

Chapitre 4

FACTEUR DE DUCTILITE LOCALE SOUS L'EFFET DU CONFINEMENT

4.1 INTRODUCTION

L'analyse du comportement non linéaire d'une poutre en béton armé confiné en flexion simple nécessite le plus souvent une étude aux états limites (EN 1992, 2004). Dans cette section, on essaye de développer une méthode d'évaluation du facteur de la ductilité locale, cette méthode s'articule autour de l'utilisation des relations de compatibilités des déformations, et les équations d'équilibres des efforts internes de la compression du béton et de traction des armatures.

4.2. RELATION MOMENT - COURBURE D'UN ELEMENT FLECHI

4.2.1. Courbure de l'élément

La figure 4.1 montre un tronçon droit d'un élément de poutre en béton armé initialement chargé aux extrémités par deux moments égaux, où le rayon de courbure R est calculé à partir de l'axe neutre d'un élément de longueur ds . Si on considère que kd est la profondeur de l'axe neutre où d est la hauteur utile de la section du béton, ε_b la déformation du béton comprimé dans la fibre extrême et ε_s la déformation des armatures tendues, la courbure de ce tronçon est donnée par :

$$\varphi = \frac{1}{R} = \frac{\varepsilon_b}{kd} = \frac{\varepsilon_s}{d(1-k)} \quad (4.1)$$

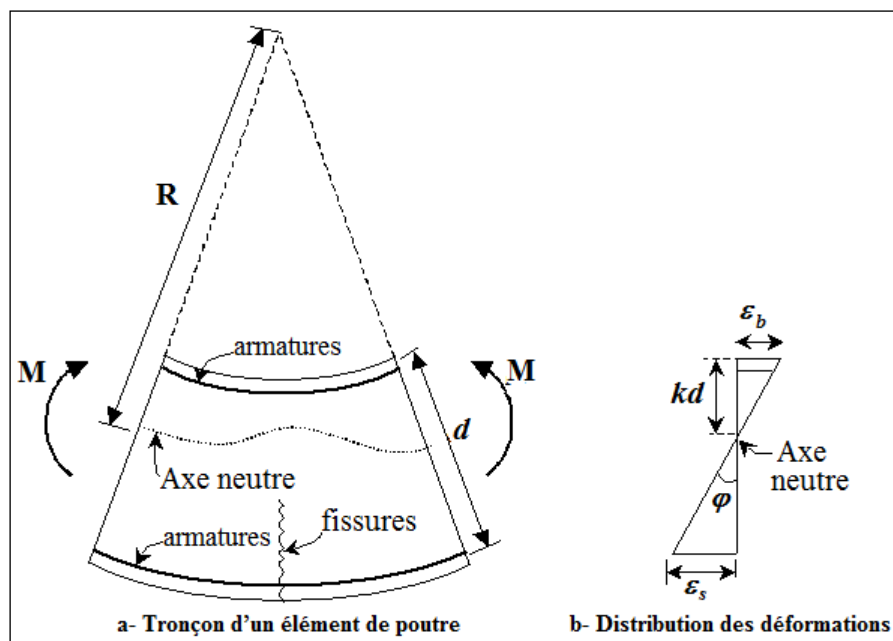


Figure 4.1 : Déformation d'une poutre fléchie en béton armé (Park et Paulay, (1975)).

4.2.2. Diagramme moment - courbure pour une section fléchie

La ductilité des constructions dépend de la forme de la courbe moment-courbure ($M-\phi$) de ses éléments. La courbe ($M-\phi$), pour un élément de poutre, peut être idéalisée par la courbe tri-linéaire schématisée par la Figure 4.2. La première phase correspond à la section non fissurée, la deuxième au début de la fissuration qui s'achève au commencement de la plastification des armatures tendues et la troisième s'élargit à partir de la plastification des armatures tendues jusqu'à ce que le béton comprimé atteigne sa déformation ultime. Dans la majorité des cas, il suffit d'idéaliser la courbe en question par une courbe bilinéaire illustrée en figure 4.2 par des traits discontinus, où l'on néglige la rigidité initiale après la fissuration du béton (Park et Paulay, 1975).

