

IV.1 Introduction :

Les planchers sont des aires planes limitant les étages et supportant les revêtements du sol; ils assurent deux fonctions principales:

- **Fonction de résistance** : les planchers supportant leur poids propre et les surcharges d'exploitation.
- **Fonction d'isolation**: ils isolent thermiquement et acoustiquement les différents étages,

Comme notre projet est au usage d'habitation , on adopte un plancher à corps creux qui est constitué par des poutrelles en béton armé sur lesquelles reposent les entrevous.

Les poutrelles sont disposées suivant la petite portée et elles travaillent dans une seule direction.

IV.2-Dimensionnement des poutrelles :

Notre projet étant une construction courante à une surcharge modérée ($Q \leq 5 \text{KN/m}^2$).

La hauteur du plancher est **20cm** soit **(16+4) cm**

Les poutrelles sont disposés perpendiculaire au sens porteur avec un espacement de 65cm entre axes.

Hauteur du plancher : **$h_t = 20 \text{ cm}$** soit **(16+4)**

Épaisseur de la nervure : **$h_0 = 4 \text{ cm}$**

Largeur de la dalle de compression: **$b_0 = 12 \text{ cm}$**

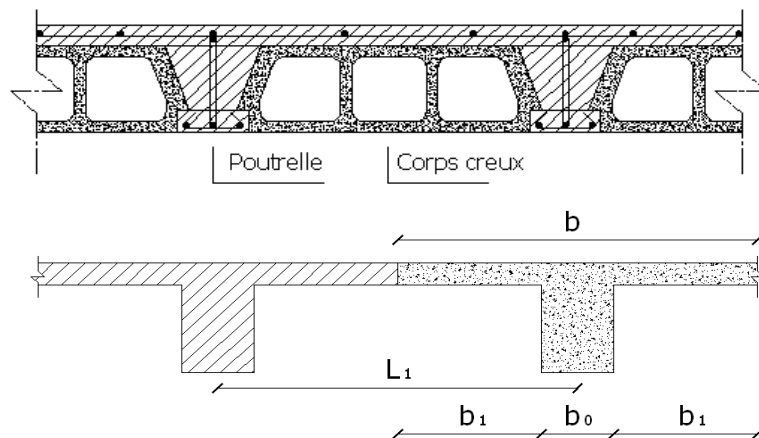


Figure IV.1 Plancher à corps creux

Calcul de la largeur (b) de la poutrelle :

Le calcul de la largeur "b" se fait à partir des conditions suivantes:

$$b=2b_1+b_0 \dots\dots\dots (1)$$

La portée maximale est : $L = 3,95 \text{ m}$ $l_1=65\text{cm}$

$$b_1 = (b-b_0)/2 = \min \begin{cases} b_1 \leq (l_1-b_0) / 2 \\ b_1 \leq L/10 \\ 6h_0 \leq b_1 \leq 8h_0 \end{cases} \Rightarrow \min \begin{cases} b_1 \leq (65-12)/2=26,5\text{cm} \\ b_1 \leq 395/10=39,5\text{cm} \\ 24 \leq b_1 \leq 32 \text{ cm} \end{cases}$$

On prend: $b_1 = 26,5 \text{ cm}$.

$$(1) \Rightarrow b = 2 (26,5) + 12 = 65 \text{ cm.} \quad \text{Donc on prend dans le calcul } \mathbf{b = 65 \text{ cm}}$$

IV.3-Méthode de calcul des poutrelles :

Méthode forfaitaire : Il existe plusieurs méthodes pour le calcul des poutrelles, Le règlement BAEL 91 propose une méthode simplifiée applicable pour les planchers courants si les conditions ci après sont satisfaites.

▪ **Les conditions d'application de la méthode forfaitaire :**

Cette méthode est applicable si les quatre conditions suivantes sont remplies :

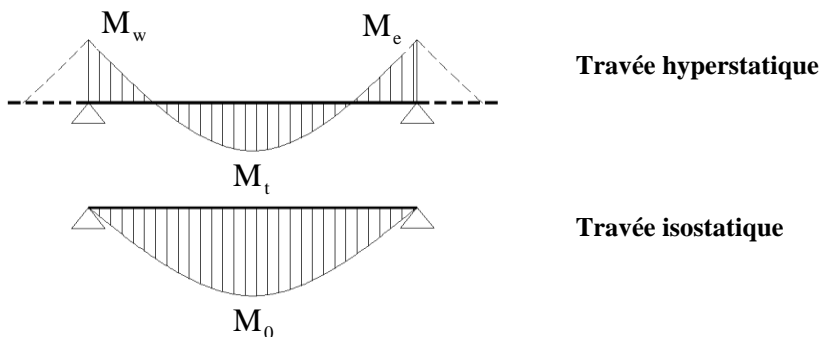
1. La charge d'exploitation $Q \leq \max (2G ; 5\text{KN/m}^2)$
2. Les moments d'inerties des sections transversales sont les même dans les différentes travées.
3. Le rapport des portées successives est compris entre 0,8 et 1,25

$$\mathbf{0,8 \leq l_i / l_{i+1} \leq 1,25}$$

- 4 - La fissuration est considérée comme non préjudiciable.

▪ **Principe de calcul :**

Il exprime les maximaux en travée et sur appuis (droit et gauche) en fonction des moments fléchissant isostatiques "M₀" de la travée indépendante.



Selon le BAEL 91, les valeurs de M_w , M_t , M_e doivent vérifier les conditions suivantes:

- $M_t \geq \max [1,05M_0 ; (1+0,3\alpha)M_0] - (M_w+M_e)/2$.

- $M_t \geq (1+0,3\alpha) M_0/2$ cas d'une travée intermédiaire.
- $M_t \geq (1,2+0,3\alpha) M_0/2$ cas d'une travée de rive.

M_0 : Le moment maximal isostatique dans la travée indépendante.

M_t : Le moment maximal dans la travée étudiée.

M_w : Le moment sur l'appui gauche de la travée.

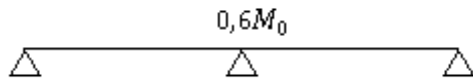
M_e : Le moment sur l'appui droit de la travée.

α : $Q / (G+Q)$ le rapport des charge d'exploitation a la somme des charges permanentes et d'exploitation.

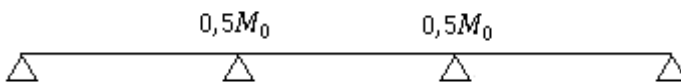
▪ **Les valeurs des moments aux appuis:**

Les valeurs absolues des moments sur appuis sont évaluées selon le nombre des travées :

- Poutre continue a deux travées :



- Poutre contenue a trois travées



- Poutre contenue a plus de quatre travées:

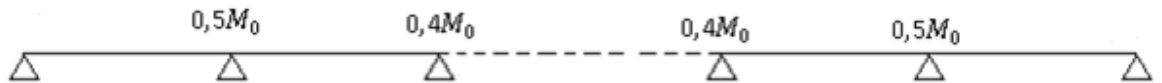
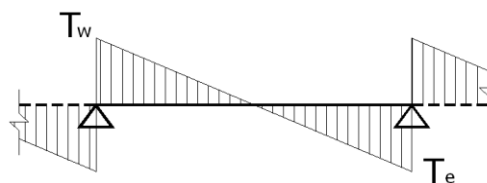


Figure IV.2 : Schémas explicatifs (méthode forfaitaire).

