

## VII 1. INTRODUCTION

Généralement, les bâtiments en zone sismique sont conçus afin d'assurer une bonne résistance aux forces horizontales (sismiques), et être capables de subir des déformations importantes imposées dans le domaine plastique. Cette capacité de la structure ou de ses composants (poutres , poteaux) , ou les matériaux utilisés pour offrir une résistance dans le domaine inélastique, est décrite en terme général par la ductilité. Cette ductilité quantifie la capacité de subir des grandes déformations, et absorber l'énergie par un comportement d'hystérésis. Pour ces raisons, la ductilité est la propriété la plus importante à traiter par les concepteurs des structures situées dans les régions de forte sismicité.

Avant 1960 la notion de ductilité a été utilisé seulement pour la caractérisation du comportement du matériau, après les études de Baker dans la conception plastique et les travaux de recherches dans les problèmes sismiques de Housner, ce concept s'est étendue au niveau de la structure est associé avec les notions de résistance et de rigidité de la structure globale.

## VII.2. DUCTILITE DES POUTRES EN BETON ARME

### VII.2.1. LOIS DE COMPORTEMENT DES MATERIAUX

#### VII.2.1.1. Béton

Selon l'Eurocode 2 (EN 1992, 2004), la valeur de calcul de la résistance en compression du béton sur cylindre  $f_{cd}$  est définie par :

$$f_{cd} = \frac{\alpha_{cc} f_{ck}}{\gamma_c}$$

Où,  $\gamma_c$  est le facteur partiel de sécurité pour le béton, égal à 1.5 pour les situations durables et 1.2 pour les situations accidentelles,  $\alpha_{cc}$  est un coefficient tenant compte des effets à long terme sur la résistance à la compression du béton, sa valeur varie entre 0.8 et 1. Dans la suite, la situation accidentelle est totalement considérée.

Ainsi, pour le dimensionnement des sections transversales d'un élément en béton armé, on utilise le diagramme contrainte - déformation du calcul illustré dans la figure 7.1, caractérisé par les relations des contraintes et des déformations suivantes :

$$\sigma_c = \begin{cases} f_{cd} \left[ 1 - \left( 1 - \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c2}} \right)^n \right] & \text{pour } 0 \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{c2} \\ f_{cd} & \text{pour } \varepsilon_{c2} \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{cu} \end{cases}$$

Où,  $\varepsilon_c$  est la déformation résultant de la compression du béton et  $\varepsilon_{c2}$  est la déformation de compression du béton sous la contrainte maximale  $f_{cd}$  et  $\varepsilon_{cu}$  est la déformation de compression ultime du béton, définie par :

$$\varepsilon_{cu} (\text{‰}) = \begin{cases} 3.5 & \text{pour } f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \\ 2.6 + 35 \left( \frac{90 - f_{ck}}{100} \right)^4 & \text{pour } f_{ck} > 50 \text{ MPa} \end{cases}$$

n : est un exposant qui prend les valeurs suivantes :

$$n = \begin{cases} 2 & \text{pour } f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \\ 1.4 + 23.4 \left( \frac{90 - f_{ck}}{100} \right)^4 & \text{pour } f_{ck} > 50 \text{ MPa} \end{cases}$$

