \cdot 10} = 0,011 \text{ mm} = 1,10 \text{ cm}$$

$$a = 0,9 d = 0,9 \times 18 = 16,2 \text{ cm} \geq 1,10 \text{ cm} \dots \dots \dots \text{condition vérifiée}$$

• **Sections minimales d'armatures inférieures sur appuis :**

$$A_s \geq \frac{\gamma_s}{f_e} V_u = \frac{1,15}{400} 11,43 \cdot 10 = 0,33 \text{ cm}^2$$

$$A_s = 1,57 \text{ cm}^2 \geq 0,33 \text{ cm}^2 \dots \dots \dots \text{condition vérifiée}$$

• **Ancrage d'armatures tendues :**

La longueur de cisellement droit "L<sub>s</sub>" est la longueur que doit avoir une barre droite de diamètre Ø pour équilibrer une contrainte d'adhérence τ<sub>ser</sub>.

La contrainte d'adhérence τ<sub>s</sub> est supposée constante est égale à la valeur limite ultime.

$$\tau_s = 0,6 \psi_s^2 \cdot f_{t28} = 0,6 (1,5)^2 \cdot 2,1 = 2,84 \text{ MPa.}$$

La longueur de scellement droit L<sub>s</sub> = Ø f<sub>e</sub> / 4τ<sub>s</sub>.





$\emptyset$  : Diamètre d'une barre égale 10 mm = 1,0cm

$L_s = 1,0 \times 400 / 4 \times 2,84 = 35,27\text{cm.}$

Cette longueur dépasse la largeur de la poutre  $b = 30\text{cm}$

Donc nous somme obligés de prévoir des ancrages courbes de telle sorte que

$r = 5,5 \emptyset = 5,5 \times 1,0 = 5,5 \text{ cm.}$

➤ **Vérification de la flèche :**

On doit vérifier les conditions suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} \left( \frac{h_t}{L} \geq \frac{1}{22,5} \right) \Rightarrow \left( \frac{20}{358} = 0,056 > 0,0444 \right) \dots\dots\dots \text{condition vérifiée.} \\ \left( \frac{h_t}{L} \geq \frac{M_{ser}}{15.M_{0ser}} \right) \Rightarrow \left( \frac{20}{358} = 0,055 \geq \frac{4,95}{15 \times 6,87} = 0,050 \right) \dots\dots \text{condition vérifiée} \\ \left( \frac{A_s}{b_0.d} \leq \frac{3,6}{f_e} \right) \Rightarrow \left( \frac{2,36}{12 \times 18} = 0,011 \leq \frac{3,6}{400} = 0,009 \right) \dots\dots\dots \text{condition non vérifiée} \end{array} \right.$$

Puisque une des trois conditions de la flèche pas satisfaite, donc le calcul de la flèche est nécessaire :

On va calculer:

$$F_i = \frac{M_i.L^2}{10E_i.I_{f_i}} \quad ; F_v = \frac{M_v.L^2}{10E_v.I_{f_v}}$$

$F_i$ : flèche due aux charges de faible durée d'application.

$F_v$ : flèche due aux charges de longue durée d'application

Avec:  $E_i = 11000(f_{c28})^{1/3} = 32164,19\text{MPa}$

$E_v = 3700(f_{c28})^{1/3} = 10818,86 \text{ MPa}$

$$I_{f_i} = \frac{1,1.I_0}{1 + \lambda_i.\mu_i} \quad ; I_{f_v} = \frac{1,1.I_0}{1 + \lambda_v.\mu_g}$$

$I_0$  : moment d'inertie de la section totale rendue homogène /à l'axe passant par son C.D.G

$I_{f_i}$  : moment d'inertie fictif pour les déformations instantanées

$I_{f_v}$  : moment d'inertie fictif pour les déformations de longue durée

• **Détermination du centre de gravité :**

$$y_G = \frac{\sum A_i \cdot y_i}{\sum A_i} = \frac{(b \cdot h_0) \cdot (h_0/2 + h - h_0) + [(h - h_0)b_0 \cdot (h - h_0)/2] + \eta \cdot A_s \cdot c}{(b \cdot h_0) + (h - h_0)b_0 + \eta \cdot A_s}$$

$$y_G = \frac{(65.4)(2 + 20 - 4) + [(20 - 4).12.(20 - 4)/2] + 15.2.36.2}{(65.4) + (20 - 4).12 + 15.2.36}$$

$y_G = 12,90 \cong 13\text{cm}$





- **Détermination du moment d'inertie:**

$$I_g = \frac{by_G^3}{3} - \frac{(b-b_0)(y_G-h_0)^3}{3} + \frac{b_0(h_t-y_G)^3}{3} + 15A_s(d-y_G)^2$$

$$I_g = \frac{65.(13)^3}{3} - \frac{(65-12).(13-4)^3}{3} + \frac{12.(20-13)^3}{3} + 15.2,36.(18-13)^2$$

$$I_g = 25385,67 \text{ cm}^4$$

- **Charges prises en comptes :**

1-charge avant mise de revêtement :  $j = 2,85 \times 0,65 = 1,85 \text{ KN/m}$ .