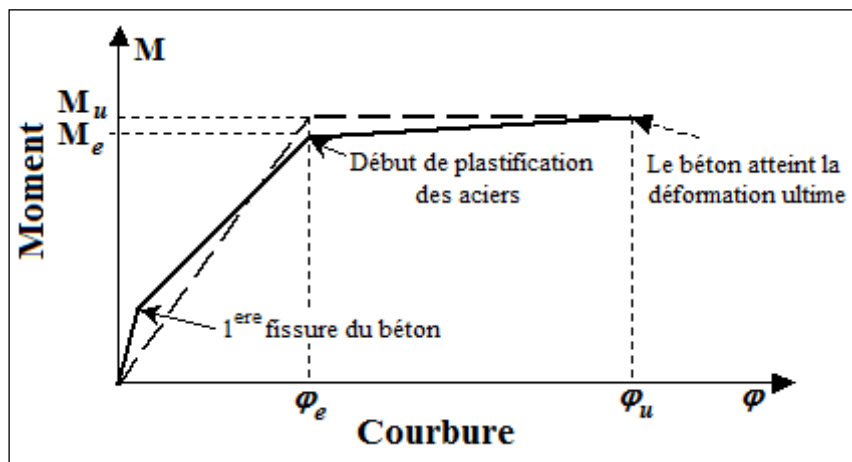


Figure 4.2 : Diagramme moment – courbure pour les poutres en béton armé (idéalisation bilinéaire et trinéaires du diagramme) ($M-\phi$) (Park et Paulay, 1975).

4.3. METHODE PROPOSEE

Le facteur de la ductilité locale est défini par le rapport entre la courbure ultime (ϕ_u) et la courbure à la fin de la phase élastique (ϕ_y), comme montre la relation suivante :

$$\mu_\phi = \frac{\phi_u}{\phi_y} \quad (4.2)$$

4.3.1. Courbure à la fin de la phase élastique

La figure 4.3 présente une coupe transversale d'une section de poutre avec armatures transversales (cadres), où il est clair que le béton est confiné à l'intérieur des cadres (EN 1998-1, 2003).

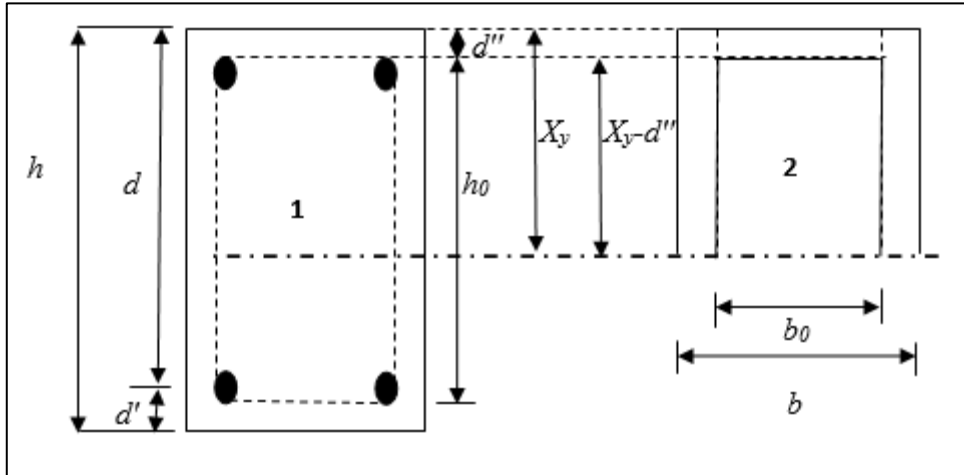


Figure 4.3 : Section confinée.

