

III - 1. Acrotère :**III -1.1. Introduction**

L'acrotère est un élément structural contournant le bâtiment conçu pour la protection de l'étanchéité et la forme de pente contre l'infiltration des eaux pluviales.

Il est assimilé à une console encastrée au plancher terrasse.

L'acrotère est soumis à son poids propre (G) qui donne un effort normal N_G vertical et une charge d'exploitation horizontale non pondérée estimée à 1000 N/ml provoquant un moment de flexion.

Donc le calcul s'effectue pour une bande de 1 ml en flexion composée (M , N)

Soit une section de : (10 x100) cm²

III -1-2-Dimensions :

- La hauteur $h = 60$ cm
- L'épaisseur $e_p = 10$ cm

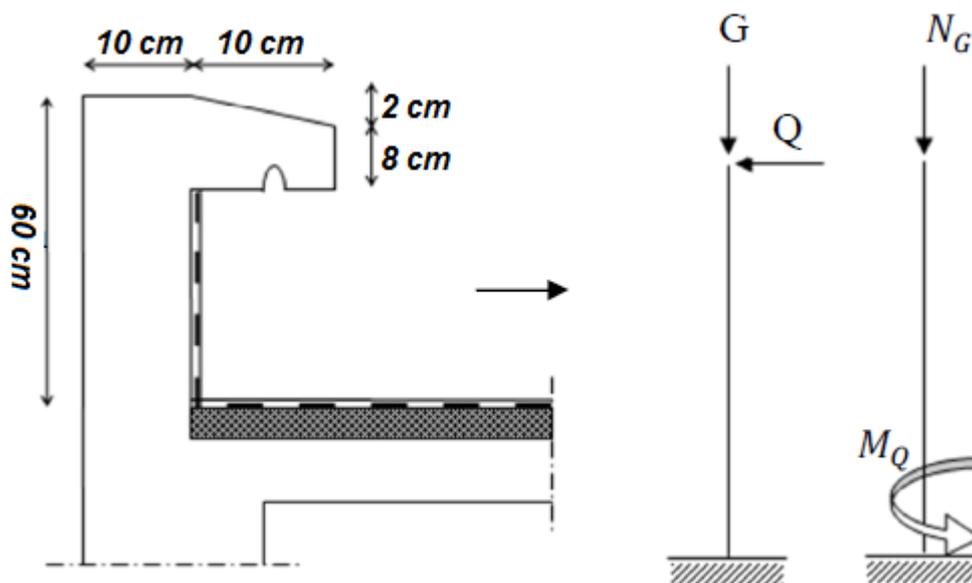


Figure III -1-1: Schéma statique et dimensions de l'acrotère.

III -1-3-Calcul des sollicitations :**a. Poids propre :**

$$S = \left[(0.1 \times 0.6) + (0.08 \times 0.1) + \frac{(0.02 \times 0.1)}{2} \right] = 0,069 \text{ m}^2$$

$$G = S \times \gamma_b = 0,069 \times 25 = 1,73 \text{ kN/ml}$$

$$Q = 1 \text{ kN/ml}$$

b. Effort normal :

$$N_U = 1,35G = 1,35 \times 1,725 = 2,33 \text{ kN/ml}$$

$$N_{\text{ser}} = N_G = 1,725 \text{ kN/ml}$$

c. Moment de flexion :

$$M_U = 1,5 \times N_Q \times h = 1,50 \times 1 \times 0,60 = 0,90 \text{ kN/ml}$$

$$M_{\text{ser}} = M_Q = N_Q \times h = 1 \times 0,60 = 0,60 \text{ kN/ml}$$

d. Effort tranchant :

$$V = N_Q = 1 \text{ kN. m}$$

$$V_U = 1,5V = 1,50 \text{ kN. m}$$

$$V_{\text{ser}} = V = 1 \text{ kN. m}$$

e. Enrobage :

Vu que la fissuration est préjudiciable, on prend $C = C' = 2 \text{ cm}$

f. Excentricité :

$$e = \frac{M_U}{N_U} = \frac{0,9}{2,33} = 0,386 \text{ m}$$

$$\frac{e_p}{2} = \frac{0,10}{2} = 0,05 \text{ m} < 0,386 \text{ m}$$

e_p : Epaisseur de l'acrotère.

Donc le centre de pression se trouve en dehors de la zone limitée par les armatures.

III -1-4-Vérification si la section est Partiellement ou entièrement comprimée:

$$M_u = N_U \left[e + \frac{h}{2} - C \right] = 2,33 \left[0,386 + \frac{0,1}{2} - 0,02 \right] = 0,97 \text{ kN.m}$$

$$(d - c')N_U - M_U \leq (0,337h - (0,81c'))f_{bc} \times b \times h$$

$$(d - c')N_U - M_U = ((0,09 - 0,02) \times 2,33) - 0,97 = -0,80 \text{ kN.m}$$

$$((0,337 \times h) - (0,81 \times c'))f_{bc} \times b \times h$$

$$= ((0,337 \times 0,1) - (0,81 \times 0,02))14,17 \times 10^3 \times 1 \times 0,1 = 24,80 \text{ kN.m}$$

$-0,80 < 24,80 \text{ kN.m}$; Donc la section est partiellement comprimée et le calcul se fait pour une section rectangulaire $(b \times h) = (100 \times 10) \text{ cm}^2$.

III -1-5. Calcul du ferrailage (E.L.U.) :

$$\mu = \frac{M_U}{b \times d^2 \times f_{bc}} = \frac{0,97 \times 10^3}{100 \times 9^2 \times 14,17} = 0,008$$

a. Vérification de l'existence des armatures comprimée :

$$\mu_l = 0,8\alpha_l \times (1 - (0,4\alpha_l))$$

$$\alpha_l = \frac{3,5}{3,5 + 1000\varepsilon_{sl}} = \frac{3,5}{3,5 + 1,74} = 0,668 ;$$

$$\text{Avec: } 1000\varepsilon_{sl} = \frac{f_e}{E \times \gamma_s} = \frac{400}{2 \times 10^5 \times 1,15} = 1,74$$

$$\mu_l = 0,8 \times 0,668 \times (1 - (0,4 \times 0,668)) = 0,392 > \mu = 0,008 \rightarrow A' = 0$$

$$\mu = 0,008 \rightarrow \beta = 0,996$$

On calcul :

A_{fs} : Section d'armatures en flexion simple ;

A_{fc} : Section d'armatures en flexion composée.

$$A_{fs} = \frac{M_U}{\sigma_s \times d \times \beta} = \frac{0,97 \times 10^3}{348 \times 0,996 \times 9} = 0,311 \text{ cm}^2/\text{ml}$$

$$A_{fc} = A_{fs} - \frac{N_U}{100\sigma_s} = 0,311 - \frac{2,33 \times 10^3}{100 \times 348} = 0,244 \text{ cm}^2/\text{ml}$$

b. Section minimale des armatures en flexion composée pour une section rectangulaire :

➤ Les armatures principales :

$$N_{ser} = N_G = 1,73 \text{ kN/ml (W}_p)$$

$$M_{ser} = M_Q = N_Q \times h = 1 \times 0,60 = 0,60 \text{ kN.m}$$

$$e_{ser} = \frac{M_{ser}}{N_{ser}} = \frac{0,60}{1,73} = 0,35 \text{ m} = 35 \text{ cm}$$

$$d = 0,9h_t = 0,9 \times 10 = 9 \text{ cm} ; b = 100 \text{ cm}$$

$$A_{s \min} = \frac{d \times b \times f_{t28}}{f_e} \times \frac{e_{ser} - 0,45d}{e_{ser} - 0,185d} \times 0,23 = \frac{9 \times 100 \times 2,1}{400} \times \frac{35 - 4,05}{35 - 1,665} \times 0,23$$

$$\Rightarrow A_{s \min} = 1,01 \text{ cm}^2/\text{ml}$$

$$A_s = \max (A_{su} ; A_s ; A_{\min}) \Rightarrow \max (0,311 ; 0,244 ; 1,01)$$

$$A_s = 1,01 \text{ cm}^2/\text{ml}$$

On adopte **4T6** ; $A_s = 1,13 \text{ cm}^2/\text{ml}$; $S_t = 25 \text{ cm}$

➤ Les armature de répartitions :

$$A_r = \frac{A_s}{\mu} = \frac{1,13}{4} = 0,28 \text{ cm}^2/\text{ml}$$

On adopte. ; $A_s = 1,13 \text{ cm}^2/\text{ml}$; $S_t = 25 \text{ cm} \rightarrow$ **4T6**

III-6- Vérification des contraintes (E.L.S.) :

a. Moment de service :

$$M_{ser} = N_{ser} \times \left(e - c + \frac{h}{2} \right) = 1,73 \times \left(0,35 - 0,02 + \frac{0,10}{2} \right) = 0,484 \text{ kN.m}$$

b. Position de l'axe neutre :

$$\frac{b}{2}y^2 - \eta A_s(d - y) = 0 \rightarrow 50y^2 - (15)(1,13)(9 - y) = 0$$

$$50y^2 - 16,95y - 152,55 = 0$$

$$y = 1,59 \text{ cm}$$

c. Moment d'inertie :

$$I = \frac{b}{3}y^3 + \eta A_s(d - y)^2 = \frac{100 \times 1,59^3}{3} + (15 \times 1,13 \times (9 - 1,57)^2)$$

$$I = 1064,68 \text{ cm}^4$$

d. Détermination des contraintes dans le béton comprimé σ_{bc} :

$$\sigma_b = \frac{M_{ser}}{I} \times y = \frac{484}{1064,68} \times 1,59 = 0,72 \text{ MPa}$$

$$\overline{\sigma}_{bc} = 0,6f_{c28} = 15 \text{ MPa}$$

$$\sigma_b = 0,72 < \overline{\sigma}_{bc} = 15 \text{ MPa} ; \dots\dots\dots \text{Condition vérifiée}$$

e. Détermination des contraintes dans l'acier tendu σ_{st} :

$$\overline{\sigma}_{st} = \min\left(\frac{2}{3}f_e ; 110\sqrt{\eta \times f_{t28}}\right) ; \text{Fissuration préjudiciable}$$

Avec :