▪ **Efforts tranchants :**

L'étude de l'effort tranchant permet de vérifier l'épaisseur de l'âme et de déterminer les armatures transversales et l'épaisseur d'arrêt des armatures longitudinales

Le règlement BAEL 91, prévoit que seul l'état limite ultime est vérifié:



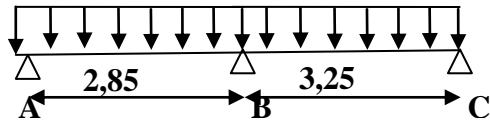
- $T_w = Ql/2+(M_w-M_e)/l$
- $T_e = Ql/2-(M_w-M_e)/l$

IV.4-Calcul des poutrelles :

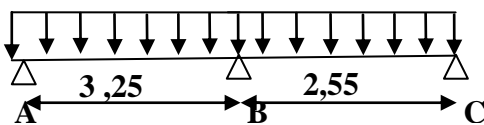
IV.4.1-Type de poutrelles :

Notre construction comporte quatre types de poutrelles ; ces poutrelles sont identiques au niveau de tous les planchers de la construction.

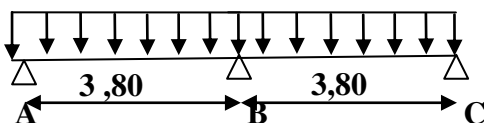
Type1 :



Type 2 :



Type 3 :



Type 4 :

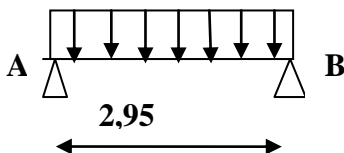


Fig. IV. 3 : Les différents types des poutrelles

IV.4.2-Les combinaisons de charges :

Les charges par mètre linéaire /mL

2.a-Plancher RDC ; 1^{er} au 9^{ème} étages :

$$G = 5,06 \times 0,65 = 3,29 \text{ KN/mL} \quad \left\{ \begin{array}{l} Q_u = 1,35G + 1,5Q = 5,89 \text{ KN/mL.} \\ G+Q = 4,26 \text{ KN/mL.} \end{array} \right.$$

$$Q = 1,5 \times 0,65 = 0,97 \text{ KN/mL} \quad Q_{ser} =$$

2. b-Plancher terrasse :

$$G = 6,28 \times 0,65 = 4,08 \text{ KN/mL} \quad \left\{ \begin{array}{l} Q_u = 1,35G + 1,5Q = 6,48 \text{ KN/mL.} \\ G+Q = 4,73 \text{ KN/mL.} \end{array} \right.$$

$$Q = 1,0 \times 0,65 = 0,65 \text{ KN/mL} \quad Q_{ser} =$$

IV.4.3-Vérification des conditions d'application de la méthode forfaitaire :

- 1- La charge d'exploitation $Q \leq \max(2G, 5\text{KN/m}^2)$
 - a- **Plancher RDC ; 1^{er} au 9^{ème} étages :** $G = 5,06 \text{ KN/m}^2, Q = 1,5 \text{ KN/m}^2$
 $Q = 1,5 \text{ KN/m}^2 < 2G = 10,12 \text{ KN/m}^2$condition vérifiée.
 - b- **Plancher terrasse :** $G = 6,28 \text{ KN/m}^2, Q = 1\text{KN/m}^2$
 $Q = 1\text{KN/m}^2 < 2G = 12,56 \text{ KN/m}^2$condition vérifiée.
- 2- Poutrelle à inertie constante ($I = \text{Cet}$).....condition vérifiée.
- 3- Fissuration peu préjudiciable.

Plancher du RDC ; 1^{er} au 9^{ème} étage, la fissuration est considérée comme peu préjudiciable.

Pour le plancher terrasse la fissuration est préjudiciable condition non vérifié.

Donc dans le cas du plancher terrasse, on applique la méthode des trois moments.

- 4- $0,8 \leq Li / Li + 1 \leq 1,25$condition non vérifiée.

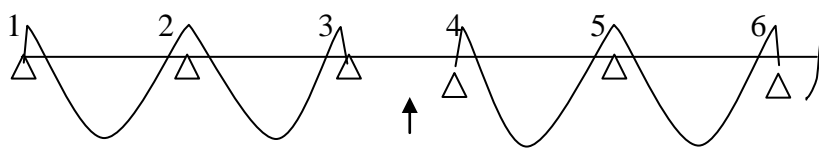
Puisque le rapport $0,8 \leq Li/Li + 1 \leq 1,25$ n'est pas satisfait ; on utilise la méthode forfaitaire modifiée pour la travée particulière ; et on utilise toujours la méthode forfaitaire pour les restes travées.

IV.4.4-Principe de calcul de la méthode forfaitaire modifiée :

On applique cette méthode si le rapport des portées de deux travées successives n'est pas compris entre 0,8 et 1,25, il convient d'étudier séparément les effets des charges d'exploitation on les disposant dans les positions les plus défavorables pour les travées particulières.

On distingue deux cas :

4.1-Cas ou la travée comprise entre deux grandes travées : (travée intermédiaire)



Travée particulière

$$Ma_1 = (0 \sim 0,4) M_{012}$$

$$Ma_2 = 0,5\max (M_{012} ; M_{023})$$

$$Ma_3 = 0,4M_{023}$$

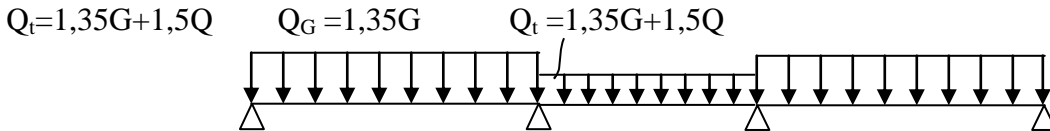
$$Ma_4 = 0,4M_{045}$$

$$Ma_5 = 0,4\max (M_{045} ; M_{056})$$

1.1-Calcul des moments de la travée particulière :

a- Le moment minimal de la travée particulière :

Pour la recherche du moment $M_{t_{34min}}$, on considère le chargement suivant :



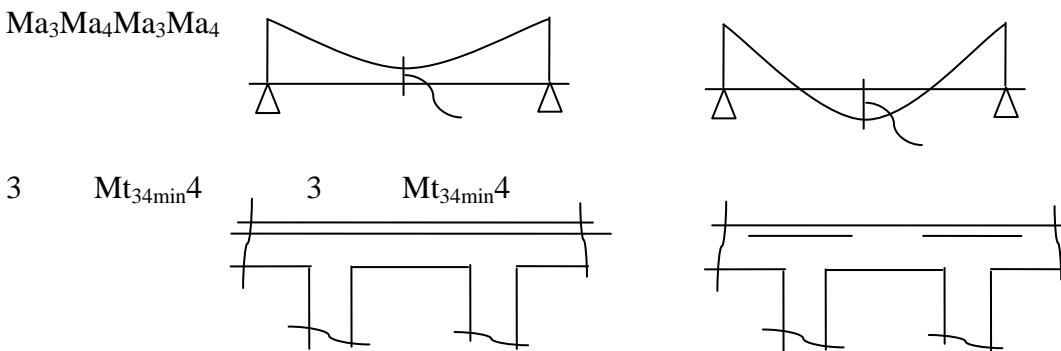
3 4 5

Le moment dans toute section de la travée (3-4) peut être évalué en utilisant l'expression suivant (M_{a_3} et M_{a_4} en valeur absolue):

$$M_x = Q_G \cdot x \left(\frac{L_3 - x}{2} \right) - M_{a_3} \left(1 - \frac{x}{L_3} \right) - M_{a_4} \cdot \frac{x}{L_3}$$