D'après cette figure on distingue trois sections :

- La section totale de la poutre est définie par $(b \cdot h)$;
- La section confinée (1) dans toute la poutre est définie par $(b_0 \cdot h_0)$;
- La section confinée (2) dans la partie comprimée est définie par $[b_0 \cdot (X_y - d'')]$.

D'après la définition des différentes zones dans une section de poutre avec armatures transversales, la figure 4.4 illustre la distribution des contraintes et des déformations dans ce type de poutre.

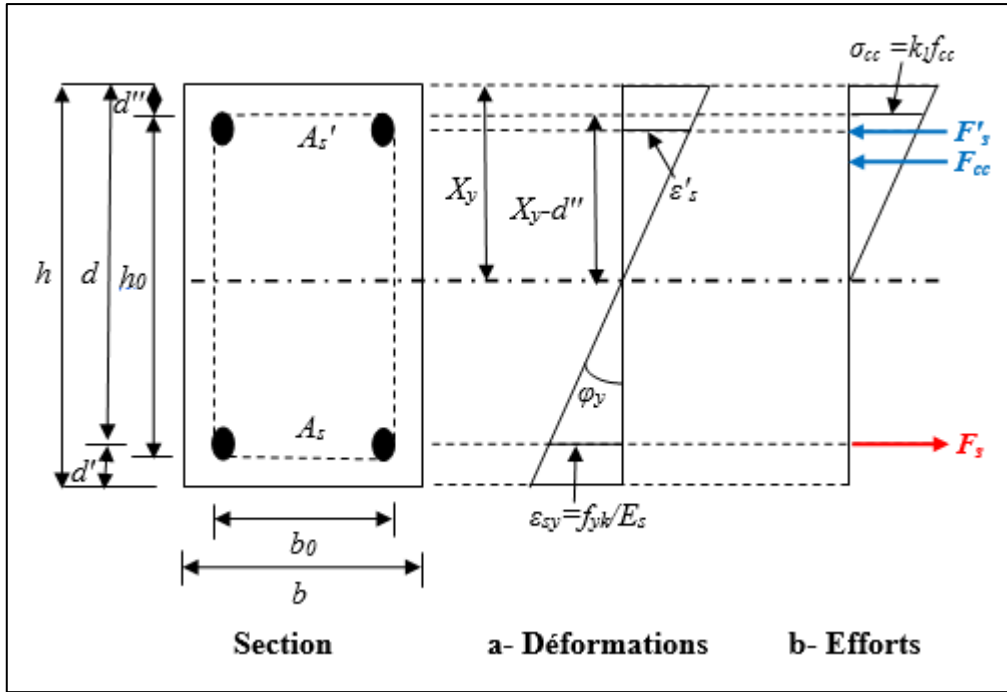


Figure 4.4 : Comportement d'une section fléchie à l'état élastique.

Si on néglige le béton qui est hors des cadres (on prend en considération uniquement le béton confiné), à partir de cette figure, on peut écrire l'équation suivante :

$$F_{cc} + F'_s = F_s \quad (4.3)$$

D'autre façon :

$$\sigma_{cc} \frac{1}{2} b_0 (X_y - d'') + \sigma'_s A'_s = \sigma_s A_s \quad (4.4)$$

Où ;

σ_{cc} est la contrainte dans la partie comprimée du béton confiné, X_y est la profondeur de l'axe neutre à l'état service, d'' est la distance de la fibre extrême supérieure du béton jusqu'aux armatures comprimées, σ'_s est la contrainte dans les armatures comprimées, σ_s est la contrainte dans les armatures tendues et A_s et A'_s sont les sections d'armatures tendues et comprimées, respectivement.