η : coefficient de fissuration pour HA $\Phi \geq 6$ mm ; $\eta = 1,6$

$$\overline{\sigma}_{st} = \min(266.67\text{MPa} ; 201.63 \text{ MPa}) = 201.63 \text{ Mpa}$$

$$\sigma_{st} = \eta \frac{M_{ser}}{I} (d - y) = 15 \times \frac{750484}{1064,68} \times (9 - 1,59) = 50.52 \text{ MPA}$$

$$\sigma_{st} = 50.52\text{MPa} < \overline{\sigma}_{st} = 201,63\text{MPa} ; \dots\dots\dots\text{Condition vérifiée}$$

f. Contrainte de cisaillement :

$$\tau_u = \frac{T}{b \times d}$$

$$T = 1,5Q = 1,5 \times 1 = 1,50 \text{ kN}$$

$$\tau_u = \frac{1,50}{1 \times 0,09} = 16,67 \text{ kN/m}^2 = 0,017 \text{ MPa}$$

$$\overline{\tau}_u = \min(0,1f_{c28} ; 4 \text{ MPa}) ; \text{Fissuration préjudiciable}$$

$$\overline{\tau}_u = \min(2,5 \text{ MPa} ; 4 \text{ MPa}) = 2,5 \text{ MPa}$$

$$\tau_u = 0,017 \text{ MPa} < \overline{\tau}_u = 2,5 \text{ MPa} ; \dots\dots\dots\text{Condition vérifiée}$$

g. Vérification du ferrailage vis-à-vis au séisme :

D'après le R.P.A. 99/2003, les éléments non structuraux doivent être vérifiés aux forces horizontales selon la formule suivante :

$$F_p = 4 \times C_p \times A \times W_p$$

Avec :

A : Coefficient d'accélération de zone A = 0,15

C_p : Facteur de force horizontale $C_p = 0,8$

W_p : Poids propre de l'acrotère $W_p = 1,73 \text{ kN}$

F_p : Force horizontale pour les éléments secondaires des structures

$$F_p = 4 \times 0,8 \times 0,15 \times 1,73 = 0,83 \text{ kN}$$

$$F_p = 0.83 \text{ KN} < 1,5Q = 1,5 \text{ kN} ; \dots\dots\dots\text{Condition vérifié}$$

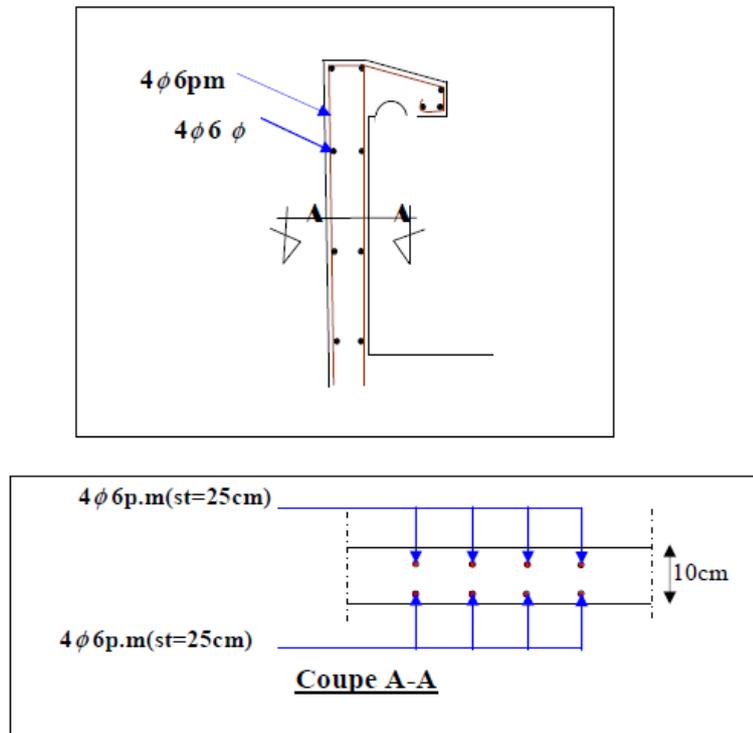


Figure III -1-2: ferrailage de l'acrotère

III - 2. Balcons :

III -2-1-Introduction:

Le balcon est une dalle pleine encastree dans la poutre, entourée d'une rampe ou un mur de protection, elle est assimilée à une console qui dépasse de la façade d'un bâtiment et communique avec l'intérieur par une porte ou une fenêtre.

Le calcul se fait pour une bande de 1m de largeur.

L'épaisseur des dalles pleines résulte des conditions suivantes:

- Résistance à la flexion.
- Isolation acoustique $e \geq 12cm$.
- Sécurité en matière d'incendie $e = 11cm$ pour 2 heures de coup feu.

Donc on adopte $e = 15cm$.

Dans notre étude des balcons sont les suivantes :

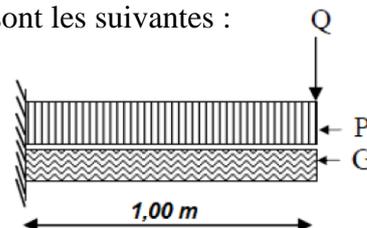


Figure III 2-1: Schéma statique du balcon

Le calcul se fera à la flexion simple pour une bande d'un mètre linéaire.

III -2-2-Exemple de calcul

On va considéré que le balcon est une dalle pleine semi encastré au trois 03 cotés.

Suivant Ly : encastré au poutre

Suivant Lx : encastré au deux consoles

Avec : Lx=1.00m

Ly=4,80m

$$\alpha = \frac{Lx}{Ly} = \frac{1,00}{4,80} = 0,21 < 0,4 \Rightarrow \text{La dalle travail dans les deux sens}$$

L'épaisseur des dalles pleines doit respecter les conditions suivantes:

- Résistance à la flexion : $h_0 \geq \frac{Lx}{20} = \frac{100}{20} = 5cm$
- Isolation acoustique $h_0 \geq 12cm$
- Sécurité en matière d'incendie $h_0 = 11cm$ pour 2 heurs de coup feu

Donc on adopte $h_0 = 15cm$

III -2-3-Descente de charge :

Dalle pleine (Balcon) :

Désignation de la charge	Valeur en KN/m ²
Revêtement en carrelage (e=2cm).	0,40
Mortier de pose (e=2cm).	0,40
Sable fin pour mortier (e=2cm)	0,34
Dalle pleine (e=15cm)	3,75
Enduit en ciment (e=2cm)	0,36
La charge permanente G	5,25
La surcharge d'exploitation Q	3,5

G = 5,25 KN /m²

Q = 3,5 KN/m²

-Les combinaisons d'action :

1- ELU : $Q_u = (1,35 G + 1,5 Q) 1 m = (1,35 \times 5,25 + 1,5 \times 3,5) 1 = 12,34 \text{ KN/ml.}$

2- ELS : $Q_s = (G + Q) 1m = (5,25 + 3,5) .1 = 8,75 \text{ KN / ml.}$

III -2-4-Calcul de la charge concentrée due au mur extérieur:

Poids propre du mur en brique :

$$P = \gamma \times b \times h \times 1m = 2,88 \times 0,3 \times (3,06-0,40) \times 1m = 2,61 \text{ KN}$$

$$P_u = 1,35A = 1,35 (2,61) = 3,52 \text{ KN}$$

$$P_{ser} = 2,61 \text{ KN}$$

III -2-5-Calcul du moment Max et de l'effort tranchant max:

$$M_{max} = -\frac{Qul^2}{2} - P_u.l = -\frac{12,34(1)^2}{2} - 3,52(1) = - 6,17 - 3,52$$

$$M_{max} = - 9,69 \text{ KN.m}$$

$$T_{max} = Q_u .l + P_u = 12,34 \times 1 + 3,52 = 12,34 + 3,52$$

$$T_{max} = 15,86 \text{ KN}$$

$$d = 0,9h = 0,9 \times 15 = 13,5 \text{ cm}$$

III -2-6-Calcul des moments max: (ELS)

$$M_{max} = -\frac{Q_s.l^2}{2} - P_s.l = -\frac{8,75(1)^2}{2} - 2,61 (1) = - 4,37 - 2,61$$

$$M_{max} = - 6,98 \text{ KN.m}^2$$

$$T_{max} = Q_s.l + P_s = 8,75 \times 1 + 2,61 = 8,75 + 2,61$$

$$T_{max} = 11,36 \text{ KN}$$

III -2-7-Calcul du ferrailage:

La section à calculé (100x15)

$$M = 9,69 \text{ KN.m}$$

$$\mu = \frac{M}{b.d^2.\sigma_{bc}} = \frac{9,69 \times 10^3}{100(13,5)^2 \times 14,17} = 0,038 < \mu_1 = 0,392$$

$$\mu = 0,038 \Rightarrow \beta = 0,981$$

$$\sigma_s = \frac{f_e}{\gamma_s} = \frac{400}{1,15} = 348 \text{ Mpa}$$

$$A_s = \frac{M}{\beta.d.\sigma_s} = \frac{9,69 \times 10^3}{0,981 \times 13,5 \times 348} = \frac{9,69 \times 10^3}{4608,74} = 2,10 \text{ cm}^2$$

III -2-8-Vérifications:

a. Conditions de non fragilité:

$$A_{min} = (0,23.b.d.f_{t28})/f_e = \frac{0,23 \times 100 \times 13,5 \times 2,1}{f_e} = 1,63 \text{ cm}^2$$

$A_s = 2,10 \text{ cm}^2 > A_{min} = 1.63 \text{ cm}^2$ condition Vérifiée.

Le choix = 4T10 = 3,14 cm²

b. Contrainte de cisaillement :

$$\tau_u = \frac{T_u}{bxd} = \frac{15,86 \times 10^3}{100 \times 10 \times 13.5 \times 10} = 0,12 \text{ Mpa}$$

Pour une fissuration préjudiciable on a :

$$\overline{\tau}_u = \min(0,10f_{c28} ; 4\text{Mpa}) = \min (0,10 \times 25 ; 4\text{Mpa}) = 2,5 \text{ Mpa}$$

$$\tau_u = 0,12 < \overline{\tau}_u = 2,5 \text{ Mpa} \dots\dots\dots\text{Condition vérifiée}$$

Donc les armatures transvesales n'est pas nécessaire

c. Contrainte d'adhérence :

$$\tau_{ser} = \frac{T_u}{0,9 \times d \times n \times \mu} = \frac{15,86 \times 10^3}{0,9 \times 13,5 \times 4 \times 3,14 \times 10^2} = 1,01 \text{ Mpa}$$

$n = 4$: nombre.d'armatures longitudinales tendues

$$\mu = 2\pi \frac{1}{2} = 3,14 \text{ cm}^2$$
 : périmetre d'armatures tendues

$$\overline{\tau}_{ser} = \psi_s \times f_{t28} = 1,5 \times 2,1 = 3,15 \text{ MPa}$$

$$\tau_{ser} = 1,01 \text{ MPa} < \overline{\tau}_{se} = 3,15 \text{ MPa} \dots\dots\dots\text{condition vérifiée}$$

