

III.1. Introduction

Les planchers sont des surfaces planes limitant les étages et supportant les revêtements du sol, ils assurent principalement deux fonctions:

La résistance: ils doivent supporter leurs poids propre et les surcharges d'exploitations appliquées sur eux;

L'isolation: ils isolent thermiquement et acoustiquement les différents étages.

La structure étudiée a un seul type de planchers:

Planchers à corps creux, qui est constitué par des poutrelles en béton armé sur lesquelles reposent les hourdis en béton; les poutrelles sont des poutres de section en T et disposées suivant la petite portée et elles travaillent dans une seule direction.

D'après le pré dimensionnement déjà fait on a un plancher à corps creux de 21cm de hauteur dont:

Hauteur du corps creux de 16cm

Epaisseur de la dalle de compression de 5cm

III.2. Prédimensionnement des poutrelles

h<sub>t</sub> = 21cm → { 16 cm : Epaisseur du corps creux. / 5 cm : Epaisseur de la dalle de compression.

Pour la largeur de la nervure on va prendre b<sub>o</sub> = 12 cm

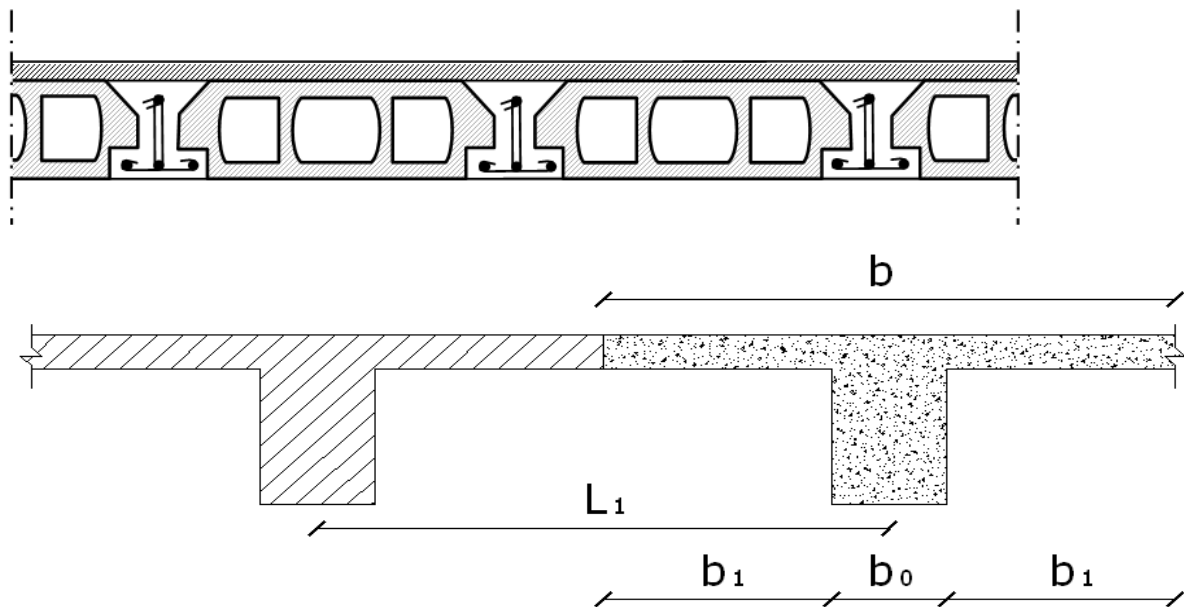


Figure III.1. Schéma d'un plancher à corps creux

III.2.1. Calcul de la largeur (b) de la poutrelle

Le calcul de la largeur «b » se fait à partir des conditions suivantes:

b = 2b<sub>1</sub> + b<sub>o</sub> .....(1)

La portée maximale est  $L = 3.60\text{m}$        $L_n = 65\text{ cm}$

$$\left\{ \begin{array}{l} b_1 \leq \frac{L_n - b_o}{2} \\ b_1 \leq \frac{L}{10} \\ 6h_o \leq b_1 \leq 8h_o \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} b_1 \leq 26,5\text{cm}. \\ b_1 \leq \frac{360}{10} = 36\text{ cm}. \\ 30 \leq b_1 \leq 40 \end{array} \right.$$

$b_1 = \min(30 ; 36 ; 40)$  On prendra donc  $b_1 = 26.5\text{ cm}$ .

$b = 2(26,5) + 12 = 65\text{cm}$  Donc on prend dans le calcul  $b = 65\text{cm}$ .

### III.3. Méthode de calcul des poutrelles

#### III.3.1. Plancher étage courant

Il existe plusieurs méthodes pour le calcul des poutrelles, le B.A.E.L 91/99 propose une méthode simplifiée dite « méthode forfaitaire » pour le calcul des moments fléchissant et efforts tranchants concernant tous les planchers de notre structure.

##### III.3.1.1. Méthode forfaitaire

###### a. Conditions d'application de la méthode forfaitaire

Cette méthode s'applique quand les conditions suivantes sont vérifiées:

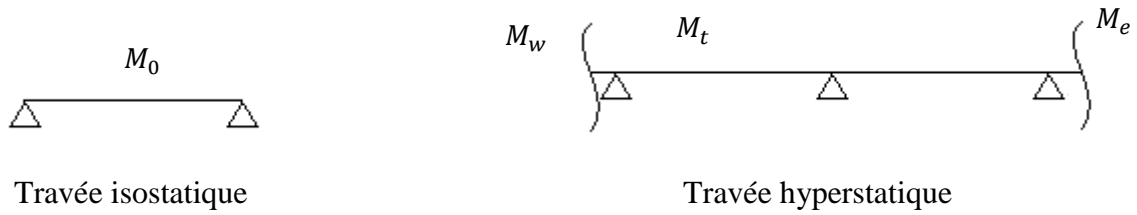
- La surcharge d'exploitation est dite modérée c'est-à-dire  $Q \leq \max(2G ; 5\text{kN}/\text{m}^2)$ ;
- Les moments d'inertie sont les même dans les différentes travées;
- Les portés successives des travées sont dans un rapport compris entre:

$$0.85 \leq \frac{L_n}{L_{n+1}} \leq 1.25$$

- Fissuration considérée comme non préjudiciable.

###### b. Principe de calcul des moments

Il exprime les maximaux des moments en travée et sur appuis en fonction des moments fléchissant isostatiques  $M_0$  de la travée indépendante.



**Figure III.2:** Schéma explicatif

Avec:

$M_0$ : Moment max de la travée indépendante;

$M_t$ : Moment max de la travée étudiée;

$M_w$ : Moment sur l'appui gauche de la travée;

$M_e$ : Moment sur l'appui droit de la travée.

$\alpha$ : Le rapport des charges d'exploitation Q à la somme des charges permanentes G et les surcharge d'exploitation Q:  $\alpha = \frac{G}{G+Q}$

Les valeurs  $M_t, M_w$  et  $M_e$  doivent vérifier les conditions suivantes:

Travée de rive:

$$M_t \geq \max \left\{ \begin{array}{l} \max[(1 + 0.3\alpha)M_0; 1.05M_0] - \frac{M_w + M_e}{2} \\ \left(\frac{1,2 + 0.3\alpha}{2}\right)M_0 \end{array} \right.$$

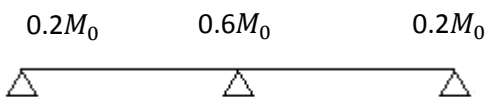
Travée intermédiaire:

$$M_t \geq \max \left\{ \begin{array}{l} \max[(1 + 0.3\alpha)M_0; 1.05M_0] - \frac{M_w + M_e}{2} \\ \left(\frac{1 + 0.3\alpha}{2}\right)M_0 \end{array} \right.$$

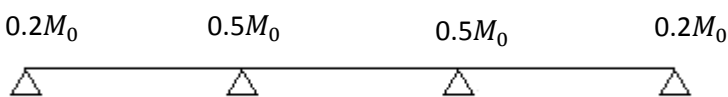
**c. Valeurs des moments aux appuis**

Les moments sur appuis doivent avoir les valeurs suivantes:

1. Cas de deux (02) travées:



2. Cas de trois (03) travées:



3. Cas de plus de 3 travées:

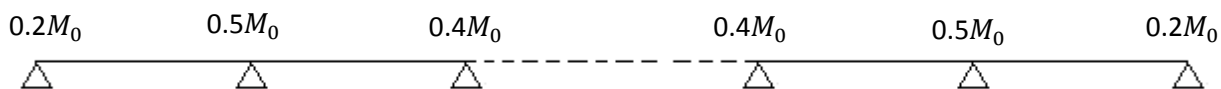


Figure III.3: Schémas explicatifs

**d. Effort tranchant**

L'étude de l'effort tranchant permet de vérifier l'épaisseur de l'âme et de déterminer les armatures transversales et l'épaisseur d'arrêt des armatures longitudinales

Le règlement BAEL 91, prévoit que seul l'état limite ultime est vérifié:

$$\begin{cases} T_w = \frac{M_w - M_e}{l} + \frac{ql}{2} \\ T_e = \frac{M_w - M_e}{l} - \frac{ql}{2} \end{cases}$$

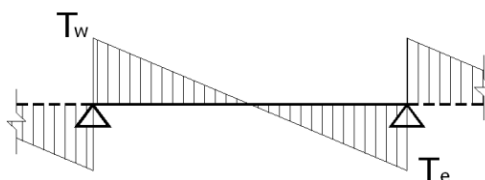


Figure III.4: Schémas explicatifs

**III. 3.2. Plancher Terrasse**

**III.3.2.1. Méthode des trois moments**

Vu que la 3<sup>ème</sup> condition de la méthode forfaitaire n'est pas vérifiée c.à.d la fissuration est préjudiciable ou très préjudiciable (cas du plancher terrasse), on propose pour le calcul des moments sur appuis la méthode des trois moments.

**1.2. Principe de calcul de la méthode des trois moments**

Pour les poutres continues à plusieurs appuis.

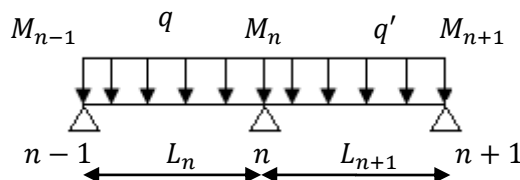


Figure III.5: Schéma explicatif

En isolant deux travées adjacentes de notre poutre, qui sont chargées d'une manière quelconque ; On a un système statiquement indéterminé, il est nécessaire de compléter les équations statiques disponibles par d'autres méthodes basées sur la déformation du système.

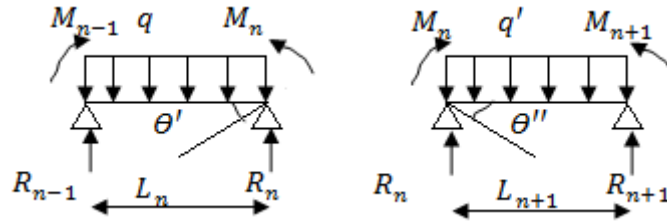


Figure III.6: Schéma explicatif

Avec:

$M_{n-1}, M_n$  et  $M_{n+1}$  : Les moments de flexion aux appuis (n-1), (n) et (n+1), Ils supposés positifs.

Suivant les conditions aux limites et les conditions de continuité on a :  $\theta' = \theta''$ .

Les moments de flexion pour chacune des travées  $L_n$  et  $L_{n+1}$  sous les charges connues  $q$  et  $q'$  peuvent être tracé selon la méthode classique,  $M_{n-1}, M_n$  et  $M_{n+1}$  sont provisoirement omis.

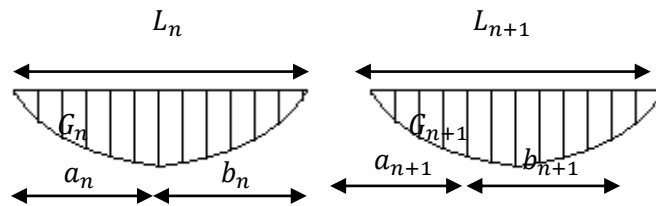


Figure III.7: Schéma explicatif

$G_n$  et  $G_{n+1}$  : Les centres de gravité des aires des diagrammes des moments.

$a_n, b_n, a_{n+1}$  et  $b_{n+1}$  : Les longueurs de part et d'autre du centre de gravité.

$S_n$  et  $S_{n+1}$  : Les aires des diagrammes des moments pour les travées  $L_n$  et  $L_{n+1}$ .

$$\theta' = \theta'_{(M_{n-1})} + \theta'_{(M_n)} + \theta'(q)$$

Selon le théorème des aires des moments, on aura:

$$\theta' = \frac{S_n \times a_n}{L_n \times EI} + \frac{M_{n-1} \times L_n}{6EI} + \frac{M_n \times L_n}{3EI} \text{ et } \theta'' = \frac{S_{n+1} \times b_{n+1}}{L_{n+1} \times EI} + \frac{M_n \times L_{n+1}}{3EI} + \frac{M_{n+1} \times L_{n+1}}{6EI}$$

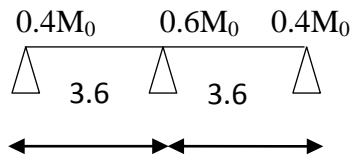
$$\theta' = \theta'' \Leftrightarrow (M_{n-1} \times L_n) + 2M_n(L_n + L_{n+1}) + (M_{n+1} \times L_{n+1}) = -6 \left[ \frac{S_n \times a_n}{L_n} + \frac{S_{n+1} \times b_{n+1}}{L_{n+1}} \right]$$

Cette équation est appelée « équation de Clapeyron », le théorème des trois moments est applicable à tous types de chargements.

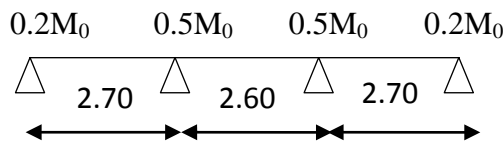
### III.4. Etude des poutrelles

#### III.4.1. Différents types de poutrelles

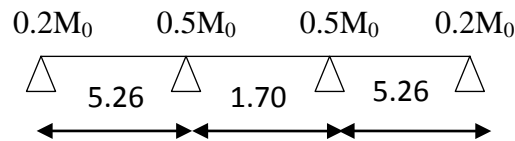
##### Type 01



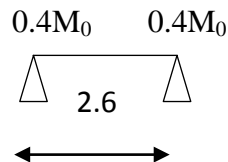
##### Type 02



##### Type 03



##### Type 04



#### III.4.2. Combinaisons des charges

Les charges sur les poutrelles sont évaluées comme suit:

- **R.D.C**

$$\text{E.L.U: } Q_u = (1.35G + 1.5Q) \times 0.65 = (1.35 \times 5.09 + 1.5 \times 4) \times 0.65 = 8.37 \text{ kN/ml.}$$

$$\text{E.L.S: } Q_{ser} = (G + Q) \times 0.65 = (5.09 + 4) \times 0.65 = 5.91 \text{ kN/ml}$$

- **Étage courant**

$$\text{E.L.U: } Q_u = (1.35G + 1.5Q) \times 0.65 = (1.35 \times 5.09 + 1.5 \times 1.5) \times 0.65 = 5.93 \text{ kN/ml.}$$

$$\text{E.L.S: } Q_{ser} = (G + Q) \times 0.65 = (5.09 + 1.5) \times 0.65 = 4.28 \text{ kN/ml}$$

• Terrasse

E.L.U:  $Q_u = (1.35G + 1.5Q) \times 0.65 = (1.35 \times 5.53 + 1.5 \times 1) \times 0.65 = 5.83 \text{ kN/ml}$ .