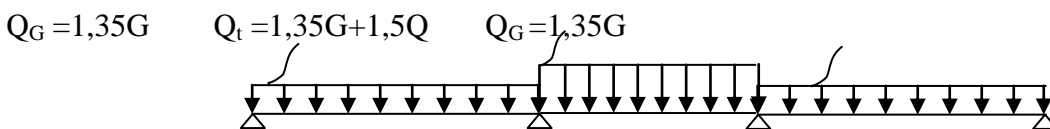
Le moment $M_{t_{34min}}$ est évalué en remplaçant x par la valeur : $x = \frac{L_3}{2} + \frac{M_{a_3} - M_{a_4}}{Q_G \cdot L_3}$

Il est évident que ce cas de chargement peut donner lieu à un moment négatif en travée ce qui nécessite une disposition d'armatures supérieures sur toute la travée (3-4), on obtient ainsi l'une des situations suivantes :



b- Le moment maximal de la travée particulière :

Pour la recherche du moment $M_{t_{34max}}$, on considère le chargement suivant :



2 3 4 5

Le moment dans toute section de la travée (3-4) peut être évalué en utilisant l'expression suivant (M_{a_3} et M_{a_4} en valeur absolue)

$$M(x) = Q_t \cdot x \left(\frac{L_3 - x}{2} \right) - M'a_3 \left(1 - \frac{x}{L_3} \right) - M'a_4 \cdot \frac{x}{L_3}$$

Le moment $M_{t_{34\max}}$ est évalué en remplaçant x par la valeur :

$$x = \frac{L_3}{2} + \frac{M'a_3 - M'a_4}{Q_t \cdot L_3}$$

$$\text{Avec: } Q_t = 1,35G + 1,5Q$$

$$M'a_3 = 0,4 \min (M_{023}, M_{034})$$

$$M'a_4 = 0,4 \min (M_{034}, M_{045})$$

$$M_{023} = Q_G \cdot (L_2)^2/8, \quad M_{034} = Q_t \cdot (L_3)^2/8, \quad M_{045} = Q_G \cdot (L_4)^2/8$$

Dans tous les cas, la travée (3-4) doit être armée à la partie inférieure pour un moment correspondant à au moins $0,5M_{034}$

4.2- Cas où la travée particulière est une travée de rive :

Les mêmes étapes définies précédemment sont à suivre, à la différence que dans ce cas il n'existe qu'une seule travée adjacente.

IV.5-Calcul des Planchers R.D.C au 9^{ème} étages :

On utilise la méthode forfaitaire modifier type (02) :

Le calcul se fait à l'E.L.U

IV.5.1-Calcul du moment minimal de la travée :

1.1-Moments isostatiques :

$$M_{0AB} = Q_G \cdot L^2/8 = 4,44(3,25)^2/8 = 5,86 \text{KN.m}$$

$$M_{0BC} = Q_T \cdot L^2/8 = 5,89 (2,55)^2/8 = 4,78 \text{KN.m}$$

1.2-Moments sur appuis :

$$M_A = 0,2 M_{0AB} = 1,17 \text{KN.m}$$

$$M_B = 0,6 \max (M_{0AB}, M_{0BC}) = 3,51 \text{KN.m}$$

$$M_C = 0,2 M_{0BC} = 0,95 \text{KN.m}$$

2.1-Moment en travée particulière AB (Mt min)

$$X = \frac{L}{2} + \frac{M_A - M_B}{Q_t \cdot L} = \frac{3,25}{2} + \frac{1,17 - 3,51}{4,44 \cdot 3,25} = 1,46 \text{m}$$

$$M_{t_{\min}}(x) = 4,44 \cdot 1,46 \left(\frac{3,25 - 1,46}{2} \right) - 1,17 \left(1 - \frac{1,46}{3,25} \right) - 3,51 \cdot \frac{1,46}{3,25} = 3,58 \text{KN.m}$$

2.2-Moments isostatiques :

$$M_{0AB} = Q_T \cdot L^2/8 = 5,89(3,25)^2/8 = 7,77 \text{KN.m}$$

$$M_{0BC} = Q_G \cdot L^2/8 = 4,44(2,55)^2/8 = 3,60 \text{KN.m}$$

2.3-Moments sur appuis :

$$M_A = 0,2 M_{0AB} = 1,55 \text{KN.m}$$

$$M_B = 0,6 \min (M_{0AB}, M_{0BC}) = 2,16 \text{KN.m}$$

$$M_C = 0,2 M_{0BC} = 0,72 \text{KN.m}$$

2.4-Moment en travée particulière BC:(Mt max)

$$X = \frac{L}{2} + \frac{MA - MB}{Q_t \cdot L} = \frac{3,25}{2} + \frac{1,55 - 2,16}{3,89 \cdot 3,25} = 1,59 \text{m}$$

$$Mt_{\max}(x) = 4,44 \cdot 1,46 \left(\frac{3,25 - 1,59}{2} \right) - 1,55 \left(1 - \frac{1,59}{3,25} \right) - 2,16 \cdot \frac{1,59}{3,25} = 5,93 \text{KN.m}$$

IV.5.2-Calcul des moments dans les autres travées :

utilise la méthode forfaitaire On prend comme exemple de calcul le 1^{er} type de poutrelle (avec 2 travées)

2.1-Sollicitation à l'E.L.U :

- $qu = (1,35G + 1,5Q) \cdot 0,65 = 5,89 \text{KN/ml}$
- $\alpha = Q/(G + Q) = 0,97/(3,29 + 0,97) = 0,228$
- $(1 + 0,3\alpha) = 1,06 > 1,05$ donc on doit tenir compte de 1,06
- $(1,2 + 0,3\alpha)/2 = 0,633$ (travée de rive).
- $(1 + 0,3\alpha)/2 = 0,533$ (travée intermédiaire).

$$\text{Travée de rive : } Mt \geq \begin{cases} \text{Max } [1,05M_0 ; (1+0,3\alpha) M_0] - [(Mw+Me)/2]. \\ [(1,2 + 0,3\alpha)/2] \cdot M_0 \end{cases}$$

$$\text{Travée intermédiaire : } Mt \geq \begin{cases} \text{Max } [1,05M_0 ; (1 + 0,3\alpha) M_0] - [(Mw + Me)/2]. \\ [(1 + 0,3\alpha)/2] \cdot M_0 \end{cases}$$

a-Moment isostatique :

$$M_{0AB} = Qu \cdot L^2 / 8 = 5,89 (2,85)^2 / 8 = 5,98 \text{KN.m}$$

$$M_{0BC} = Qu \cdot L^2 / 8 = 5,89 (3,25)^2 / 8 = 7,77 \text{KN.m}$$

b-Moments sur appuis :

$$M_A = 0,2M_{0AB} = 1,19 \text{KN.m}$$

$$M_B = 0,6 \max (M_{0AB}, M_{0BC}) = 4,66 \text{KN.m}$$

$$M_C = 0,2M_{0BC} = 1,55 \text{KN.m}$$

c-Moment en travée :