III -2-9-La vérification des contraintes à L.E.L.S :

a. Détermination de la position de l'axe neutre :

$$\frac{b \cdot y^2}{2} - 15A_s(d-y) = 0 \quad A_s = 3,14 \text{ cm}^2$$

$$50y^2 + 15 \times 3,14 (13,5-y) = 0$$

$$50y^2 + 47,10y - 635,85 = 0$$

$$\Delta = (47,10)^2 - 4 \times 50 \times (-635,85) = 2218,41 + 127170 = 129388,41$$

$$\sqrt{\Delta} = 359,70$$

$$y_1 = - \frac{47,10 - 359,70}{100} = - 4,06$$

$$y_2 = - \frac{47,10 + 359,70}{100} = 3,12$$

$$y = 3,12 \text{ cm}$$

(position de l'axe neutre /à la fibre la plus comprimée)

b. Détermination du moment d'inertie :

$$I = \frac{b}{3} y_1^3 + \sum A s(d-y_1)^2 = \frac{100}{3}(3,12)^3 + 15 \times 3,14(13,5-3,12)^2$$

$$I = 1012,37 + 5074,76$$

$$I = 6087,13 \text{ cm}^4$$

c. Détermination de contrainte dans le béton comprimé σ_{bc} :

$$\sigma_{bc} = \frac{M_{ser}}{I} y_i = \frac{6,98 \times 10^3}{6087,13} \times 3,12 = 3,57 \text{ Mpa}$$

$$\overline{\sigma}_{bc} = 0,6 f_{c28} = 15 \text{ Mpa}$$

$$\sigma_{bc} = 3,57 \text{ Mpa} < \overline{\sigma}_{bc} = 15 \text{ Mpa} \dots\dots\dots \text{Condition vérifiée}$$

d. Détermination des contraintes dans l'acier tendue σ_{bc} :

Pour une fissuration préjudiciable on a :

$$\overline{\sigma}_{bc} = \min \left\{ \frac{2}{3} f_e ; 110 \sqrt{n f t 28} \right\}$$

Avec n : coefficient de fissuration pour HA $\phi \geq 6 \text{ mm}$; W= 1,6

$$\overline{\sigma}_{bc} = \min \left\{ \frac{2}{3} \times 400 ; 110 \sqrt{1,6 \times 2,1} \right\}$$

$$\overline{\sigma}_{bc} = \min \{ 266,67 ; 201,63 \} = 201,63 \text{ Mpa}$$

$$\sigma_{bc} = w \frac{M_{ser}}{I} (d - y_1) = 15 \times \frac{6,98 \times 10^3}{6087,13} (13,5 - 3,12) = 178,54 \text{ Mpa}$$

$$\sigma_{bc} = 178,54 \text{ Mpa} < \overline{\sigma}_{bc} = 201,63 \text{ Mpa}$$

e. Les armatures de répartition :

$$A_r = \frac{A_p}{4} = \frac{3,14}{4} = 0,78 \text{ cm}^2$$

On adopte $4\phi 6 = 1,13 \text{ cm}^2/\text{ml}$

f. Vérification de la flèche :

Pour les éléments supports en console, la flèche F est égale à :

$$F = F_1 + F_2 \text{ avec : } F_1 = \frac{Q \cdot L^2}{8EI} \dots\dots\dots \text{Flèche due à la charge répartie .}$$

$$F_2 = \frac{pL^3}{3EI} \dots\dots\dots \text{Flèche due à la charge concentrée .}$$

g. Détermination du centre de gravité :

$$y_a = \frac{\sum A_i \times Y_i}{\sum A_i} = \frac{b \times h \times \frac{h}{2} + W \times A_s \times d}{b \times h + W \times A_s}$$

$$y_a = \frac{(100 \times 15 \times 7,5) + (15 \times 3,14 \times 13,5)}{(100 \times 15) + (15 \times 3,14)} = \frac{11250 + 635,85}{1547,1} = \frac{11885,85}{1547,1} = 7,68 \text{ cm}$$

$$y_1 = y_a = 7,68 \text{ cm}$$

$$y_2 = h - y_a = 15 - 7,68 = 7,32 \text{ cm}$$

h. Calcul du moment d'inertie :

$$I = \frac{b y_1^3}{3} + \frac{y_2^3}{3} + W \cdot A (d - y_1)^2$$

$$I = \frac{100(7,68)^3}{3} + \frac{100(7,32)^3}{3} = 15 \times 3,14 (13,5 - 7,68)^2$$

$$\Rightarrow I = 29769 \text{ cm}^4$$

$$F = F_1 + F_2 = \left(\frac{QL^4}{8EI} + \frac{PL^3}{3EI} \right) = \frac{L^3}{EI} \left[\frac{QL}{8} + \frac{P}{3} \right]$$

$$F = \frac{(100)^3}{29769 \times 32164,2} \left[\frac{8,75 \times 100}{8} + \frac{2,61}{3} \right]$$

$$\Rightarrow F = 0,11 \text{ cm}$$

$$F_{ad} = \frac{L}{250} = \frac{100}{250} = 0,40 \text{ cm}$$

$$F_{cal} = 0,11 \text{ cm} < F_{adm} = 0,40 \text{ cm} \dots\dots\dots \text{Condition vérifiée}$$

Moment fléchissant M_u (KN.m)	9.69
L'effort tranchant T_u (KN)	15.86
M_{ser} (KN.m)	6.98
A_{cal} (cm ² /ml)	2.10
A_{min} (cm ² /ml)	1,63
Choix d'acier (p.m)	4T10
A_{adopte} (cm ² /ml)	3.14
A_r (cm ² /ml)	0.78
Choix d'acier (p.m)	4T6

Tableau III.1. : Récapitulatif des armatures des balcons

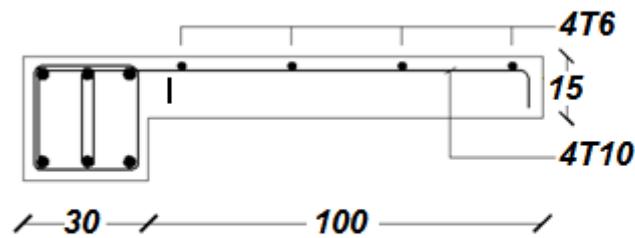


Figure III 2-1 : Détail de ferrailage des balcons.

III -3-Escaliers:

III -3-1-Introduction:

Les escaliers sont des éléments constitués d'une succession de gradins permettant le passage à pied entre les différents niveaux d'un immeuble comme il constitue une issue des secours importante en cas d'incendie.

III -3-2-Terminologie :

Un escalier se compose d'un nombre de marches, on appelle emmarchement la longueur de ces marches, la largeur d'une marche "g" s'appelle le giron, est la hauteur d'une marche "h", le mur qui limite l'escalier s'appelle le mur décharge.

Le plafond qui monte sous les marches s'appelle paillasse, la partie verticale d'une marche s'appelle la contre marche, la cage est le volume se situe l'escalier, les marches peuvent prendre appui sur une poutre droite ou courbe dans lequel qu'on appelle le limon. La projection horizontale d'un escalier laisse au milieu un espace appelé jour.

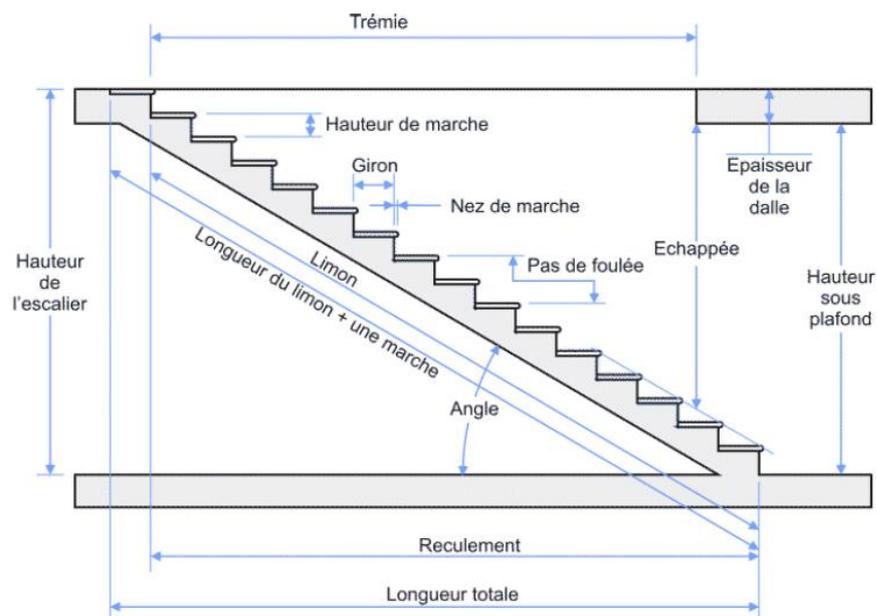


Figure III 3-1 : schéma d'un escalier

III -3-3- Dimensions des escaliers:

Pour les dimensions des marches "g" et contre marches "h", on utilise généralement la formule de BLONDEL: $59 \leq 2h + g \leq 66\text{cm}$(1) Avec :

h : Hauteur de la marche (contre marche), : C'est la partie verticale qui limite la marche.

h est compris entre 16 et 18 cm, On prend $h = 17\text{cm}$

g : Largeur de la marche, D'après la formule de blondel : $0.59 \leq 2h + g \leq 0.66 \text{ m}$.

D'ou $25 \text{ cm} \leq g \leq 32 \text{ cm} \Rightarrow g = 30 \text{ cm}$.