2-charge après mise de revêtement :  $G = 5,10 \times 0,65 = 3,315 \text{ KN/m}$

3-charge total à l'E.L.S :  $P = (G+Q)$ :  $P = (5,10+1,5) \times 0,65 = 4,29 \text{ KN/m}$

- **Calcul des moments correspondants :**

$$M_j = 0,85.J.L^2/8 = 0,85 . 1,85. (3,58)^2/8 = 2,52 \text{ KN.m}$$

$$M_G = 0,85.G.L^2/8 = 0,85.3,315. (3,58)^2/8 = 4,51 \text{ KN.m}$$

$$M_p = 0,85.P.L^2/8 = 0,85. 4,29(3,58)^2/8 = 5,84 \text{ KN.m}$$

- **calcul des contraintes:**

$$\sigma_{sj} = \frac{M_j}{A_s.Z} = \frac{2,52.10^3}{2,36.0,9.18} = 65,91 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{sg} = \frac{M_G}{A_s.Z} = \frac{4,51.10^3}{2,36.0,9.18} = 117,96 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{sp} = \frac{M_p}{A_s.Z} = \frac{5,84.10^3}{2,36.0,9.18} = 152,75 \text{ MPa}$$

- **Calcul des coefficients:**  $f; \lambda_i; \lambda_v$

$$f = \frac{A_s}{b_0.d} = \frac{2,36}{12.18} = 0,011$$

$$\lambda_i = \frac{0,05.f_{t28}}{(2 + 3.b_0/b).f} = \frac{0,05.2,1}{(2 + 3.12/65).0,011} = 3,74.$$

$$\lambda_v = (2/5).\lambda_i = (2/5).3,74 = 1,496.$$





• Calcul des coefficients ( $\mu_i$ ) :

$$\mu_i = 1 - \frac{1,75 \cdot f_{t28}}{(4 \cdot f \cdot \sigma_{si}) + f_{t28}}$$

$$* \mu_j = 1 - [(1,75 \cdot 2,1) / (4 \times 0,011 \times 65,91) + 2,1] = 0,265$$

$$* \mu_G = 1 - [(1,75 \cdot 2,1) / (4 \cdot 0,011 \cdot 117,96) + 2,1] = 0,496$$

$$* \mu_P = 1 - [(1,75 \cdot 2,1) / (4 \cdot 0,011 \cdot 152,75) + 2,1] = 0,583$$

• Calcul des moments d'inertie après fissuration :

$$I_{Fi} = \frac{1,1 \cdot I_0}{(1 + \lambda_i \cdot \mu_i)} ; I_0 = I_G = 25385,67 \text{ cm}^4.$$

$$I_{Fj} = \frac{1,1 \times 25385,67}{(1 + 3,74 \times 0,265)} = 14024,53 \text{ cm}^4.$$

$$I_{FG} = \frac{1,1 \cdot 25385,67}{(1 + 3,74 \times 0,496)} = 9780,68 \text{ cm}^4.$$

$$I_{FP} = \frac{1,1 \cdot 25385,67}{(1 + 3,74 \times 0,583)} = 8780,05 \text{ cm}^4.$$

$$I_{FV} = \frac{1,1 \times 25385,67}{(1 + 1,496 \times 0,496)} = 16429,84 \text{ cm}^4.$$

• Calcul des valeurs de la flèche correspondantes:

$$F_i = \frac{M_i L^2}{10 E_i \cdot I_{Fi}}$$

$$F_{total} = F_{vg} - F_{ij} + F_{ip} - F_{ig}.$$

$$F_{ij} = \frac{2,52(3,58)^2 \cdot 10^7}{(10 \times 32164,19 \times 14024,53)} = 0,072 \text{ cm}.$$

$$F_{ig} = \frac{4,51 \cdot (3,58)^2 \cdot 10^7}{(10 \times 32164,19 \times 9780,68)} = 0,184 \text{ cm}.$$

$$F_{ip} = \frac{5,84 \cdot (3,58)^2 \cdot 10^7}{(10 \times 32164,19 \times 8780,05)} = 0,265 \text{ cm}.$$

$$F_{vg} = \frac{5,84 \cdot (3,58)^2 \cdot 10^7}{(10 \times 10818,86 \times 16429,84)} = 0,421 \text{ cm}.$$

$$F_{total} = 0,421 - 0,072 + 0,265 - 0,184 = 0,98 \text{ cm}$$





$F_{total} = 0,43 \text{ cm}$

$F_{adm} = L/500 = 358/500 = 0,72 \text{ cm.}$

$F_{adm} = 0,72 \text{ cm}$

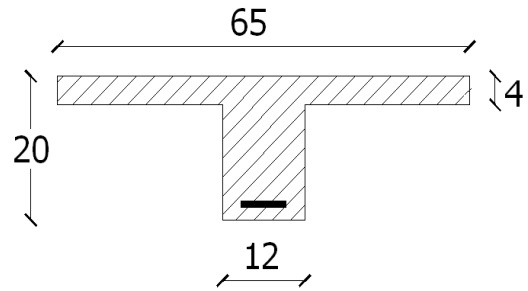
$F_{total} = 0,43 \text{ cm} < F_{adm} = 0,72 \text{ cm}$  .....condition vérifiée.

Le ferrailage des poutrelles se fait pour une section en T soumise à la flexion simple à l'E.L.U.