• **Travée(AB) travée de rive :**

$$\left. \begin{aligned} 1) M_t^{AB} &\geq 1,06.5,98 - (1,19 + 4,66)/2 = 3,45 \text{ KN.m} \\ 2) M_t^{AB} &\geq 0,53.M_{0AB} = 0,53.5,98 = 3,79 \text{ KN.m} \end{aligned} \right\} \text{ on prend: } M_t^{AB} = 3,79 \text{ KN.m}$$

• **Travée(BC) travée rive :**

$$\left. \begin{aligned} 1) M_t^{BC} &\geq 1,06.7,77 - (4,11 + 1,37)/2 = 5,19 \text{ KN.m} \\ 2) M_t^{BC} &\geq 0,53.M_{0BC} = 0,53.7,77 = 4,92 \text{ KN.m} \end{aligned} \right\} \text{ on prend: } M_t^{BC} = 5,19 \text{ KN.m}$$

IV.5.3-Effort tranchant :

$$\begin{cases} T_w = (M_w - M_e)/L + Q_u \cdot L/2 \\ T_e = (M_w - M_e)/L - Q_u \cdot L/2 \end{cases}$$

• **Travée (AB) :**

$$\begin{cases} T_w = (1,19 - 4,66)/2,45 + (5,89.2,85)/2 = 7,17 \text{ KN} \\ T_e = (1,19 - 4,66)/2,45 - 5,89.2,85 = -9,61 \text{ KN} \end{cases}$$

• **Travée (BC) :**

$$\begin{cases} T_w = (4,66 - 1,55)/3,25 + 5,89.3,05/2 = 10,52 \text{ KN} \\ T_e = (4,66 - 1,55)/3,25 - 5,89.3,05/2 = -8,61 \text{ KN} \end{cases}$$

Tableau IV. 1 : Résultats obtenus R.D.C au 9^{ème} étages :

Type de Poutrelle	Travée	L(m)	E.L.U						E.L.S				
			M ₀	M _t	M _w	M _e	T _w	T _{e(-)}	M ₀	M _t	M _w	M _e	
Type 01	A-B	2,85	5,98	3,79	1,19	4,66	7,17	9,61	4,32	2,73	0,86	3,37	
	B-C	3,25	7,77	5,19	4,66	1,55	10,52	8,61	5,62	3,75	3,37	1,12	
Type 02	A-B	3,25	M _i	5,86	3,58	1,17	3,51	6,49	7,94	4,34	2,65	0,86	2,6
			M _a	7,77	5,93	1,55	2,16	9,41	9,78	5,62	4,23	1,12	1,60
	B-C	2,55	4,78	4,14	0,96	0,96	7,51	7,51	3,46	3,00	0,69	0,69	
Type 03	A-B	3,80	10,63	7,08	2,12	6,37	10,07	12,30	7,68	5,13	1,53	4,60	
	B-C	3,80	10,63	7,08	6,37	2,12	12,3	10,07	7,68	5,13	4,60	1,53	
Type 04	A-B	2,95	6,40	5,56	1,28	1,28	8,68	8,68	4,63	4,02	0,93	0,93	

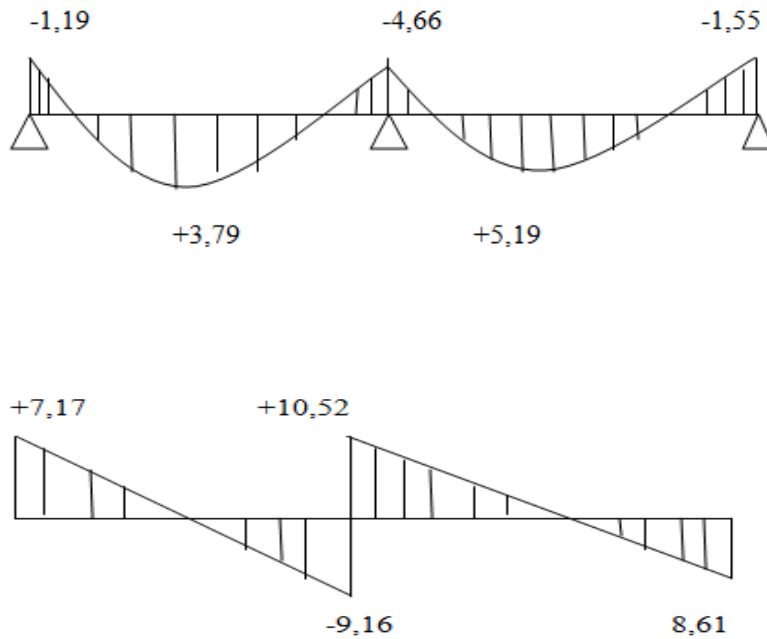


Fig IV. 4 : Diagrammes des moments[KN.m] et des efforts tranchants [KN] (type 01)

Les sollicitations maximales de calcul sont :

$$\text{E.L.U} \left\{ \begin{array}{l} M_{travée_{max}} = 7,08 \text{ KN.m} \\ M_{appui_{max}} = 6,37 \text{ KN.m} \\ T_{max} = 12,30 \text{ KN} \end{array} \right. \quad \text{E.L.S} \left\{ \begin{array}{l} M_{travée_{max}} = 5,13 \text{ KN.m} \\ M_{appui_{max}} = 4,60 \text{ KN.m} \end{array} \right.$$

IV.6-Calcul du ferrailage des poutrelles (à l'ELU) :

Les moments maximaux en travée tendent à comprimer les fibres supérieures et à tendre les fibres inférieures et par conséquent les armatures longitudinales seront disposées en bas pour reprendre l'effort de traction puisque le béton résiste mal à la traction.

Pour le calcul du ferrailage des poutrelles on prend le cas le plus défavorable.

Les poutrelles sont des sections en "T" dont les dimensions sont données comme suit :

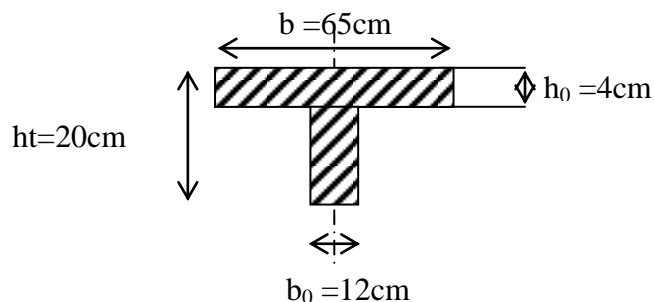


Fig.IV.5 : Section de calcul de la poutrelle

Données :

- Largeur de la section en $b = 65 \text{ cm}$.
- Largeur de la section $b_0 = 12 \text{ cm}$.
- Hauteur de la section $h_t = 20 \text{ cm}$.
- Hauteur de la section $h_0 = 4 \text{ cm}$.
- Hauteur utile des aciers tendus $d = 0,9h = 18,00 \text{ cm}$

Et on a :

- contrainte des aciers utilisés $f_e = 400 \text{ Mpa}$.
- contrainte du béton à 28 jours $f_{c28} = 25 \text{ Mpa}$.
- Contrainte limite de traction du béton $f_{t28} = 2,1 \text{ Mpa}$.
- Fissuration peu préjudiciable.

