

IV.0 Introduction :

Les planchers sont des surfaces planes limitant les étages et supportant les revêtements du sol, ils assurent principalement 2 fonctions :

La résistance : ils doivent supporter leurs poids propre et les surcharges d'exploitations appliquées sur eux ;

L'isolation : ils isolent thermiquement et acoustiquement les différents étages.

La structure étudiée a un sel type de planchers :

Planchers à corps creux : qui est constitué par des poutrelles en béton armé sur les quelles reposent les hourdis en béton ; les poutrelles sont des poutres de section en T et disposées suivant la petite portée et elles travaillent dans une seule direction.

D'après le pré dimensionnement déjà fait on a un plancher à corps creux de 24 cm de hauteur dont :

Hauteur du corps creux = 20 cm

Epaisseur de la dalle de compression = 4 cm

IV.1 Calcul du plancher à corps creux :

IV.1.1 Pré dimensionnement des poutrelles :

Les poutrelles sont disposés perpendiculairement au sens porteur et espacés de 65 cm et sur les quelles viennent s'appuyer l'hourdis sachant que :

- Hauteur du plancher : $h_t = 20 \text{ cm}$
- Epaisseur de la nervure : $h_0 = 4 \text{ cm}$
- Largeur de la nervure : $b_0 = 12 \text{ cm}$

Le calcul des poutrelles se fait en 2 phases (avant et après le coulage de la dalle de compression).

a) Calcul de la largeur (b) de la poutrelle :

Le calcul de la largeur (b) se fait à partir de la condition suivante : $b = 2b_1 + b_0$ (1)

On a : $L = 4,87 \text{ m}$; $l_1 = 1 \text{ m}$

$$b_1 = \frac{(b - b_0)}{2} = \min \left(b_1 \leq \frac{(l_1 - b_0)}{2} ; b_1 \leq \frac{L}{10} ; 6h_0 \leq b_1 \leq 8h_0 \right) = \min(b_1 \leq 44 \text{ cm} ; b_1 \leq 48? \text{ cm} ; 24 \text{ cm} \leq b_1 \leq 32 \text{ cm})$$

On prend : $b_1 = 26,5 \text{ cm}$ et d'après (1) on a : $b = 65 \text{ cm}$

b) 1^{ier} phase (avant le coulage de la dalle de compression) :

Dans cette phase les poutrelles sont supposées simplement appuyées, elles travaillent iso statiquement et elles sont soumises à leurs poids propre, aux poids des hourdis et une surcharge due à l'ouvrier ($Q = 1 \text{ kN/m}^2$). Ces charges engendrent un moment fléchissant ($M_0 = \frac{ql^2}{8}$), les poutrelles sont incapables de prendre cette sollicitation, d'où la nécessité

D'un étaielement à mi travée pour diminuer le moment fléchissant.

b.1) Evaluation des charges et calcul des combinaisons :

- Charges permanentes :

Poids propre de la poutrelle : $0,12 \times 0,04 \times 25 = 0,12 \text{ kN/m}$

Poids propre du corps creux : $0,65 \times 0,95 = 0,62 \text{ kN/m}$

Donc : $G = 0,74 \text{ kN/m}$

- Surcharges d'exploitations :

Une surcharge due à l'ouvrier : $Q = 1 \text{ kN/m}$

- Les combinaisons et les efforts :

Le calcul se fait à l'E.L.U et la vérification à l'E.L.S :

E.L.U :

$$q_u = 1,35G + 1,5Q = 2,50 \text{ kN/m}$$

$$M_u = \frac{q_u l^2}{8} = \frac{2,50 \times 4,87^2}{8} = 7,41 \text{ kN.m}$$

$$T_u = \frac{q_u l}{2} = \frac{2,50 \times 4,87}{2} = 6,08 \text{ kN.m}$$

E.L.S :

$$q_s = G + Q = 1,74 \text{ kN/m}$$

$$M_s = \frac{q_s l^2}{8} = \frac{1,74 \times 4,87^2}{8} = 5,15 \text{ kN.m}$$

$$T_u = \frac{q_u l}{2} = \frac{1,74 \times 4,87}{2} = 4,23 \text{ kN.m}$$

b.2) Ferrailage de la poutrelle :

On a : $b = 12 \text{ cm}$; $d = 3,6 \text{ cm}$; $h = 4 \text{ cm}$; $f_{bu} = 14,17 \text{ MPa}$

$$\mu = \frac{M_u}{b \times d^2 \times f_{bu}} = \frac{7,41 \times 10^3}{12 \times 3,6^2 \times 14,17} = 3,36 > \mu_r = 0,306 \Rightarrow A'_s \neq 0$$

$\mu > \mu_r \rightarrow$ Ça veut dire que les armatures comprimées sont nécessaires, mais elles sont difficiles à mettre en place de par la faible épaisseur de la poutrelle, la solution est de mettre des étaies la poutrelle pour l'aider à supporter les charges d'avant coulage de la dalle de compression.

c) 2^{ème} phase (après le coulage de la dalle de compression) :

Après durcissement du béton, la poutrelle forme un corps creux monolithe et continu avec la dalle de compression, elle sera donc sur des appuis continus et elle forme un système hyperstatique.

Tableaux .IV.1 : Combinaison des charges.

	G (kN/ml)	Q (kN/ml)	P_u (kN/ml)	P_s (kN/ml)
Plancher étage courant	5,68	1,50	9,92	7,18

La poutrelle sera calculée sous une charge uniformément répartie de 9,92 kN/ml.

IV.1.2 Méthode de calcul des poutrelles :

Il existe plusieurs méthodes pour le calcul des poutrelles, le B.A.E.L 91/99 propose une méthode simplifiée dite « méthode forfaitaire » pour le calcul des moments fléchissant et efforts tranchants concernant les planchers des étages courant, pour le plancher terrasse on utilisera la méthode des trois moments car il ne vérifié pas l'une des 4 conditions et pour le plancher haut du premier étage, la méthode de Caquot est utilisée.