E.L.S:  $Q_{ser} = (G + Q) \times 0.65 = (5.83 + 1) \times 0.65 = 4.24 \text{ kN/ml}$

1. Plancher R.D.C

a. Vérification des conditions d'application de la méthode forfaitaire

1. la charge d'exploitation  $Q \leq \max(2G, 5 \text{ kN/m}^2)$

$G = 5.09 \text{ kN/m}^2 ; Q = 4 \text{ kN/m}^2$

$Q = 4 \text{ kN/m}^2 < 2G = 10.18 \text{ kN/m}^2$ .....Condition Vérifiée

2. le rapport entre les travées successives:

Travée	A-B	B-C	B-C	C-D
Portée	2.70	2.60	2.60	2.70
Rapport	1.04		0.96	

$0.8 \leq L_i/L_{i+1} \leq 1.25$  .....Condition Vérifiée

2- Poutrelles à inertie constante ( $I = Cste$ ).....Condition Vérifiée

3- Fissuration peu préjudiciable (cas de plancher étage) .....Condition Vérifiée

Puisque toutes les conditions d'applicabilité de la méthode sont vérifiées, on utilise la méthode forfaitaire.

Plancher R.D.C

Sollicitation à l'E.L.U:

▪  $q_u = (1.35G + 1.5Q) = 8.37 \text{ kN/ml}$

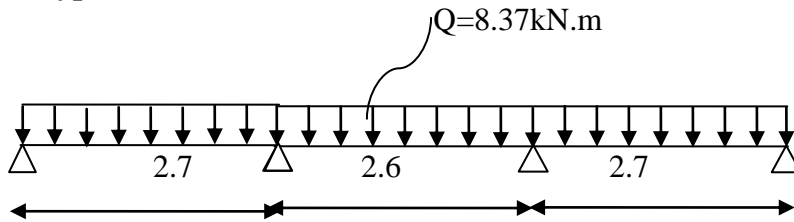
Travée de rive  $\left\{ \begin{array}{l} M_t \geq \max [1.05M_0; (1 + 0.3\alpha).M_0] - (M_w + M_e)/2 \\ [(1.2 + 0.3\alpha)/2].M_0 \end{array} \right.$

Travée intermédiaire  $\left\{ \begin{array}{l} M_t \geq \max [1.05M_0; (1 + 0.3\alpha).M_0] - (M_w + M_e)/2 \\ [(1 + 0.3\alpha)/2].M_0 \end{array} \right.$

$\alpha = Q/(G+Q) = 1.5/(5.09 + 1.5) = 0.23$

- $(1 + 0.3\alpha) = 1.17 > 1.05$
- $(1.2 + 0.3 \alpha)/2 = 0.68$  (travée de rive).
- $(1 + 0.3 \alpha)/2 = 0.58$  (travée intermédiaire).

**Type 02**



**Moments isostatiques**

$$M_{0AB} = M_{0CD} = Q_t \times L^2/8 = 8.37 \times (2.70)^2/8 = 7.63 \text{ kN.m}$$

$$M_{0BC} = Q_t \times L^2/8 = 8.37 \times (2.60)^2/8 = 7.07 \text{ kN.m}$$

**Moments sur appuis**

$$M_A = 0.2M_{0AB} = 1.53 \text{ kN.m}$$

$$M_B = 0.5 \text{Max}(M_{0AB}, M_{0BC}) = 3.82 \text{ kN.m}$$

$$M_C = 0.5 \text{Max}(M_{0BC}, M_{0CD}) = 3.82 \text{ kN.m}$$

$$M_D = 0.2M_{0AB} = 1.53 \text{ kN.m}$$

**Moment en travée**

• **Travée de rive (AB)**

$$\left. \begin{aligned} 1) M_t^{AB} &\geq 1.17 \times 7.63 - (1.53 + 3.82)/2 = 6.25 \text{ kN.m} \\ 2) M_t^{AB} &\geq 0.68 \times M_{0AB} = 5.19 \text{ kN.m} \end{aligned} \right\} \text{ on prend: } M_t^{AB} = 6.25 \text{ kN.m}$$

• **Travée intermédiaire (BC)**

$$\left. \begin{aligned} 1) M_t^{BC} &\geq 1.17 \times 7.07 - \frac{3.82 + 3.82}{2} = 4.45 \text{ kN.m} \\ 2) M_t^{BC} &\geq 0.58 \cdot M_{0BC} = 4.10 \text{ kN.m} \end{aligned} \right\} \text{ on prend: } M_t^{BC} = 4.45 \text{ kN.m}$$

• **Travée de rive (CD)**

$$\left. \begin{aligned} 1) M_t^{CD} &\geq 1.17 \times 7.63 - (1.53 + 3.82)/2 = 6.25 \text{ kN.m} \\ 2) M_t^{CD} &\geq 0.68 \cdot M_{0CD} = 5.19 \text{ kN.m} \end{aligned} \right\} \text{ on prend: } M_t^{CD} = 6.25 \text{ kN.m}$$

**Effort tranchant**

$$\left\{ \begin{aligned} T_w &= (M_w - M_e)/L + Q_u \cdot L / 2 \\ T_e &= (M_w - M_e)/L - Q_u \cdot L / 2 \end{aligned} \right.$$

• **Travée (AB)**

$$\left\{ \begin{aligned} T_w &= 10.45 \text{ kN} \\ T_e &= -12.15 \text{ kN} \end{aligned} \right.$$



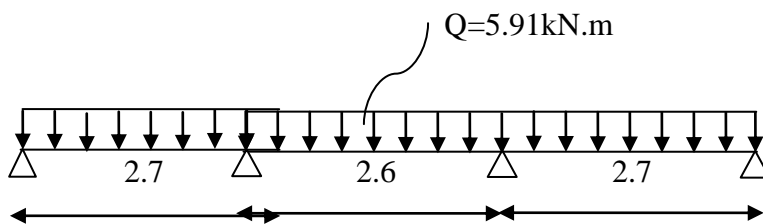
- Travée (BC)

$$\left\{ \begin{array}{l} T_w = 10.88\text{kN} \\ T_e = -10.88\text{kN} \end{array} \right.$$

- Travée (CD)

$$\left\{ \begin{array}{l} T_w = 10.45\text{kN} \\ T_e = -12.15\text{kN} \end{array} \right.$$

**Type 02**



**Sollicitation à L'E.L.S**

$$q_{ser} = 5.91\text{kN.m}$$

**Moments isostatiques**

$$M_{0AB} = M_{0CD} = Q_t \cdot L^2 / 8 = 5.39\text{kN.m}$$

$$M_{0BC} = Q_t \cdot L^2 / 8 = 4.99\text{kN.m}$$

**Moments sur appuis**

$$M_A = 0.2M_{0AB} = 1.08\text{kN.m}$$

$$M_B = 0.5 \max(M_{0AB}, M_{0BC}) = 2.7\text{kN.m}$$

$$M_C = 0.5 \max(M_{0BC}, M_{0CD}) = 2.7\text{kN.m}$$

$$M_D = 0.2M_{0AB} = 1.08\text{kN.m}$$

**Moment en travée**

- Travée de rive (AB)

$$1) M_t^{AB} \geq 4.42\text{kN.m}$$

$$2) M_t^{AB} \geq 3.67\text{kN.m}$$

} on prend:  $M_t^{AB} = 4.42\text{kN.m}$

- Travée intermédiaire (BC)

$$1) M_t^{BC} \geq 3.95\text{kN.m}$$

$$2) M_t^{BC} \geq 2.89\text{kN.m}$$

} on prend:  $M_t^{BC} = 3.95\text{kN.m}$

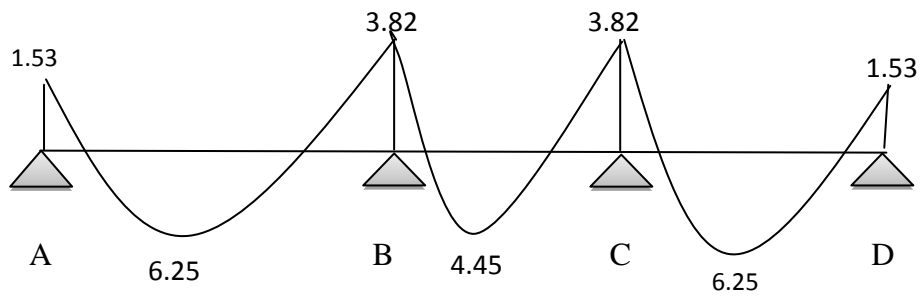
- Travée de rive (CD)

$$1) M_t^{CD} \geq 4.42\text{kN.m}$$

$$2) M_t^{CD} \geq 3.67\text{kN.m}$$

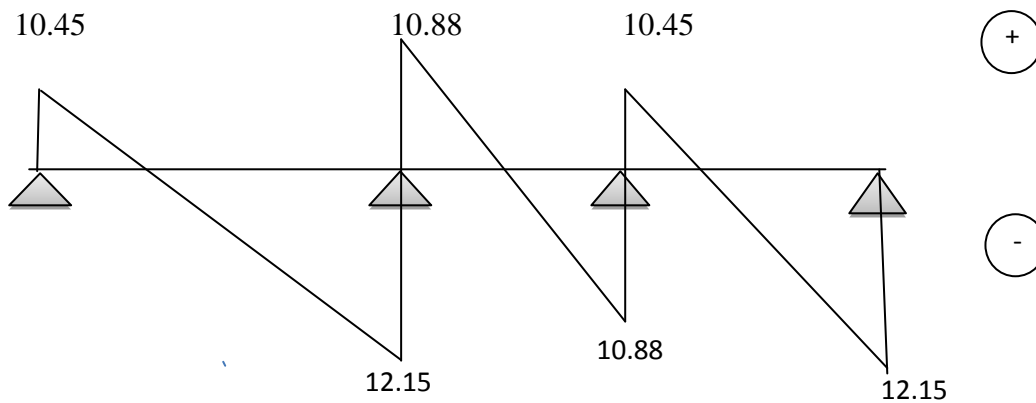
} on prend:  $M_t^{CD} = 4.42\text{kN.m}$

**Diagramme des moments fléchissants (kN.m)**



**Figure III.8:** Diagramme des moments fléchissant à l'E.L.U

**Diagramme des efforts tranchant (kN)**



**Figure III.9:** Diagramme des efforts tranchants à l'E.L.U

**Tableau III.1.** Récapitulatif des résultats obtenus

Type de poutrelle	Travée	L (m)	L'E.L.U				L'E.L.S			
			M <sub>t</sub>	M <sub>w</sub>	M <sub>e</sub>	T <sub>w</sub>	T <sub>e</sub>	M <sub>t</sub>	M <sub>w</sub>	M <sub>e</sub>
01	A-B	3,6	4,42	1,08	2,7	13,56	-16,57	7,37	1,91	5,74
	B-C	3,6	4,42	1,08	2,7	16,57	-13,56	7,37	1,91	5,74
02	A-B	2,7	6,25	1,53	3,82	10,45	-12,15	4,42	1,08	2,7
	B-C	2,6	4,45	3,82	3,82	10,88	-10,88	3,95	2,7	2,7
	C-D	2,7	6,25	3,82	1,53	12,15	-10,45	4,42	2,7	1,08
03	A-B	5,26	24,61	11,58	11,58	22,01	-22,01	20,44	8,18	5,02
	B-C	1,7	2,57	1,21	1,21	7,11	-7,11	2,13	0,85	1,81
	C-D	5,26	24,61	11,58	11,58	22,01	-22,01	20,44	8,18	5,02

**L'ELU**

$$\left\{ \begin{array}{l} M_{tmax}=17,43\text{kN.m} \\ M_a=4,1\text{kN.m} \\ T_{max}=15,6\text{kN.m} \end{array} \right.$$

**L'ELS**

$$\left\{ \begin{array}{l} M_a=2,96\text{kN.m} \\ M_{tmax}=12,58\text{kN.m} \end{array} \right.$$

**III.4.4. Ferrailage****1. Calcul des armatures longitudinales**• **En travée**

$$M_t = b \times h_0 \times f_{bc} \times \left( \frac{d - h_0}{2} \right) = 65 \times 4 \times 14,2 \times \left( \frac{18 - 4}{2} \right) \times 10^{-3} = 29,54 \text{ kN.m}$$

$$M_{tmax} = 17,43\text{kN.m} < M_t = 29,54\text{kN.m}$$

Donc l'axe neutre tombe dans la table de compression, la section en T sera calculée en flexion simple comme une section rectangulaire de dimension  $(b \times h_t) = (65 \times 21) \text{ cm}^2$  soumise à:

$$M_{tmax} = 24,61 \text{ kN.m}$$

$$\mu = \frac{M_{tmax}}{b \times d^2 \times f_{bc}} = \frac{24,61 \times 10^3}{65 \times 18,9^2 \times 14,2} = 0,075 < \mu_l = 0,392 \rightarrow A'_s = 0$$

$\rightarrow \beta = 0,991$ ;  $\beta$  est tirée du tableau.

$$\sigma_s = \frac{f_e}{\gamma_s} = \frac{400}{1,15} = 348 \text{ MPa}$$

$$A_s = \frac{M_{tmax}}{\beta \times d \times \sigma_s} = \frac{24,61 \times 10^3}{0,991 \times 18,9 \times 348} = 2,73 \text{ cm}^2$$

1) Condition de non fragilité (section en T) :

$$A_{min} = \frac{I \times f_{t28}}{0,81 \times h_t \times V_2 \times f_e} = 0,38 \text{ cm}^2$$

Donc  $A_{scal} = 2,73\text{cm}^2 > A_{min} = 0,38 \text{ cm}^2$  ; Condition vérifiée

On prend : **3T12 ;  $A_s = 3,39 \text{ cm}^2$**

• **Sur appui**

$$\mu = \frac{M_a}{b \times d^2 \times f_{bc}} = \frac{11,58 \times 10^3}{12 \times 18,9^2 \times 14,2} = 0,19 < \mu_l = 0,392 \rightarrow A'_s = 0$$

$\beta = 0,894$ ;  $\beta$  est tirée du tableau.

$$A_s = \frac{M_a}{\beta \times d \times \sigma_s} = \frac{11,58 \times 10^3}{0,894 \times 18,9 \times 348} = 1,96\text{cm}^2$$

1) Condition de non fragilité (section en T) :

$$A_{min} = \frac{I \times f_{t28}}{0,81 \times h_t \times V_1 \times f_e} = \frac{18076,01 \times 2,1}{0,81 \times 21 \times 14,6 \times 400} = 0,87\text{cm}^2$$

Donc :  $A_{scal} = 1,96cm^2 > A_{min} = 0,87 cm^2$  Condition vérifiée

On prend : **1T12 (fil) + 1T12 (chap);  $A_s = 2,26 cm^2$**

### III.4.5.Vérification à l'E.L.S

a) Position de l'axe neutre :  $M_{ser} = 8,18kN.m$

$$\frac{b}{2}y^2 + 15A'(y - c) - 15.A(d - y) = 0 \rightarrow 32,5y^2 + 50,85 y - 961,07 = 0$$

$$\rightarrow y = 6,28cm$$

b) Moment d'inertie :

$$I = \frac{b}{3}y^3 + 15A(d - y)^2 = \frac{65 \times 6,28^3}{3} + 15 \times 3,39(18,9 - 6,28)^2 = 13464,85cm^4$$

c) Détermination des contraintes dans le béton comprimé  $\sigma_{bc}$ :

$$\sigma_{bc} = \frac{M_{ser}}{I} \times y = \frac{8,18 \times 10^3}{13464,85} \times 6,28 = 3,82 MPa$$

$$\bar{\sigma}_{bc} = 0,6f_{c28} = 15 MPa$$

$\sigma_{bc} = 3,82MPa < \bar{\sigma}_{bc} = 15 MPa$  Condition vérifiée

d) Détermination des contraintes dans l'acier tendue  $\sigma_{st}$ :

$$\sigma_{st} = \min \left[ \frac{2}{3}f_e ; 110\sqrt{\eta f_{t28}} \right]; \text{ Fissuration préjudiciable}$$

$\eta$  : Coefficient de fissuration pour HA  $\Phi \geq 6 mm$  ;  $\eta = 1,6$

$$\bar{\sigma}_{st} = \min(266,67 MPa ; 201,63 MPa) = 201,63 MPa$$

$$\sigma_{st} = \eta \frac{M_{ser}}{I} (d - y) = 15 \times \frac{8,18 \times 10^3}{13464,85} \times (18,9 - 6,28) = 115 MPa$$

$\sigma_{st} = 115MPa < \bar{\sigma}_{st} = 201,63MPa$  ; Condition vérifiée

### 3. Vérification de la contrainte de cisaillement

L'effort tranchant maximale  $T_{MAX}=22,01kN$

$$\tau_u = \frac{T_u}{b \times d} \times 10 = \frac{22,01 \times 10^{-3}}{0,12 \times 0,189} = 0,97MPa$$

$\tau_u = 0,97MPa < \bar{\tau}_u = 3,25 MPa$  ; Condition vérifiée.