La contrainte dans les armatures comprimées σ'_s égale à :

$$\sigma'_s = \varepsilon'_s E_s \quad (4.5)$$

La déformation dans les armatures comprimées ε'_s égale à :

$$\varepsilon'_s = \frac{(X_y - d')}{(d - X_y)} \frac{k_3 f_{yk}}{E_s} \quad (4.6)$$

Afin d'éviter l'ouverture des fissures trop importantes et les déformations inacceptables à l'état limite de service, les contraintes de compression dans le béton et celles de traction dans les armatures seront limitées aux $k_1 f_{ck}$ et $k_3 f_{yk}$ respectivement. Avec $k_1 = 0,6$ et $k_3 = 0,8$ (EN 1992, 2004). Alors, l'équation (4.4) est devenue :

$$\frac{1}{2} b_0 k_1 f_{cc} (X_y - d'') + \frac{(X_y - d')}{(d - X_y)} k_3 f_{yk} A'_s = k_3 f_{yk} A_s \quad (4.7)$$

Cette Eq. (4.7) conduit à une équation de second degré avec la variable X_y sous la forme suivante :

$$AX_y^2 + BX_y + C = 0 \quad (4.8)$$

Avec :

$$\begin{cases} A = -\frac{1}{2} \frac{b_0}{bd} k_1 f_{cc} \\ B = \frac{1}{2} b_0 k_1 f_{cc} \frac{(d + d'')}{bd} + k_3 f_{yk} (\rho + \rho') \\ C = -\frac{1}{2} \frac{b_0}{b} k_1 f_{cc} d'' - k_3 f_{yk} (\rho d + \rho' d') \end{cases} \quad (4.9, 10, 11)$$

Où :

ρ est le taux d'armatures tendues, il est égal à A_s/bd et ρ' est le taux d'armatures comprimées, où il est égal à A'_s/bd .

Dans notre cas la solution acceptable de l'équation (4.8) est :

$$X_y = \frac{-B + \sqrt{\Delta}}{2A} \quad (4.12)$$

Avec :

$$\Delta = B^2 - 4AC \quad (4.13)$$

Enfin, on peut écrire la courbure élastique φ_y (à la fin de la phase élastique) comme suit :

$$\varphi_y = \frac{\varepsilon_{sy}}{(d - X_y)} \quad (4.14)$$

Où ;

ε_{sy} est l'allongement élastique de l'armature sous charge maximale;

X_y est la profondeur de l'axe neutre à la fin de la phase élastique.

4.3.2. Courbure ultime

La figure 4.5 illustre une section de poutre avec armatures transversales à l'état limite ultime, cette figure est inspirée du modèle de distribution des contraintes et des déformations à l'ELU proposé par Lee et Pan (2003). D'après cette figure on peut écrire la courbure à l'état ultime (φ_u) comme suit :

$$\varphi_u = \frac{\varepsilon_{cuc}}{(X_u - d'')} \quad (4.15)$$

Où ;

ε_{cuc} est la déformation ultime du béton confiné ;

X_u est la profondeur de l'axe neutre à l'état limite ultime.