IV.1.2.1 Méthode forfaitaire :

Cette méthode s'applique quand les conditions suivantes sont vérifiées :

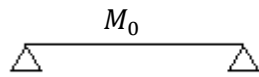
- La surcharge d'exploitation est dite modérée c'est-à-dire $Q \leq \max(2G ; 5kN/m^2)$;
- Les moments d'inertie sont les même dans les différentes travées ;
- Les portés successives des travées sont dans un rapport compris entre :

$$0,85 \leq \frac{L_n}{L_{n+1}} \leq 1,25$$

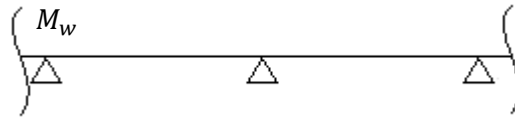
- Fissuration considérée comme non préjudiciable.

a) Principe de calcul des moments:

Il exprime les maximaux des moments en travée et sur appuis en fonction des moments fléchissant isostatiques M_0 de la travée indépendante.



Travée isostatique



Travée hyperstatique

Avec :

M_0 : Moment max de la travée indépendante ;

M_t : Moment max de la travée étudiée ;

M_w : Moment sur l'appui gauche de la travée ;

M_e : Moment sur l'appui droit de la travée.

α : Le rapport des charges d'exploitation Q à la somme des charges permanentes G et les surcharge d'exploitation Q : $\alpha = \frac{G}{G+Q}$

Les valeurs M_t , M_w et M_e doivent vérifier les conditions suivantes :

- Travée de rive :

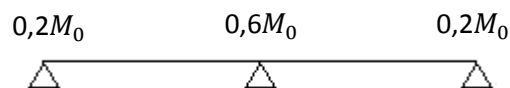
$$M_t \geq \max \left\{ \begin{array}{l} \max[(1 + 0,3\alpha)M_0; 1,05M_0] - \frac{M_w + M_e}{2} \\ \left(\frac{1,2 + 0,3\alpha}{2}\right)M_0 \end{array} \right.$$

- Travée intermédiaire :

$$M_t \geq \max \left\{ \begin{array}{l} \max[(1 + 0,3\alpha)M_0; 1,05M_0] - \frac{M_w + M_e}{2} \\ \left(\frac{1 + 0,3\alpha}{2}\right)M_0 \end{array} \right.$$

Les moments sur appuis doivent avoir les valeurs suivantes :

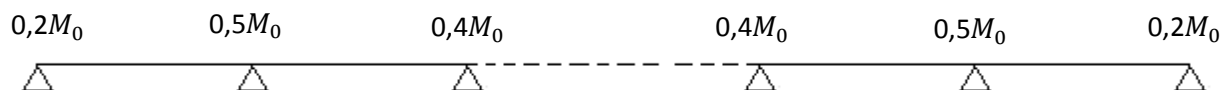
1. Cas de 2 travées :



2. Cas de 3 travées :

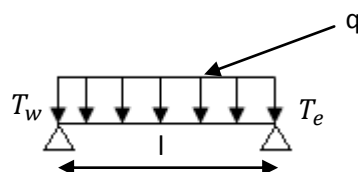


3. Cas de plus de 3 travées :



b) Principe de calcul de l'effort tranchant :

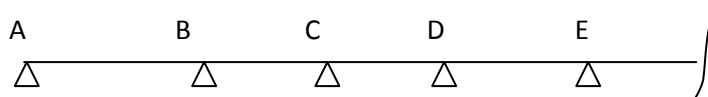
$$\begin{cases} T_w = \frac{M_w - M_e}{l} + \frac{ql}{2} \\ T_e = \frac{M_w - M_e}{l} - \frac{ql}{2} \end{cases}$$



c) La méthode forfaitaire modifiée :

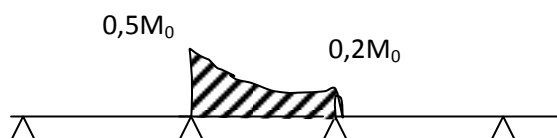
Cette méthode est applicable, si le rapport des portées de deux travées successives n'est pas compris entre 0,8 et 1,25. Selon les travées, on distingue deux cas :

c.1) Cas où la travée comprise entre deux grandes travées :



Il suffit de porter sur l'appui (B) la petite des valeurs admissibles pour le moment sur appuis, soit dans le cas de la figure ci-dessus, $0,5M_0$ (M_0 correspond à la travée (AB) puis de portée sur l'appui (C) à la petite des valeurs admissibles, c'est-à-dire dans le cas traité $0,4M_0$ (M_0 correspond au moment isostatique maximal de travée (CD)).

Ayant obtenu la ligne de fermeture des moments sur appuis entre B et C, on devra porter à partir de cette ligne le moment isostatique maximal de la travée (BC)



Les appuis B et C devront avoir une section correspondante au moment résultant (partie hachurée de la figure ci-dessus) qui peut être déterminée par la formule suivante :

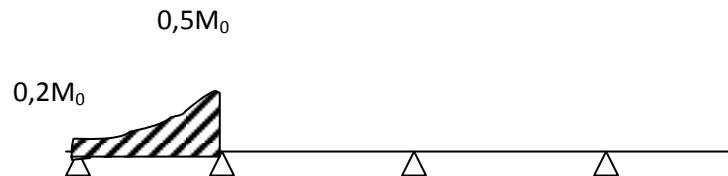
$$M_x = \frac{Q_x(L_{bc} - x)}{2} + M_b \left(1 - \frac{x}{L_{bc}}\right) - M_c \left(\frac{x}{L_{bc}}\right); x = \frac{L_{bc}}{2} + \frac{M_b - M_c}{Q \times L_{bc}}$$

Les moments en travées des poutrelles (AB) et (BC) sont calculés par la méthode forfaitaire.