Il n'y a pas de risque de cisaillement.

**4. Armatures transversales**

a) Détermination du diamètre des armatures transversal:

$$\Phi_t \leq \min\left\{\frac{h}{35}; \frac{b}{10}; \Phi_l\right\} = \min\{200/35; 120/10; 10\text{ mm}\} = \min\{6\text{ mm}; 12\text{ mm}; 10\text{ mm}\}$$

$$\Rightarrow \Phi_t = 6\text{ mm}$$

b) L'espace :

$$S_t \leq \min\{0,9d; 40\text{ cm}\} = \min\{17,01\text{ cm}; 40\text{ cm}\}$$

D'après le R.P.A 99/2003 :

Zone nodale :  $S_t \leq \min\{15\text{ cm}; 10\Phi_l\} = \min\{15\text{ cm}; 10\text{ cm}\} \Rightarrow S_t = 10\text{ cm}$

Zone courante :  $S_t \leq 15\Phi_l \Rightarrow S_t = 15\text{ cm}; \text{On prend } S_t = 15\text{ cm}$

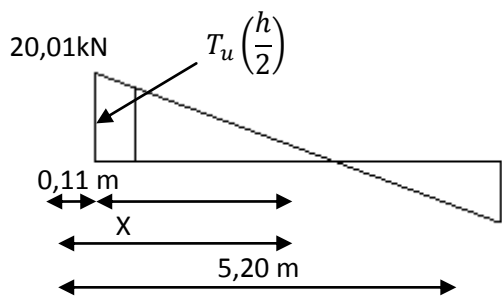
c) La section des armatures transversales :

$$\frac{A_t}{b_0 \times S_t} \times \frac{f_e}{\gamma_s} \geq \frac{\left(\tau_u \times \left(\frac{h}{2}\right)\right) - (0,3k \times f_{tj})}{0,9(\sin \alpha + \cos \alpha)} \dots \dots \dots (1)$$

$k = 1; f_{tj} = 2,1\text{ MPa}; \alpha = 90^\circ \rightarrow \sin \alpha + \cos \alpha = 1; f_e = 235\text{ MPa}; \gamma_s = 1,15$

$$\tau_u \times \left(\frac{h}{2}\right) = \frac{T_u \left(\frac{h}{2}\right)}{b_0 d}$$

On calcul la valeur de l'effort tranchant  $T_u \left(\frac{h}{2}\right)$  par la méthode des triangles semblables.



**Figure III.10:** Effort tranchant par la méthode des triangles semblables

$$\frac{T_{max}}{X} = \frac{T_u \left(\frac{h}{2}\right)}{X - \frac{h}{2}} \Rightarrow T_u \left(\frac{h}{2}\right) = \frac{T_{max} \times \left[X - \left(\frac{h}{2}\right)\right]}{X}$$

On calcul la distance « X » :

$$X = \frac{L}{2} + \frac{M_w - M_e}{q \times L} = \frac{5,26}{2} + \frac{11,58 + 11,58}{8,37 \times 5,26} = 3,16\text{ m}$$

$$\frac{h}{2} = \frac{0,21}{2} = 0,11\text{ m}$$

$$T_u \left(\frac{h}{2}\right) = \frac{22,01 \times 3,05}{3,16} = 21,24 \text{ kN}$$

$$\tau_u \times \left(\frac{h}{2}\right) = \frac{22,01 \times 10^{-3}}{0,12 \times 0,189} = 0,94 \text{ MPa}$$

D'après (1) :

$$\left(\frac{A_t}{S_t}\right)_{cal} \geq \frac{(0,94 - (0,3 \times 1 \times 2,1)) \times 12 \times 1,15}{0,9 \times 235}$$

$$\left(\frac{A_t}{S_t}\right)_{cal} = 20,22 \times 10^{-3} \text{ cm} \dots \dots \dots (2)$$

d) Pourcentage minimal des armatures transversales :

$$\frac{A_t \times f_e}{b_0 \times S_t} \geq \max\left(\frac{\tau_u \times \left(\frac{h}{2}\right)}{2}; 0,4 \text{ MPa}\right) \Rightarrow \frac{A_t \times f_e}{b_0 \times S_t} \geq \max(0,47 \text{ MPa}; 0,4 \text{ MPa}) \Rightarrow$$

$$\frac{A_t \times f_e}{b_0 \times S_t} \geq 0,47 \text{ MPa}$$

$$\left(\frac{A_t}{S_t}\right)_{min} \geq \frac{0,47 \times b_0}{f_e} \Rightarrow \left(\frac{A_t}{S_t}\right)_{min} \geq \frac{0,4 \times 12}{235} = 0,024 \text{ cm} \dots \dots \dots (3)$$

On prend le max entre (2) et (3)  $\Rightarrow \left(\frac{A_t}{S_t}\right)_{min} \geq 0,024$ , on prend  $S_t = 15 \text{ cm}$

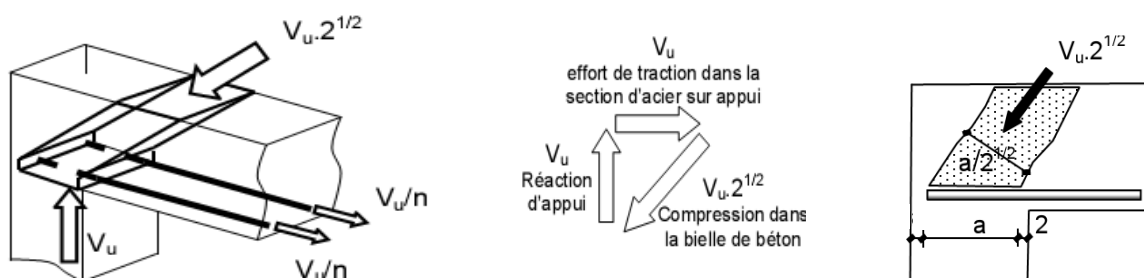
$$\text{On trouve : } A_t \geq 0,024 \times 15 = 0,36 \text{ cm}^2 \Rightarrow \begin{cases} 2\Phi 6 = 0,56 \text{ cm}^2/\text{ml} \\ S_t = 15 \text{ cm} \end{cases}$$

e) Ancrage des armatures aux niveaux des appuis :

$$F_u = \frac{M_{appui}}{z} = \frac{M_{appui}}{0,9d} = \frac{11,58}{0,9 \times 18,9 \times 10^{-2}} = 68,08 \text{ kN}$$

$F_u = 68,08 \text{ kN} > T_u = 22,01 \text{ kN}$  ; Les armatures longitudinales inférieures ne sont pas soumises à un effort de traction.

**3) Compression de la bielle d'about**



**Figure III.11:** Schéma de la bielle d'about

La contrainte de compression dans la biellette est de :

$$\bar{\sigma}_b = \frac{F_b}{S} ; \text{ Avec : } \begin{cases} F_b = T\sqrt{2} \\ S = \frac{ab_0}{\sqrt{2}} \end{cases} \Rightarrow \bar{\sigma}_b = \frac{2T}{ab_0}$$

Où :

a : La longueur d'appui de la biellette.

On doit avoir :  $\bar{\sigma}_b < \frac{f_{c28}}{\gamma_b}$

Mais pour tenir compte du fait que l'inclinaison de la biellette est légèrement différente de 45°, donc on doit vérifier que :

$$\bar{\sigma}_b \leq \frac{0,8 \times f_{c28}}{\gamma_b} \Rightarrow \frac{2T}{ab_0} \leq \frac{0,8 \times f_{c28}}{\gamma_b} \Rightarrow a \geq \frac{2T\gamma_b}{0,8 \times b_0 \times f_{c28}} \Rightarrow a \geq \frac{2 \times 22,01 \times 1,5}{0,85 \times 12 \times 25 \times 10}$$

$$= 0,026 \text{ m} = 2,6 \text{ cm}$$

$$a = \min(a'; 0,9d) ; \quad a' = c - c' - 2 ; \quad c' = 2 \text{ cm} ; \quad c = 45 \text{ cm}$$

Avec c' : L'enrobage.

a' : La largeur d'appui ;

c : La largeur de l'appui du poteau;

$$a' = 45 - 2 - 2 = 41 \text{ cm}$$

$$a = \min(41 \text{ cm} ; 17,01 \text{ cm}) = 17,01 \text{ cm} \Rightarrow 16,2 \text{ cm} > 2,6 \text{ cm} ; \text{ C. vérifiée}$$

#### 4. Entraînement des armatures

##### 4.1 Vérification de la contrainte d'adhérence

$$\tau_{ser} = T/0,9d \cdot \mu \cdot n \leq \overline{\tau}_{user} = \psi_s \cdot f_{t28}$$

ψs: coefficient de cisaillement ψs=1,5 pour H.A

T: effort tranchant max T=22,01kN

n : nombre d'armatures longitudinales tendues n = 3

μ : périmètre d'armature tendue μ = π Ø = 3,14 × 1,2 = 3,77cm

$$\tau_{ser} = 22,01 \times 10^3 / 0,9 \times 18,9 \times 3,77 \times 3 \times 10^2 = 1,14 \text{ MPa}$$

$$\overline{\tau}_{user} = 1,5 \times 2,1 = 3,15 \text{ MPa}$$

$$\tau_{ser} = 1,14 \text{ MPa} \leq \overline{\tau}_{user} = 3,15 \text{ MPa} \dots \dots \dots \text{condition vérifiée}$$

## 4.2 Ancrage des armatures tendues

La longueur de scellement droit " $L_s$ " est la longueur que ne doit avoir une barre droite de diamètre  $\emptyset$  pour équilibrer une contrainte d'adhérence  $\tau_{ser}$ .

La contrainte d'adhérence  $\tau_s$  est supposée constante est égale à la valeur limite ultime.  $\tau_s = 0,6 \psi^2 \cdot f = 0,6 (1,5)^2 \times 2,1 = 2,84 \text{ MPa}$ .

La longueur de scellement droit  $L_s = \emptyset f_e / 4\tau_s$ .

$\emptyset$  : Diamètre d'une barre égale 10 mm = 1,0cm  $L_s = 1,2 \times 400 / 4 \times 2,84 = 42,251 \text{ cm}$ .

Cette longueur dépasse la largeur de la poutre  $b = 40 \text{ cm}$

Donc nous sommes obligés de prévoir des ancrages courbes de telle sorte que  $r = 5,5 \emptyset = 5,5 \times 1,2 = 6,6 \text{ cm}$ .

### 1) Vérification de la flèche

On doit vérifier les conditions suivantes:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{h_t}{L} \geq \frac{1}{225} \\ \frac{h_t}{L} \geq \frac{M_t}{15M_0} \\ \frac{A_s}{bd} \leq \frac{4,2}{f_e} \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} \frac{21}{400} = 0,0525 > 0,044 \dots \dots \dots \text{condition vérifiée} \\ 0,0525 \leq 0,141 \dots \dots \dots \text{condition non vérifiée} \\ 0,0149 \geq 0,0105 \dots \dots \dots \text{condition non vérifiée} \end{array} \right.$$

On a:

$$\left\{ \begin{array}{l} G = 5,09 \text{ kN/m}^2 \\ P = G + Q = 5,09 + 1,00 = 6,09 \text{ kN/m}^2 \\ J = G - 1 = 4,09 \text{ kN/m}^2 \end{array} \right.$$

Pour  $b=0.65$

$$\left\{ \begin{array}{l} G = 5,09 \times 0,65 = 3,31 \text{ kN/m} \\ P = 6,09 \times 0,65 = 3,96 \text{ kN/m} \\ J = 4,09 \times 0,65 = 2,66 \text{ kN/m} \end{array} \right.$$

### 1. Calcul des moments fléchissant

$$\left\{ \begin{array}{l} M_G = 0,85 \frac{GL^2}{8} = 0,85 \times \frac{3,31 \times 4^2}{8} = 5,63 \text{ kN.m} \\ M_P = 0,85 \frac{PL^2}{8} = 0,85 \times \frac{3,96 \times 4^2}{8} = 6,73 \text{ kN.m} \\ M_J = 0,85 \frac{JL^2}{8} = 0,85 \times \frac{2,66 \times 4^2}{8} = 4,52 \text{ kN.m} \end{array} \right.$$



Module du modèle de déformation longitudinale :

$$E_i = 11000 \cdot \sqrt[3]{f_{c28}} = 11000 \cdot \sqrt[3]{25} = 32164,19 \text{ MPa}$$

$$E_v = 3700 \cdot \sqrt[3]{f_{c28}} = 3700 \cdot \sqrt[3]{25} = 10818,86 \text{ MPa}$$

## 2. Détermination du centre de gravité

$$Y_G = \frac{\sum A_i Y_i}{A_i} = \frac{(b \cdot h_0) \left( \frac{h_0}{2} + h - h_0 \right) + 5 \left[ \frac{b_0(h - h_0)(h - h_0)}{2} \right] + \eta \cdot A_s \cdot c}{(b \cdot h_0) + (h - h_0)b_0 + \eta \cdot A_s}$$

$$= \frac{(65 \times 5) \left( \frac{5}{2} + 21 - 5 \right) + \left[ \frac{12(21 - 5)(21 - 5)}{2} \right] + 15 \times 3,39 \times 2}{(65 \times 5) + (21 - 5)12 + 15 \times 3,39} = 13,47 \text{ cm}$$

## 3. Détermination du moment d'inertie

$$I_g = \frac{by_G^3}{3} - \frac{(b - b_0)(y_G - h_0)^3}{3} + \frac{b_0(h_1 - y_G)^3}{3} + 15A_s(d - y_G)^2$$

$$I_g = \frac{65 \cdot (13,47)^3}{3} - \frac{(65 - 12) \cdot (13,47 - 5)^3}{3} + \frac{12 \cdot (21 - 13,47)^3}{3} + 15 \cdot 3,39 \cdot (18,9 - 13,47)^2$$

$$I_g = 45425,6 \text{ cm}^4$$

## Pourcentages des armatures

$$\rho = \frac{A}{b_0 \cdot d} = \frac{3,39}{12 \times 18,9} = 0,015$$

## 4. Calcul des contraintes suivant les sollicitations

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_{SG} = \frac{M_G}{A \cdot Z} = \frac{5,63 \times 10^3 \text{ N.m}}{3,39 \times 0,9 \times 18,9} = 97,63 \text{ MPa} \\ \sigma_{SP} = \frac{M_P}{A \cdot Z} = \frac{6,73 \times 10^3 \text{ N.m}}{3,39 \times 0,9 \times 18,9} = 116,71 \text{ MPa} \\ \sigma_{SJ} = \frac{M_J}{A \cdot Z} = \frac{4,52 \times 10^3 \text{ N.m}}{3,39 \times 0,9 \times 18,9} = 78,39 \text{ MPa} \end{array} \right.$$

## 5-Calcul de $\mu_g, \mu_p, \mu_j$

$$\left\{ \begin{array}{l} \mu_G = 1 - \left[ \frac{1,75 f_{t28}}{4 \cdot \rho \cdot \sigma_{SG} + f_{t28}} \right] = 1 - \left[ \frac{1,75 \times 2,1}{4 \times 0,015 \times 97,63 + 2,1} \right] = 0,46 \\ \mu_p = 1 - \left[ \frac{1,75 f_{t28}}{4 \cdot \rho \cdot \sigma_{SP} + f_{t28}} \right] = 1 - \left[ \frac{1,75 \times 2,1}{4 \times 0,015 \times 116,71 + 2,1} \right] = 0,40 \\ \mu_j = 1 - \left[ \frac{1,75 f_{t28}}{4 \cdot \rho \cdot \sigma_{SJ} + f_{t28}} \right] = 1 - \left[ \frac{1,75 \times 2,1}{4 \times 0,015 \times 78,39 + 2,1} \right] = 0,54 \end{array} \right.$$