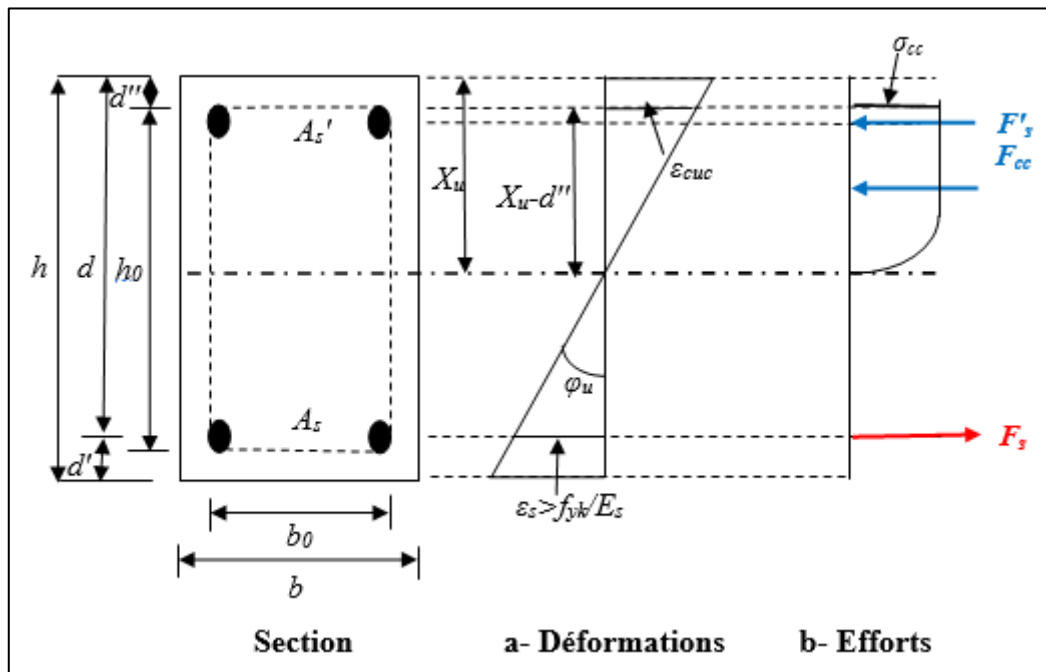


Figure 4.5 : Comportement d'une section fléchie à l'état ultime

Comme Lee et Pan (2003), on peut écrire l'équation suivante :

$$F_{cc} + F'_s = F_s \quad (4.16)$$

Ou bien :

$$\alpha_u f_{cc} b_0 (Xu - d'') + \sigma'_s A'_s = \sigma_s A_s \quad (4.17)$$

L'équation (4.17) peut encore devenir :

$$\alpha_u f_{cc} b_0 \frac{(Xu - d'')}{bd} + f_{yk} \rho' = f_{yk} \rho \quad (4.18)$$

A partir de cette dernière on peut trouver $(Xu - d'')$ comme suit :

$$(Xu - d'') = \frac{f_{yk} (\rho - \rho') d}{\alpha_u f_{cc} \frac{b_0}{b}} \quad (4.19)$$

Où ;

α_u est le facteur de la force résultante du béton comprimé, d'après Park et Ruitong (1988) et Lee et Pan (2003), ce facteur est définie par la relation suivante :

$$\alpha_u = \frac{\int_0^{\varepsilon_c} \sigma_{cc} d\varepsilon_c}{f'_c \varepsilon_c} \quad (4.20)$$

Dans notre cas, ce facteur égale à :

$$\alpha_u = \left[\frac{2\varepsilon_{0c}}{3\varepsilon_{cuc}} + \left(1 - \frac{\varepsilon_{0c}}{\varepsilon_{cuc}} \right) \left(1 - \frac{z_c}{2} (\varepsilon_{cuc} - \varepsilon_{0c}) \right) \right] \quad (4.21)$$

4.4. LOIS DE COMPORTEMENT DU BETON ET DE L'ACIER

4.4.1. Béton

Dans cette analyse, le modèle de l'Eurocode 2 (EN 1992, 2004) est sélectionné pour le calcul des contraintes et des déformations du béton confiné (**Chapitre 2 : 3.5.7**). La pression latérale σ_2 est calculée selon l'Eurocode 8 (EN 1998-1, 2003).

4.4.2. Acier

Selon l'Eurocode 2 (EN 1992, 2004), la conception des sections en béton armé est effectuée à partir d'une classe spécifiée, des armatures représentées par la valeur caractéristique de la limite d'élasticité f_{yk} . Cette valeur de f_{yk} varie sur une gamme de 400 à 600 MPa.

Le diagramme contrainte – déformation des aciers schématisé dans la Figure 4.6 est distingué par la courbe élasto-plastique bilinéaire, caractérisée par une branche inclinée jusqu'à une déformation égale à $\varepsilon_{sy,d}$ et une contrainte de l'armature égale à f_{yd} , ainsi qu'une branche supérieure supposée horizontale jusqu'à la déformation maximale ε_{uk} correspondant à la contrainte dans l'armature égale à f_{yd} , où :

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} \quad (4.6)$$

Où, γ_s est un coefficient partiel de l'acier égal à 1.15 pour les situations durables et 1 pour les situations accidentelles.