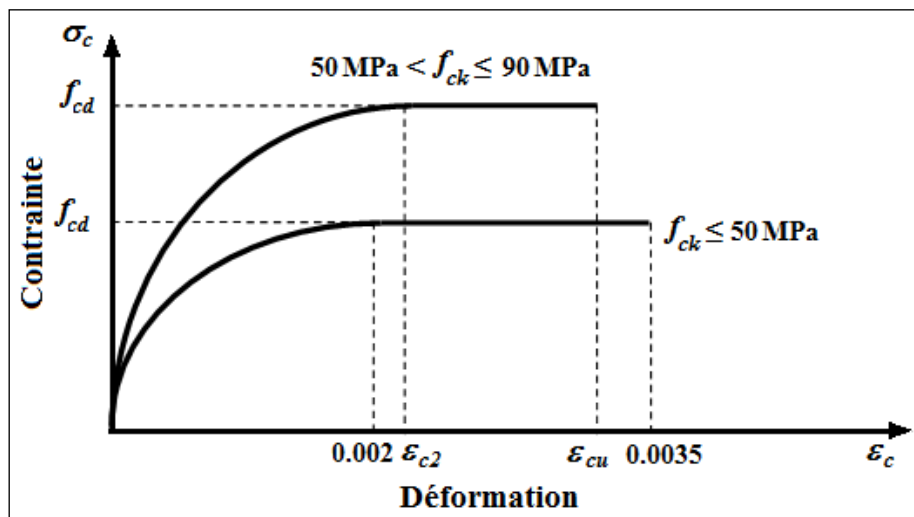


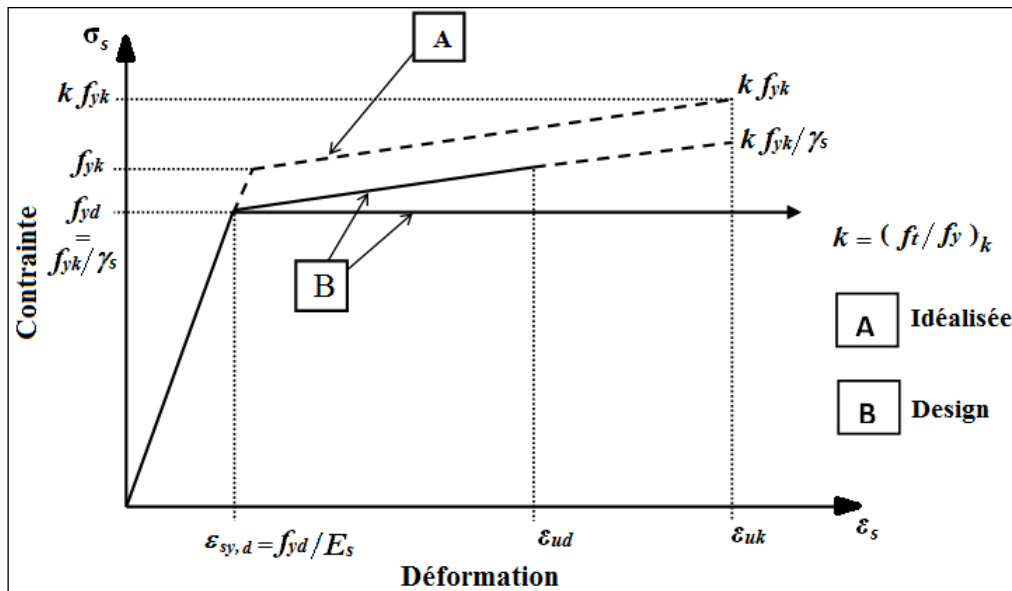
Figure VII.1 : Diagramme parabolique rectangle pour le béton non confiné sous compression d'après l'Eurocode 2 (EN 1992, 2004).

### VII.2.1.2. Acier

Le diagramme contrainte – déformation des aciers schématisé dans la Figure 7.2 est distingué par la courbe élasto-plastique bilinéaire, caractérisée par une branche inclinée jusqu'à une déformation égale à  $\varepsilon_{sy,d}$  et une contrainte de l'armature égale à  $f_{yd}$ , ainsi qu'une branche supérieure supposée horizontale jusqu'à la déformation maximale  $\varepsilon_{uk}$  correspondant à la contrainte dans l'armature égale à  $f_{yd}$ , où :

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s}$$

Où,  $\gamma_s$  est un coefficient partiel de l'acier égal à 1.15 pour les situations durables et 1 pour les situations accidentelles.