**6. Calcul des moments d'inertie fictifs**

$$*\lambda_i = \frac{0,05f_{t28}}{(2+3\frac{b_0}{b})\cdot\rho} = 2,74$$

$$*\lambda_v = \frac{2}{5}\lambda_i = 1,1$$

$$I_f = \frac{1,1I_0}{(1 + \lambda \cdot \mu)}$$

$$I_{fi}^G = \frac{1,1 \cdot I_0}{(1 + \lambda_i \cdot \mu_G)} = \frac{1,1 \times 45425,6}{(1 + 2,74 \times 0,46)} = 22105,89 \text{ cm}^4$$

$$I_{fv}^G = \frac{1,1 \cdot I_0}{(1 + \lambda_v \cdot \mu_G)} = \frac{1,1 \times 45425,6}{(1 + 1,1 \times 0,46)} = 33179,39 \text{ cm}^4$$

$$I_{fi}^P = \frac{1,1 \cdot I_0}{(1 + \lambda_i \cdot \mu_P)} = \frac{1,1 \times 45425,6}{(1 + 2,74 \times 0,40)} = 23839,77 \text{ cm}^4$$

$$I_{fi}^J = \frac{1,1 \cdot I_0}{(1 + \lambda_i \cdot \mu_J)} = \frac{1,1 \times 45425,6}{(1 + 2,74 \times 0,54)} = 20151,70 \text{ cm}^4$$

**7. Calcul de flèche (total et admissible)**

$$f_{Gi} = \frac{M_G \cdot L^2}{10 \cdot E_i \cdot I_i^G} = \frac{5,63 \times 10^3 \times 400^2}{10 \times 32164,19 \times 22105,89} = 0,13 \text{ cm}$$

$$f_{Gv} = \frac{M_G \cdot L^2}{10 \cdot E_v \cdot I_v^G} = \frac{5,63 \times 10^3 \times 400^2}{10 \times 10818,86 \times 33179,39} = 0,25 \text{ cm}$$

$$f_{Pi} = \frac{M_P \cdot L^2}{10 \cdot E_i \cdot I_i^P} = \frac{6,73 \times 10^3 \times 400^2}{10 \times 32164,19 \times 23839,77} = 0,14 \text{ cm}$$

$$f_{Ji} = \frac{M_J \cdot L^2}{10 \cdot E_i \cdot I_i^J} = \frac{4,52 \times 10^3 \times 400^2}{10 \times 32164,19 \times 20151,70} = 0,11 \text{ cm}$$

**La flèche totale**

$$\Delta f_t = (f_{g_v} - f_{J_i}) + (f_{P_i} - f_{g_i}) = (0,25 - 0,11) + (0,14 - 0,13)$$

$$\Delta f_t = 0,15 \text{ cm}$$

$$\Delta f_{max} = \frac{l}{500} = \frac{400}{500} = 0,80 \text{ cm}$$

Donc  $\Delta f_t = 0,15 \text{ cm} < \Delta f_{max} = 0,80 \text{ cm} \longrightarrow$  condition vérifiée

**Plancher d'étage courant****Vérification des conditions d'application de la méthode forfaitaire**

1- la charge d'exploitation  $Q \leq \max(2G, 5 \text{ kN/m}^2)$

$G = 5,09 \text{ kN/m}^2 ; Q = 1,5 \text{ kN/m}^2$   
 $Q = 1,5 \text{ kN/m}^2 < 2G = 10,18 \text{ kN/m}^2 \dots\dots\dots \text{Condition Vérifiée}$

2-le rapport entre les travées successives :

<b>Travée</b>	<b>A-B</b>	<b>B-C</b>	<b>B-C</b>	<b>C-D</b>
<b>Portée</b>	2,70	2,60	2,60	2,70
<b>Rapport</b>	1,04		0,96	

$0,8 \leq Li/Li+1 \leq 1,25 \dots\dots\dots \text{Condition Vérifiée}$

4- Poutrelles à inertie constante ( $I=cte$ )..... Condition Vérifiée

5- Fissuration peu préjudiciable (cas de plancher étage) ..... Condition Vérifiée

Puisque toutes les conditions d'applicabilité de la méthode sont vérifiées, on utilise **la méthode forfaitaire.**

**Plancher étage courant**

**Sollicitation à l'E.L.U**

▪  $q_u = (1,35G+1,5Q) = 5,93 \text{ kN/ml}$

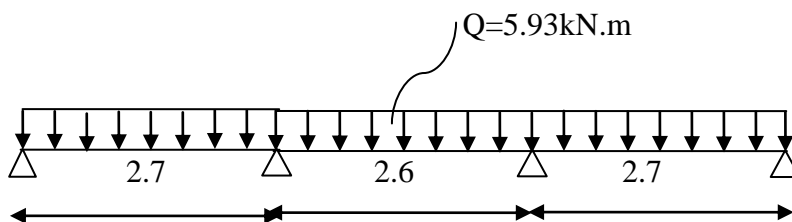
Travée de rive  $\left\{ \begin{array}{l} M_t \geq \text{Max} [1,05M_0 ; (1 + 0,3\alpha) M_0] - (M_w+M_e)/2. \\ [(1,2+0,3\alpha)/2].M_0 \end{array} \right.$

Travée intermédiaire  $\left\{ \begin{array}{l} M_t \geq \text{Max} [1,05M_0 ; (1 + 0,3\alpha) M_0] - (M_w+M_e)/2. \\ [(1+0,3\alpha)/2].M_0 \end{array} \right.$

$\alpha = Q/(G+Q) = 1,5/(5,09+1,5) = 0,23$

- $(1+0,3\alpha) = 1,07 > 1,05$
- $(1,2+0,3 \alpha)/2 = 0,63$  (travée de rive).
- $(1+0,3 \alpha)/2 = 0,53$  (travée intermédiaire).

**Type 02**



**Moments isostatiques**

$$M_{0AB} = M_{0CD} = Q_t \cdot L^2 / 8 = 5,93(2,70)^2 / 8 = 5,40 \text{ kN.m}$$

$$M_{0BC} = Q_t \cdot L^2 / 8 = 5,93(2,6)^2 / 8 = 5,01 \text{ kN.m}$$

**Moments sur appuis**

$$M_A = 0,2M_{0AB} = 1,08 \text{ kN.m}$$

$$M_B = 0,5 \text{ Max } (M_{0AB}, M_{0BC}) = 2,7 \text{ kN.m}$$

$$M_C = 0,5 \text{ Max } (M_{0BC}, M_{0CD}) = 2,7 \text{ kN.m}$$

$$M_D = 0,2M_{0AB} = 1,08 \text{ kN.m}$$

**Moment en travée**

- **Travée de rive (AB)**

$$\left. \begin{array}{l} 1) M_t^{AB} \geq 1,07 \times 5,40 - (1,08 + 2,7) / 2 = 3,89 \text{ kN.m} \\ 2) M_t^{AB} \geq 0,63 \times M_{0AB} = 3,4 \text{ kN.m} \end{array} \right\} \text{ on prend: } M_t^{AB} = 3,89 \text{ kN.m}$$

- **Travée intermédiaire (BC)**

$$\left. \begin{array}{l} 1) M_t^{BC} \geq 1,07 \times 5,01 - (2,7 + 2,7) / 2 = 2,66 \text{ kN.m} \\ 2) M_t^{BC} \geq 0,53 \cdot M_{0BC} = 2,66 \text{ kN.m} \end{array} \right\} \text{ on prend: } M_t^{BC} = 2,66 \text{ kN.m}$$

- **Travée de rive (CD)**

$$\left. \begin{array}{l} 1) M_t^{CD} \geq 1,07 \times 5,40 - (1,08 + 2,7) / 2 = 3,89 \text{ kN.m} \\ 2) M_t^{CD} \geq 0,63 \cdot M_{0CD} = 3,4 \text{ kN.m} \end{array} \right\} \text{ on prend: } M_t^{CD} = 3,89 \text{ kN.m}$$

**Effort tranchant**

$$\left\{ \begin{array}{l} T_w = (M_w - M_e) / L + Q_u \cdot L / 2 \\ T_e = (M_w - M_e) / L - Q_u \cdot L / 2 \end{array} \right.$$

- **Travée (AB)**

$$\left\{ \begin{array}{l} T_w = 7,41 \text{ kN} \\ T_e = -8,61 \text{ kN} \end{array} \right.$$

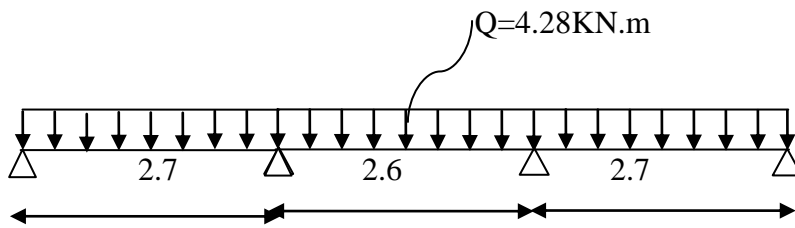
- **Travée (BC)**

$$\left\{ \begin{array}{l} T_w = 7,71 \text{ kN} \\ T_e = -7,71 \text{ kN} \end{array} \right.$$

- **Travée (CD)**

$$\left\{ \begin{array}{l} T_w = 7,41 \text{ kN} \\ T_e = -8,61 \text{ kN} \end{array} \right.$$

## Type 02



## Sollicitation à L'E.L.S

$$q_{\text{ser}} = 4.28 \text{ kN.m}$$

## Moments isostatiques

$$M_{0AB} = M_{0CD} = Q_t \cdot L^2 / 8 = 3,90 \text{ kN.m}$$

$$M_{0BC} = Q_t \cdot L^2 / 8 = 3,61 \text{ kN.m}$$

## Moments sur appuis

$$M_A = 0,2 M_{0AB} = 0,78 \text{ kN.m}$$

$$M_B = 0,5 \max (M_{0AB}, M_{0BC}) = 1,95 \text{ kN.m}$$

$$M_C = 0,5 \max (M_{0BC}, M_{0CD}) = 1,95 \text{ kN.m}$$

$$M_D = 0,2 M_{0AB} = 0,78 \text{ kN.m}$$

## Moment en travée

- Travée de rive (AB)

$$1) M_t^{AB} \geq 2,81 \text{ kN.m}$$

$$2) M_t^{AB} \geq 2,46 \text{ kN.m}$$

} on prend:  $M_t^{AB} = 2,81 \text{ kN.m}$

- Travée intermédiaire (BC)

$$1) M_t^{BC} \geq 1,92 \text{ kN.m}$$

$$2) M_t^{BC} \geq 1,92 \text{ kN.m}$$

} on prend:  $M_t^{BC} = 1,92 \text{ kN.m}$

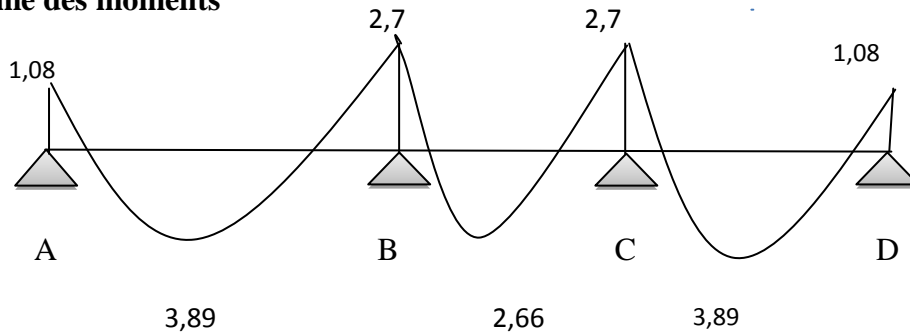
- Travée de rive (CD)

$$1) M_t^{CD} \geq 2,81 \text{ kN.m}$$

$$2) M_t^{CD} \geq 2,46 \text{ kN.m}$$

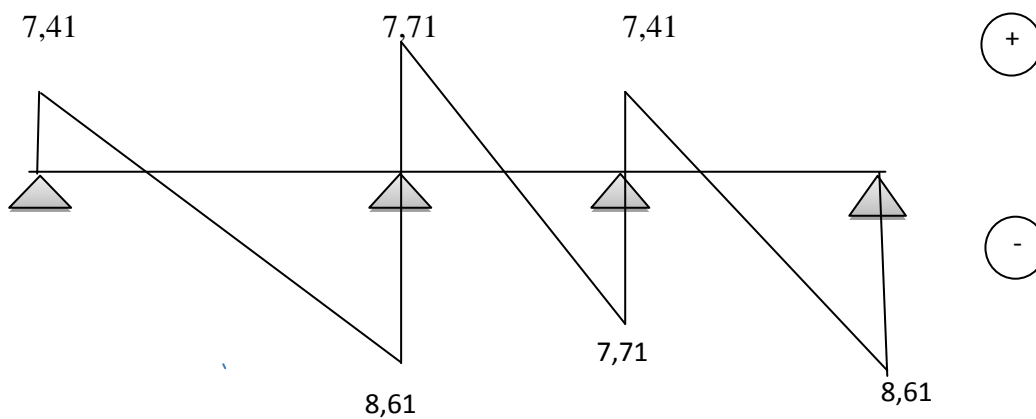
} on prend:  $M_t^{CD} = 2,81 \text{ kN.m}$

**Diagramme des moments**



**Figure III.12:** Diagramme des moments fléchissant à l'E.L.U

**Diagramme des efforts tranchant**



**Figure III.13:** Diagramme des efforts tranchants à l'E.L.U

**Tableau III.2:** Récapitulatif des résultats obtenus

Niveau	Type de poutrelle	Travée	L (m)	L'E.L.U					L'E.L.S			
				M <sub>t</sub>	M <sub>w</sub>	M <sub>e</sub>	T <sub>w</sub>	T <sub>e</sub>	M <sub>t</sub>	M <sub>w</sub>	M <sub>e</sub>	
Etage Courant	01	A-B	3,6	6,4	1,9	5,7	9,6	-11,4	4,6	1,3	4,1	
		B-C	3,6	6,4	5,7	1,9	11,4	-9,6	4,6	4,1	1,3	
	02	A-B	2,7	3,8	1,1	2,7	7,4	-8,6	2,8	0,7	1,9	
		B-C	2,6	2,6	2,7	2,7	7,7	-7,7	1,9	1,9	1,9	
		C-D	2,7	3,8	2,7	1,1	7,4	-8,6	2,8	1,9	0,7	
	03	A-B	2,7	4,2	1,0	1,0	7,7	-7,7	3,1	0,7	0,7	
	04	A	A-B	5,26	17,4	4,1	4,1	15,6	-15,6	12,5	2,9	2,9
		B	B-C	1,7	4,1	0,9	0,9	7,3	-7,3	2,8	0,6	0,6
		C	C-D	5,26	17,4	4,1	4,1	15,6	-15,6	12,5	2,9	2,9

**L'ELU**

$$\begin{cases} M_{tmax}=17,43\text{kN.m} \\ M_a=4,1\text{kN.m} \\ T_{max}=15,6\text{kN.m} \end{cases}$$

**L'ELS**

$$\begin{cases} M_a=2,96\text{kN.m} \\ M_{tmax}=12,58\text{kN.m} \end{cases}$$

**1) Ferrailage****1. Calcul des armatures longitudinales**• **En travée**

$$M_t = b \times h_0 \times f_{bc} \times \left(\frac{d - h_0}{2}\right) = 65 \times 4 \times 14,2 \times \left(\frac{18 - 4}{2}\right) \times 10^{-3} = 29,54 \text{ kN.m}$$

$$M_{tmax} = 17,43 \text{ kN.m} < M_t = 29,54 \text{ kN.m}$$

Donc l'axe neutre tombe dans la table de compression, la section en T sera calculée en flexion simple comme une section rectangulaire de dimension  $(b \times h_t) = (65 \times 21) \text{ cm}^2$  soumise à :

$$M_{tmax} = 17,43 \text{ kN.m}$$

$$\mu = \frac{M_{tmax}}{b \times d^2 \times f_{bc}} = \frac{17,43 \times 10^3}{65 \times 18,9^2 \times 14,2} = 0,053 < \mu_l = 0,392 \rightarrow A'_s = 0$$

$\rightarrow \beta = 0,9725$ ;  $\beta$  est tirée du tableau.