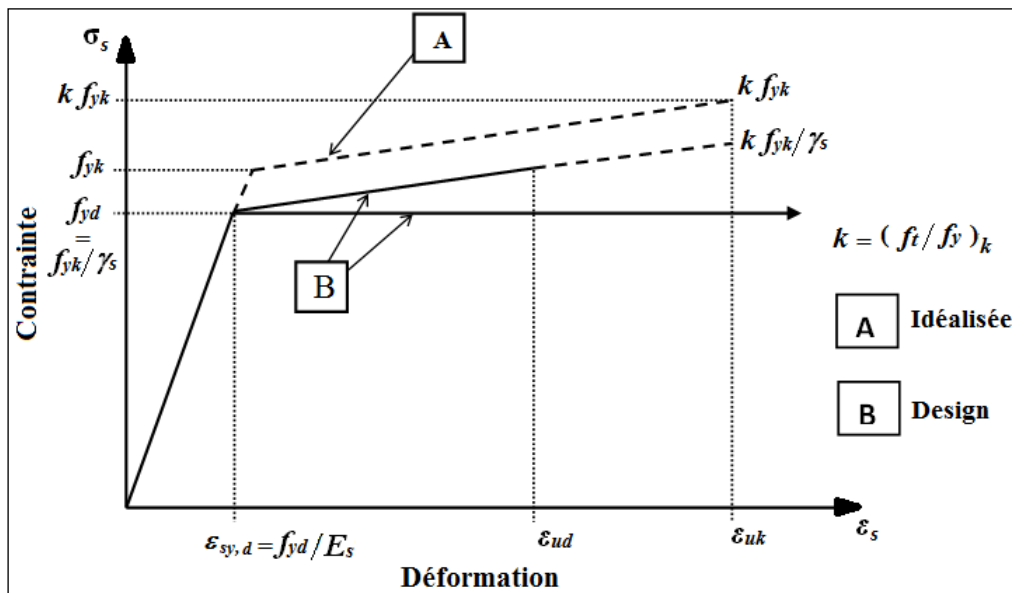


Figure 4.6 : Diagramme "contrainte – déformation" des aciers du béton armé d'après l'Eurocode 2 (EN 1992, 2004).

$\varepsilon_{sy,d} = f_{yd}/E_s$: Allongement élastique de l'armature sous charge maximale.

E_s : Module d'élasticité de l'acier, égal à 200000 MPa.

ϵ_{uk} : Allongement ultime de l'armature sous charge maximale, cette déformation ultime est limitée à 5 % pour la classe B et 7.5 % pour la classe C. La valeur recommandée pour ϵ_{ud} est $0.9\epsilon_{uk}$

4.5. COMPARAISON DE LA METHODE PROPOSEE

Avant d'utiliser la méthode développer dans ce chapitre, il faut d'abord faire une comparaison entre les résultats obtenus avec cette méthode et autres résultats expérimentaux, le tableau 4.1 présente une comparaison entre la méthode proposée et les résultats expérimentaux de Pecce et Fabbrocino (1999) [1] et de Lin et Lee (2001) [2]. D'après les résultats du tableau, on remarque que la plupart des résultats obtenus par la méthode proposée ($\mu_{\phi,prop}$) sont dans l'intervalle $[\mu_{\phi 0} , \mu_{\phi max}]$. Le schéma présenté dans la figure 4.7 montre la position de nos résultats par rapport aux courbure ultime et courbure à la rupture.

Tableau 4.1 : Comparaison entre la méthode proposée et les résultats expérimentaux.