On prend $2h+g=64\text{cm}$

H : Hauteur entre les faces supérieurs des deux paliers successifs d'étage ($H=n.h=he/2$)

n : Nombre de contre marches

L : Projection horizontale de la longueur total du volée : $L = (n - 1)g$

- Notre bâtiment compte un seul type d'escalier :

Escalier à trois volées avec deux paliers.

a. Nombre de contremarches:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{(RDC): } He = 4,08 \text{ m; } n = \frac{He}{h} = \frac{408}{17} = 24 \text{ contremarches } (8 + 9 + 4) \\ \text{(étage courant): } He = 3.06 \text{ m; } n = \frac{He}{h} = \frac{306}{17} = 18 \text{ contremarches } (5 + 9 + 4) \end{array} \right.$$

b. Longueur de ligne de foulée:

$$L = (n-1) \times g \quad \left\{ \begin{array}{l} n = (7 ; 8 ; 3) \rightarrow L = (2,10\text{m} ; 240 \text{ m} ; 0.90 \text{ m}) \rightarrow \text{RDC} \\ n = (4 ; 8 ; 3) \rightarrow L = (1.20\text{m} ; 240 \text{ m} ; 0.90 \text{ m}) \rightarrow \text{étage courant} \end{array} \right.$$

c. l'inclinaison de la paillasse :

$$\alpha = \arctg \frac{0.17}{0.30} = 29.54^\circ \Rightarrow \alpha = 0.87$$

d. Epaisseur de la volée (e_v) :

$$\frac{L}{30 \cos \alpha} \leq e_v \leq \frac{L}{20 \cos \alpha} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \frac{210}{30 \cos \alpha} \leq e_v \leq \frac{210}{20 \cos \alpha} \Rightarrow 8,05 \leq e_v \leq 12,06 \\ \frac{120}{30 \cos \alpha} \leq e_v \leq \frac{120}{20 \cos \alpha} \Rightarrow 4,60 \leq e_v \leq 6,90 \end{array} \right.$$

on prend: $e_v=12 \text{ cm}$

e. Epaisseur du palier (e_p):

$$e_p = \frac{e_v}{\cos \alpha} = \frac{12}{0,87} = 13.8 \text{ cm} \quad \text{on prend : } e_p=15\text{cm}$$

III -3-4- Evaluation des charges et des surcharges :

a. Paillasse :

N=0	Désignation	Ep (m)	densité KN/m ³	poids KN/m ²
1	Revêtement en carrelage horizontal	0,02	20,00	0,40
2	Mortier de ciment horizontal	0,02	20,00	0,40
3	Lit de sable	0,02	18,00	0,36
4	Revêtement en carrelage vertical ep x20x h/g	0,02	20,00	0,23
5	Mortier de ciment vertical ep x20x h/g	0,02	20,00	0,23
6	Poids propre de la paillasse $e_v \times 25 / \cos \alpha$	0,12	25,00	3,45
7	Poids propre des marches $\frac{h}{2} \times 22$	/	22,00	1,87
8	Enduit en plâtre 2x0,1/0,87	0,02	10,00	0,23
		G	7,17 KN/m²	
		Q	2,5 KN/m²	

Tableau III.2 : Evaluation des charges de la paillasse

Le calcul suivant se fait pour une bande de 1 m de largeur :

$$q_u = (1,35G + 1,5Q) \cdot 1m \Rightarrow q_u = 13,43 \text{ KN/ml}$$

$$q_{ser} = (G + Q) \cdot 1m \Rightarrow q_{ser} = 9,67 \text{ KN/ml}$$

b. Palier :

N=0	Désignation	ep (m)	Densité (KN/m ³)	Poids KN/m ²
1	Poids propre du palier ep x25	0,15	25,00	3,75
2	Revêtement en carrelage horizontal	0,02	20,00	0,40
3	Mortier de pose	0,02	0,20	0,40
4	Lit de sable	0,02	18,00	0,36
5	Enduit de plâtre	0,02	10,00	0,20
		G	5,11 KN/m²	
		Q	2,5 KN/m²	

Tableau III.3: Evaluation des charges du palier

Le calcul suivant se fait pour une bande de 1 m de largeur :

$$q_u = (1,35G + 1,5Q) \cdot 1m = q_u = 10,65 \text{ KN/ml}$$

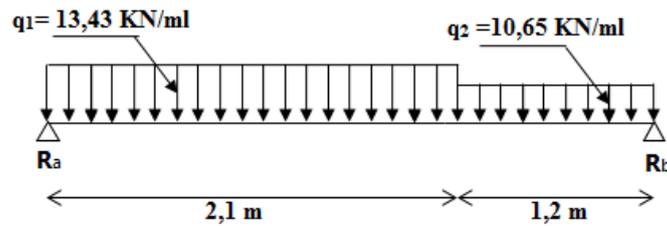
$$q_{ser} = (G + Q) \cdot 1m = q_{ser} = 7,61 \text{ KN/ml}$$

Combinaison	Paillasse KN/m ²	Palier KN/m ²
ELU	13,43	10,65
ELS	9,67	7,61

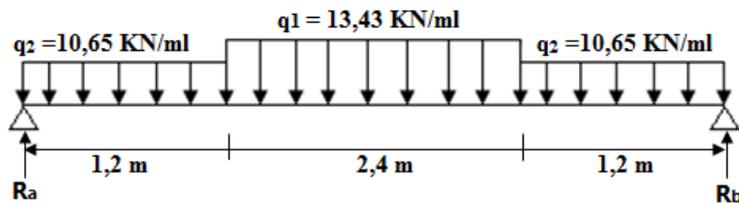
Tableau III.4 : Combinaison d'action.

III -3-5- Les type d'escaliers:

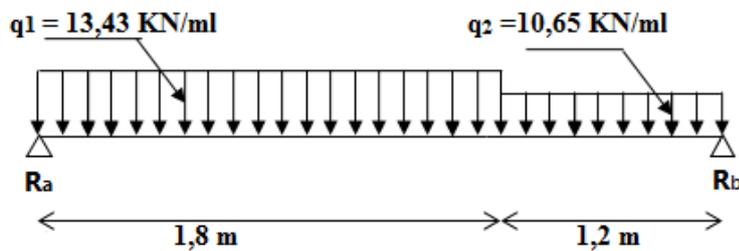
Type 1 :



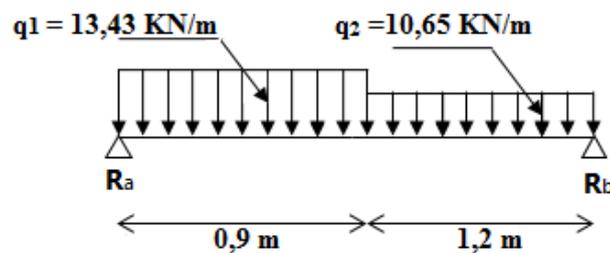
Type 2 :



Type 3 :



Type 4 :



Type 5 :

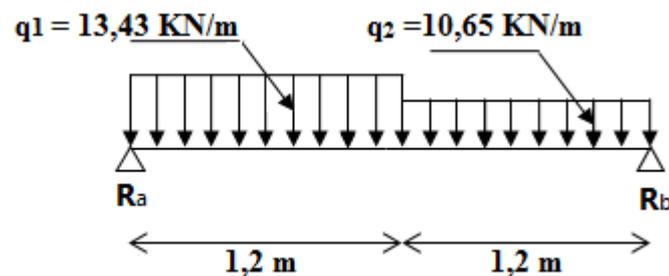


Figure III 3-2 : Les Schéma statique d'une volée + paliers

III -3-6- Calcul des moments fléchissant et effort tranchant :

Le calcul du moment fléchissant et l'effort tranchant se fait par la modélisation

en « **RDMoss6** »

Résultat de **RDMoss6**:

$$E L U \Rightarrow \begin{cases} M_{tra} = 0,85 \times M_{max} \\ M_{app} = 0,4 \times M_{max} \end{cases} \quad E L S \Rightarrow \begin{cases} M_{t ser} = 0,85 \times M_{max} \\ M_{a ser} = 0,4 \times M_{max} \end{cases}$$

types	ELU				ELS			
	T _{max} (KN)	M _{max} (KN.m)	M _{tra} (KN.m)	M _{app} (KN.m)	T _{max} (KN)	M _{max} (KN.m)	M _{tra} (KN.m)	M _{app} (KN.m)
01	21,55	17.92	15,23	7,17	15.51	12.43	10,56	4,97
02	28.90	36.68	31,18	14,67	20.74	26.37	22,41	10,55
03	19.48	14.12	12,00	5,65	14.01	10.15	8,63	4,06
04	13.15	6.45	5,48	2,58	9.45	4.62	3,93	1,85
05	15.28	8.69	7,39	3,48	10.99	6.24	5,30	2,50

Tableau III .5: les efforts internes pour les types d'escaliers

III -3-7- Détermination du ferrailage:

Le calcul du ferrailage se fait suivant la méthode de la flexion simple.

Exemple de calcul (type2).

M_{max} = 36,68 KN.m ; M_t = 31,18 KN.m T_{max} = 21.55 KN

Type 2 :

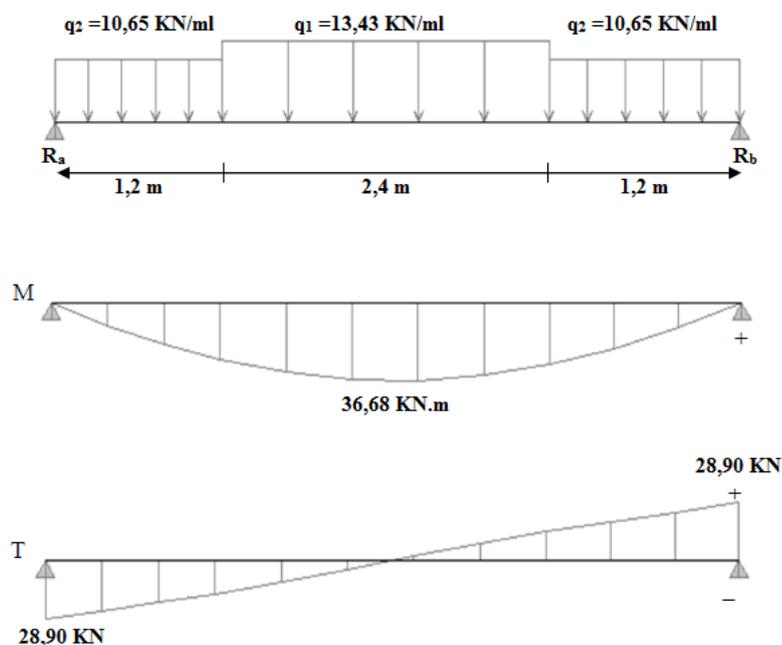


Figure III 3-3 : Diagramme des moments fléchissant et effort tranchants de l'escalier

E.L.U :➤ **En travée:**

$$M_{tra} = 31,18 \text{ kN.m}$$

$$M_{app} = 14,67 \text{ kN.m}$$

$$d=0,9h=0,9 \times 15=13,6$$

$$b = 100 \text{ cm}$$

1. Armature longitudinale :

$$\left\{ \begin{array}{l} \mu = \frac{M_t}{\sigma_{bc} \cdot d^2 \cdot b} = \frac{31,18 \times 10^3}{14,17 \times (13,5)^2 \times 100} = 0,12 \\ \mu = 0,12 \Rightarrow \beta = 0,936 \\ \sigma_s = \frac{fe}{\gamma_s} = \frac{400}{1,15} = 348 \text{ MPa} \\ A_{st} = \frac{M_t}{\beta * d * \sigma_s} = \frac{31,18 \times 10^3}{13,5 \times 348 \times 0,936} = 7,09 \text{ cm}^2 \end{array} \right.$$

⇒ on prend :

As choisie **8T12** avec : $A_{adm} = 9,05 \text{ cm}^2 / \text{ml}$ et $S_t = 12,5 \text{ cm}$

2. Armature de répartition :

$$A_r = \frac{A_{adm}}{4} = \frac{9,05}{4} = 2,26 \text{ cm}^2 / \text{ml} \Rightarrow \text{On prend :}$$