**Figure VII.2 : Diagramme "contrainte – déformation" des aciers du béton armé d'après l'Eurocode 2 (EN 1992, 2004).**

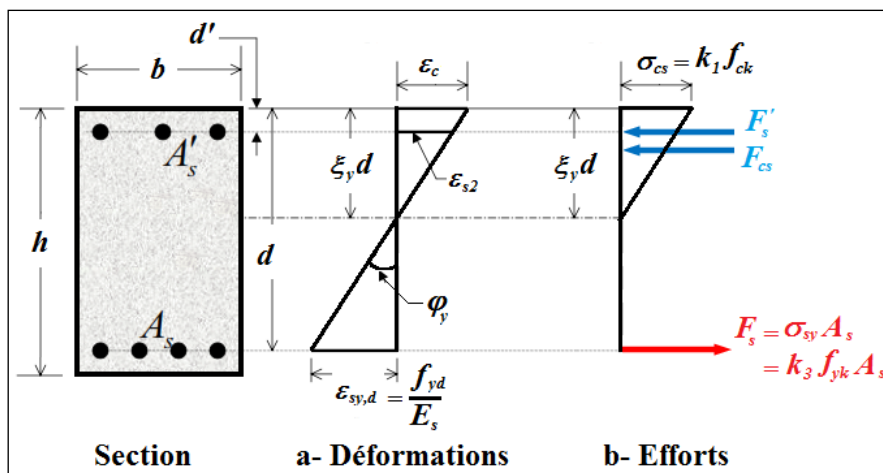
$\varepsilon_{sy,d} = f_{yd}/E_s$  : Allongement élastique de l'armature sous charge maximale.

$E_s$  : Module d'élasticité de l'acier, égal à 200000 MPa.

$\varepsilon_{uk}$  : Allongement ultime de l'armature sous charge maximale, cette déformation ultime est limitée à 5 % pour la classe B et 7.5 % pour la classe C. La valeur recommandée pour  $\varepsilon_{ud}$  est  $0.9\varepsilon_{uk}$ .

### VII.2.2. COURBURE A LA FIN DE LA PHASE ELASTIQUE

L'utilisation de l'état limite de service dans les poutres en béton armé est conditionnée le plus souvent par les contraintes limites dans le béton et dans les armatures. Afin d'éviter des fissures longitudinales et des microfissures, la contrainte de compression dans le béton sera limitée à  $k_1 f_{ck}$  ( $f_{cd} \leq k_1 f_{ck}$ ), où généralement  $k_1 = 0.6$  (EN 1992, 2004). Afin d'éviter les déformations inélastiques, les fissures et les déformations inacceptable, les contraintes de traction dans les armatures seront limitées à  $k_3 f_{yk}$  ( $f_{yd} \leq k_3 f_{yk}$ ), dans notre cas  $k_3 = 0.8$  (EN 1992, 2004).



**Figure VII.3 :** Comportement d'une section fléchie d'une poutre en béton armé à l'état limite de service (la fin de phase élastique).

La Figure 7.3, illustre une section transversale d'une poutre en béton armé doublement armée à l'état limite de service, où  $\xi_y$  désigne le facteur de la hauteur de la zone comprimée à l'état élastique,  $d$  est la hauteur utile de la section et  $d'$  est la hauteur de l'enrobage dans la zone comprimée. D'après la Figure 7.3a, la courbure à la fin de la phase élastique est exprimée par :

$$\varphi_y = \frac{\epsilon_{sy,d}}{d(1-\xi_y)}$$

Et, la déformation dans les armatures comprimées  $\epsilon_{s2}$ , s'écrit :

$$\epsilon_{s2} = \frac{(\xi_y d - d')}{d(1-\xi_y)} \frac{k_3 f_{yk}}{E_s}$$

Sachant que la contrainte dans les armatures comprimées  $\sigma_{s2} = \varepsilon_{s2}E_s$ , l'équation d'équilibre statique des efforts internes sollicitant la section, dans la Figure 7.3b s'écrit :

$$\frac{1}{2} \xi_y d b k_1 f_{ck} + \frac{(\xi_y d - d')}{d(1 - \xi_y)} k_3 f_{yk} A'_s = \sigma_{sy} A_s$$

La solution de cette équation, conduit à un polynôme du second degré en fonction de la variable  $\xi_y$ , dont la solution acceptable retenue est :

$$\xi_y = \left( \frac{1}{2} + \frac{k_3 f_{yk}}{k_1 f_{ck}} (\rho + \rho') \right) - \sqrt{\left( \frac{1}{2} + \frac{k_3 f_{yk}}{k_1 f_{ck}} (\rho + \rho') \right)^2 - \frac{2 k_3 f_{yk}}{k_1 f_{ck}} \left( \rho + \frac{d'}{d} \rho' \right)}$$

Où,  $\rho = A_s / bd$  est le pourcentage d'armatures tendues, et  $\rho' = A'_s / bd$  est le pourcentage d'armatures comprimées.