La travée (BC) sera armée à la partie inférieure par un moment correspondant à $0,5M_0$

M_0 : Le moment isostatique maximal de la travée (BC).

c.2) cas d'une travée de rive :

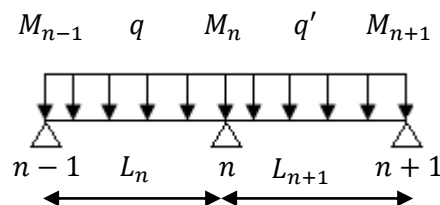


Il suffit de porter sur l'appui (A) la valeur du moment admissible tenu de l'encastrement possible, en (B) ou devra porter la valeur du moment admissible, c'est-à-dire $0,6M_0$ (BC) s'il y a que deux travées ou $0,5 M_0$ (BC) s'il existe plus de deux travées, il est alors possible de tracer la ligne de fermeture AB puis de porter à partir de cette ligne le moment isostatique maximal de (AB) les prévus en A devront avoir une section correspondante en moment résultant (partie hachurée de la figure ci-dessus).

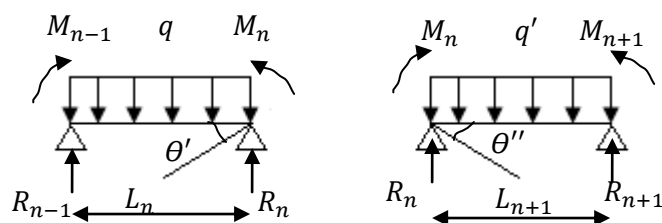
Comme précédemment les armatures inférieures de la travée (AB) devront correspondre au moment $0,5M_0$ (BC) si la poutrelle est à plus de deux travées et $0,6 M_0$ (AB) s'il n'y a que deux travées.

IV.1.2.2 Méthode des trois moments :

Cette méthode est appliquée pour les poutres à plusieurs appuis.



En isolant deux travées adjacentes de notre poutre, qui sont chargées d'une manière quelconque ; On a un système statiquement indéterminé, il est nécessaire de compléter les équations statiques disponibles par d'autres méthodes basées sur la déformation du système.

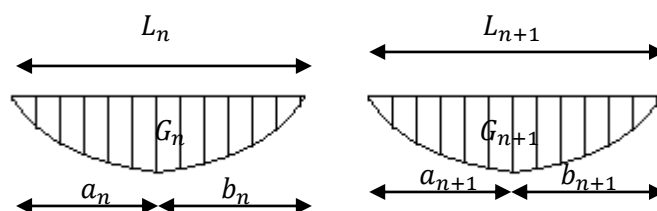


Avec :

M_{n-1} , M_n et M_{n+1} : Les moments de flexion aux appuis (n-1), (n) et (n+1), Ils supposés positifs.

Suivant les conditions aux limites et les conditions de continuité on a : $\theta' = \theta''$.

Les moments de flexion pour chacune des travées L_n et L_{n+1} sous les charges connues q et q' peuvent être tracé selon la méthode classique, M_{n-1} , M_n et M_{n+1} sont provisoirement omis.



G_n et G_{n+1} : Les centres de gravité des aires des diagrammes des moments.

a_n , b_n , a_{n+1} et b_{n+1} : Les longueurs de part et d'autre du centre de gravité.

S_n et S_{n+1} : Les aires des diagrammes des moments pour les travées L_n et L_{n+1} .

$$\theta' = \theta'_{(M_{n-1})} + \theta'_{(M_n)} + \theta'(q)$$

Selon le théorème des aires des moments, on aura :

$$\theta' = \frac{S_n \times a_n}{L_n \times EI} + \frac{M_{n-1} \times L_n}{6EI} + \frac{M_n \times L_n}{3EI} \text{ et } \theta'' = \frac{S_{n+1} \times b_{n+1}}{L_{n+1} \times EI} + \frac{M_n \times L_{n+1}}{3EI} + \frac{M_{n+1} \times L_{n+1}}{6EI}$$

$$\begin{aligned} \theta' = \theta'' &\Leftrightarrow (M_{n-1} \times L_n) + 2M_n(L_n + L_{n+1}) + (M_{n+1} \times L_{n+1}) \\ &= -6 \left[\frac{S_n \times a_n}{L_n} + \frac{S_{n+1} \times b_{n+1}}{L_{n+1}} \right] \end{aligned}$$

Cette équation est appelée « équation de Clapeyron », le théorème des trois moments est applicable à tous types de chargements.

IV.1.3 Calcul des poutrelles des planchers des étages courants :

IV.1.3.1 Vérification des conditions de la méthode forfaitaire :

1. La surcharge d'exploitation :

Plancher étage courant : $G = 5,68 \text{ kN/m}^2$; $Q = 1,50 \text{ kN/m}^2$

$Q = 1,50 \text{ kN/m}^2 < 2G = 11,36 \text{ kN/m}^2$; Condition vérifiée.

2. Poutres à inerties transversales constantes ; Condition vérifiée.

3. $\frac{l_i}{l_{i+1}} \notin [0,8 ; 1,25]$; $\frac{3}{4,9} = 0,61$; Condition non vérifiée.

4. Fissuration peu préjudiciable :

La méthode forfaitaire modifiée est applicable sur les planchers des étages courants.

IV.1.3.2 Les type de poutrelles :

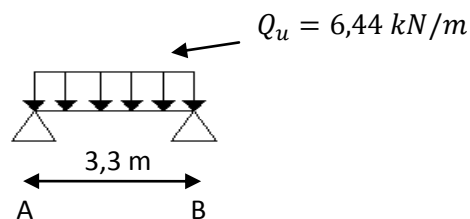
Avant de définir les types de poutrelles, on doit déterminer les combinaisons de charges par mètre linéaire du plancher d'étage courant :

$$\left\{ \begin{array}{l} G = 5,68 \times 0,65 = 3,69 \text{ kN/m} \\ Q = 1,50 \times 0,65 = 0,97 \text{ kN/m} \end{array} \right. \quad \text{Donc :} \quad \left\{ \begin{array}{l} Q_u = 6,44 \text{ kN/m} \\ Q_{ser} = 4,66 \text{ kN/m} \end{array} \right.$$

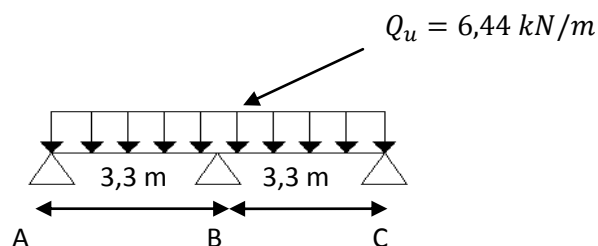
$$\alpha = \frac{Q}{Q + G} = \frac{1,50}{1,50 + 5,68} = 0,2089$$