**III.1.7.2. Poutrelles planchers terrasse:**

Sollicitations de calcul: E.L.U

$$\left\{ \begin{array}{l} M_{travée} = 6,71 \text{ KN.m} \\ M_{appui-rive} = 2,13 \text{ KN.m} \\ M_{appui-inter} = 8,77 \text{ KN.m} \\ T_{max} = 14,37 \text{ KN} \end{array} \right.$$



**FigIII.19** Section de calcul

**1.7.2. Calcul des armatures longitudinales à (l'E.L.U):**

**1) En travée :**

Moment équilibré par la table « Mt »

$M_t = b \cdot h_0 \cdot F_{bc} \cdot (d - h_0/2)$

Avec :

$$\left\{ \begin{array}{l} d = 0,9h = 0,9 \times 20 = 18 \text{ cm} \\ F_{bc} = 0,85 \times f_{c28} / \gamma_b = 14,17 \text{ Mpa} \\ H_t = 20 \text{ cm} \\ h_0 = 4 \text{ cm} \\ b = 65 \text{ cm} \end{array} \right.$$

$M_t = 65 \times 4 \times 14,17 (18 - 4/2) \times 10^{-3} = 58,95 \text{ KN.m}$

$M_{t-max} = 6,71 \text{ KN.m} < 58,95 \text{ KN.m}$

Donc l'axe neutre tombe dans la table de compression, la section en T sera calculée en flexion simple comme une section rectangulaire de dimension (bxh) = (65 x20) cm<sup>2</sup>.

$$\mu = \frac{M_t}{f_{bc} \cdot d^2 \cdot b} = \frac{6,71 \cdot 10^3}{14,17 \cdot (18)^2 \cdot 65} = 0,023 < 0,392 \rightarrow A's = 0$$

$\mu \leq \mu_l \Rightarrow A' = 0$  les armatures de compression n'etepas necessaire de calculer

$\beta = 0,9895$

$$\sigma_s = \frac{f_e}{\gamma_s} = \frac{400}{1,15} = 348 \text{ MPa}$$

$$A_s = \frac{M_t}{\beta \cdot d \cdot \sigma_s} = \frac{6,71 \cdot 10^3}{0,9895 \cdot 18 \cdot 348} = 1,08 \text{ cm}^2$$





➤ **Condition de non fragilité:**

$$A_{\min} = \frac{I}{0,81 \cdot ht \cdot V'} \cdot \frac{f_{t28}}{fe} \quad A_{\min} = \frac{I}{0,81 \cdot ht \cdot V'} \cdot \frac{f_{t28}}{fe}$$

$$\text{Avec: } I = b_0 \cdot \frac{ht^3}{3} + (b - b_0) \cdot \frac{h_0}{3} - [b_0 \cdot ht + (b - b_0) \cdot h_0] V^2$$

$$V = \frac{b_0 \cdot h^2 + (b - b_0) \cdot h_0^2}{2[b_0 \cdot h + (b - b_0) \cdot h_0]} \Rightarrow V = \frac{12 \cdot (20)^2 + (65 - 12) \cdot (4)^2}{2[12 \cdot 20 + (65 - 12) \cdot 4]} = 6,25 \text{ cm}$$

$$V' = ht - V = 20 - 6,25 \Rightarrow V' = 13,75 \text{ cm}$$

$$I = 12 \cdot \frac{20^3}{3} + (65 - 12) \cdot \frac{4}{3} - [12 \times 20 + (65 - 12) \cdot 4] (6,25)^2 = 14414,42 \text{ cm}^4$$

$$\Rightarrow A_{\min} = \frac{14414,42}{0,81 \times 20 \times 13,75} \cdot \frac{2,1}{400} = 0,34 \text{ cm}^2$$

Donc:  $A_{s\text{cal}} = 1,08 \text{ cm}^2 > A_{\min} = 0,36 \text{ cm}^2$  .....condition vérifiée.

**Choix :** on adopte: **3HA10 p.m. soit (2,36 cm<sup>2</sup>)**

2) **Sur appuis:**

Puisque le béton tendu est négligé dans le calcul, donc la section de calcul est une section rectangulaire de dimension (b<sub>0</sub>xh) = (12x20) cm<sup>2</sup>.

- **Intermédiaire**

**M<sub>appui-inter</sub>** = 8,77KN.m

$$\mu = \frac{Ma}{f_{bc} \cdot d^2 \cdot b_0} = \frac{8,77 \cdot 10^3}{14,17 \cdot (18)^2 \cdot 12} = 0,16 < 0,392 \rightarrow A's = 0$$

$$\beta = 0,912$$

$$\sigma_s = \frac{fe}{\gamma_s} = \frac{400}{1,15} = 348 \text{ MPa}$$

$$A_s = \frac{Ma}{\beta \cdot d \cdot \sigma_s} = \frac{4,76 \cdot 10^3}{0,912 \times 18 \times 348} = 1,53 \text{ cm}^2$$

• **Condition de non fragilité:**

$$A_{\min} = \frac{I}{0,81 \times ht \times V} \cdot \frac{f_{t28}}{fe} = \frac{14414,42}{0,81 \times 20 \times 6,25} \cdot \frac{2,1}{400} = 0,75 \text{ cm}^2$$

Donc:  $A_{s\text{cal}} = 1,53 \text{ cm}^2 > A_{\min} = 0,75 \text{ cm}^2$  .....condition vérifiée.