On détermine  $\varepsilon_{s2}$  exprimé par la relation (7.7), si  $\varepsilon_{s2} \leq f_{yk}/E_s$ , on retient la valeur de  $\xi_y$  obtenue par (7.9). Dans le cas contraire, les armatures comprimées  $A_{s2}$  sont plastifiées en compression, et dans ce cas l'équation (7.8), devient :

$$\frac{1}{2} \xi_y d b k_1 f_{ck} + k_3 f_{yk} A'_s = k_3 f_{yk} A_s$$

Donc, il est évident que :

$$\xi_y = \frac{2 k_3 f_{yk}}{k_1 f_{ck}} (\rho - \rho')$$

Le moment résistant à la fin de la phase élastique, s'obtient par rapport aux armatures tendues  $A_s$ , comme suit :

$$M_y = \frac{1}{2} \xi_y d b k_1 f_{ck} \left( d - \frac{1}{3} \xi_y d \right) + d \frac{(\xi_y d - d')}{d(1 - \xi_y)} k_3 f_{yk} A'_s (d - d')$$

### 3.5. COURBURE A L'ETAT LIMITE ULTIME

La Figure 7.4 illustre le comportement d'une section transversale non confinée, considérée comme la plus défavorable d'une zone critique de poutre en béton armé, où  $\xi_u$  représente le facteur de la hauteur de la zone comprimée. Afin de déterminer la courbure à l'état limite ultime, on considère deux cas de rupture possible :

- Rupture par écrasement des fibres extrêmes du béton,
- Rupture par plastification des armatures tendues.

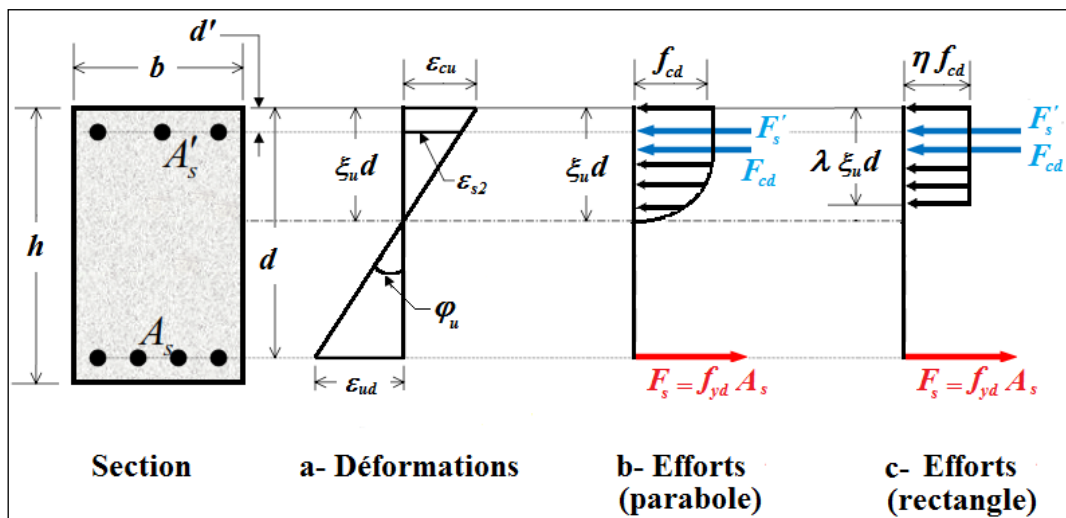


Figure VII.4 : Comportement de la section d'une poutre fléchie en béton armé à l'état limite ultime.

#### 3.5.1. Rupture par écrasement du béton

Dans le cas d'une rupture par écrasement du béton, la déformation du béton  $\epsilon_c$  dans les fibres extrêmes supérieures excède la valeur ultime de  $\epsilon_{cu}$  ( $\epsilon_c \geq \epsilon_{cu}$ ), avant que la déformation  $\epsilon_s$  dans les armatures tendues atteigne  $\epsilon_{ud}$  ( $\epsilon_s < \epsilon_{ud}$ ).