IV.7-Planchers (RDC au 9^{ème} étages :

Pour le calcul de ferrailage, on prend les sollicitations maximales suivantes :

$$\text{E.L.U} \left\{ \begin{array}{l} M_{\text{travées}_{\max}} = 7,08 \text{ KN.m} \\ M_{\text{appui}_{\max}} = 6,37 \text{ KN.m} \\ T_{\max} = 12,30 \text{ KN} \end{array} \right.$$

IV.7.1-Calcul des armatures longitudinales à (l'E.L.U):

En travée :

Dans l'étude d'une section en T il est nécessaire de savoir si la partie comprimée intéresse la table de compression ou si elle intéresse également la nervure

On calcule le moment équilibré par la table

$$M_t = b h_0 f_{bc} (d - h_0/2) = 65 \times 4 \times 14,17 (18 - 4/2) \times 10^{-3} = 58,94 \text{ KN.m}$$

$$M_{t\max} = 7,08 \text{ KN.m} < 58,94 \text{ KN.m}$$

Donc l'axe neutre tombe dans la table de compression, la section en T sera calculée en flexion simple comme une section rectangulaire de dimension $(b \times h_t) = (65 \times 20) \text{ cm}^2$ soumise à

$$M_{t\max} = 7,09 \text{ KN.m}$$

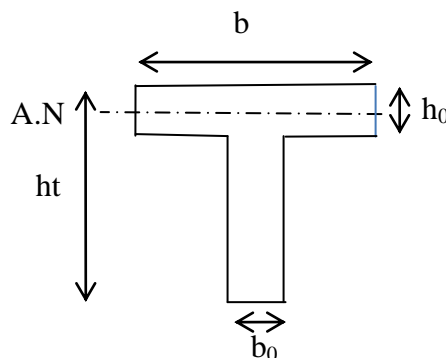


Fig. IV. 6 : position de l'axe neutre

$$\mu = \frac{M_t}{f_{bc} \cdot d^2 \cdot b} = \frac{7,08 \cdot 10^3}{14,17 \cdot (18)^2 \cdot 65} = 0,023 < 0,392 \rightarrow A's = 0$$

$$\mu = 0,023 \xrightarrow{\text{Tableau}} \beta = 0,989$$

$$\sigma_s = \frac{f_e}{\delta_s} = \frac{400}{1,15} = 348 \text{ MPa}$$

$$A_s = \frac{M_t}{\beta \cdot d \cdot \sigma_s} = \frac{7,08 \cdot 10^3}{0,989 \cdot 18 \cdot 348} = 1,14 \text{ cm}^2$$

Le choix : 3T12 = 3,39 cm².

Condition de non fragilité :

- **En Travée :**

$$A_{st_{\min}} \geq 0,23 \cdot b \cdot d \cdot \frac{f_{t28}}{f_e}$$

$$A_{st_{\min}} \geq 0,23 \cdot 65 \cdot 18 \cdot \frac{2,1}{400} = 1,41 \text{ cm}^2$$

- **Sur appuis :**

La section de calcul est une section rectangulaire de dimension (b₀ x h) = (12 x 20) cm²

$$\mu = \frac{M_a}{f_{bc} \cdot d^2 \cdot b_0} = \frac{6,37 \cdot 10^3}{14,17 \cdot (18)^2 \cdot 12} = 0,115 < 0,392 \rightarrow A's = 0$$

$$\mu = 0,115 \xrightarrow{\text{Tableau}} \beta = 0,939$$

$$\sigma_s = \frac{f_e}{\delta_s} = \frac{400}{1,15} = 348 \text{ MPa}$$

$$A_s = \frac{M_a}{\beta \cdot d \cdot \sigma_s} = \frac{6,37 \cdot 10^3}{0,939 \cdot 18 \cdot 348} = 1,082 \text{ cm}^2$$

Le choix : 1T12+1T10 = 1,92 cm².

Condition de non fragilité :

$$A_{st_{\min}} \geq 0,23 \cdot b_0 \cdot d \cdot \frac{f_{t28}}{f_e}$$

$$A_{st_{\min}} \geq 0,23 \cdot 12 \cdot 18 \cdot \frac{2,1}{400} = 0,260 \text{ cm}^2$$

IV.8- Les Vérification Plancher R.D.C au 9^{ème} étages

a-Vérification des contraintes à l'E.L.S :

$$\alpha \leq \frac{\gamma-1}{2} + \frac{f_{c28}}{100} \text{ Avec : } \gamma = \frac{M_u}{M_{ser}}$$

Sur travée :

$$M_{ser} = 5,13 \text{ KN.m}$$

$$M_u = 7,08 \text{ KN.m}$$

$$\alpha = 0,0279$$

$$\gamma = \frac{7,08}{5,13} = 1,39$$

$$\alpha \leq \frac{1,39-1}{2} + \frac{25}{100} \rightarrow \alpha \leq 0,44 \dots \dots \dots \text{condition vérifiée}$$

Sur appuis :

$$M_{ser} = 4,60 \text{ KN.m}$$

$$M_u = 6,37 \text{ KN.m}$$

$$\alpha = 0,1517$$

$$\gamma = \frac{6,37}{4,60} = 1,38$$

$$\alpha \leq \frac{1,38-1}{2} + \frac{25}{100} \rightarrow \alpha \leq 0,44 \dots \dots \dots \text{condition vérifiée}$$

b-Vérification de l'effort tranchant :

L'effort tranchant maximal $T_{max} = 12,30 \text{ KN}$.

$$\tau_{\mu} = \frac{T_{\mu}}{b_0 \cdot d} = \frac{12,30 \cdot 10^{-3}}{0,12 \cdot 0,18} = 0,56 \text{ MPa}$$

Fissuration peu préjudiciable :

$$\bar{\tau}_u = \left\{ \min \left(0,2 \left(\frac{f_{cj}}{\gamma_b} \right) ; 5 \text{ MPa} \right) \right\}$$

$$\tau_u = 0,56 \text{ MPa} < \bar{\tau}_u = 3,33 \text{ MPa} \dots \dots \dots \text{condition vérifiée}$$

c- Les armatures transversales At :

$$\Phi_t \leq \min(h/35; b_0/10; \Phi_L)$$

Diamètre $\Phi_t \leq \min(200/35; 120/10; 10) = 5,71 \text{ mm}$.

on adopte: $\Phi_t = 8 \text{ mm}$.

c.1-Calcul des espacements :

$$\left. \begin{array}{l} St \leq \min(0,9d; 40 \text{ cm}) \\ St \leq \min(18; 40 \text{ cm}) \end{array} \right\} St \leq 16,2 \text{ cm}$$