$$\sigma_s = \frac{f_e}{\gamma_s} = \frac{400}{1,15} = 348 \text{ MPa}$$

$$A_s = \frac{M_{tmax}}{\beta \times d \times \sigma_s} = \frac{17,43 \times 10^3}{0,9725 \times 18,9 \times 348} = 2,73 \text{ cm}^2$$

1) Condition de non fragilité (section en T):

$$A_{min} = \frac{I \times f_{t28}}{0,81 \times h_t \times V_2 \times f_e} = 0,38 \text{ cm}^2$$

Donc  $A_{scal} = 2,73 \text{ cm}^2 > A_{min} = 0,38 \text{ cm}^2$ ; Condition vérifiée

On prend : **3T12** ;  $A_s = 3,39 \text{ cm}^2$

• **Sur appui**

$$\mu = \frac{M_a}{b \times d^2 \times f_{bc}} = \frac{4,10 \times 10^3}{12 \times 18,9^2 \times 14,2} = 0,067 < \mu_l = 0,392 \rightarrow A'_s = 0$$

$\beta = 0,9655$ ;  $\beta$  est tirée du tableau.

$$A_s = \frac{M_a}{\beta \times d \times \sigma_s} = \frac{4,10 \times 10^3}{0,9655 \times 18,9 \times 348} = 0,65 \text{ cm}^2$$

1) Condition de non fragilité (section en T):

$$A_{min} = \frac{I \times f_{t28}}{0,81 \times h_t \times V_1 \times f_e} = \frac{18076,01 \times 2,1}{0,81 \times 21 \times 14,6 \times 400} = 0,87 \text{ cm}^2$$

Donc :  $A_{scal} = 0,65 \text{ cm}^2 < A_{min} = 0,87 \text{ cm}^2$  Condition vérifiée

On prend : **1T12 (ch) + 1T12 (f) ;  $A_s = 2,26 \text{ cm}^2$**

## 2. Vérification à l'E.L.S:

a) Position de l'axe neutre:  $M_{ser} = 12,58 \text{ kN.m}$

$$\frac{b}{2}y^2 + 15A'(y - c) - 15.A(d - y) = 0 \rightarrow 32,5y^2 + y - 961,07 = 0$$

$$\rightarrow y = 6,28 \text{ cm}$$

b) Moment d'inertie:

$$I = \frac{b}{3}y^3 + 15A(d - y)^2 = \frac{65 \times 6,28^3}{3} + 15 \times 3,39(18,9 - 6,28)^2 = 13464,85 \text{ cm}^4$$

c) Détermination des contraintes dans le béton comprimé  $\sigma_{bc}$ :

$$\sigma_{bc} = \frac{M_{ser}}{I} \times y = \frac{12,58 \times 10^3}{13464,85} \times 6,28 = 5,87 \text{ MPa}$$

$$\overline{\sigma}_{bc} = 0,6f_{c28} = 15 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{bc} = 5,87 \text{ MPa} < \overline{\sigma}_{bc} = 15 \text{ MPa} \text{ Condition vérifiée}$$

d) Détermination des contraintes dans l'acier tendue  $\sigma_{st}$ :

$$\sigma_{st} = \min \left[ \frac{2}{3}f_e ; 110\sqrt{\eta f_{t28}} \right]; \text{ Fissuration préjudiciable}$$

$\eta$ : Coefficient de fissuration pour HA  $\Phi \geq 6 \text{ mm}$ ;  $\eta = 1,6$

$$\overline{\sigma}_{st} = \min(266,67 \text{ MPa} ; 201,63 \text{ MPa}) = 201,63 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{st} = \eta \frac{M_{ser}}{I} (d - y) = 15 \times \frac{12,58 \times 10^3}{13464,85} \times (18,9 - 6,28) = 176,86 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{st} = 176,86 \text{ MPa} < \overline{\sigma}_{st} = 201,63 \text{ MPa}; \text{ Condition vérifiée}$$

## 3. Vérification de la contrainte de cisaillement

L'effort tranchant maximale  $T_{MAX} = 15,60 \text{ kN}$

$$\tau_u = \frac{T_u}{b \times d} \times 10 = \frac{15,60 \times 10^{-3}}{0,12 \times 0,189} = 0,69 \text{ MPa}$$

$$\tau_u = 0,69 \text{ MPa} < \overline{\tau}_u = 3,25 \text{ MPa}; \text{ Condition vérifiée.}$$

Il n'y a pas de risque de cisaillement.

## 4. Armatures transversales

a) Détermination du diamètre des armatures transversal :

$$\Phi_t \leq \min \left\{ \frac{h}{35} ; \frac{b}{10} ; \Phi_l \right\} = \min \{ 200/35 ; 120/10 ; 10 \text{ mm} \} = \min \{ 6 \text{ mm} ; 12 \text{ mm} ; 10 \text{ mm} \}$$

$$\Rightarrow \Phi_t = 6 \text{ mm}$$



b) L'espace

$$S_t \leq \min\{0,9d ; 40 \text{ cm}\} = \min\{17,01 \text{ cm} ; 40 \text{ cm}\}$$

D'après le R.P.A 99/2003 :

Zone nodale :  $S_t \leq \min\{15 \text{ cm} ; 10\Phi_l\} = \min\{15 \text{ cm} ; 10 \text{ cm}\} \Rightarrow S_t = 10 \text{ cm}$

Zone courante :  $S_t \leq 15\Phi_l \Rightarrow S_t = 15 \text{ cm}$  ; On prend  $S_t = 15 \text{ cm}$

c) La section des armatures transversales :

$$\frac{A_t}{b_0 \times S_t} \times \frac{f_e}{\gamma_s} \geq \frac{\left(\tau_u \times \left(\frac{h}{2}\right)\right) - (0,3k \times f_{tj})}{0,9(\sin \alpha + \cos \alpha)} \dots \dots \dots (1)$$

$k = 1 ; f_{tj} = 2,1 \text{ MPa} ; \alpha = 90^\circ \rightarrow \sin \alpha + \cos \alpha = 1 ; f_e = 235 \text{ MPa} ; \gamma_s = 1,15$

$$\tau_u \times \left(\frac{h}{2}\right) = \frac{T_u \left(\frac{h}{2}\right)}{b_0 d}$$

On calcul la valeur de l'effort tranchant  $T_u \left(\frac{h}{2}\right)$  par la méthode des triangles semblables.

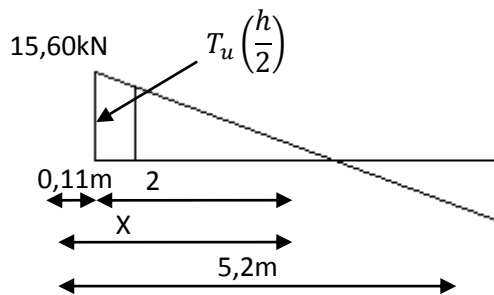


Figure III.14: Effort tranchant par la méthode des triangles semblables

$$\frac{T_{max}}{X} = \frac{T_u \left(\frac{h}{2}\right)}{X - \frac{h}{2}} \Rightarrow T_u \left(\frac{h}{2}\right) = \frac{T_{max} \times \left[X - \left(\frac{h}{2}\right)\right]}{X}$$

On calcul la distance « X » :

$$X = \frac{L}{2} + \frac{M_w - M_e}{q \times L} = \frac{5,26}{2} + \frac{12,66 + 4,03}{5,83 \times 5,26} = 3,17 \text{ m}$$

$$\frac{h}{2} = \frac{0,21}{2} = 0,11 \text{ m}$$

$$T_u \left(\frac{h}{2}\right) = \frac{15,6 \times 3,06}{3,17} = 15,06 \text{ kN}$$

$$\tau_u \times \left(\frac{h}{2}\right) = \frac{15,06 \times 10^{-3}}{0,12 \times 0,189} = 0,66 \text{ MPa}$$

D'après (1):  $\left(\frac{A_t}{S_t}\right)_{cal} \geq \frac{(0,66 - (0,3 \times 1 \times 2,1)) \times 12 \times 1,15}{0,9 \times 235}$

$\left(\frac{A_t}{S_t}\right)_{cal} = 1,96 \times 10^{-3} \text{ cm} \dots \dots \dots (2)$

d) Pourcentage minimal des armatures transversales:

$\frac{A_t \times f_e}{b_0 \times S_t} \geq \max\left(\frac{\tau_u \times \left(\frac{h}{2}\right)}{2}; 0,4 \text{ MPa}\right) \Rightarrow \frac{A_t \times f_e}{b_0 \times S_t} \geq \max(0,36 \text{ MPa}; 0,4 \text{ MPa}) \Rightarrow$

$\frac{A_t \times f_e}{b_0 \times S_t} \geq 0,4 \text{ MPa}$

$\left(\frac{A_t}{S_t}\right)_{min} \geq \frac{0,4 \times b_0}{f_e} \Rightarrow \left(\frac{A_t}{S_t}\right)_{min} \geq \frac{0,4 \times 12}{235} = 0,020 \text{ cm} \dots \dots \dots (3)$

On prend le max entre (2) et (3)  $\Rightarrow \left(\frac{A_t}{S_t}\right)_{min} \geq 0,02$ , on prend  $S_t = 15 \text{ cm}$

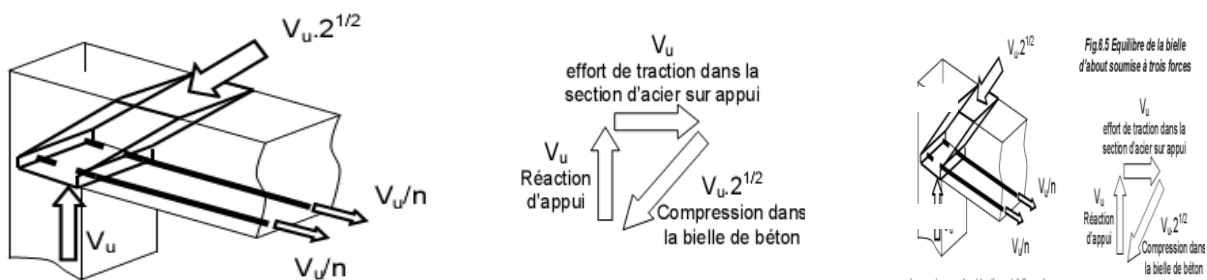
On trouve :  $A_t \geq 0,02 \times 15 = 0,30 \text{ cm}^2 \Rightarrow \begin{cases} 2\Phi 6 = 0,56 \text{ cm}^2/\text{ml} \\ S_t = 15 \text{ cm} \end{cases}$

e) Ancrage des armatures aux niveaux des appuis

$F_u = \frac{M_{appui}}{z} = \frac{M_{appui}}{0,9d} = \frac{4,1}{0,9 \times 18,9 \times 10^{-2}} = 24,10 \text{ kN}$

$F_u = 24,1 \text{ kN} > T_u = 15,60 \text{ kN}$ ; Les armatures longitudinales inférieures ne sont pas soumises à un effort de traction.

**4) Compression de la bielle d'about**



**Figure III.15:** Schéma de la bielle d'about

La contrainte de compression dans la biellette est de:

$\bar{\sigma}_b = \frac{F_b}{S}; \text{ Avec : } \begin{cases} F_b = T\sqrt{2} \\ S = \frac{ab_0}{\sqrt{2}} \end{cases} \Rightarrow \bar{\sigma}_b = \frac{2T}{ab_0}$

Où:

a: La longueur d'appui de la biellette.

$$\text{On doit avoir : } \bar{\sigma}_b < \frac{f_{c28}}{\gamma_b}$$

Mais pour tenir compte du fait que l'inclinaison de la biellette est légèrement différente de  $45^\circ$ , donc on doit vérifier que:

$$\bar{\sigma}_b \leq \frac{0,8 \times f_{c28}}{\gamma_b} \Leftrightarrow \frac{2T}{ab_0} \leq \frac{0,8 \times f_{c28}}{\gamma_b} \Leftrightarrow a \geq \frac{2T\gamma_b}{0,8 \times b_0 \times f_{c28}} \Leftrightarrow a \geq \frac{2 \times 15,60 \times 1,5}{0,85 \times 12 \times 25 \times 10}$$

$$= 0,018 \text{ m} = 1,8 \text{ cm}$$

$$a = \min(a'; 0,9d) ; \quad a' = c - c' - 2 ; \quad c' = 2 \text{ cm} ; \quad c = 40 \text{ cm}$$

Avec: c': L'enrobage.

a': La largeur d'appui ;

c: La largeur de l'appui du poteau ;

$$a' = 40 - 2 - 2 = 36 \text{ cm}$$

$$a = \min(36 \text{ cm} ; 17,01 \text{ cm}) = 17,01 \text{ cm} \Rightarrow 16,2 \text{ cm} > 1,8 \text{ cm} ; \text{ C. vérifiée}$$

## 5. Entraînement des armatures

### 5.1. Vérification de la contrainte d'adhérence

$$\tau_{user} = T/0,9d \cdot \mu \cdot n \leq \tau_{user} = \psi_s \cdot f_{t28}$$

$\psi_s$ : coefficient de cisaillement  $\psi_s = 1,5$  pour H.A

T: effort tranchant max  $T = 15,60 \text{ kN}$

n : nombre d'armatures longitudinales tendues  $n = 3$

$\mu$  : périmètre d'armature tendue  $\mu = \pi \varnothing = 3,14 \times 1,2 = 3,77 \text{ cm}$

$$\tau_{user} = 15,60 \times 10^3 / 0,9 \times 18,9 \times 3,77 \times 3 \times 10^2 = 2,43 \text{ MPa}$$

$$\bar{\tau}_{user} = 1,5 \times 2,1 = 3,15 \text{ MPa}$$

$$\tau_{user} = 2,43 \text{ MPa} \leq \bar{\tau}_{user} = 3,15 \text{ MPa} \dots \dots \dots \text{condition vérifiée}$$

### 5.2. Ancrage des armatures tendues

La longueur de scellement droit " $L_s$ " est la longueur que ne doit avoir une barre droite de diamètre  $\varnothing$  pour équilibrer une contrainte d'adhérence  $\tau_{ser}$ .

La contrainte d'adhérence  $\tau_s$  est supposée constante est égale à la valeur limite

$$\text{ultime. } \tau_s = 0,6 \psi^2 \cdot f_c = 0,6 (1,5)^2 \times 2,1 = 2,84 \text{ MPa.}$$

La longueur de scellement droit  $L_s = \emptyset f_e / 4\tau_s$ .

$\emptyset$  : Diamètre d'une barre égale 10 mm = 1,0cm  $L_s = 1,2 \times 400 / 4 \times 2,84 = 42,251$ cm.

Cette longueur dépasse la largeur de la poutre  $b = 40$ cm

Donc nous sommes obligés de prévoir des ancrages courbes de telle

sorte que  $r = 5,5 \emptyset = 5,5 \times 1,2 = 6,6$ cm.