La courbure à l'état limite ultime, d'après la figure 7.4a, est exprimée par :

$$\varphi_u = \frac{\epsilon_{cu}}{\xi_u d}$$

Supposons que les armatures comprimées  $A'_s$  restent à l'état élastique, leur déformation  $\epsilon_{s2}$ , s'obtient :

$$\varepsilon_{s2} = \frac{(\xi_u d - d')}{\xi_u d} \varepsilon_{cu}$$

Sachant que la contrainte dans les armatures comprimées  $\sigma_{s2} = \varepsilon_{s2} E_s$ , l'équation d'équilibre des efforts internes de compression et de traction, s'écrit :

$$\lambda \xi_u d b \eta f_{cd} + \frac{(\xi_u d - d')}{\xi_u d} \varepsilon_{cu} E_s A'_s = f_{yd} A_s$$

Où  $\lambda$  est le facteur de la hauteur effective de la zone comprimée (Figure 7.4c). D'après l'Eurocode 2 (EN 1992, 2004), il s'exprime par :

$$\lambda = \begin{cases} 0.8 & \text{pour } f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \\ 0.8 - \frac{f_{ck} - 50}{400} & \text{pour } 50 \text{ MPa} < f_{ck} \leq 90 \text{ MPa} \end{cases}$$

Et  $\eta$  est le facteur de la résistance effective du béton (figure 7.4c). D'après l'Eurocode 2 (EN 1992, 2004), il s'exprime par :

$$\eta = \begin{cases} 1.0 & \text{pour } f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \\ 1.0 - \frac{f_{ck} - 50}{200} & \text{pour } 50 \text{ MPa} < f_{ck} \leq 90 \text{ MPa} \end{cases}$$

La solution de l'équation (7.15), conduit à une expression du second degré variant en fonction de  $\xi_u$ , dont la solution acceptable, s'écrit comme suit :

$$\xi_u = \frac{(f_{yd} \rho - \varepsilon_{cu} E_s \rho')}{2 \lambda \eta f_{cd}} + \frac{\sqrt{(f_{yd} \rho - \varepsilon_{cu} E_s \rho')^2 + 4 \lambda \eta f_{cd} \varepsilon_{cu} E_s \rho' \frac{d'}{d}}}{2 \lambda \eta f_{cd}}$$

Le moment résistant à l'état limite ultime par rapport aux armatures tendues, s'exprime par

$$M_u = \lambda \xi_u d b \eta f_{cd} \left( d - \frac{\lambda \xi_u d}{2} \right) + \frac{(\xi_u d - d')}{\xi_u d} \varepsilon_{cu} E_s A'_s (d - d')$$

Le facteur de ductilité en courbure, dans le cas de la rupture par écrasement du béton s'obtient, par le rapport entre la courbure à l'état ultime déterminée la courbure à la fin de la phase élastique déterminée:

$$\mu_{\varphi c} = \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{sy,d}} \frac{(1 - \xi_y)}{\xi_u}$$

### 3.5.2. Rupture par plastification des armatures tendues

Dans le cas d'une rupture par plastification des armatures tendues, la déformation ultime  $\varepsilon_s$  excède  $\varepsilon_{ud}$  ( $\varepsilon_s \geq \varepsilon_{ud}$ ) avant que la déformation du béton  $\varepsilon_c$  dans les fibres extrêmes supérieures dépasse la valeur ultime de  $\varepsilon_{cu}$  ( $\varepsilon_c < \varepsilon_{cu2}$ ). Dans ce cas, la courbure à l'état limite ultime, d'après la figure 7.4a, s'obtient :

$$\varphi_u = \frac{\varepsilon_{ud}}{d(1 - \xi_u)}$$

Et, la déformation dans les armatures comprimées, s'écrit :

$$\varepsilon_{s2} = \frac{(\xi_u d - d')}{d(1 - \xi_u)} \varepsilon_{ud}$$

L'équation d'équilibre des efforts internes dans la section de la figure 7.4c, se traduit par :

$$\lambda \xi_u d b \eta f_{cd} + \frac{(\xi_u d - d')}{d(1 - \xi_u)} \varepsilon_{ud} E_s A'_s = f_{yd} A_s$$