On prend $St = 15 \text{ cm}$

c.2-Zone nodale :

$$St \leq \min(10\Phi_L; 15\text{cm})$$

$$St \leq 10\text{cm}$$

Selon RP A On adopte

$$\left\{ \begin{array}{l} St = 10\text{cm} \quad \text{Zone nodale.} \\ St = 15\text{cm} \quad \text{Zone courante.} \end{array} \right.$$
d-Vérification de la flèche :

D'après BAEL 91 modifiée 99 : $f \leq f_{adm}$

Avec : $F_{adm} = \frac{L_{max}}{500} \rightarrow L_{max}$: la portée maximal

Dans notre cas, on a : $L_{max} = 3,80\text{m}$

$$F_{adm} = \frac{3,80}{500} = 0,0076\text{m}$$

$$I_0 = \frac{bh^3}{12} + 15 A_{ut} \left(\frac{h}{2} - d'\right)^2 \rightarrow d' = 0,1h$$

$$I_0 = \frac{0,65 \cdot 0,20^3}{12} + 15 \cdot 3,39 \left(\frac{0,20}{2} - 0,020\right)^2$$

$$I_0 = 3,25 \cdot 10^{-1} \text{m}^4$$

$$\rho = \frac{A_{ut}}{b_0 d} = \frac{3,39 \cdot 10^{-4}}{0,12 \cdot 0,18} = 0,015$$

$$\lambda_i = \frac{0,05 f_{t28}}{(2 + 3 \frac{b_0}{b}) \rho} = \frac{0,05 \cdot 2,1}{(2 + 3 \cdot \frac{0,12}{0,65}) \cdot 0,015} = 2,74$$

$$U^* = 1 - \frac{1,75 f_{t28}}{(4 \rho b_{st}) + f_{t28}} = 0,818$$

$$I_{Fi} = \frac{1,1 I_0}{(1 + \lambda_i U^*)} = \frac{1,1 \cdot 3,25 \cdot 10^{-1}}{(1 + 3,16 \cdot 0,818)} = 0,099 \text{m}^4$$

$$f = \frac{M_{st} \cdot L^2}{10 E_i \cdot I_{Fi}} = \frac{5,13 \cdot 10^{-3} \cdot 3,8^2}{10 \cdot 32164,2 \cdot 0,14} = 1,64 \cdot 10^{-6} \text{m}$$

Avec : $E_i = 11000 (f_{c28})^{1/3} = 32164,2 \text{MPa}$

Donc : $f = 0,000164 \text{cm} \leq f_{adm} = 0,76 \text{cm}$condition vérifiée

e -Ancrage des armatures aux niveaux des appuis :

$$T_u = 12,30 \text{KN}$$

$$M_{appui} = 6,37 \text{KN.m}$$

$$F_\mu = \frac{M_{appui}}{z} = \frac{6,37}{0,918 \cdot 10^{-3}} = 39,32 \text{KN} \geq T_\mu = 14,46$$

IV.9-Plancher terrasse :

IV.9.1-Méthode de calcul :

Vu que la 3^{ème} condition de la méthode forfaitaire n'est pas vérifiée c.à.d la fissuration est préjudiciable ou très préjudiciable (cas du plancher terrasse), on propose pour le calcul des moments sur appuis **la méthode des trois moments**.

Principe de calcul de la méthode des trois moments :

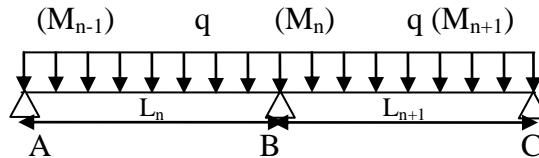


Fig. IV. 7 : principe de calcul de la méthode des trois moments.

M_n, M_{n-1}, M_{n+1} : les moments de flexion sur appuis (n), (n-1), (n+1), il sont supposés positifs, suivant les conditions aux limites et les condition de continuité, ($\theta' = \theta''$).....(1)

Les moments de flexion pour chacune des travées L_n, L_{n+1} sous les charges connues q, q' peuvent être tracer selon la méthode classique. M_n, M_{n-1}, M_{n+1} sont provisoirement omis.



G_n, G_{n+1} : les centres d'inertie des aires de diagramme des moments.

$a_n, b_n, a_{n+1}, b_{n+1}$: sont la signification indiqué sur la figure.

S_n et S_{n+1} : les Aires des diagrammes des moments pour les travées L_n et L_{n+1}

$$\theta' = \theta'(M_{n-1}) + \theta'(M_n) + \theta'(q)$$

Selon le théorème des Aires des moments, on aura :

$$\theta' = \frac{S_n \cdot a_n}{L_n \cdot E_I} + \frac{M_{n-1} \cdot L_n}{6 \cdot E_I} + \frac{M_n \cdot L_n}{3 \cdot E_I}$$

$$\theta'' = \frac{S_{n+1} \cdot b_{n+1}}{L_{n+1} \cdot E_I} + \frac{M_n \cdot L_{n+1}}{3 \cdot E_I} + \frac{M_{n+1} \cdot L_{n+1}}{6 \cdot E_I}$$

$$\theta' = \theta'' \Rightarrow M_{n-1} \cdot L_n + 2M_n (L_n + L_{n+1}) + M_{n+1} \cdot L_{n+1} = -6 \left[\frac{S_n \cdot a_n}{L_n} + \frac{S_{n+1} \cdot b_{n+1}}{L_{n+1}} \right]$$

IV.9.2-Exemple de calcul :

On prend comme exemple de calcul le 1^{er} type de poutrelle (avec 2 travées) :

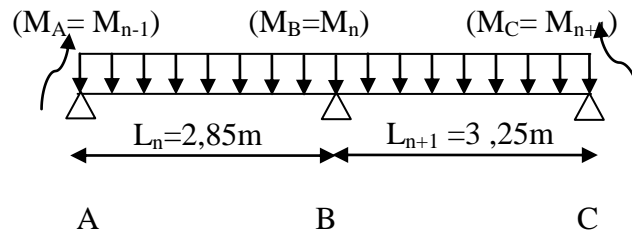


Fig. IV. 8 :Type de poutrelle 1

Le calcul se fait selon la formule :

$$M_{n-1} \cdot L_n + 2M_n (L_n + L_{n+1}) + M_{n+1} \cdot L_{n+1} = -6 \left[\frac{S_n \cdot a_n}{L_n} + \frac{S_{n+1} \cdot b_{n+1}}{L_{n+1}} \right] \dots\dots\dots(1)$$

$Q=6,48\text{KN/m}$

Partie AB:

$M_{0AB} = Ql^2/8 = 6,57 \text{ KN.m}$

$a_n = b_n = 1,425 \text{ m}$

$S_n = (2/3) \cdot L_n \cdot M_{0AB} = 2/3 \cdot 2,85 \cdot 6,57 = 12,48\text{m}^2$

Partie BC:

$M_{0BC} = Ql^2/8 = 8,55 \text{ KN.m}$

$a_{n+1} = b_{n+1} = 1,62\text{m}$

$S_{n+1} = (2/3) \cdot L_{n+1} \cdot M_{0BC} = 2/3 \cdot 3,25 \cdot 8,55 = 18,52\text{m}^2$