Notre construction comporte 5 types de poutrelles :

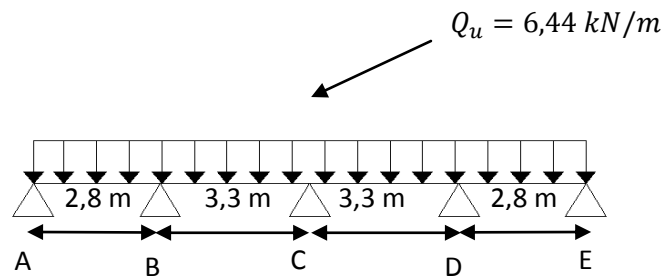
1. Type 1 :



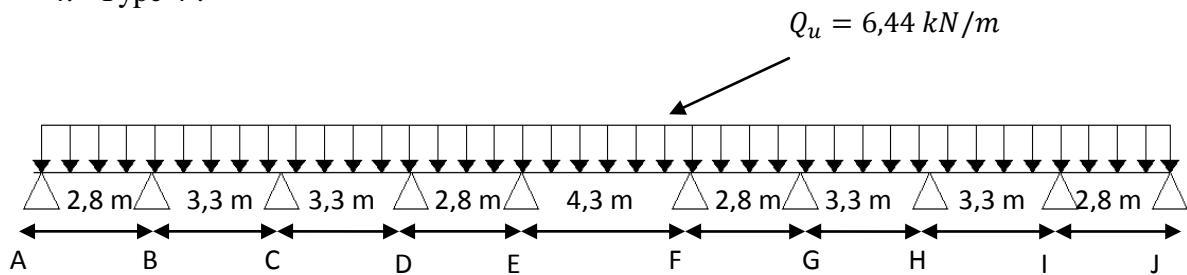
2. Type 2 :



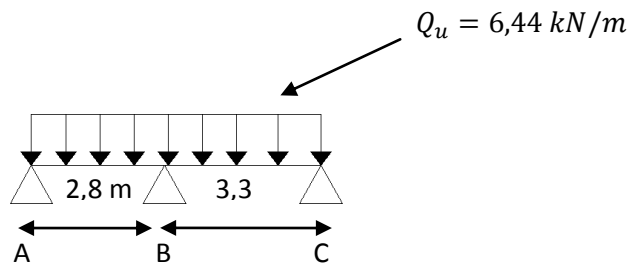
3. Type 3 :



4. Type 4 :



Type 5 :



IV.1.3.3 Calcul des sollicitations :

$Q_u = 6,44 \text{ kN/m}$ et $Q_{ser} = 4,66 \text{ kN/m}$

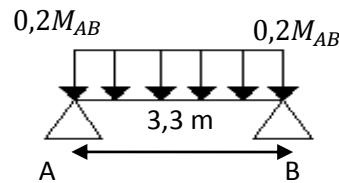
$$M_t \geq \max \begin{cases} \max[(1 + 0,3\alpha)M_0; 1,05M_0] - \frac{M_w + M_e}{2} & M_t (1) \\ \left(\frac{1,2 + 0,3\alpha}{2}\right)M_0 & M_t (2) \end{cases}$$

$$M_t \geq \max \begin{cases} \max[(1 + 0,3\alpha)M_0; 1,05M_0] - \frac{M_w + M_e}{2} & M_t (1) \\ \left(\frac{1 + 0,3\alpha}{2}\right)M_0 & M_t (3) \end{cases}$$

$$\text{On a : } \alpha = 0,2089; \begin{cases} 1 + 0,3\alpha = 1,063 > 1,05 \\ 1,2 + 0,3\alpha = 1,263 \\ \frac{1 + 0,3\alpha}{2} = 0,53 \end{cases}$$

IV.1.3.3.1 Calcul des sollicitations que subit la poutrelle de type 1 :

a) Les coefficients forfaitaires de la poutrelle type 1 :



- Moment isostatique:

$$M_{0AB} = \frac{Q_u \times l^2}{8} = \frac{6,44 \times 3,3^2}{8} = 8,77 \text{ kN.m}$$

- Moment sur appuis:

$$M_A = M_B = 0,2M_{0AB} = 0,2 \times 8,77 = 1,76 \text{ kN.m}$$

- Moment en travée :

$$M_T = M_{0AB} - 0,2 \times M_{0AB} = 7,01 \text{ kN.m}$$

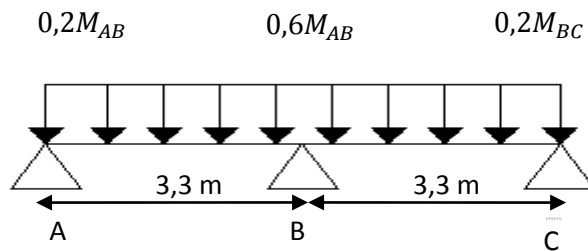
- L'effort tranchant :

Tableaux. IV.2. Les sollicitations que subit la poutrelle de type 1.