Choix : on adopte: **1T12+1T10 p.m** (soit 1.92 cm<sup>2</sup>), **1T12 fil + 1T10 chapeau.**

- De rive

$$M_{rive} = 2,13 \text{KN.m}$$

$$\mu = \frac{Ma}{f_{bc} \cdot d^2 \cdot b_0} = \frac{1,90 \cdot 10^3}{14,17 \cdot (18)^2 \cdot 12} = 0,0035 < 0,392 \rightarrow A's = 0$$

$$\beta = 0,9995$$

$$\sigma_s = \frac{fe}{\gamma_s} = \frac{400}{1,15} = 348 \text{MPa}$$

$$A_s = \frac{Ma}{\beta \cdot d \cdot \sigma_s} = \frac{1,904 \cdot 10^3}{0,9995 \times 18 \times 348} = 0,30 \text{ cm}^2$$

• Condition de non fragilité:

$$A_{min} = \frac{I}{0,81 \times ht \times V} \cdot \frac{f_{t28}}{fe} = \frac{14414,42}{0,81 \times 20 \times 6,25} \cdot \frac{2,1}{400} = 0,75 \text{ cm}^2$$

Donc:  $A_{scal} = 0,35 \text{ cm}^2 < A_{min} = 0,75 \text{ cm}^2$  .....condition non vérifiée.

Choix : on adopte: **1T10 p.m** (0,79 cm<sup>2</sup>).

• Vérification des contraintes à L'E.L.S :

1) En travées :

• Position de l'axe neutre :

$$\frac{by^2}{2} + \eta A'(y - c') - \eta A(d - y) = 0.$$

$$b = 65 \text{cm} ; \eta = 15 ; A' = 0 , A = 2,36 \text{cm}^2.$$

$$32,5 \cdot y^2 + 35,4y - 637,2 = 0 \Rightarrow y = 3,92 \text{cm}$$

$$y = 3,92 \text{cm} < 4 \text{cm}$$

Donc L'axe neutre tombe dans la table de compression.

• Le moment d'inertie:

$$I_G = \frac{b \cdot y^3}{3} + \eta A'(y - c') + \eta A(d - y)^2.$$

$$I_G = \frac{65}{3} y^3 + \eta A(d - y)^2.$$

$$I_G = \frac{65}{3} (3,92)^3 + 15 \times 2,36 \cdot (18 - 3,92)^2 = 8323,04 \text{cm}^4.$$







### 1.7.3. Calcul des contraintes :

- **Contrainte maximale dans le béton comprimé  $\sigma_{bc}$  :**

$$M_{t-ser} = 4,74 \text{ kN.m}$$

$$\sigma_{bc} = \frac{M_{ser}}{I_G} \cdot y = \frac{4,74 \cdot 10^3}{8323,04} \cdot 3,92 = 2,23 \text{ MPa}$$

$$\bar{\sigma}_{bc} = 0,6 f_{c28} = 15 \text{ MPa.}$$

$$\sigma_{bc} = 2,23 \text{ MPa} < \bar{\sigma}_{bc} = 15 \text{ MPa} \dots \dots \dots \text{condition vérifiée.}$$

La vérification de la Contrainte maximale dans l'acier tendu  $\sigma_{st}$ . est nécessaire puisque la fissuration est préjudiciable.

### Contrainte de cisaillement :

$$T_{max} = 14,37 \text{ kN.}$$

$$\tau_u = \frac{T_u}{b_0 \cdot d} = \frac{14,37 \times 10^{-3}}{0,12 \times 0,18} = 0,66 \text{ MPa}$$

Pour une fissuration préjudiciable :  $\sigma_s \leq \bar{\sigma}_s = \text{Min} ( 2/3 f_e ; 110 \sqrt{\eta f_{tj}} ) (\text{MPa})$

Avec :

$\eta$  : coefficient de fissuration pour HA  $\Phi \geq 6 \text{ mm}$  ;  $\eta = 1,6$

$$\bar{\sigma}_{st} = \text{min}(266,67 \text{ MPa} ; 201,63 \text{ MPa}) = 201,63 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{st} = \eta \frac{M_{ser}}{I} (d - y) = 15 \times \frac{4,74}{8323,04} \times (18 - 3,92) = 12,03 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{st} = 12,03 \text{ MPa} < \bar{\sigma}_{st} = 201,63 \text{ MPa} \dots \dots \dots \text{Condition vérifiée.}$$

Donc il n'y a pas de risque de cisaillement

- **Armatures transversales  $A_t$  (armatures de l'âme):**

- **Diamètre:**

$$\Phi_t \leq \text{min}( h/35 ; b_0/10 ; \Phi_L ) \text{ en "mm"}$$

$$\Phi_t \leq \text{min}( 200/35 ; 120/10 ; 10 ) = 5,71 \approx 6 \text{ mm.}$$

on adopte :  $\Phi_t = 6 \text{ mm.}$

- **Espacement :**

$$\left. \begin{array}{l} St \leq \text{min}( 0,9d ; 40 \text{ cm} ) \\ St \leq \text{min}( 16,2 ; 40 \text{ cm} ) \end{array} \right\} \Rightarrow St \leq 16,20 \text{ cm}$$

D'après le RPA 99 (version 2003) :





$$\Rightarrow \text{Zone nodale} \begin{cases} s_t \leq \min\left(\frac{h}{4}, 12\phi_1, 30\text{cm}\right) & \text{On prend } : s_t = 5 \text{ cm} \\ s'_t \leq \frac{h}{2} & \text{On prend } : s'_t = 10\text{cm} \end{cases}$$