Donc à partir de l'équation (1) on a : $2,85MA + 2(6,1) \cdot MB + 3,25MC = -92,69$

Avec :

$M_A = -0,2 \cdot M_{0AB} = -1,31\text{KN.m}$

$M_C = -0,2 \cdot M_{0BC} = -1,71\text{KN.m}$

$MB = -6,83 \text{ KN.m}$

2.1-Les moments sur appuis sont :

$M_A = -1,31 \text{ KN.m}$

$M_B = -6,83\text{KN.m}$

$M_C = -1,71\text{KN.m}$

2.2-L'effort tranchant :

• **Travée (AB) :**

$$\begin{cases} T_w = (1,31 - 6,83)/2,85 + 6,48 \cdot 2,25/2 = 7,29\text{KN} \\ T_e = (1,31 - 6,83)/2,85 - 6,48 \cdot 2,45/2 = -11,17\text{KN} \end{cases}$$

- Travée (BC) :

$$\begin{cases} T_w = (6,83 - 1,71)/3,25 + 6,48.3,05/2 = 12,10 \text{ KN} \\ T_e = (6,83 - 1,71)/3,25 - 6,48.3,05/2 = -8,95 \text{ KN} \end{cases}$$

2.3-Les moments en travées :

$$M_t^{AB} = [(M_A + M_B)/2] + M_0^{AB} = 6,64 \text{ KN.m}$$

$$M_t^{BC} = [(M_B + M_C)/2] + M_0^{BC} = 12,88 \text{ KN.m}$$

Tableau IV. 2 : Résultats obtenus (plancher terrasse)

Type de poutrelle	travée	L(m)	E.L.U						E.L.S			
			M ₀	M _t	M _w	M _e	T _w	T _{e(-)}	M ₀	M _t	M _w	M _e
Type 01	A-B	2,85	6,57	10,64	1,31	6,83	7,29	11,17	4,8	7,77	0,96	4,99
	B-C	3,25	8,55	12,82	6,83	1,71	12,10	8,95	6,24	9,35	4,99	1,24
Type02	A-B	3,25	4,51	12,58	1,71	6,36	9,09	11,96	6,24	9,18	1,24	4,65
	B-C	2,55	1,55	8,96	6,36	1,05	10,34	6,17	3,24	6,54	4,65	0,76
Type03	A-B	3,80	11,69	18,11	2,33	10,52	10,15	14,46	8,53	13,21	1,7	7,67
	B-C	3,80	11,69	18,11	10,52	2,33	14,46	10,15	8,53	13,21	7,67	1,7
Type04	A-B	2,95	7,04	8,44	1,4	1,4	10,50	8,60	5,14	6,16	1,02	6,16

Les sollicitations maximales de calcul sont :

$$E.L.U \begin{cases} M_{travée_{max}} = 18,11 \text{ KN.m} \\ M_{appui_{max}} = 10,52 \text{ KN.m} \\ T_{max} = 14,46 \text{ KN} \end{cases} \quad E.L.S \begin{cases} M_{travée_{max}} = 13,21 \text{ KN.m} \\ M_{appui_{max}} = 7,67 \text{ KN.m} \end{cases}$$

$$\mu = \frac{M_t}{f_{bc} \cdot d^2 \cdot b} = \frac{18,11 \cdot 10^3}{14,17 \cdot 18^2 \cdot 65} = 0,060 < 0,392 \rightarrow A'_{s} = 0$$

$$\mu = 0,060 \rightarrow \beta = 0,969$$

$$\sigma_s = \frac{f_e}{\delta_s} = \frac{400}{1,15} = 348 \text{ MPa}$$

$$A_s = \frac{M_t}{\beta \cdot d \cdot \sigma_s} = \frac{18,11 \cdot 10^3}{0,969 \cdot 18 \cdot 348} = 2,98 \text{ cm}^2$$

Le choix : 3T12 = 3,39 cm².

Condition de non fragilité :

$$A_{st_{min}} \geq 0,23 \cdot b \cdot d \cdot \frac{f_{t28}}{f_e}$$

$$A_{st_{min}} \geq 0,23 \cdot 65 \cdot 18 \cdot \frac{2,1}{400} = 1,41 \text{ cm}^2$$

• **sur appuis :**

La section de calcul est une section rectangulaire de dimension $(b_0 \times h) = (12 \times 20) \text{ cm}^2$

$$\mu = \frac{M_a}{f_{bc} \cdot d^2 \cdot b_0} = \frac{10,52 \cdot 10^3}{14,17 \cdot (18)^2 \cdot 12} = 0,190 < 0,392 \rightarrow A's = 0$$

$$\mu = 0,290 \xrightarrow{\text{Tableau}} \beta = 0,894$$

$$\sigma_s = \frac{f_e}{\delta_s} = \frac{400}{1,15} = 348 \text{ MPa}$$

$$A_s = \frac{M_t}{\beta \cdot d \cdot \sigma_s} = \frac{10,52 \cdot 10^3}{0,894 \cdot 18 \cdot 348} = 1,87 \text{ cm}^2$$

Le choix : 1T12+1T10 = 1,92 cm².

Condition de non fragilité :

$$A_{st_{min}} \geq 0,23 \cdot b_0 \cdot d \cdot \frac{f_{t28}}{f_e}$$

$$A_{st_{min}} \geq 0,23 \cdot 12 \cdot 18 \cdot \frac{2,1}{400} = 0,26 \text{ cm}^2$$

IV.10- les Vérification de Plancher Terrasse :**a-Contrainte de cisaillement :(effort tranchant) :**

L'effort tranchant maximal $T_{max} = 14,46 \text{ KN}$.

$$\tau_\mu = \frac{T_\mu}{b_0 \cdot d} = \frac{14,46 \cdot 10^{-3}}{0,12 \cdot 0,18} = 0,66 \text{ MPa}$$

Fissuration préjudiciable :

$$\bar{\tau}_u = \left\{ \min \left(0,15 \left(\frac{f_{cj}}{\gamma_b} \right) ; 4 \text{ MPa} \right) \right\}$$

$$\tau_u = 0,66 \text{ MPa} < \bar{\tau}_u = 2,5 \text{ MPa} \dots \dots \dots \text{condition vérifiée}$$

b- Les armatures transversales At :

$$\Phi_t \leq \min(h/35; b_0/10; \Phi_L)$$

Diamètre $\Phi_t \leq \min(200/35; 120/10; 10) = 5,71 \text{ m}$.

on adopte: $\Phi_t = 8 \text{ mm}$.

b.1-Calcul des espacements :

$$\left. \begin{array}{l} St \leq \min (0,9d ; 40\text{cm}) \\ St \leq \min (18; 40\text{cm}) \end{array} \right\} St \leq 16.2\text{cm}$$