Travée		AB	
L (m)		3,3	
$M_0 = \frac{ql^2}{8} \text{ (kN.m)}$	E.L.U	8,77	
	E.L.S	6,34	
Appui		A	B
Coefficient forfaitaire		0,2	0,2
$M_a \text{ (Appui)}$	E.L.U	1,76	1,76
	E.L.S	1,27	1,27
$M_t \text{ (1)}$	E.L.U	7.01	
	E.L.S	5.08	
$M_t \text{ (Adopté)}$	E.L.U	7.01	
	E.L.S	5.08	
$T = \frac{M_w - M_e}{l} \pm \frac{ql}{2} \text{ (kN)}$	T_w	10.63	
	T_e	-10.63	

IV.1.3.3.2 Calcul des sollicitations que subit la poutrelle de type 2 :

a) Les coefficients forfaitaires de la poutrelle type 2 :



- Moment isostatique:

$$M_0 = \frac{Q_u \times l^2}{8} = \begin{cases} M_{0AB} = \frac{6,44 \times 3,3^2}{8} = 8,77 \text{ KN.m} \\ M_{0BC} = \frac{6,44 \times 3,3^2}{8} = 8,77 \text{ KN.m} \end{cases}$$

- Moment sur appuis:

$$M_A = 0,2M_{0AB} = 0,2 \times 8,77 = 1,76 \text{ kN.m}$$

$$M_B = 0,6 \max(M_{0AB}, M_{0BC}) = 0,6 \times 8,77 = 5,26 \text{ kN.m}$$

$$M_C = 0,2M_{0BC} = 0,2 \times 8,77 = 1,76 \text{ kN.m}$$

- Moment en travée :

Travée (AB)

$$M_t \geq \max \begin{cases} (1,063 \times 8,77) - \frac{1,76+5,26}{2} = 5,82 \text{ KN.m} \\ \left(\frac{1,263}{2}\right) \times 8,77 = 5,54 \text{ KN.m} \end{cases}$$

On prend $M_t = 5,82 \text{ KN.m}$

Travée (BC)

$$M_t \geq \max \begin{cases} (1,063 \times 8,77) - \frac{5,26+1,76}{2} = 5,82 \text{ KN.m} \\ \left(\frac{1,263}{2}\right) \times 8,77 = 5,54 \text{ KN.m} \end{cases}$$

On prend $M_t = 5,82 \text{ KN.m}$

- L'effort tranchant :

Travée (AB)

$$\begin{cases} T_w = \frac{1,76 - 5,26}{3,3} + \frac{8,77 \times 3,3}{2} = 13,40 \\ T_e = \frac{1,76 - 5,26}{3,3} - \frac{8,77 \times 3,3}{2} = -15,53 \end{cases}$$

Travée (BC)

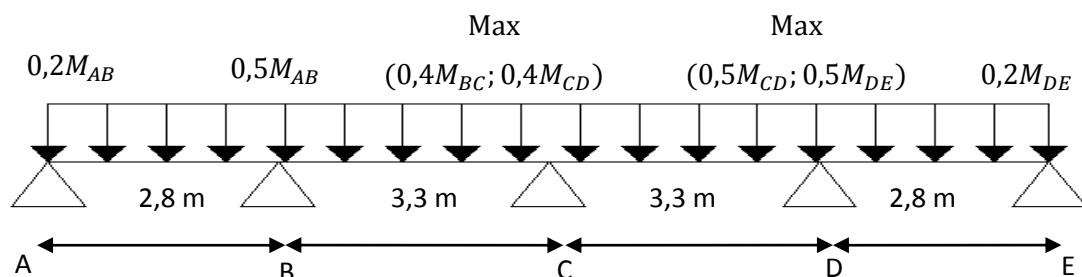
$$\begin{cases} T_w = \frac{5,26 - 1,76}{3,3} + \frac{8,77 \times 3,3}{2} = 15,53 \\ T_e = \frac{5,26 - 1,76}{3,3} - \frac{8,77 \times 3,3}{2} = -13,40 \end{cases}$$

Tableaux. IV.3.: Les sollicitations que subit la poutrelle de type 2.

Travée		AB	BC	
L (m)		3,3	3,3	
$M_0 = \frac{ql^2}{8} \text{ (kN.m)}$	E.L.U	8,77	8,77	
	E.L.S	6,34	6,34	
Appui		A	B	C
Coefficient forfaitaire		0,2	0,6	0,2
$M_a \text{ (Appui)}$	E.L.U	1,76	5,26	1,76
	E.L.S	1,27	3,8	1,27
$M_t \text{ (1)}$	E.L.U	5,82	5,82	
	E.L.S	4,2	4,2	
$M_t \text{ (Adopté)}$	E.L.U	5,82	5,82	
	E.L.S	4,2	4,2	
$T = \frac{M_w - M_e}{l} \pm \frac{ql}{2} \text{ (kN)}$	T_w	13,40	15,53	
	T_e	-15,53	-13,40	

IV.1.3.3.3 Calcul des sollicitations que subit la poutrelle de type 3 :

a) Le coefficient forfaitaire de la poutrelle type 3

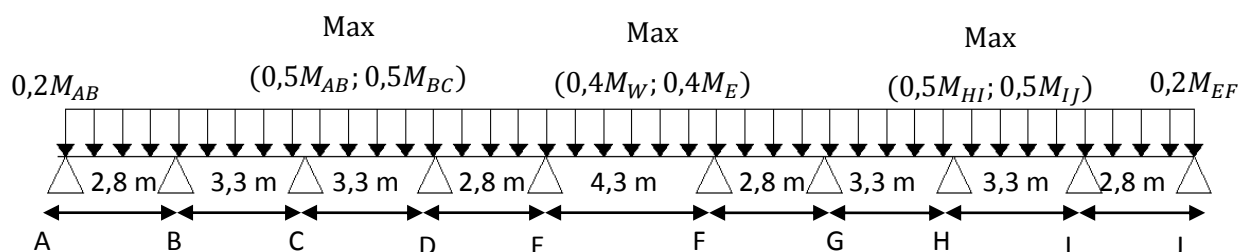


Tableaux. IV.4 Les sollicitations que subit la poutrelle de type 3.