Zone courante:  $s_t \leq 15\text{cm}$  on prend  $s_t = 15 \text{ cm}$

**Section d'armatures transversales :**

$$\frac{A_t \cdot f_e}{b_0 \cdot s_t \cdot \gamma_s} \geq \frac{\tau_u(h/2) - 0,3k \cdot f_{ij}^*}{0,9(\sin \alpha + \cos \alpha)} \dots\dots\dots (*)$$

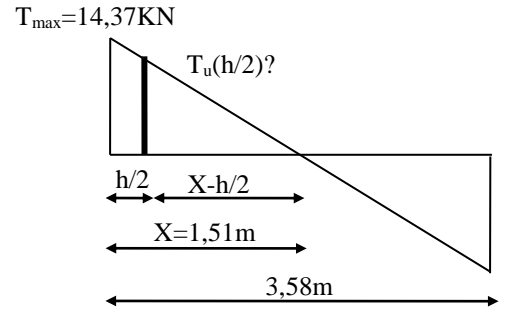
$K = 1$  (fissuration préjudiciable)

$$f_{ij}^* = \min(2,1; 3,3 \text{ Mpa}) = 2,1 \text{ Mpa}$$

$$\alpha = 90^\circ \Rightarrow \sin \alpha + \cos \alpha = 1$$

$$f_e = 400 \text{ Mpa} ; \gamma_s = 1,15$$

$$\text{D'où} : \tau_u(h/2) = \frac{T_u(h/2)}{b_0 \cdot d}$$



On calcule la valeur de l'effort tranchant  $T_u(h/2)$  par la méthode des triangles semblables

$$\frac{T_{\max}}{X} = \frac{T_u(h/2)}{X - (h/2)} \Rightarrow T_u(h/2) = \frac{T_{\max} \cdot [X - (h/2)]}{X}$$

$$X = 1,51 \text{ m}$$

$$h/2 = 0,20/2 = 0,10 \text{ m}$$

$$X - (h/2) = 1,51 - 0,1 = 1,41 \text{ m}$$

$$\text{Donc: } T_u(h/2) = 14,37 \times 1,41 / 1,51 = 13,42 \text{ KN}$$

$$\mathbf{T_u(h/2) = 13,42 \text{ KN}}$$

$$\text{D'où: } \tau_u(h/2) = (13,42 \cdot 10^{-3}) / (0,12 \times 0,18) = 0,62 \text{ MPa}$$

$$\mathbf{\tau_u(h/2) = 0,62 \text{ MPa}}$$

$$(*) \Rightarrow \left(\frac{A_t}{s_t}\right)_{cal} \geq \frac{(0,62 - 0,3 \times 1 \times 2,1) \cdot 12 \times 1,15}{0,9 \times 1 \times 400} = -0,0004 \text{ cm} \dots\dots\dots (1)$$

**Pourcentage minimal des armatures transversales :**

$$\frac{A_t \times f_e}{b_0 \times s_t} \geq \max\left(\frac{\tau_u(h/2)}{2}; 0,4 \text{ Mpa}\right)$$

$$\frac{A_t \times f_e}{b \times s_t} \geq \max\left(\frac{0,62}{2}; 0,4 \text{ Mpa}\right) = 0,4 \text{ Mpa}$$

$$\left(\frac{A_t}{S_t}\right)_{\min} \geq \frac{0,4 \times b_0}{f_e} = \frac{0,4 \times 12}{400} = 0,012 \text{ cm} \dots\dots\dots (2)$$





En prend le max entre (1) et (2)  $\Rightarrow \left(\frac{At}{S_t}\right) \geq 0,012 \text{ cm} ,$

Pour  $S_t=10 \text{ cm} \Rightarrow At \geq 0,012 \times 10 = 0,12 \text{ cm}^2$

On prend:  $2\phi 6 = 0,57 \text{ cm}^2$  avec un espacement :  $S_t = 10 \text{ cm}$

- **Justifications aux appuis (appui simple d'about) :**

**1) Ancrage des armatures aux niveaux des appuis :**

$$T_u = 14,37 \text{ KN}$$

$$M_{\text{appui inter}} = 8,77 \text{ kN.m}$$

$$F_u = \frac{M_{\text{appui}}}{z} = \frac{8,77}{0,9 \cdot 18 \cdot 10^{-2}} = 54,13 \text{ KN} > T_u = 14,37 \text{ KN}$$

Les armatures longitudinales inférieures ne sont pas soumises à un effort de traction.

**2) Compression de la bille d'about :**

La contrainte de compression dans la biellette est:

$$\bar{\sigma}_b = \frac{F_b}{S} \quad \text{Avec} \quad \begin{cases} F_b = T\sqrt{2} \\ S = \frac{ab_0}{\sqrt{2}} \end{cases}$$

$$\text{D'où} \quad \bar{\sigma}_b = \frac{2T}{ab_0}$$

a: la longueur d'appuis de la biellette

On doit avoir  $\bar{\sigma}_b < f_{c28} / \gamma_b$

Mais pour tenir compte du faite que l'inclinaison de la biellette est légèrement différente de  $45^0$  donc on doit vérifier que :

$$\bar{\sigma}_b \leq 0,8f_{c28} / \gamma_b$$

$$\frac{2T}{a \cdot b_0} \leq \frac{0,85 \cdot f_{c28}}{\gamma_b} \Rightarrow a \geq \frac{2T\gamma_b}{0,8 \cdot b_0 \cdot f_{c28}}$$

$$a \geq \frac{2 \cdot 14,37 \cdot 1,5}{0,8 \cdot 12 \cdot 25 \cdot 10} = 0,018 \text{ m} = 1,8 \text{ cm}$$