**2) Vérification de la flèche**

On doit vérifier les conditions suivantes:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{h_t}{L} \geq \frac{1}{225} \\ \frac{h_t}{L} \geq \frac{M_t}{15M_0} \\ \frac{A_s}{bd} \leq \frac{4,2}{f_e} \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} \frac{21}{400} = 0,0525 > 0,044 \dots \dots \dots \text{condition vérifiée} \\ 0,0525 \leq 0,0566 \dots \dots \dots \text{condition non vérifiée} \\ 0,0149 \geq 0,0105 \dots \dots \dots \text{condition non vérifiée} \end{array} \right.$$

On a:

$$\left\{ \begin{array}{l} G = 5,09 \text{ kN/m}^2 \\ P = G + Q = 5,09 + 1,00 = 6,09 \text{ kN/m}^2 \\ J = G - 1 = 4,09 \text{ kN/m}^2 \end{array} \right.$$

Pour  $b=0.65$

$$\left\{ \begin{array}{l} G = 5,09 \times 0,65 = 3,31 \text{ kN/ml} \\ P = 6,09 \times 0,65 = 3,96 \text{ kN/ml} \\ J = 4,09 \times 0,65 = 2,66 \text{ kN/ml} \end{array} \right.$$

**1. Calcul des moments fléchissant**

$$\left\{ \begin{array}{l} M_G = 0,85 \frac{GL^2}{8} = 0,85 \times \frac{3,31 \times 4^2}{8} = 5,63 \text{ kN.m} \\ M_P = 0,85 \frac{PL^2}{8} = 0,85 \times \frac{3,96 \times 4^2}{8} = 6,73 \text{ kN.m} \\ M_J = 0,85 \frac{JL^2}{8} = 0,85 \times \frac{2,66 \times 4^2}{8} = 4,52 \text{ kN.m} \end{array} \right.$$

Module du modèle de déformation longitudinale :

$$E_i = 11000 \cdot \sqrt[3]{f_{c28}} = 11000 \cdot \sqrt[3]{25} = 32164,19 \text{ MPa}$$

$$E_v = 3700 \cdot \sqrt[3]{f_{c28}} = 3700 \cdot \sqrt[3]{25} = 10818,86 \text{ MPa}$$

**2. Détermination du centre de gravité**

$$Y_G = \frac{\sum A_i Y_i}{A_i} = \frac{(b \cdot h_0) \left( \frac{h_0}{2} + h - h_0 \right) + 5 \left[ \frac{b_0 (h - h_0) (h - h_0)}{2} \right] + \eta \cdot A_s \cdot c}{(b \cdot h_0) + (h - h_0) b_0 + \eta \cdot A_s}$$

$$= \frac{(65 \times 5) \left( \frac{5}{2} + 21 - 5 \right) + \left[ \frac{12(21-5)(21-5)}{2} \right] + 15 \times 3,39 \times 2}{(65 \times 5) + (21-5)12 + 15 \times 3,39} = 13,47 \text{ cm}$$

### 3. Détermination du moment d'inertie

$$I_g = \frac{by_G^3}{3} - \frac{(b-b_0)(y_G-h_0)^3}{3} + \frac{b_0(h_t-y_G)^3}{3} + 15A_s(d-y_G)^2$$

$$I_g = \frac{65.(13,47)^3}{3} - \frac{(65-12).(13,47-5)^3}{3} + \frac{12.(21-13,47)^3}{3} + 15.3,39.(18,9-13,47)^2$$

$$I_g = 45425,6 \text{ cm}^4$$

### Pourcentages des armatures

$$\rho = \frac{A}{b_0 \cdot d} = \frac{3,39}{12 \times 18,9} = 0,015$$

### 4. Calcul des contraintes suivant les sollicitations

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_{SG} = \frac{M_G}{A \cdot Z} = \frac{5,63 \times 10^3 \text{ N.m}}{3,39 \times 0,9 \times 18,9} = 97,63 \text{ Mpa} \\ \sigma_{SP} = \frac{M_P}{A \cdot Z} = \frac{6,73 \times 10^3 \text{ N.m}}{3,39 \times 0,9 \times 18,9} = 116,71 \text{ Mpa} \\ \sigma_{SJ} = \frac{M_J}{A \cdot Z} = \frac{4,52 \times 10^3 \text{ N.m}}{3,39 \times 0,9 \times 18,9} = 78,39 \text{ Mpa} \end{array} \right.$$

### 5. Calcul de $\mu_g, \mu_p, \mu_j$

$$\left\{ \begin{array}{l} \mu_G = 1 - \left[ \frac{1,75 f_{t28}}{4 \cdot \rho \cdot \sigma_{SG} + f_{t28}} \right] = 1 - \left[ \frac{1,75 \times 2,1}{4 \times 0,015 \times 97,63 + 2,1} \right] = 0,46 \\ \mu_p = 1 - \left[ \frac{1,75 f_{t28}}{4 \cdot \rho \cdot \sigma_{SP} + f_{t28}} \right] = 1 - \left[ \frac{1,75 \times 2,1}{4 \times 0,015 \times 116,71 + 2,1} \right] = 0,40 \\ \mu_j = 1 - \left[ \frac{1,75 f_{t28}}{4 \cdot \rho \cdot \sigma_{SJ} + f_{t28}} \right] = 1 - \left[ \frac{1,75 \times 2,1}{4 \times 0,015 \times 78,39 + 2,1} \right] = 0,54 \end{array} \right.$$

### 6. Calcul des moments d'inertie fictifs

$$*\lambda_i = \frac{0,05 f_{t28}}{(2+3\frac{b_0}{b}) \cdot \rho} = 2,74$$

$$*\lambda_v = \frac{2}{5} \lambda_i = 1,1$$

$$I_f = \frac{1,1 I_0}{(1 + \lambda \cdot \mu)}$$

$$I_{fi}^G = \frac{1,1 \cdot I_0}{(1 + \lambda_i \cdot \mu_G)} = \frac{1,1 \times 45425,6}{(1 + 2,74 \times 0,46)} = 22105,89 \text{ cm}^4$$

$$I_{fv}^G = \frac{1,1 \cdot I_0}{(1 + \lambda_v \cdot \mu_G)} = \frac{1,1 \times 45425,6}{(1 + 1,1 \times 0,46)} = 33179,39 \text{ cm}^4$$

$$I_{fi}^P = \frac{1,1 \cdot I_0}{(1 + \lambda_i \cdot \mu_P)} = \frac{1,1 \times 45425,6}{(1 + 2,74 \times 0,40)} = 23839,77 \text{ cm}^4$$

$$I_{fi}^J = \frac{1,1 \cdot I_0}{(1 + \lambda_i \cdot \mu_J)} = \frac{1,1 \times 45425,6}{(1 + 2,74 \times 0,54)} = 20151,70 \text{ cm}^4$$

### 7. Calcul de la flèche (totale et admissible)

$$f_{Gi} = \frac{M_G \cdot L^2}{10 \cdot E_i \cdot I_i^G} = \frac{5,63 \times 10^3 \times 400^2}{10 \times 32164,19 \times 22105,89} = 0,13 \text{ cm}$$

$$f_{Gv} = \frac{M_G \cdot L^2}{10 \cdot E_v \cdot I_v^G} = \frac{5,63 \times 10^3 \times 400^2}{10 \times 10818,86 \times 33179,39} = 0,25 \text{ cm}$$

$$f_{Pi} = \frac{M_P \cdot L^2}{10 \cdot E_i \cdot I_i^P} = \frac{6,73 \times 10^3 \times 400^2}{10 \times 32164,19 \times 23839,77} = 0,14 \text{ cm}$$

$$f_{Ji} = \frac{M_J \cdot L^2}{10 \cdot E_i \cdot I_i^J} = \frac{4,52 \times 10^3 \times 400^2}{10 \times 32164,19 \times 20151,70} = 0,11 \text{ cm}$$

### La flèche totale

$$\Delta f_t = (f_{g_v} - f_{j_i}) + (f_{p_i} - f_{g_i}) = (0,25 - 0,11) + (0,14 - 0,13)$$

$$\Delta f_t = 0,15 \text{ cm}$$

$$\Delta f_{max} = \frac{l}{500} = \frac{400}{500} = 0,80 \text{ cm}$$

Donc  $\Delta f_t = 0,15 \text{ cm} < \Delta f_{max} = 0,80 \text{ cm} \longrightarrow$  condition vérifiées

### b. Plancher terrasse

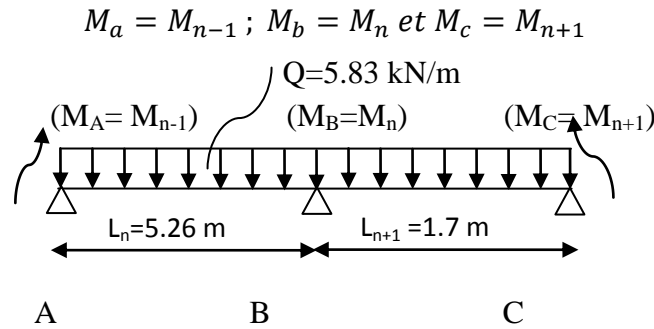
Ce plancher, situé au dernier étage de la construction est exposé à l'extérieur, donc il ne satisfait pas la condition de fissuration peu préjudiciable pour pouvoir appliquer la méthode forfaitaire. C'est pour cela que la méthode des trois moments est la plus adaptée pour le calcul des poutrelles de ce plancher. Sa surcharge d'exploitation n'est pas très importante, parce que ce plancher n'a pas vocation à être accessible.

$$(M_{n-1} \times L_n) + 2M_n(L_n + L_{n+1}) + (M_{n+1} \times L_{n+1}) = -6 \left[ \frac{S_n \times a_n}{L_n} + \frac{S_{n+1} \times b_{n+1}}{L_{n+1}} \right] \quad (1)$$

les combinaisons de charges par mètre linéaire du plancher terrasse :

$$\begin{cases} G = 5,53 \text{ kN/m}^2 \\ Q = 1,00 \text{ kN/m}^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Q_u = (1,35 \times 5,53 + 1,5 \times 1,00) \times 0,65 = 5,83 \text{ kN/ml} \\ Q_{ser} = 6,83 \times 0,65 = 4,24 \text{ kN/ml} \end{cases}$$

La poutrelle de type 1 sera prise comme exemple de calcul détaillé, les autres poutrelles suivent les mêmes étapes de calcul.



1. Partie AB:

$$M_{0\ AB} = \frac{5,83 \times 5,26^2}{8} = 20,16\ kN.m$$

$$a_n = b_n = \frac{L_n}{2} = \frac{5,26}{2} = 2,63\ m$$

$$S_n = \frac{2}{3} (L_n \times M_{0\ AB}) = \frac{2}{3} (2,63 \times 20,16) = 70,69\ m^2$$

2. Partie BC:

$$M_{0\ BC} = \frac{5,83 \times 1,7^2}{8} = 2,11\ kN.m$$

$$a_{n+1} = b_{n+1} = \frac{L_{n+1}}{2} = \frac{1,7}{2} = 0,85\ m$$

$$S_{n+1} = \frac{2}{3} (L_{n+1} \times M_{0\ BC}) = \frac{2}{3} (0,85 \times 2,11) = 2,39\ m^2$$

Détermination de l'équation:

$$M_a = -0,2M_{0\ AB} = -4,03\ kN.m$$

$$(1) \Rightarrow 13,92M_b + 1,7M_c = -198,03\ kN.m^2 \dots \dots \dots (I)$$

$$M_b = M_{n-1}; M_c = M_n \text{ et } M_d = M_{n+1}$$

On a:

$$L_n = L_{n+1} \text{ donc } : M_{0\ BC} = M_{0\ CD}; a_n = b_{n+1} \text{ et } S_n = S_{n+1}$$

$$M_{0\ BC} = M_{0\ CD} = \frac{Q_u l^2}{8} = \frac{5,83 \times 1,7^2}{8} = 2,11\ kN.m$$

$$a_n = b_{n+1} = \frac{L_n}{2} = \frac{1,7}{2} = 0,85\ m$$

$$S_n = S_{n+1} = \frac{2}{3} (L_n \times M_{0\ BC}) = \frac{2}{3} (0,85 \times 2,11) = 2,39\ m^2$$

On peut maintenant déterminer l'équation:

$$M_D = -0,2M_{0\ CD} = -4,03\ kN.m$$

$$(1) \Rightarrow 1,7M_b + 13,92M_c = -198,03\ kN.m^2 \dots \dots \dots (II)$$

- Détermination des moments aux appuis et en travées

## 1. Sur appuis:

Il suffit de faire la résolution des deux équations trouvées précédemment:

$$\begin{cases} 13,92M_b + 1,7M_c = -198,03 \\ 1,7M_b + 13,92M_c = -198,03 \end{cases}$$

Et donc on a:

$$M_a = -4,03 \text{ kN.m} \quad M_b = -12,66 \text{ kN.m}$$

$$M_c = -12,68 \text{ kN.m} \quad M_d = -4,03 \text{ kN.m}$$

## 2) Calcul des efforts tranchants

$$\text{Travée AB : } \begin{cases} T_w = \frac{M_a - M_b}{l} + Q_u \frac{l}{2} = \frac{-4,03 + 12,66}{5,26} + (5,83 \times 2,63) = 16,97 \text{ kN} \\ T_e = \frac{M_a - M_b}{l} - Q_u \frac{l}{2} = \frac{-1,76 + 7,27}{3,4} - (5,83 \times 2,63) = -13,69 \text{ kN} \end{cases}$$

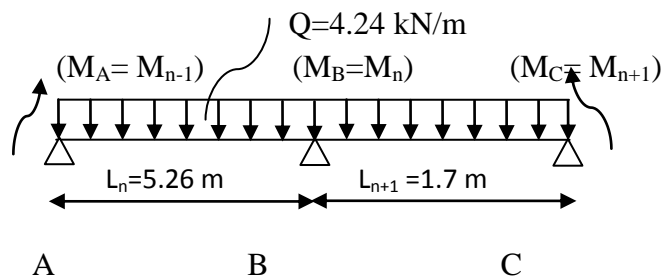
$$\text{Travée BC : } \begin{cases} T_w = \frac{-12,66 + 12,68}{1,7} + (5,83 \times 0,85) = 4,94 \text{ kN} \\ T_e = \frac{-12,66 + 12,68}{1,7} - (5,83 \times 0,85) = -4,97 \text{ kN} \end{cases}$$

$$\text{Travée CD : } \begin{cases} T_w = \frac{M_a - M_b}{l} + Q_u \frac{l}{2} = \frac{-4,03 + 12,66}{5,26} + (5,83 \times 2,63) = 16,97 \text{ kN} \\ T_e = \frac{M_a - M_b}{l} - Q_u \frac{l}{2} = \frac{-1,76 + 7,27}{3,4} - (5,83 \times 2,63) = -13,69 \text{ kN} \end{cases}$$

## A L'E.L.S

La poutrelle de type 1 sera prise comme exemple de calcul détaillé, les autres poutrelles suivent les mêmes étapes de calcul.

$$M_a = M_{n-1}; M_b = M_n \text{ et } M_c = M_{n+1}$$



## 2. Partie AB

$$M_{0 AB} = \frac{4,24 \times 5,26^2}{8} = 14,66 \text{ kN.m}$$



$$a_n = b_n = \frac{L_n}{2} = \frac{5,26}{2} = 2,63 \text{ m}$$

$$S_n = \frac{2}{3}(L_n \times M_{0AB}) = \frac{2}{3}(2,63 \times 20,16) = 51,40 \text{ m}^2$$

2. Partie BC

$$M_{0BC} = \frac{4,24 \times 1,7^2}{8} = 1,53 \text{ kN.m}$$

$$a_{n+1} = b_{n+1} = \frac{L_{n+1}}{2} = \frac{1,7}{2} = 0,85 \text{ m}$$

$$S_{n+1} = \frac{2}{3}(L_{n+1} \times M_{0BC}) = \frac{2}{3}(0,85 \times 1,53) = 1,73 \text{ m}^2$$

Détermination de l'équation:

$$M_a = -0,2M_{0AB} = -2,93 \text{ kN.m}$$

$$(1) \Rightarrow 13,92M_b + 1,7M_c = -174,81 \text{ kN.m}^2 \dots \dots \dots (I)$$

$$M_b = M_{n-1}; M_c = M_n \text{ et } M_d = M_{n+1}$$

On a:

$$L_n = L_{n+1} \text{ donc : } M_{0BC} = M_{0CD}; a_n = b_{n+1} \text{ et } S_n = S_{n+1}$$

$$M_{0BC} = M_{0CD} = \frac{Q_u l^2}{8} = \frac{4,24 \times 1,7^2}{8} = 1,53 \text{ kN.m}$$

$$a_n = b_{n+1} = \frac{L_n}{2} = \frac{1,7}{2} = 0,85 \text{ m}$$

$$S_n = S_{n+1} = \frac{2}{3}(L_n \times M_{0BC}) = \frac{2}{3}(0,85 \times 1,53) = 1,73 \text{ m}^2$$

On peut maintenant déterminer l'équation:

$$M_D = -0,2M_{0CD} = -2,93 \text{ kN.m}$$

$$(1) \Rightarrow 1,7M_b + 13,92M_c = -174,81 \text{ kN.m}^2 \dots \dots \dots (II)$$

• **Détermination des moments aux appuis et en travées**

2. Sur appuis:

Il suffit de faire la résolution des deux équations trouvées précédemment:

$$\begin{cases} 13,92M_b + 1,7M_c = -174,81 \\ 1,7M_b + 13,92M_c = -174,81 \end{cases}$$