La résolution de cette équation (7.23), conduit à une équation du second degré ayant une variable  $\xi_u$ , dont la racine physiquement acceptable est :

$$\xi_u = \frac{(\lambda \eta f_{cd} + f_{yd} \rho + \varepsilon_{ud} E_s \rho')}{2 \lambda \eta f_{cd}} - \frac{\sqrt{(\lambda \eta f_{cd} + f_{yd} \rho + \varepsilon_{ud} E_s \rho')^2 - 4 \lambda \eta f_{cd} (f_{yd} \rho + \varepsilon_{ud} E_s \rho' \frac{d'}{d})}}{2 \lambda \eta f_{cd}}$$

On détermine la valeur de  $\varepsilon_{s2}$  par la relation (7.22) et on vérifié, si,  $-f_{yd}/E_s \leq \varepsilon_{s2} \leq f_{yd}/E_s$ , on retient la solution (7.24) pour  $\xi_u$ . Par ailleurs, lorsque  $\varepsilon_{s2} < -f_{yd}/E_s$ , les armatures supérieures  $A_{s2}$  sont plastifiées en compression, et l'équation (7.23) devient :



$$\lambda \xi_u db \eta f_{cd} + f_{yd} A'_s = f_{yd} A_s$$

Et, leur rcine  $\xi_u$  s'écrit :

$$\xi_u = \frac{f_{yd}}{\lambda \eta f_{cd}} (\rho - \rho')$$

Or si,  $\varepsilon_{s2} > f_{yd}/E_s$ , les armatures supérieures  $A'_s$  sont plastifiées en traction, et l'équation devient :

$$\lambda \xi_u db \eta f_{cd} - f_{yd} A'_s = f_{yd} A_s$$

(7.27) OÙ, il est évident que  $\xi_u$  s'écrit :

$$\xi_u = \frac{f_{yd}}{\lambda \eta f_{cd}} (\rho + \rho')$$

(7.28) Le moment résistant à l'état limite ultime par rapport aux armatures tendues, s'exprime par

$$M_u = \lambda \xi_{ud} db \eta f_{cd} \left( d - \frac{\lambda \xi_{ud} d}{2} \right) + \frac{(\xi_{ud} d - d')}{d(1 - \xi_{ud})} \varepsilon_{ud} E_s A'_s (d - d')$$

Le facteur de ductilité en courbure, dans le cas de la plastification des armatures tendues, est exprimé par le rapport entre la courbure à l'état ultime déterminée en (7.21) et la courbure à la fin de la phase élastique déterminée en (7.6), et il s'écrit :

$$\mu_{\varphi s} = \frac{\varepsilon_{ud}}{\varepsilon_{sy,d}} \frac{(1 - \xi_y)}{(1 - \xi_u)}$$

### 3.6. FACTEUR DE DUCTILITE LOCALE CONVENTIONNEL

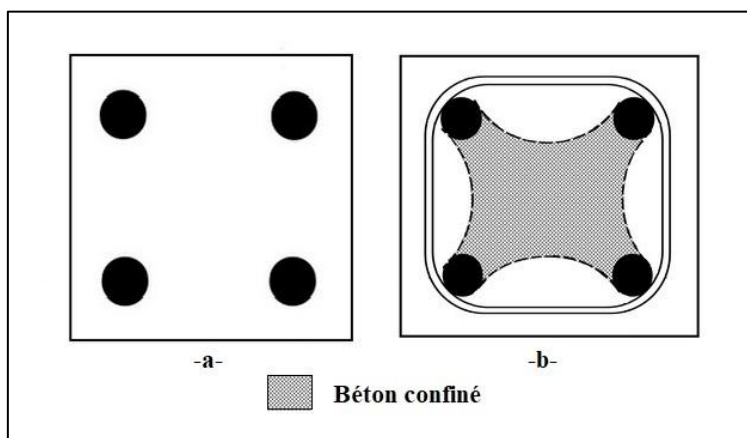
Pour une section d'une poutre sollicitée en flexion simple, le facteur de ductilité locale conventionnel disponible correspond à la valeur minimale du facteur obtenue dans le cas de rupture par écrasement du béton en (7.20) et le cas de rupture par plastification des armatures

tendues en (7.30), où :  $\mu_{\varphi} = \min \left( \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{sy,d}} \frac{(1 - \xi_y)}{\xi_u}, \frac{\varepsilon_{ud}}{\varepsilon_{sy,d}} \frac{(1 - \xi_y)}{(1 - \xi_u)} \right)$