Ar choisie **4T10** avec : $A_r = 3,14 \text{ cm}^2 / \text{ml}$ et $S_t = 25 \text{ cm}$

➤ **en appuis:**1. Armature longitudinale :

$$\left\{ \begin{array}{l} \mu = \frac{M_a}{\sigma_{bc} \cdot d^2 \cdot b} = \frac{14,67 \times 10^3}{14,17 \times (13,5)^2 \times 100} = 0,056 \\ \mu = 0,056 \Rightarrow \beta = 0,971 \\ \sigma_s = \frac{fe}{\gamma_s} = \frac{400}{1,15} = 348 \text{ MPa} \\ A_{st} = \frac{M_t}{\beta * d * \sigma_s} = \frac{14,67 * 10^3}{13,5 * 348 * 0,971} = 3,22 \text{ cm}^2 \end{array} \right.$$

⇒ on prend :

As choisie **4T12** avec : $A_{adm} = 4,52 \text{ cm}^2 / \text{ml}$ et $S_t = 25 \text{ cm}$

2. Armature de répartition :

$$A_r = \frac{A_{adm}}{4} = \frac{4,52}{4} = 1,13 \text{ cm}^2 / \text{ml} \Rightarrow \text{On prend :}$$

Ar choisie **4T8** avec : $A_r = 2,01 \text{ cm}^2 / \text{ml}$ et $S_t = 25 \text{ cm}$

III -3-8- Vérifications:

Condition	Vérification	
Condition de non fragilité	En travée $0,23 \times b \times d \times \frac{f_{t28}}{f_e} = 1,63 \text{ cm}$	$A_{adm} = 9,05 \text{ cm}^2 > A_{min}$ C.V
Justification vis à vis de l'effort tranchant	$\tau = \frac{T}{b.d} = \frac{28,90 \times 10}{100 \times 13,5} = 0,21 \text{ Mpa}$ $\bar{\tau}_u = \min(0,13 f_{c28}, 5 \text{ Mpa}) = 3,25 \text{ Mpa}$	$\tau_u < \bar{\tau}_u$ C.V
Vérification au niveau des appuis	$A \geq \frac{1,15}{F_e} \left(T + \frac{Ma}{0,9d} \right)$ $= \frac{1,15}{400} \left(28,90 + \frac{1467}{13,50} \right) = 0,39$	$A_{adm} = 4,52 \text{ cm}^2 > 0,39 \text{ cm}^2$ C.V

1. Les vérifications des contraintes à l'E.L.S :

$$M_{t \text{ ser}} = 22,41 \text{ kN.m}$$

$$M_{a \text{ ser}} = 10,55 \text{ kN.m}$$

$$d = 0,9h = 0,9 \times 15 = 13,6$$

$$b = 100 \text{ cm}$$

- En travée :

$$A_{adm} = 9,05 \text{ cm}^2 / \text{ml}$$

a) Détermination de la position de l'axe neutre :

$$\frac{b}{2} y^2 - 15 A_s (d - y) = 50 y^2 + 135,75 y - 1832,63 = 0 \rightarrow y = 4,847 \text{ cm}$$

L'axe neutre se trouve à la fibre la plus comprimée.

b) Détermination du moment d'inertie :

$$I = \frac{b}{3} y^3 + \eta A_s (d - y)^2 = \frac{100 \times 4,847^3}{3} + (15 \times 9,05) (13,5 - 4,847)^2$$

$$\Rightarrow I = 13959,95 \text{ cm}^4$$

c) Détermination de contrainte dans le béton comprimé σ_{bc} :

$$\sigma_b = \frac{M_{ser}}{I} \times y = \frac{22,41 \times 10^3}{13959,95} \times 4,847 = 7,78 \text{ MPa}$$

$$\bar{\sigma}_{bc} = 0,6 f_{c28} = 15 \text{ MPa}$$

$$\sigma_b = 7,78 < \bar{\sigma}_{bc} = 15 \text{ MPa} ; \text{ Condition vérifiée}$$

- Sur appuis :

$$A_{adm} = 4,52 \text{ cm}^2 / \text{ml}$$

a) Détermination de la position de l'axe neutre :

$$\frac{b}{2}y^2 - 15A_s(d - y) = 50y^2 + 67,8y - 915,3 = 0 \rightarrow y = 3,654 \text{ cm}$$

L'axe neutre se trouve à la fibre la plus comprimée.

b) Détermination du moment d'inertie :

$$I = \frac{b}{3}Y^3 + \eta A_s(d - y)^2 = \frac{100 \times 3,654^3}{3} + (15 \times 4,52)(13,5 - 3,654)^2$$

$$\Rightarrow I = 8199,02 \text{ cm}^4$$

c) Détermination de contrainte dans le béton comprimé σ_{bc} :

$$\sigma_b = \frac{M_{ser}}{I} \times y = \frac{10,55 \times 10^3}{8199,02} \times 3,654 = 4,70 \text{ MPa}$$

$$\overline{\sigma}_{bc} = 0,6f_{c28} = 15 \text{ MPa}$$

$$\sigma_b = 4,70 < \overline{\sigma}_{bc} = 15 \text{ MPa} ; \text{Condition vérifiée}$$

2. Vérification de la flèche :

Le calcul de la flèche n'est pas nécessaire si les conditions suivantes sont vérifiées :

$$- \frac{h_t}{L} > \frac{1}{16} \dots\dots\dots (1)$$

$$- \frac{A_s}{d*b} \leq \frac{4,2}{f_e} \dots\dots\dots (2)$$

$$- \frac{h_t}{L} > \frac{1}{18} \frac{M_{ser}}{M_u} \dots\dots\dots (3)$$

(1) Pour distance entre appui L=4,8m (type2)

$$\rightarrow \frac{3,06}{4,8} = 0,64 > 0,0625 \dots\dots\dots \text{pour EC} \dots\dots\dots \text{C.V}$$

$$\rightarrow \frac{4,08}{4,8} = 0,85 > 0,0625 \dots\dots\dots \text{pour RDC} \dots\dots\dots \text{C.V}$$

(2) **En travée** : $A_s = 9,05 \text{ cm}^2$

$$\rightarrow \frac{9,05}{100*13,5} \leq \frac{4,2}{400} = 0,0067 < 0,0105 \dots\dots\dots \text{C.V}$$

Sur appui : $A_s = 4,52 \text{ cm}^2$

$$\rightarrow \frac{4,52}{100*13,5} \leq \frac{4,2}{400} = 0,00334 < 0,0105 \dots\dots\dots \text{C.V}$$

(3) **En travée** : $M_{ser} = 22,41$; $M_u = 31,18$

$$\text{pour EC} \rightarrow \frac{3,06}{4,8} > \frac{1}{18} \frac{22,41}{31,18} = 0,64 > 0,040 \dots\dots\dots \text{C.V}$$

$$\text{pour RDC} \rightarrow \frac{4,08}{4,8} > \frac{1}{18} \frac{22,41}{31,18} = 0,85 > 0,040 \dots\dots\dots \text{C.V}$$

Sur appui : $M_{ser} = 10,55$; $M_u = 14,67$

pour EC $\rightarrow \frac{3,06}{4,8} > \frac{1}{18} \frac{10,55}{14,67} = 0,64 > 0,040 \dots\dots\dots C.V$

pour RDC $\rightarrow \frac{4,08}{4,8} > \frac{1}{18} \frac{10,55}{14,67} = 0,85 > 0,040 \dots\dots\dots C.V$

Donc il n'est pas nécessaire de calculer la flèche.

types	Armatures longitudinales A_s				Armatures de répartition A_r			
	A_{st} calculé		A_s choisie		A_r calculé		A_r choisie	
	travée	appui	travée	appui	travée	appui	travée	Appui
01	3,34	1,55	4T12	4T8	1,13	0,5	4T8	4T6
02	7,09	3,22	8T12	4T12	2,26	1,13	4T10	4T8
03	2,62	1,22	4T10	4T8	0,78	0,5	4T8	4T6
04	1,18	0,55	4T10	4T8	0,78	0,5	4T8	4T6
05	1,59	0,73	4T10	4T8	0,78	0,5	4T8	4T6

Tableau III .6 : ferrailage des escaliers

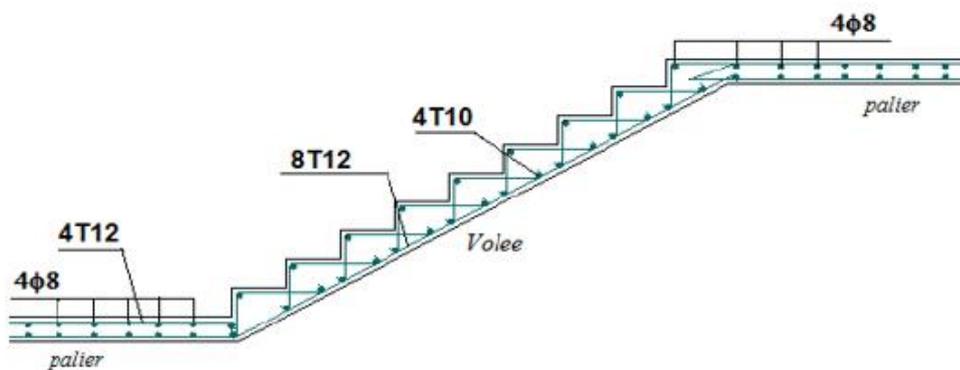


Figure III 3-4 : Schéma de ferrailage d'escalier

III 4-Etude du volet a marches en console :

Ce type la comme le précédant au point de vue nombre des marches et contre marche et leur dimensions.