Travée		AB	BC	CD	DE	
L (m)		2,8	3,3	3,3	2,8	
$M_0 = \frac{ql^2}{8} (kN.m)$	E.L.U	6,31	8,76	8,76	6,31	
	E.L.S	4,56	6,34	6,34	4,56	
Appui		A	B	C	D	E
Coefficient forfaitaire		0,2	0,5	0,4	0,5	0,2
M_a (Appui)	E.L.U	1,26	4,38	3,50	4,38	1,26
	E.L.S	0,91	3,17	2,53	3,17	0,91
M_t (1)	E.L.U	3,88	5,37	5,37	3,88	
	E.L.S	2,8	3,88	3,88	2,8	
M_t (2)	E.L.U	3,98	4,64	4,65	3,98	
	E.L.S	2,87	3,37	3,37	2,87	
M_t (Adopté)	E.L.U	2,98	5,37	5,37	3,98	
	E.L.S	2,87	3,88	3,88	2,87	
$T = \frac{M_w - M_e}{l} \pm \frac{ql}{2} (kN)$	T_w	7,90	10,94	10,35	10,13	
	T_e	-10,13	-10,35	-10,89	-7,90	

IV.1.3.3.4 Calcul des sollicitations que subit la poutrelle de type 4 :

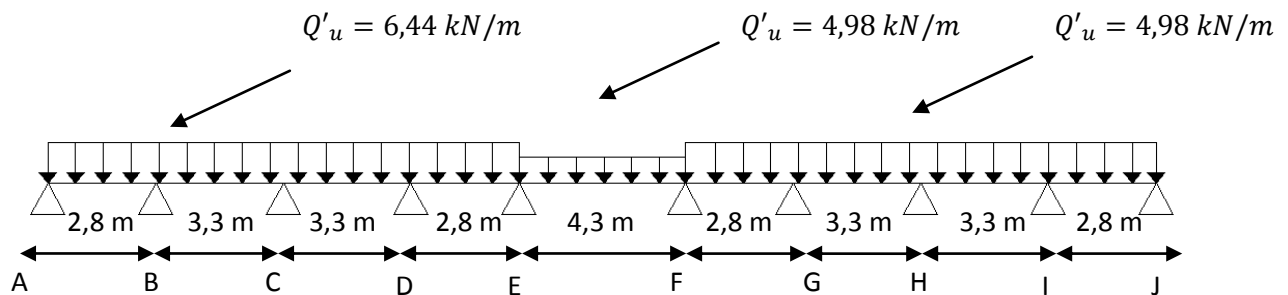
a) Les coefficient forfaitaire de la poutrelle type 4 :



b) Calcul des moments fléchissant et efforts tranchants suivant E.L.U et E.L.S : Les travées AB – BC – CD – DE – FG – GH – HI – IJ seront calculées avec la méthode forfaitaire, la travée EF ne vérifiant pas la condition du rapport des portées successives qui doit être compris entre 0,8 et 1,25, sera calculée avec la méthode forfaitaire modifiée.

$$Q'_u = 1,35G = 1,35 \times 3,69 = 4,98 \text{ kN/m}$$

1. Cas des charges minimales sur la travée EF :



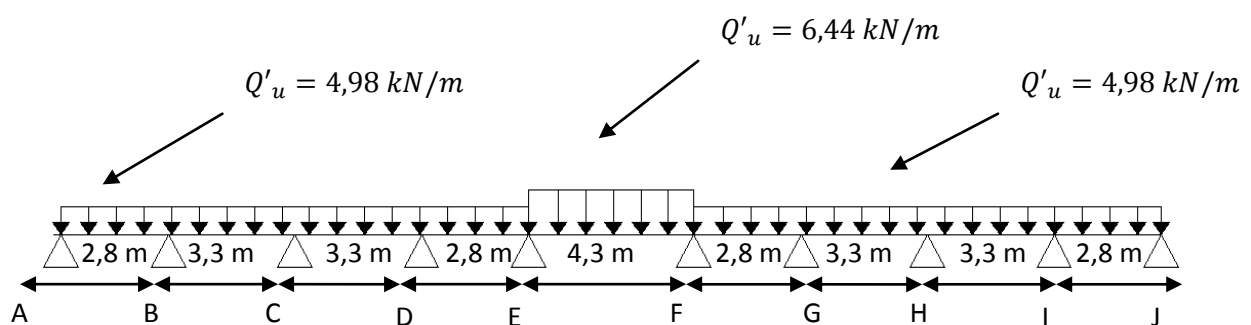
$$\begin{cases} M_{0\ EF} = \frac{Q'_u \times l^2}{8} = \frac{4,98 \times 4,3^2}{8} = 11,51 \text{ kN.m} \\ M_E = 0,4 \max(M_{0\ DE} ; M_{0\ EF}) = 4,6 \text{ kN.m} \\ M_F = 0,2 M_{0\ EF} = 2,3 \text{ kN.m} \end{cases}$$

• Moment en travée particulière DE :

$$X = \frac{l_{EF}}{2} + \frac{M_E - M_F}{Q'_u \times l_{EF}} = \frac{4,3}{2} + \frac{4,6 - 2,3}{4,98 \times 4,3} = 2,25 \text{ m}$$

$$\begin{aligned} M_{t \min(x)} &= \frac{Q'_u \times (l_{EF} - X)}{2} - M_E \left(1 - \frac{X}{l_{EF}}\right) - M_F \left(\frac{X}{l_{EF}}\right) \\ &= \frac{4,98 \times (4,3 - 2,3)}{2} - 4,6 \left(1 - \frac{2,3}{4,3}\right) - 2,3 \left(\frac{2,3}{4,3}\right) = 1,60 \text{ kN.m} \end{aligned}$$

2. Cas des charges maximales sur la travée EF :



- Moment isostatique :

$$M_{0AB} = M_{0DE} = M_{0FG} = M_{0IJ} = \frac{Q_u \times l^2}{8} = \frac{4,98 \times 2,8^2}{8} = 4,88 \text{ kN.m}$$

$$M_{0BC} = M_{0CD} = M_{0GH} = M_{0HI} = \frac{Q'_u \times l^2}{8} = \frac{4,98 \times 3,3^2}{8} = 5,78 \text{ kN.m}$$

$$M_{0EF} = \frac{Q_u \times l^2}{8} = \frac{6,44 \times 4,3^2}{8} = 14,88 \text{ kN.m}$$