Et donc on a:

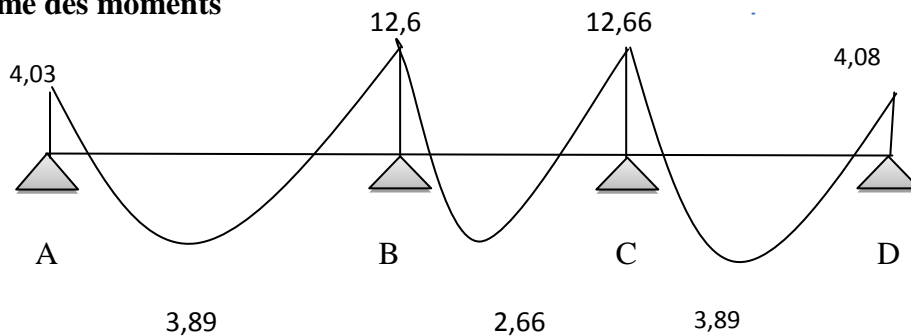
$$M_a = -2,93 \text{ kN.m}$$

$$M_b = -11,19 \text{ kN.m}$$

$$M_c = -11,19 \text{ k}$$

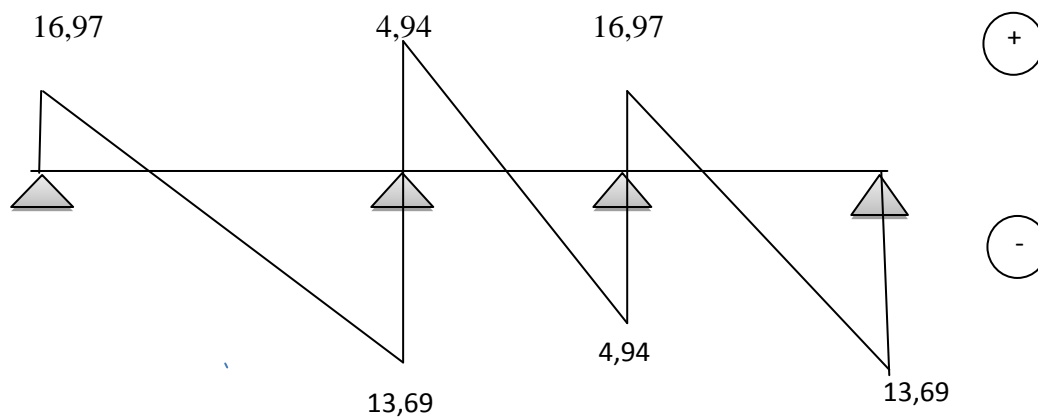
$$N.m \quad M_d = -2,93 \text{ kN.m}$$

**Diagramme des moments**



**Figure III.16:** Diagramme des moments fléchissant à l'E.L.U.

**Diagramme des efforts tranchant**



**Figure III.17:** Diagramme des efforts tranchants à l'E.L.U

**Tableau III.3:** Récapitulatif des résultats obtenus

Type de poutrelle	Travée	L (m)	L'E.L.U					L'E.L.S		
			M <sub>t</sub>	M <sub>w</sub>	M <sub>e</sub>	T <sub>w</sub>	T <sub>e</sub>	M <sub>t</sub>	M <sub>w</sub>	M <sub>e</sub>
01	A-B	3,6	8,03	-3,78	-3,78	10,49	-10,49	5,84	-2,75	-2,75
	B-C	3,6	8,03	-3,78	-3,78	10,49	-10,49	5,84	-2,75	-2,75
02	A-B	2,7	2,85	-1,06	-3,87	6,83	-8,91	2,44	-0,77	-2,07
	B-C	2,6	1,06	-3,87	-3,87	7,58	-7,58	1,51	-2,07	-2,07
	C-D	2,7	2,85	-3,87	-1,06	8,91	-6,83	2,44	-2,07	-0,77
03	A-B	5,26	11,81	-4,03	-12,68	13,69	-16,97	7,33	-2,93	-11,19
	B-C	1,7	7,49	-12,68	-12,68	4,94	-4,94	9,66	-11,19	-11,19
	C-D	5,26	11,81	12,68	-4,03	16,97	-13,69	7,33	-11,19	-2,93

**L'ELU:**

$$\begin{cases} M_{tmax} = 11,81 \text{ kN.m} \\ M_a = 12,68 \text{ kN.m} \\ T_{max} = 16,97 \text{ kN.m} \end{cases}$$

**L'ELS:**

$$\begin{cases} M_a = 11,19 \text{ kN} \\ M_{tmax} = 9,66 \text{ kN.m} \end{cases}$$

**3) Ferrailage****1. Calcul des armatures longitudinales**• **En travée**

$$\mu = \frac{M_{tmax}}{b \times d^2 \times f_{bc}} = \frac{11,81 \times 10^3}{65 \times 18,9^2 \times 14,2} = 0,036 < \mu_l = 0,392 \rightarrow A'_s = 0$$

$\rightarrow \beta = 0,982$  ;  $\beta$  est tirée du tableau.

$$\sigma_s = \frac{f_e}{\gamma_s} = \frac{400}{1,15} = 348 \text{ MPa}$$

$$A_s = \frac{M_{tmax}}{\beta \times d \times \sigma_s} = \frac{11,81 \times 10^3}{0,982 \times 18,99 \times 348} = 1,83 \text{ cm}^2$$

1) Condition de non fragilité (section en T $\acute{e}$ ) :

$$A_{min} = \frac{I \times f_{t28}}{0,81 \times h_t \times V_2 \times f_e} = 0,38 \text{ cm}^2$$

Donc  $A_{scal} = 1,83 \text{ cm}^2 > A_{min} = 0,38 \text{ cm}^2$  ; Condition v $\acute{e}$ ri $\acute{e}$ fi $\acute{e}$ e

On prend : **3T10** ;  $A_s = 2,36 \text{ cm}^2$

• **Sur appui**

$$\mu = \frac{M_a}{b \times d^2 \times f_{bc}} = \frac{12,68 \times 10^3}{12 \times 18,9^2 \times 14,2} = 0,21 < \mu_l = 0,392 \rightarrow A'_s = 0$$

$\beta = 0,881$  ;  $\beta$  est tirée du tableau.

$$A_s = \frac{M_a}{\beta \times d \times \sigma_s} = \frac{12,68 \times 10^3}{0,881 \times 18,9 \times 348} = 2,18 \text{ cm}^2$$

1) Condition de non fragilité (section en T $\acute{e}$ ) :

$$A_{min} = \frac{I \times f_{t28}}{0,81 \times h_t \times V_1 \times f_e} = \frac{118076,01 \times 2,1}{0,81 \times 21 \times 14,6 \times 400} = 0,87 \text{ cm}^2$$

Donc:  $A_{scal} = 2,18 \text{ cm}^2 > A_{min} = 0,87 \text{ cm}^2$  ; Condition v $\acute{e}$ ri $\acute{e}$ fi $\acute{e}$ e

On prend: **1T12 (fil) + 1T12 (chap)** ;  $A_s = 2,26 \text{ cm}^2$

**2. V $\acute{e}$ ri $\acute{e}$ fi $\acute{e}$ cation  $\grave{a}$  l'E.L.S**

a) Position de l'axe neutre:  $M_{ser} = 9,66 \text{ kN.m}$

$$\frac{b}{2}y^2 + 15A'(y - c) - 15.A(d - y) = 0 \rightarrow 32,5y^2 + 35,40y - 669,06 = 0$$

$$\rightarrow y = 4,02\text{cm}$$

b) Moment d'inertie:

$$I = \frac{b}{3}y^3 + 15A(d - y)^2 = \frac{65 \times 4,02^3}{3} + 15 \times 2,36(18,9 - 4,02)^2 = 9245,64\text{cm}^4$$

c) Détermination des contraintes dans le béton comprimé  $\sigma_{bc}$  :

$$\sigma_{bc} = \frac{M_{ser}}{I} \times y = \frac{9,66 \times 10^3}{9245,64} \times 4,02 = 3,47\text{MPa}$$

$$\bar{\sigma}_{bc} = 0,6f_{c28} = 15\text{MPa}$$

$$\sigma_{bc} = 3,47\text{MPa} < \bar{\sigma}_{bc} = 15\text{MPa} \text{ Condition vérifiée}$$

d) Détermination des contraintes dans l'acier tendue  $\sigma_{st}$ :

$$\sigma_{st} = \min \left[ \frac{2}{3}f_e ; 110\sqrt{\eta f_{t28}} \right]; \text{ Fissuration préjudiciable}$$

$\eta$  : Coefficient de fissuration pour HA  $\Phi \geq 6\text{ mm}$ ;  $\eta = 1,6$

$$\bar{\sigma}_{st} = \min(266,67\text{MPa} ; 201,63\text{MPa}) = 201,63\text{MPa}$$

$$\sigma_{st} = \eta \frac{M_{ser}}{I} (d - y) = 15 \times \frac{9,66 \times 10^3}{9245,64} \times (18,9 - 4,02) = 193,37\text{MPa}$$

$$\sigma_{st} = 193,37\text{MPa} < \bar{\sigma}_{st} = 201,63\text{MPa} ; \text{ Condition vérifiée}$$

### 3. Vérification de la contrainte de cisaillement

L'effort tranchant maximale  $T_{MAX}=16,97\text{kN}$

$$\tau_u = \frac{T_u}{b \times d} \times 10 = \frac{16,97 \times 10^{-3}}{0,12 \times 0,18} = 0,75\text{MPa}$$

$$\tau_u = 0,75\text{MPa} < \bar{\tau}_u = 3,25\text{MPa} ; \text{ Condition vérifiée.}$$

Il n'y a pas de risque de cisaillement.

### 4. Armatures transversales

a) Détermination du diamètre des armatures transversal:

$$\Phi_t \leq \min \left\{ \frac{h}{35} ; \frac{b}{10} ; \Phi_l \right\} = \min \{ 200/35 ; 120/10 ; 10\text{ mm} \} = \min \{ 5,41\text{ mm} ; 12\text{ mm} ; 10\text{ mm} \}$$

$$\Leftrightarrow \Phi_t = 6\text{ mm}$$

b) L'espacement:

$$S_t \leq \min \{ 0,9d ; 40\text{ cm} \} = \min \{ 16,2\text{ cm} ; 40\text{ cm} \}$$

D'après le R.P.A 99/2003 :

$$\text{Zone nodale: } S_t \leq \min \{ 15\text{ cm} ; 10\Phi_l \} = \min \{ 15\text{ cm} ; 10\text{ cm} \} \Leftrightarrow S_t = 10\text{ cm}$$

Zone courante:  $S_t \leq 15\Phi_l \Rightarrow S_t = 15 \text{ cm}$  ; On prend  $S_t = 15 \text{ cm}$

c) La section des armatures transversales :

$$\frac{A_t}{b_0 \times S_t} \times \frac{f_e}{\gamma_s} \geq \frac{\left(\tau_u \times \left(\frac{h}{2}\right)\right) - (0,3k \times f_{tj})}{0,9(\sin \alpha + \cos \alpha)} \dots \dots \dots (1)$$

$k = 1$  ;  $f_{tj} = 2,1 \text{ MPa}$  ;  $\alpha = 90^\circ \rightarrow \sin \alpha + \cos \alpha = 1$  ;  $f_e = 235 \text{ MPa}$  ;  $\gamma_s = 1,15$

$$\tau_u \times \left(\frac{h}{2}\right) = \frac{T_u \left(\frac{h}{2}\right)}{b_0 d}$$

On calcul la valeur de l'effort tranchant  $T_u \left(\frac{h}{2}\right)$  par la méthode des triangles semblables.

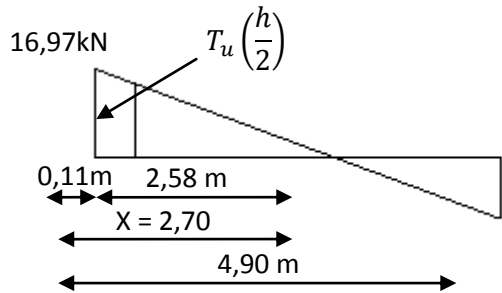


Figure III.18: Effort tranchant par la méthode des triangles semblables

$$\frac{T_{max}}{X} = \frac{T_u \left(\frac{h}{2}\right)}{X - \frac{h}{2}} \Rightarrow T_u \left(\frac{h}{2}\right) = \frac{T_{max} \times \left[X - \left(\frac{h}{2}\right)\right]}{X}$$

On calcul la distance « X » :

$$X = \frac{L}{2} + \frac{M_w - M_e}{q \times L} = \frac{5,26}{2} + \frac{12,66 + 4,03}{5,83 \times 5,26} = 3,17 \text{ m}$$

$$\frac{h}{2} = \frac{0,21}{2} = 0,11 \text{ m}$$

$$T_u \left(\frac{h}{2}\right) = \frac{16,97 \times 3,06}{3,17} = 16,38 \text{ kN}$$

$$\tau_u \times \left(\frac{h}{2}\right) = \frac{16,38 \times 10^{-3}}{0,12 \times 0,189} = 0,72 \text{ MPa}$$

D'après (1) :

$$\left(\frac{A_t}{S_t}\right)_{cal} \geq \frac{(0,72 - (0,3 \times 1 \times 2,1)) \times 12 \times 1,15}{0,9 \times 235}$$

$$\left(\frac{A_t}{S_t}\right)_{cal} 5,87 \times 10^{-3} \text{ cm} \dots \dots \dots (2)$$

d) Pourcentage minimal des armatures transversales :

$$\frac{A_t \times f_e}{b_0 \times S_t} \geq \max\left(\frac{\tau_u \times \left(\frac{h}{2}\right)}{2}; 0,4 \text{ MPa}\right) \Rightarrow \frac{A_t \times f_e}{b_0 \times S_t} \geq \max(0,36 \text{ MPa}; 0,4 \text{ MPa}) \Rightarrow$$

$$\frac{A_t \times f_e}{b_0 \times S_t} \geq 0,4 \text{ MPa}$$

$$\left(\frac{A_t}{S_t}\right)_{min} \geq \frac{0,4 \times b_0}{f_e} \Rightarrow \left(\frac{A_t}{S_t}\right)_{min} \geq \frac{0,4 \times 12}{235} = 0,020 \text{ cm} \dots \dots \dots (3)$$

On prend le max entre (2) et (3)  $\Rightarrow \left(\frac{A_t}{S_t}\right)_{min} \geq 0,02$  , on prend  $S_t = 15 \text{ cm}$

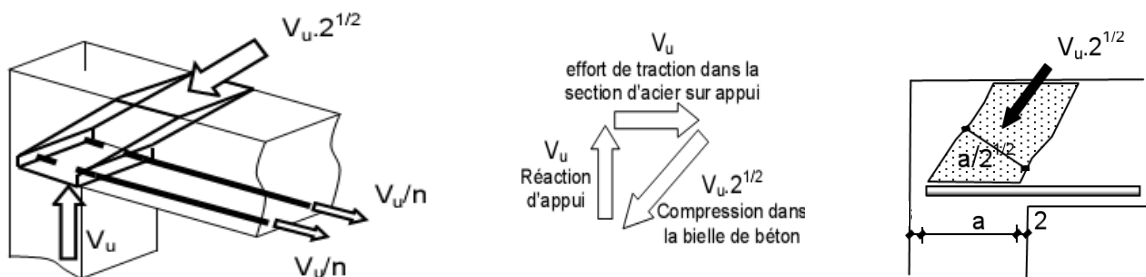
$$\text{On trouve : } A_t \geq 0,02 \times 15 = 0,30 \text{ cm}^2 \Rightarrow \begin{cases} 2\Phi 6 = 0,56 \text{ cm}^2/\text{ml} \\ S_t = 15 \text{ cm} \end{cases}$$

e) Ancrage des armatures aux niveaux des appuis:

$$F_u = \frac{M_{appui}}{z} = \frac{M_{appui}}{0,9d} = \frac{12,66}{0,9 \times 18,9 \times 10^{-2}} = 74,42 \text{ kN}$$

$F_u = 74,42 \text{ kN} > T_u = 16,97 \text{ kN}$  ; Les armatures longitudinales inférieures ne sont pas soumises à un effort de traction.