Dans ce cas on a les marches sont les éléments porteurs, ils sont encastées dans une poutre brisé ayant un forme du volée, donc par conséquence la paillasse doit être mince (4cm) légèrement armé

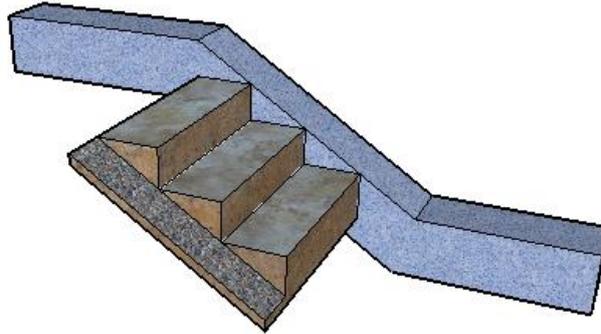


Figure III -4-1 : Des marches consol

III 4-1-Evaluations des charges:

N=0	Désignation	Ep (m)	densité KN/m ³	poids KN/m ²
1	Revêtement en carrelage horizontal	0,02	20,00	0,40
2	Mortier de ciment horizontal	0,02	20,00	0,40
3	Lit de sable	0,02	18,00	0,36
4	Revêtement en carrelage vertical 0,02 x20x h/g	0,02	20,00	0,23
5	Mortier de ciment vertical 0,02x20x h/g	0,02	20,00	0,23
6	Poids propre de la paillasse 0,04×22/cosα	0,04	22,00	1,01
7	Poids propre des marches $\frac{h}{2} \times 25$	/	25,00	2,12
8	Enduit en plâtre 2x0,1/0,87	0,02	10,00	0,23
			G	4,98 KN/m²
			Q	2,5 KN/m²

a. Les charges et les surcharges :

- ↪ Charge permanente :G=4,98 KN/m²
- ↪ SurchargeQ=2,50KN/m²

b. La charge totale par marche :

$$Q_{u1} = (1,35G + 1,5Q) \cdot 0,3$$

$$= (1,35(4,98) + 1,5(2,50)) \cdot 0,3 \Rightarrow q_u = 3,14 \text{ KN/ml}$$

$$Q_{ser1} = (G + Q) \cdot 0,3$$

$$= (4,98 + 2,50) \cdot 0,3 \Rightarrow q_{ser} = 2,24 \text{ KN/ml}$$

III 4-2-Schéma statique

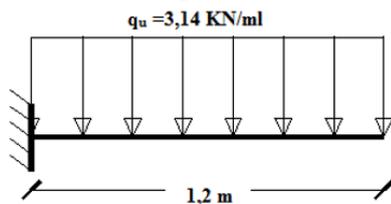


Figure III 4-2 : Les Schéma statique d'une volée + paliers

III 4-3-Calcul des moments fléchissant et effort tranchant :

Le calcul du moment fléchissant et l'effort tranchant se fait par la modélisation en « RDMoss6 »

Résultat de RDMoss6:

E.L.U

$$T_{max} = 3,77 \text{ kn}$$

$$M_u = 2,26 \text{ kn.m}$$

E.L.S

$$T_{max} = 2,69 \text{ kn}$$

$$M_{ser} = 1,61 \text{ kn.m}$$

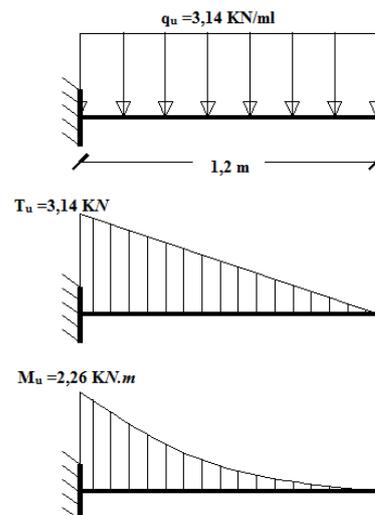


Figure III 4-3 : Diagrammes des moments fléchissant et efforts tranchants de marches

III -4-2-Ferraillage:

$$M_u = 2,26 \text{ KN.m}$$

L'élément a ferraille c'est la marche donc La section devienne : $(g \times h_{eq}) \text{ cm}^2$

$$D'où : h_{eq} = 17/2 + (4/\cos\alpha) = 13,09 \text{ cm} \Rightarrow d = 0,9h = 11,79 \text{ cm}$$

$$\mu = \frac{Mt}{f_{bc} \cdot d^2 \cdot b} = \frac{2,26 \times 10^3}{30 \times (11,79)^2 \times 14,17} = 0,038$$

$$\Rightarrow \beta = 0,981$$

$$\sigma_s = \frac{f_e}{\gamma_s} = \frac{400}{1,15} = 348 \text{MPa}$$

$$A_s = \frac{Mt}{\beta \cdot d \cdot \sigma_s} = \frac{2,26 \times 10^3}{0,981 \times 11,79 \times 348} = 0,56 \text{ cm}^2$$

Condition de non fragilité :

$$A_{\min} = 0,23 b \cdot d \cdot f_{t28} / f_e = 0,23 \times 30 \times 11,79 \times 2,1 / 400 = \mathbf{0,43 \text{ cm}^2}$$

$A_{\text{cal}} > A_{\min}$ condition vérifiée

Donc on adopte : **2T8** ($A = 1,01 \text{ cm}^2$)

III -4-3-Vérification des contraintes à l'E.L.S:

a. Position de l'axe neutre:

$$\frac{by^2}{2} - 15 \times A_s(d - y) = 0$$

$$15y^2 + 15,15y - 178,62 = 0 \Rightarrow y = 2,983 \text{cm}$$

b. Détermination du moment d'inertie:

$$I = \frac{by^3}{3} + 15A_s(d - y)^2 = \frac{30 \times 2,983^3}{3} + (15 \times 1,01)(11,79 - 2,983)^2 = 1440,52 \text{cm}^4$$

c. Contrainte maximale dans le béton comprimé σ_{bc} :

$$\sigma_{bc} = \frac{M_{\text{ser}}}{I} \times y = \frac{1,61 \times 10^3}{1440,52} \times 2,983 = 3,34 \text{Mpa}$$

$$\bar{\sigma}_{bc} = 0,6 \times f_{c28} = 15 \text{Mpa}$$

$$\sigma_{bc} = 3,34 \text{Mpa} < \bar{\sigma}_{bc} = 15 \text{Mpa} \dots\dots\dots \text{condition vérifiée}$$

d. Justification vis à vis de l'effort tranchant :

$$T = 3,77 \text{ KN}$$

$$\tau = \frac{T}{b.d} = \frac{3,77 \times 10}{(30 \times 11,79)} = 0,11 \text{ Mpa}$$

$$\bar{\tau}_u = \min(0,13f_{c28}, 5 \text{ Mpa}) = (0,13 \times 25 ; 5 \text{ Mpa}) = 3,25 \text{ Mpa}$$

$$\tau = 0,11 \text{ Mpa} \leq \bar{\tau}_u = 3,25 \text{ Mpa} \dots \dots \dots \text{condition vérifier}$$

Donc pas de risque de cisaillement au niveau d'appuis.

e. Vérification de la flèche :

Pour le cas d'un console, la flèche **F** est égale à:

$$F = \frac{QL^4}{8EI} \dots \dots \dots \text{flèche due à la charge répartie.}$$

f. Détermination du centre de gravité :

$$Y_G = \frac{\sum A_i \times Y_i}{\sum A_i} = \frac{b \times h \times h/2 + \eta \times A_s \times d}{b \times h + \eta \times A_s} = \frac{30 \times 13,09 \times 11,79/2 + 15 \times 1,01 \times 11,79}{30 \times 13,09 + 15 \times 1,01}$$

$$Y_G = 6,1 \text{ lcm}$$

$$Y_1 = Y_G = 6,1 \text{ lcm}$$

$$Y_2 = h - Y_G = 13,09 - 6,11 = 6,98 \text{ cm}$$

g. Calcul du moment d'inertie :

$$I = \frac{bY_1^3}{3} + \frac{bY_2^3}{3} + n.A(d - Y_1)^2 = \frac{30 \times 6,11^3}{3} + \frac{30 \times 6,98^3}{3} + 15 \times 1,01(11,09 - 6,11)^2$$

$$I = 6170,45 \text{ cm}^4$$

$$F = \frac{Q.L^4}{8.EI} = \frac{2,24.(1,20)^4 . 10^7}{8 \times 32164,2 \times 6170,45}$$

$$F = 0,029 \text{ cm}$$

$$F_{ad} = L/250 = 120/250 = 0,48 \text{ cm}$$

$$F_{cal} = 0,029 \text{ cm} < F_{adm} = 0,48 \text{ cm} \dots \dots \dots \text{condition vérifiée.}$$

Donc, pas de risque de la flèche

h. Vérification de la section d'armatures minimale:

$$\frac{A_t \cdot f_e}{b_0 \cdot S_t} \geq \max \left\{ \frac{\tau_u}{2}, 0,4 \text{MPa} \right\} = \max \{0,055; 0,4\} = 0,4 \text{MPa}$$

$$\frac{A_t}{S_t} \geq \frac{0,4 \times 30}{235} = 0,051 \text{cm} \dots \dots \dots (1)$$

i. Section des armatures transversales:

$$\frac{A_t \times f_e}{b \cdot S_t \cdot \gamma_s} \geq \frac{\tau_u - 0,3K \cdot f_{ij}^*}{0,9(\sin \alpha + \cos \alpha)}$$

$$\frac{A_t}{S_t} \geq \frac{(0,11 - 0,3 \times 1 \times 2,1) \cdot 30 \times 1,15}{0,9 \times 1 \times 235} = -0,085 \text{cm} \dots \dots \dots (\text{rejetée})(2)$$

Donc on prend le max de (1) ;(2)

$$A_t \geq 0,085 \cdot S_t$$

Si on prend : $S_t = 10 \text{cm}$

$$\Rightarrow A_t \geq 0,85 \text{cm}^2$$

Donc soit les armatures transversales en **2Φ8** ($A = 1,01 \text{cm}^2$)

III -5-Etude de la poutre brisée :

III -5-1- Dimensionnement:

D'après la condition de rigidité (BAEL91),

On a :

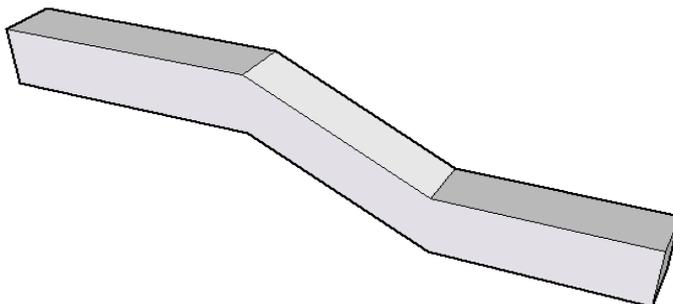


Figure III 5-1 : Schéma de poutre brisée

$$\left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{L}{15} \leq h \leq \frac{L}{10} \right) \Rightarrow \left(\frac{480}{15} \leq h \leq \frac{480}{10} \right) \\ \Rightarrow 32 \leq h \leq 48 \text{cm}. \\ \text{On prend } h = 45 \text{cm et } b = 30 \text{cm} \end{array} \right.$$

Vérification des dimensions selon R.P.A.99 (version 2003) :

$$\left\{ \begin{array}{l} b \geq 20\text{cm} \\ h \geq 30\text{cm} \\ \frac{h}{b} \leq 4 \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 45 \geq 20 \dots\dots\dots \text{condition vérifiée.} \\ 30 \geq 30 \dots\dots\dots \text{condition vérifiée.} \\ \frac{45}{30} = 1,50 < 4 \dots\dots \text{condition vérifiée.} \end{array} \right.$$

III -5-2- Evaluations des charges:

a. Partie droit :