- Moments sur appuis :

$$M_E = 0,4 \max(M_{0DE} ; M_{0EF}) = 5,95 \text{ kN.m}$$

$$M_F = 0,2 M_{0DE} = 2,97 \text{ kN.m}$$

- Moment en travée particulière DE :

$$X = \frac{l_{EF}}{2} + \frac{M_E - M_F}{Q_u \times l_{EF}} = \frac{4,3}{2} + \frac{5,95 - 2,97}{6,44 \times 4,3} = 2,26 \text{ m}$$

$$\begin{aligned} M_{t \min(x)} &= \frac{Q_u \times (l_{EF} - X)}{2} - M_E \left(1 - \frac{X}{l_{EF}}\right) - M_F \left(\frac{X}{l_{EF}}\right) \\ &= \frac{6,44 \times (4,3 - 2,26)}{2} - 5,95 \left(1 - \frac{2,26}{4,3}\right) - 2,97 \left(\frac{2,26}{4,3}\right) = 2,19 \text{ kN.m} \end{aligned}$$

Donc :

$$\begin{cases} M_{EF} = 2,19 \text{ kN.m} \\ M_E = 5,95 \text{ kN.m} \\ M_F = 2,97 \text{ kN.m} \end{cases} \quad \text{et } M_0 = 14,88 \text{ kN.m}$$

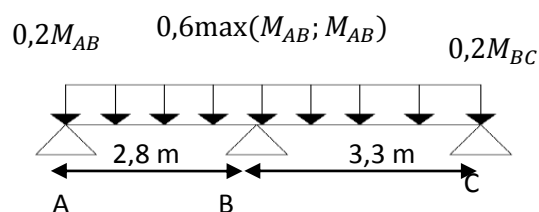
Les résultats trouvés sont notifiés dans le tableau suivant

Tableaux. IV5 Les sollicitations que subit la poutrelle de type 4.

Travée		AB	BC	CD	DE	EF	FG	GH	HI	IJ	
L (m)		2,8	3,3	3,3	2,8	4,3	2,8	3,3	3,3	2,8	
M_0 $= \frac{ql^2}{8} (kN.m)$	E.L.U	6,31	8,77	8,77	6,31	14,88	6,31	8,77	8,77	6,31	
	E.L.S	4,56	6,34	6,34	4,56	11,51	4,56	6,34	6,34	4,56	
Appui		A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
Coefficient forfaitaire		0,2	0,5	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,5	0,2
M_a (Appui)	E.L.U	1,26	4,38	3,50	3,50	5,95	5,95	3,50	3,50	4,38	1,26
	E.L.S	0,91	3,17	2,53	2,53	4,60	2,97	2,53	2,53	3,17	0,91
M_t (1)	E.L.U	8,26	8,88	9,32	7,93	2,19	5,48	9,32	9,76	5,14	
	E.L.S	5,97	6,42	6,73	5,88	1,60	4,62	6,73	7,05	3,71	
M_t (Adopté)	E.L.U	8,26	8,88	9,32	7,93	2,19	5,48	9,32	9,76	5,14	
	E.L.S	5,97	6,42	6,73	5,88	1,60	4,62	6,73	7,05	3,71	
T $= \frac{M_w - M_e}{l}$ $\pm \frac{ql}{2} (kN)$	T_w	7,72	14,73	14,47	7,95	31,99	9,70	14,47	14,20	9,94	
	T_e	-9,94	-14,20	-14,47	-9,70	-31,9	7,95	14,47	14,73	7,72	

IV.1.3.3.5 Calcul des sollicitations que subit la poutrelle de type5 :

a) Le coefficient forfaitaire de la poutrelle type 5 :



Tableaux. IV.6 Les sollicitations que subit la poutrelle de type 5.

Travée		AB	BC	
L (m)		2,8	3,3	
$M_0 = \frac{ql^2}{8} (kN.m)$	E.L.U	6,31	8,77	
	E.L.S	4,56	6,34	
Appui		A	B	C
Coefficient forfaitaire		0,2	0,6	0,2
M_a (Appui)	E.L.U	1,26	5,26	1,75
	E.L.S	0,91	3,80	1,26
M_t (1)	E.L.U	3,44	5,82	
	E.L.S	2,49	4,20	
M_t (2)	E.L.U	3,98	5,53	
	E.L.S	2,87	4	
M_t (Adopté)	E.L.U	3,98	5,82	
	E.L.S	2,87	4,20	
$T = \frac{M_w - M_e}{l} \pm \frac{ql}{2} (kN)$	T_w	7,58	11,68	
	T_e	-10,44	-9,56	

Tableaux .IV.7 Récapitulatif des résultats trouvés

Type de poutrelle	Travée	Longueur (m)	Sollicitation à l'E.L.U				
			M_t	M_w	M_e	T_w	T_e
1	AB	2,8	7,01	1,76	1,76	10,63	-10,63
2	AB	3,3	5,82	1,76	5,26	13,40	-15,53
	BC	3,3	5,82	5,26	1,76	15,53	-13,40
3	AB	2,8	5,37	1,26	4,38	7,90	-10,13
	BC	3,3	2,98	4,38	3,50	10,89	-10,35
	CD	3,3	5,37	3,50	4,38	10,35	-10,89
	DE	2,8	3,98	4,38	1,26	10,13	-7,90
4	AB	2,8	8,26	1,26	4,38	14,47	-9,94
	BC	3,3	8,88	4,38	3,50	14,73	-14,20
	CD	3,3	9,32	3,50	3,50	14,47	-7,72
	DE	2,8	7,93	3,50	5,95	7,95	-9,70
	EF	4,3	2,19	5,95	5,95	31,99	-31,99
	FG	2,8	5,48	5,95	3,50	9,70	-7,95
	GH	3,3	9,32	3,50	3,50	7,72	-14,47
	HI	3,3	9,76	3,50	6,60	14,20	-14,73
	IJ	2,8	5,14	4,38	1,26	9,94	-14,47
5	AB	2,8	3,98	1,26	5,26	7,58	-10,44
	BC	3,2	5,82	5,26	1,75	11,68	-9,56

$$\left\{ \begin{array}{l} M_{t \max} = 9,76 \text{ kN.m} \\ M_{rive \max} = 1,76 \text{ kN.m} \\ M_{inter \max} = 5,95 \text{ kN.m} \end{array} \right.$$

$$T_{\max} = 31,99 \text{ kN}$$

E.L.U

$$\left\{ \begin{array}{l} M_{t \max} = 7,05 \text{ kN.m} \\ M_{rive \max} = 1,27 \text{ kN.m} \\ M_{inter \max} = 6,60 \text{ kN.m} \end{array} \right.$$