$a = 0,9 d = 0,9 \times 18 = 16,2 \text{ cm} \geq 1,8 \text{ cm} \dots \dots \dots$ condition vérifiée

**3) Sections minimales d'armatures inférieures sur appuis :**

$$A_s \geq \frac{\gamma_s}{f_e} V_u = \frac{1,15}{400} 14,37 \cdot 10 = 0,413 \text{ cm}^2$$

$A_s = 1,57 \text{ cm}^2 \geq 0,413 \text{ cm}^2 \dots \dots \dots$ condition vérifiée





**4) Ancrage des armatures tendues :**

La longueur de scellement droit "L<sub>s</sub>" est la longueur que ne doit avoir une barre droite de diamètre Ø pour équilibrer une contrainte d'adhérence τ<sub>ser</sub>.

La contrainte d'adhérence τ<sub>s</sub> est supposée constante est égale à la valeur limite ultime.

$$\tau_s = 0,6 \psi_s^2 \cdot f_{t28} = 0,6 (1,5)^2 \cdot 2,1 = 2,84 \text{ MPa.}$$

$$\text{La longueur de scellement droit } L_s = \varnothing f_e / 4\tau_s.$$

Ø : Diamètre d'une barre égale 10 mm = 1,0cm

$$L_s = 1,0 \times 400 / 4 \times 2,84 = 35,27\text{cm.}$$

Cette longueur dépasse la largeur de la poutre b = 30cm

Donc nous somme obligés de prévoir des ancrages courbes de telle sorte que

$$r = 5,5 \varnothing = 5,5 \times 1,0 = 5,5 \text{ cm.}$$

**Vérification de la flèche :**

Il faut que les conditions suivantes soient vérifiées:

$$\left\{ \begin{array}{l} \left( \frac{h_t}{L} \geq \frac{1}{22,5} \right) \Rightarrow \left( \frac{20}{358} = 0,056 > 0,0444 \right) \dots\dots\dots \text{condition vérifiée.} \\ \left( \frac{h_t}{L} \geq \frac{M_{ser}}{15 \cdot M_{0ser}} \right) \Rightarrow \left( \frac{20}{358} = 0,056 > \frac{8,77}{15 \times 6,87} = 0,085 \right) \dots\dots \text{condition vérifiée} \\ \left( \frac{A_s}{b_0 \cdot d} \leq \frac{3,6}{f_e} \right) \Rightarrow \left( \frac{2,36}{12 \times 18} = 0,011 \leq \frac{3,6}{400} = 0,009 \right) \dots\dots \text{conditio non,, vérifiée} \end{array} \right.$$

Puisque une des trois conditions de la flèche n'est pas satisfaite, donc le calcul de la flèche est nécessaire

On va calculer:

$$F_i = \frac{M_i \cdot L^2}{10E_i \cdot I_{f_i}} ; F_v = \frac{M_v \cdot L^2}{10E_v \cdot I_{f_v}}$$

F<sub>i</sub>: flèche due aux charges de faible durée d'application.

F<sub>v</sub>: flèche due aux charges de longue durée d'application

$$\text{Avec: } E_i = 11000(f_{c28})^{1/3} = 32164,19 \text{ MPa}$$

$$E_v = 3700(f_{c28})^{1/3} = 10818,86 \text{ MPa}$$

$$I_{f_i} = \frac{1,1 \cdot I_0}{1 + \lambda_i \cdot \mu_i} ; I_{f_v} = \frac{1,1 \cdot I_0}{1 + \lambda_v \cdot \mu_g}$$

I<sub>0</sub> : moment d'inertie de la section totale rendue homogène /à l'axe passant par son C.D.G

I<sub>f<sub>i</sub></sub> : moment d'inertie fictif pour les déformations instantanées

I<sub>f<sub>v</sub></sub> : moment d'inertie fictif pour les déformations de longue durée





- **Détermination du centre de gravité :**

$$y_G = \frac{\sum A_i \cdot y_i}{\sum A_i} = \frac{(b \cdot h_0) \cdot (h_0/2 + h - h_0) + [(h - h_0)b_0 \cdot (h - h_0)/2] + \eta \cdot A_s \cdot c}{(b \cdot h_0) + (h - h_0)b_0 + \eta \cdot A_s}$$

$$y_G = \frac{(65 \cdot 4)(2 + 20 - 4) + [(20 - 4) \cdot 12 \cdot (20 - 4)/2] + 15 \cdot 2,36 \cdot 2}{(65 \cdot 4) + (20 - 4) \cdot 12 + 15 \cdot 2,36}$$

$$y_G = 12,90 \cong 13 \text{ cm}$$

- **Détermination du moment d'inertie:**

$$I_g = \frac{b y_G^3}{3} - \frac{(b - b_0)(y_G - h_0)^3}{3} + \frac{b_0 (h_t - y_G)^3}{3} + 15 A_s (d - y_G)^2$$

$$I_g = \frac{65 \cdot (13)^3}{3} - \frac{(65 - 12) \cdot (13 - 4)^3}{3} + \frac{12 \cdot (20 - 13)^3}{3} + 15 \cdot 2,36 \cdot (18 - 13)^2$$

$$I_g = 25385,67 \text{ cm}^4$$

- **Charges prises en comptes :**

1-charge avant mise de revêtement :  $j = 2,85 \times 0,65 = 1,85 \text{ KN/m}$ .