On prend $St=15\text{ cm}$

b.2 Zone nodale :

$$St \leq \min (10\Phi_L; 15\text{cm})$$

$$St \leq 10\text{cm}$$

Selon RPA On adopte $\left\{ \begin{array}{l} St = 10\text{cm} \text{ Zone nodale.} \\ St = 15\text{cm} \text{ Zone courante.} \end{array} \right.$

c-Vérification des contraintes à l'E.L.S :**Sur travée :**

$$M_{\text{ser}} = 13,21\text{KN.m}$$

$$M_u = 18,11\text{KN.m}$$

$$\alpha = 0,0201$$

$$\gamma = \frac{18,11}{13,21} = 1,37$$

$$\alpha \leq \frac{1,37-1}{2} + \frac{25}{100} \rightarrow \alpha \leq 0,43 \dots \dots \dots \text{condition vérifiée}$$

Sur appuis :

$$M_{\text{ser}} = 7,67 \text{ KN.m}$$

$$M_u = 10,52 \text{ KN.m}$$

$$\alpha = 0,2658$$

$$\gamma = \frac{10,52}{7,67} = 1,37$$

$$\alpha \leq \frac{1,37-1}{2} + \frac{25}{100} \rightarrow \alpha \leq 0,43 \dots \dots \dots \text{condition vérifiée}$$

d--Vérification de la flèche :

D'après BAEL 91 modifiée 99 : $f \leq f_{adm}$

Avec : $F_{adm} = \frac{L_{max}}{500} \rightarrow L_{max}$: la portée maximal

Dans notre cas, on a : $L_{max}=3,80\text{m}$

$$F_{adm} = \frac{3,80}{500} = 0,0076\text{m}$$

$$I_0 = \frac{bh^3}{12} + 15 A_{ut} \left(\frac{h}{2} - d' \right)^2 \rightarrow d' = 0,1h$$

$$I_0 = \frac{0,65 \cdot 0,20^3}{12} + 15 \cdot 3,39 \left(\frac{0,20}{2} - 0,020 \right)^2$$

$$I_0 = 3,25 \cdot 10^{-1} m^4$$

$$\rho = \frac{A_{ut}}{b_0 d} = \frac{3,39 \cdot 10^{-4}}{0,12 \cdot 0,18} = 0,015$$

$$\lambda_i = \frac{0,05 f_{t28}}{(2 + 3 \frac{b_0}{b}) \rho} = \frac{0,05 \cdot 2,1}{(2 + 3 \cdot \frac{0,12}{0,65}) \cdot 0,015} = 2,74$$

$$U^* = 1 - \frac{1,75 f_{t28}}{(4 \rho b_0 d) + f_{t28}} = 0,818$$

$$I_{Fi} = \frac{1,1 I_0}{(1 + \lambda_i U^*)} = \frac{1,1 \cdot 3,25 \cdot 10^{-1}}{(1 + 3,16 \cdot 0,818)} = 0,099 m^4$$

$$f = \frac{M_{st} L^2}{10 E_i I_{Fi}} = \frac{10,52 \cdot 10^{-3} \cdot 3,8^2}{10 \cdot 32164,2 \cdot 0,14} = 3,37 \cdot 10^{-6} m$$

$$\text{Avec : } E_i = 11000 (f_{c28})^{1/3} = 32164,2 MPa$$

Donc : $f = 3,37 \cdot 10^{-6} m \leq f_{adm} = 0,76 cm$condition vérifiée

e -Ancrage des armatures aux niveaux des appuis :

$$F_u = \frac{M_{appui}}{z} = \frac{10,52}{0,9 \cdot 18 \cdot 10^{-2}} = 64,93 KN > T_u = 24,36 KN$$

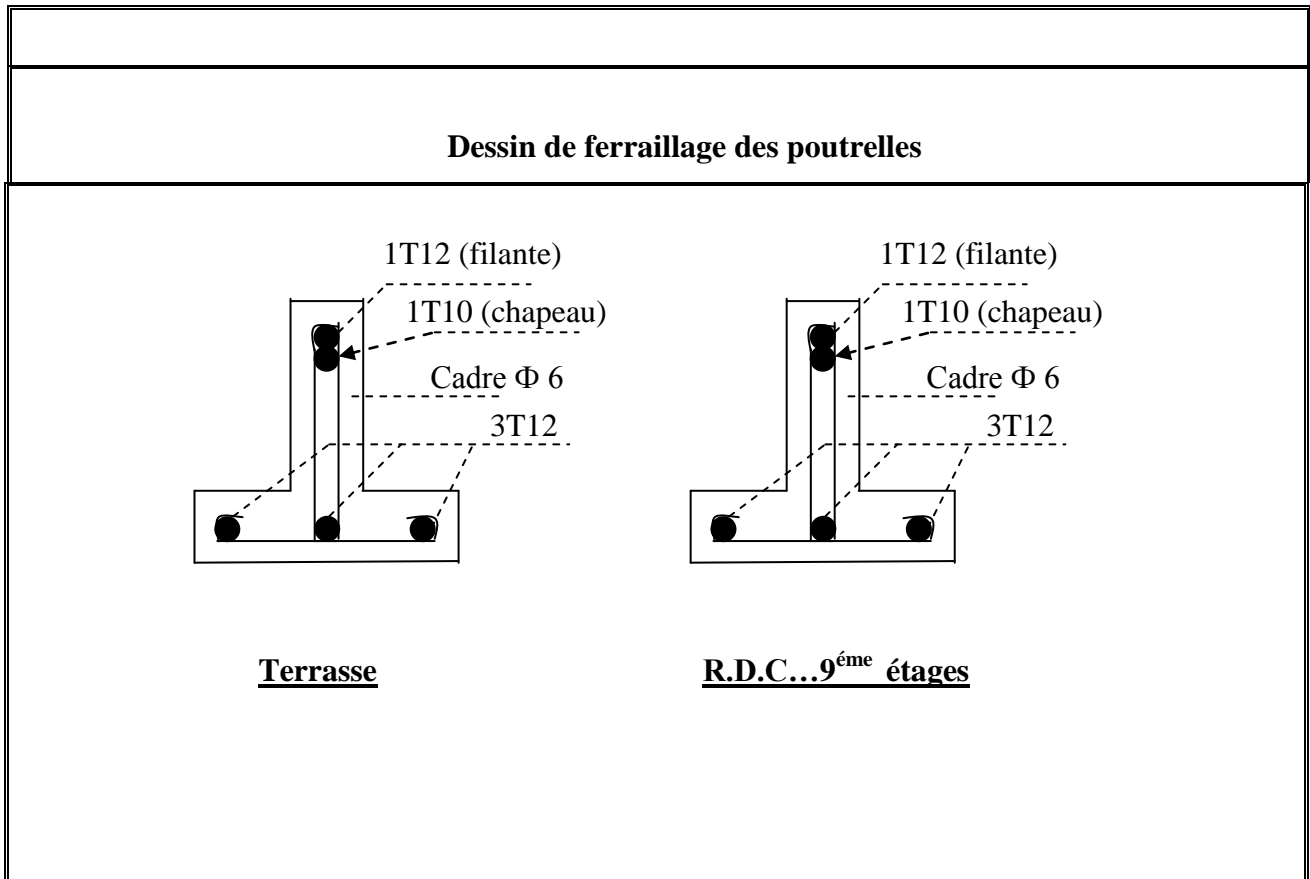


Fig. IV. 9 : Dessin de ferrailage des poutrelles.