	Poutre	f_{ck} (MPa)	ρ (%)	ρ' (%)	f_{yk} (MPa)	σ_2 (MPa)	Facteur de ductilité μ_{ϕ}		
							$\mu_{\phi,prop}$	$\mu_{\phi,0}$	$\mu_{\phi,max}$
[1]	1	42,3	2,02	0,04	534	0,31	2,45	1,7	3,3
	2	95,4	2,02	0,04	534	0,31	7,97	3,75	7,5
[2]	3	30	0,67	0,34	554	0,65	18,02	4,52	57,38
	4	41	0,82	0,41	554	0,65	17,15	5,24	62,52
	5	41	1,25	0,40	554	0,65	6,58	1,48	39,21
	6	41	0,82	0,41	554	0,43	13,79	4,52	49,84
	7	41	0,82	0,41	554	0,30	11,66	4,88	38,05
	8	41	0,82	0,60	554	0,65	33,10	4,36	71,2
	9	41	0,82	0,41	554	0,71	18,46	4,56	62,76
	10	30	0,67	0,34	554	0,65	18,02	4,13	65,87
	11	41	0,82	0,41	554	0,65	17,15	5,2	77,33
	12	41	1,25	0,40	554	0,65	6,58	1,52	39,09
	13	41	1,87	0,45	554	0,65	2,88	1,08	1,69
	14	41	0,82	0,41	554	0,43	13,79	4,71	61,61
	15	41	0,82	0,41	554	0,52	15,17	5,22	68,65
	16	41	0,82	0,41	554	1,79	38,54	6,35	66,43
	17	41	0,82	0,41	554	0,30	11,66	5,01	46,18
	18	41	0,82	0,60	554	0,65	33,10	6,24	90,23
	19	41	0,82	0,41	554	0,71	18,46	6,6	74,14
	20	41	0,82	0,41	554	0,68	17,71	5,72	77,35
	21	41	0,82	0,41	554	0,14	9,36	5,74	17,84
	22	51	1,39	0,44	554	0,65	6,85	5,15	41,7
	23	61	1,46	0,47	554	0,65	7,45	7,46	41,69

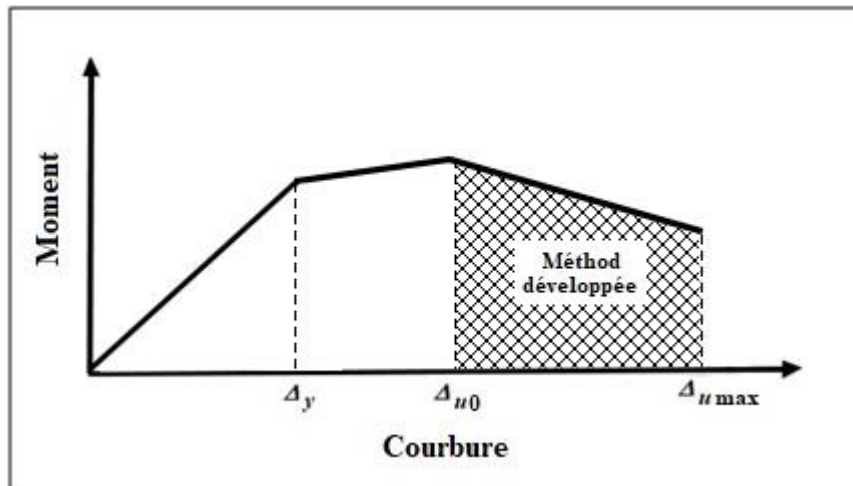


Figure 4.7 : Résultats de la méthode proposée.

4.6. CONCLUSION

Ce chapitre a porté sur une nouvelle méthode d'évaluation du facteur de la ductilité locale des poutres en béton armé confiné sous une flexion simple, la méthode proposée a été comparée avec d'autres résultats expérimentaux collectés de la littérature. D'après ce chapitre, on peut noter que pour prédire le facteur de ductilité locale il faut d'abord définir le comportement des matériaux utilisés à savoir : le béton et l'acier. Par la suite, une étude détaillée aux états limites service et ultime est menée pour calculer les profondeurs de l'axe neutre afin de déterminer les courbures dans chaque état. En fin, on écrit l'expression du facteur de la ductilité locale par le rapport entre la courbure ultime et la courbure à la fin de la phase élastique.