- Poids propre de la poutre : $G = 25 \times 0,45 \times 0,30 = 3,375 \text{ KN/mL}$
- Poids du mur situé sur la poutre : $2,88 \times 0,3 = 0,864 \text{ KN/mL}$
- Charges d'exploitation : $Q = 2.5 \times 0,3 = 0,75 \text{ KN/ml}$
- Réaction du chaque volée : $\left\{ \begin{array}{l} Ru = 28,90 \text{ KN/mL} \\ Rser = 20,74 \text{ KN/mL} \end{array} \right.$

La charge totale :

$$\left\{ \begin{array}{l} Qu = 1,35G + 1,5Q + Ru \Rightarrow 1,35(3,375 + 0,864) + 1,5(0,75) + 28,90 \\ Qser = G + Q + Rs \Rightarrow 3,375 + 0,75 + 20,74 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} Qu = 35,75 \text{ KN/mL} \\ Qser = 24,86 \text{ KN/mL} \end{array} \right.$$

b. Partie brisé :

- Poids propre de la poutre : $(25 \times 0,45 \times 0,30) / \cos \alpha = 3,88 \text{ KN/mL}$
- Poids du mur situé sur la poutre : $(2,88 \times 0,3) / \cos \alpha = 1,00 \text{ KN/mL}$
- Charges d'exploitation : $Q = 2.5 \times 0,3 = 0,75 \text{ KN/ml}$
- Réaction des marches : $\left\{ \begin{array}{l} Ru = 25,14 \text{ KN/mL} \\ Rser = 18,04 \text{ KN/mL} \end{array} \right.$

La charge totale :

$$\left\{ \begin{array}{l} Qu = 1,35G + 1,5Q + Ru \Rightarrow 1,35(3,88 + 1) + 1,5(0,75) + 25,14 \\ Qser = G + Q + Rs \Rightarrow 3,88 + 0,75 + 18,04 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} Qu = 32.85 \text{ KN/mL} \\ Qser = 22.67 \text{ KN/mL} \end{array} \right.$$

III 5-3-Schéma statique

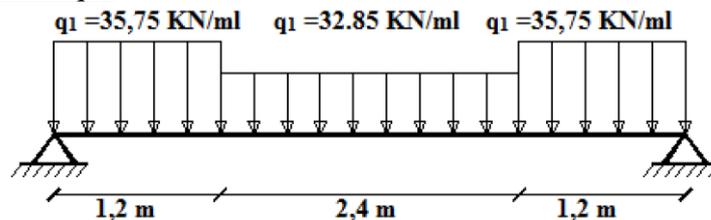


Figure III 5-2 : Les Schéma statique d'une poutre brisée

III 5-4-Calcul des moments fléchissant et effort tranchant :

Le calcul du moment fléchissant et l'effort tranchant se fait par la modélisation

en « **RDMoss6** »

$$E L U \Rightarrow \begin{cases} M_{tra} = 0,85 \times M_{max} \\ M_{app} = 0,4 \times M_{max} \end{cases} \quad E L S \Rightarrow \begin{cases} M_{t ser} = 0,85 \times M_{max} \\ M_{a ser} = 0,4 \times M_{max} \end{cases}$$

ELU				ELS			
T _{max} (KN)	M _{max} (KN.m)	M _{tra} (KN.m)	M _{app} (KN.m)	T _{max} (KN)	M _{max} (KN.m)	M _{tra} (KN.m)	M _{app} (KN.m)
62,61	55,30	47	22,12	57,04	66,87	56,84	26,75

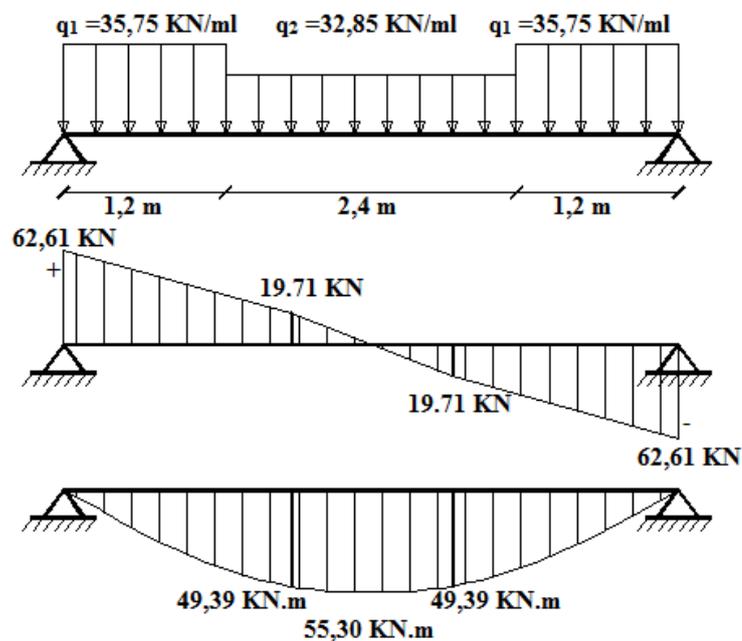


Figure III 5-3:Diagramme des moments fléchissant et effort tranchants de poutre brisée

III -5-5-Ferraillage:

E.L.U :

➤ **En travée:** (volée)

$$M_{tra} = 47 \text{ kN.m}$$

$$d = 0,9h = 0,9 \times 45 = 40,5$$

$$b = 30 \text{ cm}$$

Armature longitudinale :

$$\left\{ \begin{array}{l} \mu = \frac{M_t}{\sigma_{bc} \cdot d^2 \cdot b} = \frac{47 \times 10^3}{14,17 \times (40,5)^2 \times 30} = 0,067 \\ \mu = 0,067 \Rightarrow \beta = 0,9655 \\ \sigma_s = \frac{f_e}{\gamma_s} = \frac{400}{1,15} = 348 \text{ MPa} \\ A_{st} = \frac{M_t}{\beta * d * \sigma_s} = \frac{47 \times 10^3}{40,5 \times 348 \times 0,9655} = 3,45 \text{ cm}^2 \end{array} \right.$$

⇒ on prend :

As choisie **3T14** avec : $A_{adm} = 4,62 \text{ cm}^2 / \text{ml}$

➤ **.en appuis :** (les paliers)

$$M_{app} = 22,12 \text{ kN.m}$$

Armature longitudinale :

$$\left\{ \begin{array}{l} \mu = \frac{M_a}{\sigma_{bc} \cdot d^2 \cdot b} = \frac{22,12 \times 10^3}{14,17 \times (40,5)^2 \times 30} = 0,032 \\ \mu = 0,032 \Rightarrow \beta = 0,984 \\ \sigma_s = \frac{f_e}{\gamma_s} = \frac{400}{1,15} = 348 \text{ MPa} \\ A_{st} = \frac{M_t}{\beta * d * \sigma_s} = \frac{22,12 * 10^3}{40,5 * 348 * 0,984} = 1,59 \text{ cm}^2 \end{array} \right.$$

⇒ on prend :

As choisie **3T10** avec : $A_{adm} = 2,36 \text{ cm}^2 / \text{ml}$

III -5-6- Vérifications :

Condition	Vérification	
Condition de non fragilité	En travée $0,23 \times b \times d \times \frac{f_{t28}}{f_e} = 1,47 \text{ cm}$	$A_{adm} = 4,62 \text{ cm}^2 > A_{min}$ C.V
Justification vis à vis de l'effort tranchant	$\tau = \frac{T}{b.d} = \frac{62,61 \times 10}{30 \times 40,50} = 0,52 \text{ Mpa}$ $\bar{\tau}_u = \min(0,13 f_{c28}, 5 \text{ Mpa}) = 3,25 \text{ Mpa}$	$\tau_u < \bar{\tau}_u$ C.V
Vérification au niveau des appuis	$A \geq \frac{1,15}{F_e} (T + \frac{Ma}{0,9d})$ $= \frac{1,15}{400} (62,61 + \frac{2212}{40,50}) = 0,34$	$A_{adm} = 4,62 \text{ cm}^2 > 0,34 \text{ cm}^2$ C.V

a. Les vérifications des contraintes à l'E.L.S :

$$M_{t\ ser} = 56,84 \text{ kN.m} \quad ; \quad M_{a\ ser} = 26,75 \text{ kN.m}$$

$$d=0,9h=0,9 \times 45=40,5$$

$$b = 30 \text{ cm}$$

➤ **En travée :**

$$A_{adm} = 4,62 \text{ cm}^2 / \text{ml}$$

a) Détermination de la position de l'axe neutre :

$$\frac{b}{2}y^2 - 15A_s(d - y) = 15y^2 + 69,3y - 2806,65 = 0 \rightarrow y = 11,56 \text{ cm}$$

L'axe neutre se trouve à la fibre la plus comprimée.

b) Détermination du moment d'inertie :

$$I = \frac{b}{3}y^3 + \eta A_s(d - y)^2 = \frac{30 \times 11,56^3}{3} + (15 \times 4,62)(40,5 - 11,56)^2$$

$$\Rightarrow I = 73488,43 \text{ cm}^4$$

c) Détermination de contrainte dans le béton comprimé σ_{bc} :

$$\sigma_b = \frac{M_{ser}}{I} \times y = \frac{56,84 \times 10^3}{73488,43} \times 11,56 = 8,94 \text{ MPa}$$

$$\overline{\sigma}_{bc} = 0,6f_{c28} = 15 \text{ MPa}$$

$$\sigma_b = 8,94 < \overline{\sigma}_{bc} = 15 \text{ MPa} ; \text{ Condition vérifiée...}$$

➤ **Sur appuis :**

$$A_{adm} = 2,36 \text{ cm}^2 / \text{ml}$$

a) Détermination de la position de l'axe neutre :

$$\frac{b}{2}y^2 - 15A_s(d - y) = 15y^2 + 35,4y - 1433,7 = 0 \rightarrow y = 8,67 \text{ cm}$$

L'axe neutre se trouve à la fibre la plus comprimée.

b) Détermination du moment d'inertie :

$$I = \frac{b}{3}Y^3 + \eta A_s(d - y)^2 = \frac{30 \times 8,67^3}{3} + (15 \times 2,36)(40,5 - 8,67)^2$$

$$\Rightarrow I = 42382,61 \text{ cm}^4$$

c) Détermination de contrainte dans le béton comprimé σ_{bc} :

$$\sigma_b = \frac{M_{ser}}{I} \times y = \frac{26,75 \times 10^3}{42382,61} \times 8,67 = 5,47 \text{ MPa}$$

$$\overline{\sigma}_{bc} = 0,6f_{c28} = 15 \text{ MPa}$$

$$\sigma_b = 5,47 < \overline{\sigma}_{bc} = 15 \text{ MPa} ; \text{ Condition vérifiée}$$

b. Ferrailage des armatures transversales :a) Détermination du diamètre des armatures transversal :

$$\Phi_t \leq \min \left\{ \frac{h}{35} ; \frac{b}{10} ; \Phi_l \right\} = \min \{ 12,86 \text{ mm} ; 30 \text{ mm} ; 10 \text{ mm} \} \Rightarrow \Phi_t = 8 \text{ mm}$$

b) L'espaceur :

$$S_t \leq \min \{ 0,9d ; 40 \text{ cm} \} = \min \{ 36,45 \text{ cm} ; 40 \text{ cm} \}$$