**5) Compression de la bielle d'about**



**Figure III.19:** Schéma de la bielle d'about

La contrainte de compression dans la biellette est de:

$$\bar{\sigma}_b = \frac{F_b}{S} ; \text{ Avec : } \begin{cases} F_b = T\sqrt{2} \\ S = \frac{ab_0}{\sqrt{2}} \end{cases} \Rightarrow \bar{\sigma}_b = \frac{2T}{ab_0}$$

Où:

a: La longueur d'appui de la biellette.

On doit avoir :  $\bar{\sigma}_b < \frac{f_{c28}}{\gamma_b}$

Mais pour tenir compte du fait que l'inclinaison de la bielle est légèrement différente de  $45^\circ$ , donc on doit vérifier que :

$$\bar{\sigma}_b \leq \frac{0,8 \times f_{c28}}{\gamma_b} \Leftrightarrow \frac{2T}{ab_0} \leq \frac{0,8 \times f_{c28}}{\gamma_b} \Leftrightarrow a \geq \frac{2T\gamma_b}{0,8 \times b_0 \times f_{c28}} \Leftrightarrow a \geq \frac{2 \times 16,97 \times 1,5}{0,85 \times 12 \times 25 \times 10}$$

$$= 0,020 \text{ m} = 2 \text{ cm}$$

$$a = \min(a'; 0,9d) ; \quad a' = c - c' - 2 ; \quad c' = 2 \text{ cm} ; \quad c = 35 \text{ cm}$$

Avec:  $c'$ : L'enrobage.

$a'$ : La largeur d'appui ;

$c$ : La largeur de l'appui du poteau ;

$$a' = 35 - 2 - 2 = 31 \text{ cm}$$

$$a = \min(31 \text{ cm} ; 17,01 \text{ cm}) = 17,01 \text{ cm} \Rightarrow 16,2 \text{ cm} > 2 \text{ cm} ; \text{ C. vérifiée}$$

### 3. Entraînement des armatures

#### 3.1 Vérification de la contrainte d'adhérence

$$\tau_{u_{ser}} = T/0,9d \cdot \mu \cdot n \leq \bar{\tau}_{u_{ser}} = \psi_s \cdot f_{t28}$$

$\psi_s$ : coefficient de cisaillement  $\psi_s = 1,5$  pour H.A

T: effort tranchant max  $T = 16,97 \text{ kN}$

n : nombre d'armatures longitudinales tendues  $n = 3$

$\mu$  : périmètre d'armature tendue  $\mu = \pi \varnothing = 3,14 \times 1,0 = 3,14 \text{ cm}$

$$\tau_{u_{ser}} = 16,97 \times 10^3 / 0,9 \times 18,9 \times 3,14 \times 3 \times 10^2 = 1,06 \text{ MPa}$$

$$\bar{\tau}_{u_{ser}} = 1,5 \times 2,1 = 3,15 \text{ MPa}$$

$$\tau_{u_{ser}} = 1,06 \text{ MPa} \leq \bar{\tau}_{u_{ser}} = 3,15 \text{ MPa} \dots \dots \dots \text{condition vérifiée}$$

#### 3.2 Ancrage des armatures tendues

La longueur de scellement droit " $L_s$ " est la longueur que ne doit avoir une barre droite de diamètre  $\varnothing$  pour équilibrer une contrainte d'adhérence  $\tau_{ser}$ .

La contrainte d'adhérence  $\tau_s$  est supposée constante est égale à la valeur limite

ultime.  $\tau_s = 0,6 \psi^2 \cdot f_c = 0,6 (1,5)^2 \times 2,1 = 2,84 \text{ MPa}$ .

La longueur de scellement droit  $L_s = \varnothing f_c / 4\tau_s$ .

$\varnothing$ : Diamètre d'une barre égale  $10 \text{ mm} = 1,0 \text{ cm}$   $L_s = 1,0 \times 400 / 4 \times 2,84 = 35,21 \text{ cm}$ .

Cette longueur dépasse la largeur de la poutre  $b = 35\text{cm}$

Donc nous sommes obligés de prévoir des ancrages courbes de telle

sorte que  $r = 5,5 \text{ } \varnothing = 5,5 \times 1,0 = 5,5 \text{ cm}$ .

### 3) Vérification de la flèche

On doit vérifier:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{h_t}{L} \geq \frac{1}{22,5} \\ \frac{h_t}{L} \geq \frac{M_t}{15M_0} \\ \frac{A_s}{bd} \leq \frac{4,2}{f_e} \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} \frac{21}{400} = 0,0525 < 0,044 \dots \text{condition vérifiée} \\ 0,0525 \geq 0,037 \dots \text{condition vérifiée} \\ 0,0104 \geq 0,0105 \dots \text{condition vérifiée} \end{array} \right.$$

On a:

$$\left\{ \begin{array}{l} G = 5,53 \text{KN/m}^2 \\ P = G + Q = 5,53 + 1,00 = 6,53 \text{KN/m}^2 \\ J = G - 1 = 4,53 \text{KN/m}^2 \end{array} \right.$$

Pour  $b = 0,65$

$$\left\{ \begin{array}{l} G = 5,53 \times 0,65 = 3,59 \text{KN/ml} \\ P = 6,53 \times 0,65 = 4,24 \text{KN/ml} \\ J = 4,53 \times 0,65 = 2,94 \text{KN/ml} \end{array} \right.$$

### 1. Calcul des moments fléchissant

$$\left\{ \begin{array}{l} M_G = 0,85 \frac{GL^2}{8} = 0,85 \times \frac{3,59 \times 4^2}{8} = 6,10 \text{KN.m} \\ M_P = 0,85 \frac{PL^2}{8} = 0,85 \times \frac{4,24 \times 4^2}{8} = 7,21 \text{KN.m} \\ M_J = 0,85 \frac{JL^2}{8} = 0,85 \times \frac{2,94 \times 4^2}{8} = 5 \text{KN.m} \end{array} \right.$$

Module du modèle de déformation longitudinale :

$$E_i = 11000 \cdot \sqrt[3]{f_{c28}} = 11000 \cdot \sqrt[3]{25} = 32164,19 \text{ MPa}$$

$$E_v = 3700 \cdot \sqrt[3]{f_{c28}} = 3700 \cdot \sqrt[3]{25} = 10818,86 \text{ MPa}$$

### 2. Détermination du centre de gravité

$$Y_G = \frac{\sum A_i Y_i}{A_i} = \frac{(b \cdot h_0) \left( \frac{h_0}{2} + h - h_0 \right) + 5 \left[ \frac{b_0(h - h_0)(h - h_0)}{2} \right] + \eta \cdot A_s \cdot c}{(b \cdot h_0) + (h - h_0)b_0 + \eta \cdot A_s}$$

$$= \frac{(65 \times 5) \left( \frac{5}{2} + 21 - 5 \right) + \left[ \frac{12(21 - 5)(21 - 5)}{2} \right] + 15 \times 3,39 \times 2}{(65 \times 5) + (21 - 5)12 + 15 \times 3,39} = 13,47 \text{ cm}$$



### 3. Détermination du moment d'inertie

$$I_g = \frac{by_G^3}{3} - \frac{(b-b_0)(y_G-h_0)^3}{3} + \frac{b_0(h_t-y_G)^3}{3} + 15A_s(d-y_G)^2$$

$$I_g = \frac{65.(13,47)^3}{3} - \frac{(65-12).(13,47-5)^3}{3} + \frac{12.(21-13,47)^3}{3} + 15.3,39.(18,9-13,47)^2$$

$$I_g = 45425,6 \text{ cm}^4$$

### Pourcentages des armatures

$$\rho = \frac{A}{b_0 \cdot d} = \frac{2,36}{12 \times 18,9} = 0,010$$

### 4. Calcul des contraintes suivant les sollicitations

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_{SG} = \frac{M_G}{A \cdot Z} = \frac{6,10 \times 10^3 \text{ N.m}}{2,36 \times 0,9 \times 18,9} = 1151,95 \text{ Mpa} \\ \sigma_{SP} = \frac{M_P}{A \cdot Z} = \frac{7,21 \times 10^3 \text{ N.m}}{2,36 \times 0,9 \times 18,9} = 179,61 \text{ Mpa} \\ \sigma_{SJ} = \frac{M_J}{A \cdot Z} = \frac{5 \times 10^3 \text{ N.m}}{2,36 \times 0,9 \times 18,9} = 124,55 \text{ Mpa} \end{array} \right.$$

### 5. Calcul de $\mu_g, \mu_p, \mu_j$

$$\left\{ \begin{array}{l} \mu_G = 1 - \left[ \frac{1,75 f_{t28}}{4 \cdot \rho \cdot \sigma_{SG} + f_{t28}} \right] = 1 - \left[ \frac{1,75 \times 2,1}{4 \times 0,010 \times 151,95 + 2,1} \right] = 0,81 \\ \mu_p = 1 - \left[ \frac{1,75 f_{t28}}{4 \cdot \rho \cdot \sigma_{SG} + f_{t28}} \right] = 1 - \left[ \frac{1,75 \times 2,1}{4 \times 0,010 \times 179,61 + 2,1} \right] = 0,40 \\ \mu_j = 1 - \left[ \frac{1,75 f_{t28}}{4 \cdot \rho \cdot \sigma_{SG} + f_{t28}} \right] = 1 - \left[ \frac{1,75 \times 2,1}{4 \times 0,010 \times 124,55 + 2,1} \right] = 0,52 \end{array} \right.$$

### 6. Calcul des moments d'inertie fictifs

$$*\lambda_i = \frac{0,05 f_{t28}}{(2+3 \frac{b_0}{b}) \cdot \rho} = 2,74$$

$$*\lambda_v = \frac{2}{5} \lambda_i = 1,1$$

$$I_f = \frac{1,1 I_0}{(1 + \lambda \cdot \mu)}$$

$$I_{fi}^G = \frac{1,1 \cdot I_0}{(1 + \lambda_i \cdot \mu_G)} = \frac{1,1 \times 45425,6}{(1 + 2,74 \times 0,81)} = 15520,95 \text{ cm}^4$$

$$I_{fv}^G = \frac{1,1 \cdot I_0}{(1 + \lambda_v \cdot \mu_G)} = \frac{1,1 \times 45425,6}{(1 + 1,1 \times 0,81)} = 26424,20 \text{ cm}^4$$

$$I_{fi}^P = \frac{1,1 \cdot I_0}{(1 + \lambda_i \cdot \mu_P)} = \frac{1,1 \times 45425,6}{(1 + 2,74 \times 0,40)} = 23839,77 \text{ cm}^4$$

$$I_{f_i}^J = \frac{1,1 \cdot I_0}{(1 + \lambda_i \cdot \mu_J)} = \frac{1,1 \times 45425,6}{(1 + 2,74 \times 0,52)} = 20607,13 \text{ cm}^4$$

**7. Calcul de flèche (total et admissible)**

$$f_{Gi} = \frac{M_G \cdot L^2}{10 \cdot E_i \cdot I_i^G} = \frac{6,1 \times 10^3 \times 400^2}{10 \times 32164,19 \times 15520,95} = 0,20 \text{ cm}$$

$$f_{Gv} = \frac{M_G \cdot L^2}{10 \cdot E_v \cdot I_v^G} = \frac{7,21 \times 10^3 \times 400^2}{10 \times 10818,86 \times 26424,20} = 0,40 \text{ cm}$$

$$f_{Pi} = \frac{M_P \cdot L^2}{10 \cdot E_i \cdot I_i^P} = \frac{7,21 \times 10^3 \times 400^2}{10 \times 32164,19 \times 23839,77} = 0,15 \text{ cm}$$

$$f_{Ji} = \frac{M_J \cdot L^2}{10 \cdot E_i \cdot I_i^J} = \frac{5 \times 10^3 \times 400^2}{10 \times 32164,19 \times 20607,13} = 0,12 \text{ cm}$$

**La flèche totale**

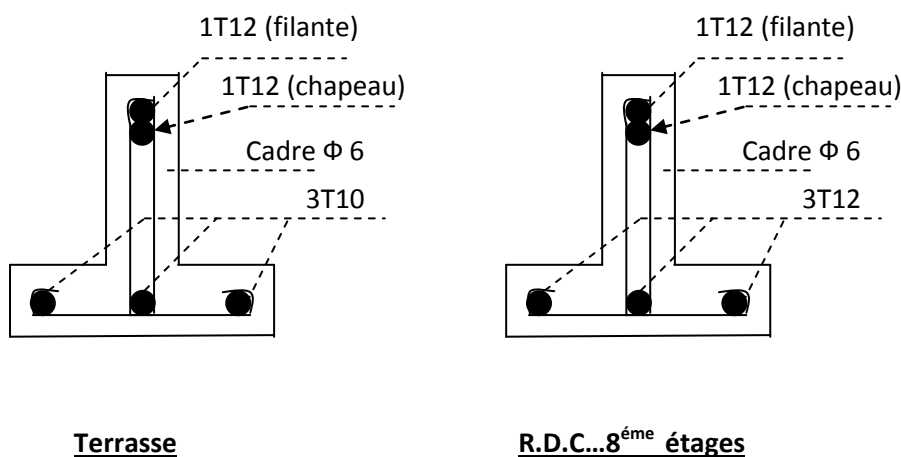
$$\Delta f_t = (f_{g_v} - f_{J_i}) + (f_{P_i} - f_{g_i}) = (0,40 - 0,12) + (0,15 - 0,20)$$

$$\Delta f_t = 0,23 \text{ cm}$$

$$\Delta f_{max} = \frac{l}{500} = \frac{400}{500} = 0,80 \text{ cm}$$

Donc  $\Delta f_t = 0,23 \text{ cm} < \Delta f_{max} = 0,80 \text{ cm} \longrightarrow$  condition vérifiées

**Dessin de ferrailage des poutrelles**



**Figure III.20:** Ferrailage des poutrelles

### III.5.Ferraillage de la dalle de compression

Pour le ferraillage de la dalle de compression, les conditions suivantes doivent être respectées (BAEL91) :

1) L'hourdis doit avoir une épaisseur minimale de  $5\text{cm}$ , et être armé d'un quadrillage de barres (treillis soudés) dont les dimensions des mailles ne doivent pas dépasser :

- $20\text{cm}$  pour les armatures perpendiculaires aux nervures.
- $30\text{cm}$  pour les armatures parallèles aux nervures.

2) Si  $A_{\perp}$  est la section des armatures perpendiculaires aux nervures en ( $\text{cm}^2/\text{ml}$ ) on doit avoir :

-  $A_{\perp} \geq 200 / f_e$  : si l'entre axe des parallèles  $L_n \leq 50\text{cm}$ .

-  $A_{\perp} \geq 4.L_n / f_e$  : si l'entre axe  $L_n$  est :  $50 < L_n \leq 80\text{cm}$ .

3) Si  $A_{//}$  est la section des armatures parallèles aux nervures, alors:  $A_{//} \geq A_{\perp}/2$  en  $\text{cm}^2/\text{ml}$ .

#### a. Armatures perpendiculaires aux nervures

$50\text{ cm} < L_n = 65\text{cm} \leq 80\text{cm}$ .

$A_{\perp} \geq 4.L_n / f_e = (4 \times 65) / 520 = 0,5\text{ cm}^2$ .

$f_e$  : Limite d'élasticité (treillis soudé)  $\phi 6 \Rightarrow f_e = 520\text{ MPa}$ .

On prend :  $5\phi 6 / \text{ml}$  ;  $A_{\perp} = 1,41\text{cm}^2/\text{ml}$  ;  $s_t = 20\text{cm}$ .

#### b. Armatures parallèles aux nervures

$A_{//} \geq A_{\perp}/2 \Rightarrow A_{//} \geq 1,41/2 = 0,7\text{cm}^2/\text{ml} \rightarrow 5\phi 6/\text{ml}$ .

$A_{//} = 1,41\text{cm}^2/\text{ml}$  ;  $s_t = 20\text{cm}$ .

Donc on adopte un treillis soudé  $\phi 6$  de maille  $(200 \times 200)\text{ mm}^2$ .