2-charge après mise de revêtement :  $G = 6,48 \times 0,65 = 4,21 \text{ KN/m}$

3-charge total à l'E.L.S :  $P = (G+Q) : P = (6,48+1,5) \times 0,65 = 5,19 \text{ KN/m}$

- **Calcul des moments correspondants :**

$$M_j = 0,85 \cdot j \cdot L^2/8 = 0,85 \cdot 1,85 \cdot (3,58)^2/8 = 2,52 \text{ KN.m}$$

$$M_G = 0,85 \cdot G \cdot L^2/8 = 0,85 \cdot 4,21 \cdot (3,58)^2/8 = 5,73 \text{ KN.m}$$

$$M_p = 0,85 \cdot P \cdot L^2/8 = 0,85 \cdot 5,19 \cdot (3,58)^2/8 = 7,07 \text{ KN.m}$$

- **calcul des contraintes:**

$$\sigma_{sj} = \frac{M_j}{A_s \cdot Z} = \frac{2,52 \cdot 10^3}{2,36 \cdot 0,918} = 65,91 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{sg} = \frac{M_G}{A_s \cdot Z} = \frac{5,73 \cdot 10^3}{2,36 \cdot 0,918} = 149,87 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{sp} = \frac{M_p}{A_s \cdot Z} = \frac{7,07 \cdot 10^3}{2,36 \cdot 0,918} = 184,92 \text{ MPa}$$





- Calcul des coefficients:

$f$ ;  $\lambda_i$ ;  $\lambda_v$

$$f = \frac{A_s}{b_0 \cdot d} = \frac{2,36}{12,18} = 0,011$$

$$\lambda_i = \frac{0,05 \cdot f_{t28}}{(2 + 3 \cdot b_0/b) \cdot f} = \frac{0,05 \cdot 2,1}{(2 + 3 \cdot 12/65) \cdot 0,011} = 3,74.$$

$$\lambda_v = (2/5) \cdot \lambda_i = (2/5) \cdot 3,74 = 1,496.$$

**Calcul des coefficients ( $\mu_i$ ):**  $\mu_i = 1 - \frac{1,75 \cdot f_{t28}}{(4 \cdot f \cdot \sigma_{si}) + f_{t28}}$

- \*  $\mu_j = 1 - [(1,75 \cdot 2,1)/(4 \times 0,011 \times 65,91) + 2,1] = 0,265$

- \*  $\mu_G = 1 - [(1,75 \cdot 2,1)/(4 \cdot 0,011 \cdot 149,87) + 2,1] = 0,577$

- \*  $\mu_P = 1 - [(1,75 \cdot 2,1)/(4 \cdot 0,011 \cdot 184,92) + 2,1] = 0,641$

- Calcul des moments d'inertie après fissuration :

$$I_{Fi} = \frac{1,1 \cdot I_0}{(1 + \lambda_i \cdot \mu_i)}; I_0 = I_G = 25385,67 \text{ cm}^4.$$

$$I_{Fj} = \frac{1,1 \times 25385,67}{(1 + 3,74 \times 0,265)} = 14024,53 \text{ cm}^4.$$

$$I_{FG} = \frac{1,1 \cdot 25385,67}{(1 + 3,74 \times 0,577)} = 8842,44 \text{ cm}^4.$$

$$I_{FP} = \frac{1,1 \cdot 25385,67}{(1 + 3,74 \times 0,641)} = 8219,44 \text{ cm}^4.$$

$$I_{Fv} = \frac{1,1 \times 25385,67}{(1 + 1,496 \times 0,577)} = 14987,31 \text{ cm}^4.$$

- Calcul des valeurs de la flèche correspondantes:  $F_i = \frac{M_i L^2}{10 E_i \cdot I_{Fi}}$

$$F_{ij} = \frac{2,52(3,58)^2 \cdot 10^7}{(10 \times 32164,19 \times 14024,53)} = 0,072 \text{ cm}.$$

$$F_{ig} = \frac{5,73 \cdot (3,58)^2 \cdot 10^7}{(10 \times 32164,19 \times 8842,44)} = 0,258 \text{ cm}.$$

$$F_{ip} = \frac{7,07 \cdot (3,58)^2 \cdot 10^7}{(10 \times 32164,19 \times 8219,44)} = 0,343 \text{ cm}.$$

$$F_{vg} = \frac{5,73 \cdot (3,58)^2 \cdot 10^7}{(10 \times 10818,86 \times 14987,31)} = 0,453 \text{ cm}.$$





$$F_{total} = F_{vg} - F_{ij} + F_{ip} - F_{ig}$$

$$F_{total} = 0,453 - 0,072 + 0,343 - 0,258 = 0,47 \text{ cm}$$

$$F_{total} = 0,47 \text{ cm}$$

$$F_{adm} = L/500 = 358/500 = 0,72 \text{ cm}$$

$$F_{adm} = 0,72 \text{ cm}$$

$$F_{total} = 0,47 \text{ cm} < F_{adm} = 0,72 \text{ cm} \dots\dots\dots \text{condition vérifiée.}$$