### VII.3. DUCTILITE DES POTEAUX EN BETON ARME

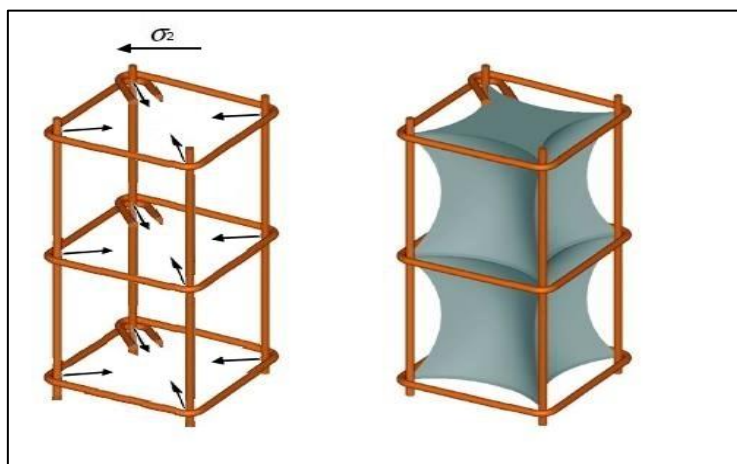
#### VII.3.1. Lois de comportement du béton sous l'effet du confinement

Dans la pratique, le béton peut être confiné par les armatures transversales, ceci par l'utilisation des cadres, épingles et étriers... (Park et Paulay 1975 ; Hachemi 2004). Le béton devient confiné lorsque la résistance du noyau est supérieure à celle du béton hors noyau (non-confiné). La figure 7.5 montre la différence entre une section confinée et l'autre non confinée, où l'armature transversale forme une zone sous un confinement (7.5b).



*Figure VII.5 : Confinement du béton*

Sous la pression latérale due au confinement (figure 7.6), un changement radical sur le comportement du béton est produit, où des contraintes et des déformations plus élevées sont atteintes.



*Figure VII.6 : Pression latérale (Paultre et Légéron (2008)).*

L'Eurocode 2 (EN 1992, 2004) fournit un modèle contrainte-déformation ( $\sigma_c$ - $\varepsilon_c$ ) pour un béton confiné similaire au béton non confiné (parabole-rectangle), avec un changement au niveau des contraintes et des déformations.

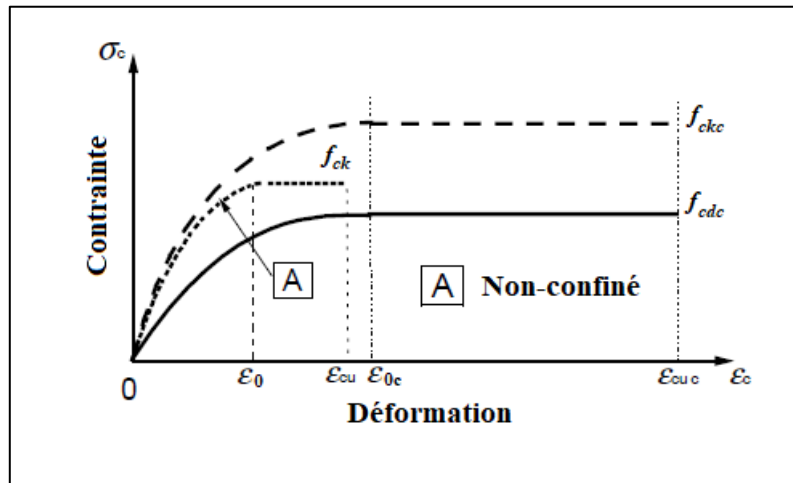


Figure VII.7 : Modèle contrainte-déformation de l'Eurocode 2 (EN 1992, 2004).

Les relations suivantes illustrent les nouvelles formules obtenues :

La résistance à l'intérieur des cadres  $f_{ckc}$  :

$$f_{ckc} = \begin{cases} f_{ck} \left( 1 + 5 \frac{\sigma_2}{f_{ck}} \right) & \text{pour } \sigma_2 \leq 0.05 f_{ck} \\ f_{ck} \left( 1.125 + 2.5 \frac{\sigma_2}{f_{ck}} \right) & \text{pour } \sigma_2 > 0.05 f_{ck} \end{cases}$$

Avec :

$\sigma_2$  est la pression latérale due aux armatures transversales.