D'après le R.P.A 99/2003 :

$$\text{Zone nodale : } S_t \leq \min \{ 15 \text{ cm} ; 10\Phi_l \} = \min \{ 15 \text{ cm} ; 14 \text{ cm} \} \Rightarrow S_t = 10 \text{ cm}$$

$$\text{Zone courante : } S_t \leq 15\Phi_l \Rightarrow S_t \leq 15 \times 1,4 \text{ cm} ; \text{ On prend } S_t = 15 \text{ cm}$$

c) Vérification de la section d'armatures minimale :

$$\frac{A_t \times f_e}{b_0 \times S_t} \geq \max \left\{ \frac{\tau_u}{2} ; 0,4 \text{ MPa} \right\} = \max \{ 0,26 ; 0,4 \} = 0,4 \text{ MPa}$$

$$\frac{4,62 \times 235}{30 \times 10} = 3,62 \text{ MPa} > 0,4 \text{ MPa} \dots \text{verifiée}$$

d) L'ancrage des armatures tendues :

$$\tau_s = 0,6\psi^2 f_{tj} = 0,6 \times 1,5^2 \times 2,1 = 2,835 \text{ MPa}$$

La longueur de scellement droit l_s :

$$l_s = \frac{\Phi_l f_e}{4\tau_e} = \frac{1,4 \times 400}{4 \times 2,835} = 49,38 \text{ cm}$$

On adopte une courbure égale à : $r = 5,5\Phi_l = 7,7 \text{ cm}$

$$L_2 = d - \left(c + \frac{\Phi}{2} + r \right) = 40,5 - (3 + 0,7 + 7,7) = 24,33 \text{ cm}$$

$$L_1 = \frac{L_s - 2,19r - L_2}{1,87} = \frac{49,38 - 16,86 - 24,33}{1,87} = 4,38 \text{ cm}$$

e) Calcul de la flèche :

$$\frac{h_t}{L} \geq \frac{1}{16} \Rightarrow \frac{45}{480} > \frac{1}{16} \Rightarrow 0,094 > 0,06 ; \text{ Condition vérifiée ;}$$

$$\frac{h_t}{L} \geq \frac{M_{t \text{ ser}}}{10 \times M_{0 \text{ ser}}} \Rightarrow \frac{45}{480} > \frac{56,84}{10 \times 66,87} \Rightarrow 0,094 > 0,085 ; \text{ Condition vérifiée ;}$$

$$\frac{A_s}{b \times d} \leq 4,2f_e \Rightarrow \frac{4,62}{30 \times 40,5} \leq \frac{4,2}{400} \Rightarrow 0,0038 < 0,0105 ; \text{ Condition vérifiée.}$$

Donc il est inutile de calculer la flèche.

III -5-7- Justification de la résistance de la poutre brisée à la torsion :

a. Moment de torsion

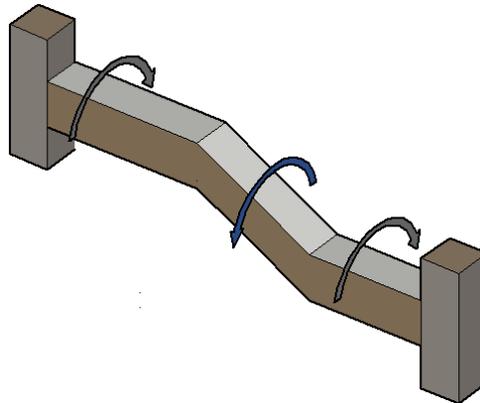


Figure III 5-4 : Schéma de Moment de torsion

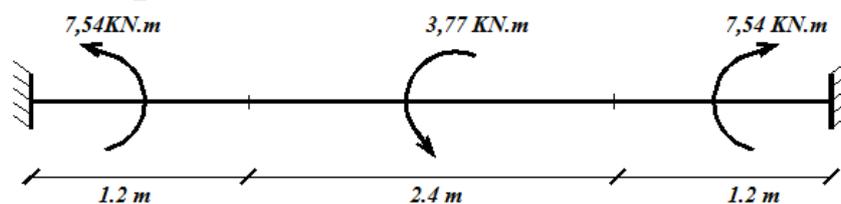
Puisque la poutre présente une symétrie de chargement

$$\text{Donc : } M_A = M_B = \frac{\text{effet des marches}}{2}$$

D'où l'effet de la marche soit (M_T)

$$M_T = M_{/marche} \times \frac{1 \text{ mètre}}{\text{Largeur du marche}} = 2,26 \times \frac{100}{30} = 7,54 \text{ KN.m}$$

$$\Rightarrow M_A = M_B = \frac{7,53}{2} = 3,77 \text{ KN.m}$$



b. Vérification de la contrainte de cisaillement

On a pour une section pleine : $(\tau_{tranchant}) + (\tau_{torsion}) + (\tau_{limite})$

c. Contrainte de cisaillement due à la torsion :

$$\tau_{\text{torsion}} = \frac{M_T}{2 \times \Omega \times e}$$

D'où (Ω) c'est l'aire du contour tracé à mi-épaisseur des parois de la section de poutre

$$\Omega = (a - e) \times (b - e)$$

$$e = \frac{a}{6} = \frac{30}{6} = 5 \text{ cm}$$

$$\Omega = (45 - 5) \times (30 - 5) = 1000 \text{ cm}^2$$

$$\tau_{\text{torsion}} = \frac{M_T}{2 \times \Omega \times e} = \frac{7,54 \cdot 10^6}{2 \times 1000 \times 5 \times 10^3} = 0,754 \text{ Mpa}$$

$$\tau_{ul} \leq \min\left(\frac{0,15 \cdot f_{c28}}{\gamma_b}; 4 \text{ Mpa}\right) = 2,5 \text{ Mpa}$$

d. Contrainte de cisaillement due à l'effort tranchant :

$$\tau_{\text{tranchant}} = \frac{T}{b \cdot d} = \frac{62,61 \times 10^3}{(30 \times 40,5) 10^2} = 0,46 \text{ Mpa}$$

$$(\tau_{\text{tranchant}})^2 + (\tau_{\text{torsion}})^2 = (0,46)^2 + (0,754)^2 = 0,78 < (\tau_{ul})^2 = 6,25 \dots \dots \dots \text{Condition vérifiée}$$

Armatures longitudinales

$$\frac{A_l \cdot f_e}{U \cdot \gamma_s} = \frac{M_T}{2 \times \Omega} \Rightarrow A_l = \frac{M_T \cdot U \cdot \gamma_s}{2 \times \Omega \times f_e}$$

$$\text{avec: } U = [(45 - 5) + (30 - 5)] 2 = 130 \text{ cm}$$

$$A_l = \frac{7,54 \times 130 \times 1,15 \times 10^7}{2 \times 1000 \times 400 \times 10^2} = 140,90 \text{ mm}^2 = 1,409 \text{ cm}^2$$

Donc soit : **2T12** ($A = 2,26 \text{ cm}^2$)

e. Armatures transversales

$$\frac{A_t \cdot f_e}{S_t \cdot \gamma_s} = \frac{M_T}{2 \times \Omega} \Rightarrow \frac{A_t}{S_t} = \frac{M_T \times \gamma_s}{2 \times \Omega \times f_e} = \frac{7,54 \times 1,15 \times 10^3}{2 \times 1000 \times 400} = 0,0108 \text{ cm}$$

$$\frac{A_t}{S_t} = 0,0108 \text{ cm} ; \text{ on a } S_t = 15 \text{ cm} \Rightarrow A_t = 0,0108 \times 15 = 0,16 \text{ cm}^2$$

soit **2Φ6** = $0,56 \text{ cm}^2$

III -5-7- Justification et disposition des Armatures longitudinales

Les armatures longitudinales calculées à la torsion doivent être ajoutée à celles calculées en flexion ainsi doit être disposées le plus près possible des parois, compte tenu des règles sur l'enrobage par symétrie

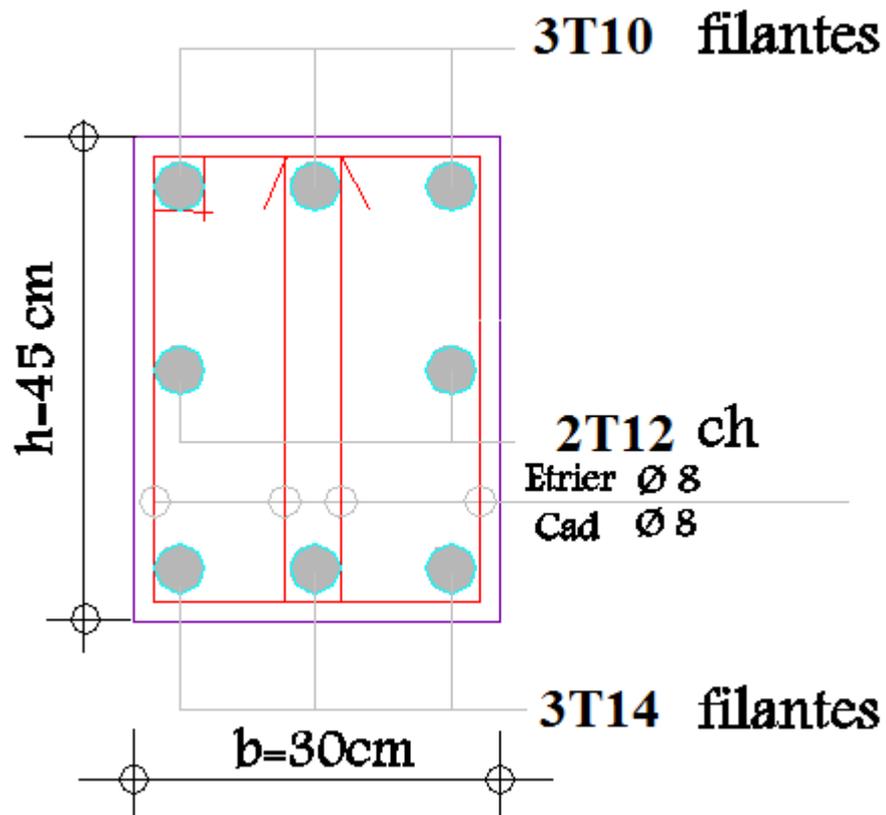


Figure III 5-5 : Ferrailage de la poutre brisée