III.1.7.4 Schéma de ferrailage :

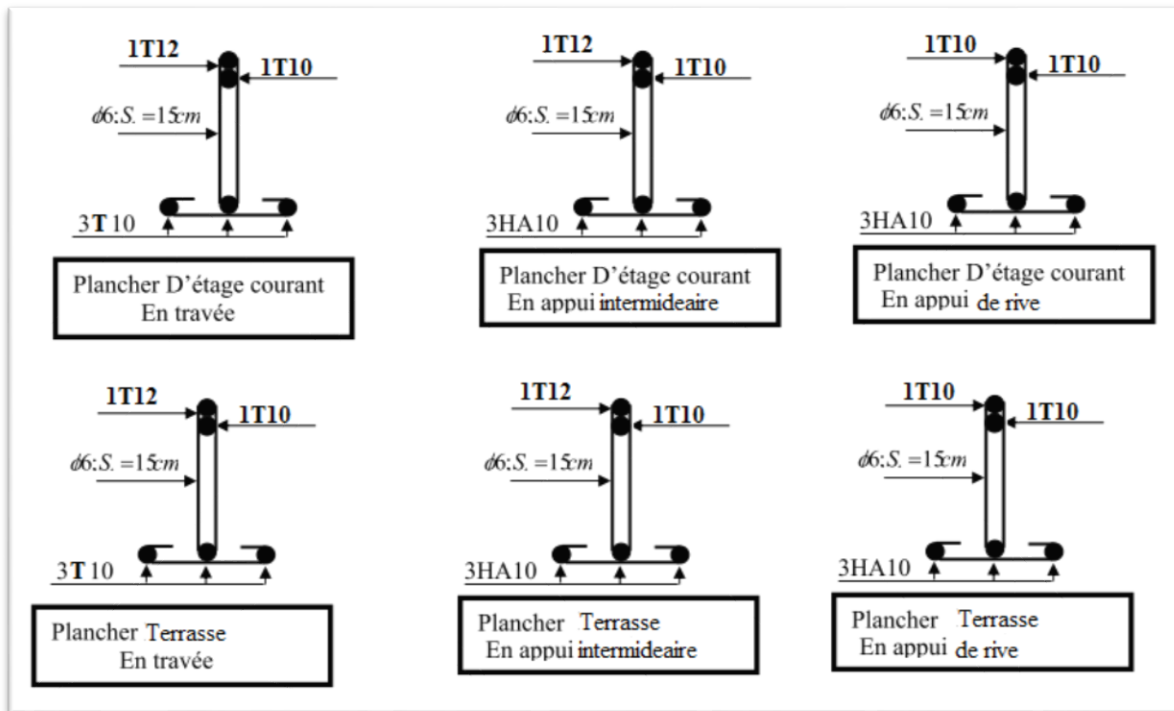


Figure III.20 : Schéma de ferrailage des poutrelles





### III.7.1 Ferrailage de la dalle de compression :

La dalle de compression doit avoir une épaisseur minimale de 4 cm, elle est légèrement armée par un quadrillage des barres, les dimensions de la maille ne doivent pas dépasser :

30cm pour les armatures perpendiculaire aux poutrelles.

20cm pour les armatures parallèle aux poutrelles.

#### Section minimale des armatures Perpendiculaire aux poutrelles :

$$A_{\perp} \geq 200/fe \quad (\text{cm}^2/\text{ml}) \quad \text{si } l \leq 50\text{cm}$$

$$A_{\perp} \geq 4l/fe \quad (\text{cm}^2/\text{ml}) \quad \text{si } 50\text{cm} \leq l \leq 80\text{cm}$$

Avec  $l$  : l'écartement entre axe des nervures

Section minimale des armatures parallèles aux poutrelles

$$A_{//} \geq A_{\perp}/2 \quad ; L = 0,65 \text{ m}; Fe = 400 \text{ MPa}$$

$$50\text{cm} \leq L = 65 \text{ cm} \leq 80 \text{ cm}$$

$$A_{\perp} \geq 4 \times 65 / 400 = 0.65 \text{ cm}^2/\text{ml}$$

On prend  $A_{\perp} = 5 \phi 5 = 0.98 \text{ cm}^2/\text{ml}$

$$A_{//} \geq 0.98/2 = 0,49 \text{ cm}^2/\text{ml}$$

On prend un quadrillage en  $\phi 5$  avec des mailles de 20x20 cm de telle sorte que la disposition de la grande dimension soit parallèle à l'axe des poutrelles.

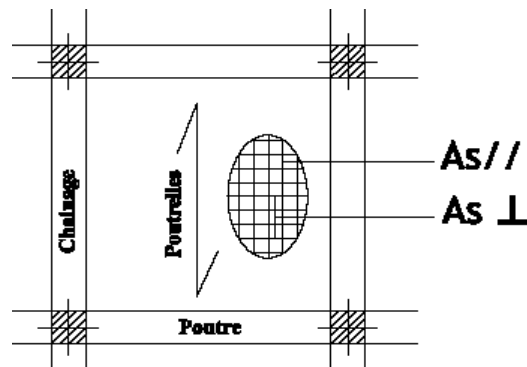


Figure III.21. Ferrailage de la dalle de compression