La déformation à la fin de la phase élastique  $\varepsilon_{0c}$  :

$$\varepsilon_{0c} = \varepsilon_0 \left( \frac{f_{ckc}}{f_{ck}} \right)^2$$

La déformation ultime  $\varepsilon_{cuc}$  :

$$\varepsilon_{cuc} = \varepsilon_{cu} + 0.2 \frac{\sigma_2}{f_{ck}} \quad \text{Avec :}$$

$$0.2 \frac{\sigma_2}{f_{ck}} = 0.1 \alpha \omega_{wd}$$

$\omega_{wd}$  est le rapport mécanique en volume des armatures de confinement dans les zones critiques et  $\alpha$  est un coefficient d'efficacité du confinement, ils seront calculés selon le règlement Eurocode 8 (5.4.3.2.2).

### VII.3.2. COURBURE A LA FIN DE LA PHASE ELASTIQUE

La courbure à la fin de la phase élastique est exprimée par :

$$\varphi_y = 2.12 \frac{\varepsilon_{sy,d}}{h}$$

### VII.3.3. COURBURE A L'ETAT LIMITE ULTIME

La courbure à l'état limite ultime est exprimée par :

$$\varphi_u = \frac{\varepsilon_{cuc}}{\xi_u d}$$

### VII.4. DUCTILITE MINIMALE REQUISE

L'Eurocode 8 (EN 1998-1, 2003, 5.2.3.4(3)) exige des valeurs minimales pour  $\mu_\varphi$  (noté  $\mu_{\varphi min}$ ) en fonction du coefficient du comportement des structures  $q_0$ . En conséquence, il recommande que le facteur de ductilité locale devrait être supérieur ou égal à la valeur minimale obtenue par les deux expressions suivantes :

$$\mu_{\varphi, min} = \begin{cases} 2q_0 - 1 & \text{si } T_1 \geq T_C \\ 1 + 2(q_0 - 1) \frac{T_C}{T_1} & \text{si } T_1 < T_C \end{cases}$$

Où  $T_1$  est la période fondamentale du bâtiment dans le plan vertical dans lequel la flexion a lieu et  $T_C$  est la période limite supérieure de la zone d'accélération constante du spectre, ainsi que  $q_0$  est le coefficient du comportement des structures exprimé par (EN 1998-1, 2003, 5.2.2.2) :

- $q_0 = 3 \alpha_u / \alpha_I$  pour la classe de ductilité moyenne (DCM)
- $q_0 = 4,5 \alpha_u / \alpha_I$  pour la classe de haute ductilité (DCH)

Avec  $\alpha_u / \alpha_I$  égal à 1,1 pour les constructions en portiques et voiles.

Pour les structures non régulières en élévation, la valeur de  $q_0$  sera réduite par 20%.

Notre structure située dans une zone de faible sismicité, alors les éléments de notre structure doit avoir une ductilité moyenne (DCM) :

- $q_0 = 3 \alpha_u / \alpha_l = 3 \times 1.1 = 3,3$

Dans notre cas :

- $T_1 = 0.52 \text{ s}$  ;
- $T_c = T_2$  (Tableau 4.7 RPA99-V2003) = 0.50 s.

$$T_1 > T_c$$

$$\mu_{\phi min} = 2 q_0 - 1 = (2 \times 3.3) - 1 = 5,6$$

## VII.5. DUCTILITE DISPONIBLE DES POUTRES ET DES POTEAUX

D'après les calculs, les résultats des facteurs de ductilité des poutres et des poteaux sont présentés dans le tableau 7.1 :

*Tableau VII 7.1 : Facteur de ductilité  $\mu_\phi$ .*

Poutres	Principales	10.80
	Secondaires	10.83
Poteaux	50x50	12.56
	40x40	18.32

D'après le tableau, on remarque que la ductilité des éléments est toujours supérieure à la ductilité minimale exigée.

## VII.6. CONCLUSION

La ductilité est une propriété importante à considérer, et la conception des poteaux et des poutres n'est jamais complète sans la prise en compte de cet aspect.