E.L.S

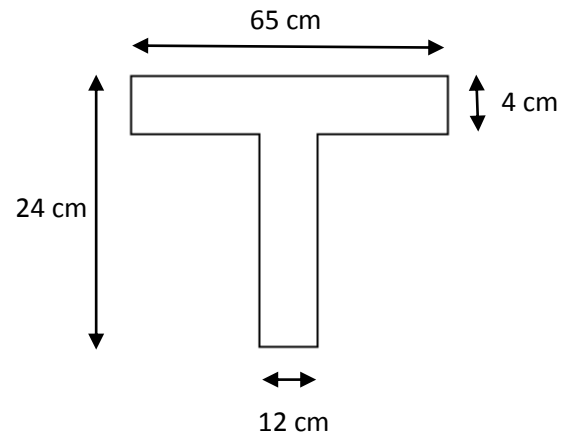
IV.1.3.4 Calcul du ferrailage :

Les moments max en travée tendent à comprimer les fibres supérieures et à tendre les fibres inférieures, de ce fait les armatures longitudinales seront disposées en bas pour reprendre l'effort de traction. Pour le calcul du ferrailage des poutrelles, on prend le cas le plus défavorable.

Les poutrelles sont des sections en T comme le montre le schéma suivant :

Donnée :

- Largeur de la poutrelle (table) : $b = 65 \text{ cm}$;
- Largeur de la poutrelle (nervure) : $b_0 = 12 \text{ cm}$;
- La hauteur de la poutrelle (table) : $h_0 = 4 \text{ cm}$;
- La hauteur de la poutrelle (nervure) : $h_t = 24 \text{ cm}$;
- Hauteur utile : $d = 0,9h_t = 21,6 \text{ cm}$;
- $f_e = 400 \text{ Mpa}$; $f_{c28} = 25 \text{ Mpa}$; $f_{t28} = 2,1 \text{ Mpa}$;
- Fissuration peu préjudiciable.



IV.1.3.4.1 Calcul des armatures longitudinales :

1. En travée :

On doit calculer le moment d'équilibre de la table M_t , pour déterminer la position de l'axe neutre.

$$M_t = b \times h_0 \times f_{bc} \times \left(\frac{d - h_0}{2} \right) = 65 \times 4 \times 14,17 \times \left(\frac{21,6 - 4}{2} \right) \times 10^{-3} = 32,42 \text{ kN.m}$$

$$M_{t \max} = 9,76 \text{ kN.m} < M_t = 32,42 \text{ kN.m}$$

Donc l'axe neutre tombe dans la table de compression, la section en T sera calculée en flexion simple comme une section rectangulaire de dimension $(b \times h_t) = (65 \times 24) \text{ cm}^2$ soumise à :

$$M_{t \max} = 9,76 \text{ kN.m.}$$

$$\mu = \frac{M_{t \max}}{b \times d^2 \times f_{bc}} = \frac{9,76 \times 10^3}{65 \times 21,6^2 \times 14,17} = 0,022 < \mu_l = 0,392 \rightarrow A'_s = 0$$

$$\mu = 0,022 \rightarrow \beta = 0,989 ; \beta \text{ est tirée du tableau.}$$

$$\sigma_s = \frac{f_e}{\gamma_s} = \frac{400}{1,15} = 348 \text{ MPa}$$

$$A_s = \frac{M_{t \max}}{\beta \times d \times \sigma_s} = \frac{9,76 \times 10^3}{0,989 \times 21,6 \times 348} = 1,30 \text{ cm}^2$$

- Condition de non fragilité (section en T) :

$$A_{min} = \frac{I \times f_{t28}}{0,81 \times h_t \times V_2 \times f_e}$$

Avec :

$$V_2 = \frac{\left(b \times h_0 \times \left(h - \frac{h_0}{2}\right)\right) + \left(b_0 \times (h - h_0) \times \left(\frac{h - h_0}{2}\right)\right)}{(b \times h_0) + (b_0 \times (h - h_0))}$$

$$= \frac{\left(65 \times 4 \times \left(24 - \frac{4}{2}\right)\right) + \left(12 \times (24 - 4) \times \left(\frac{24 - 4}{2}\right)\right)}{(65 \times 4) + (12 \times (24 - 4))} = 16,24 \text{ cm}$$

$$V_1 = h_t - V_2 = 24 - 16,24 = 7,76 \text{ cm}$$

$$I = \frac{bV_1^3 - ((b - b_0) \times (V_1 - h_0)^3)}{3} + \frac{b_0 \times (h - V_1)^3}{3}$$

$$= \frac{(65 \times 7,76^3) - ((65 - 12) \times (7,76 - 4)^3)}{3} + \frac{12 \times (24 - 7,76)^3}{3}$$

$$= 9185,47 + 17132,39 = 26317,86 \text{ cm}^4$$

$$A_{min} = \frac{26317,86 \times 2,10}{0,81 \times 24 \times 21,6 \times 400} = 0,33 \text{ cm}^2$$

Donc : $A_{s\text{cal}} = 1,30 \text{ cm}^2 > A_{min} = 0,33 \text{ cm}^2$; Condition vérifiée

On prend : 3T10 ; $A_s = 2,35 \text{ cm}^2$

2. Sur appui intermédiaire (armatures supérieures) :

$$\mu = \frac{M_a}{b \times d^2 \times f_{bc}} = \frac{5,95 \times 10^3}{65 \times 21,6^2 \times 14,17} = 0,013 < \mu_l = 0,392 \rightarrow A'_s = 0$$

$\mu = 0,013 \rightarrow \beta = 0,993$; β est tirée du tableau.

$$A_s = \frac{M_a}{\beta \times d \times \sigma_s} = \frac{5,95 \times 10^3}{0,993 \times 21,6 \times 348} = 0,79 \text{ cm}^2$$

• Condition de non fragilité (section en Té) :

$$A_{min} = \frac{I \times f_{t28}}{0,81 \times h_t \times V_1 \times f_e} = \frac{26317,86 \times 2,10}{0,81 \times 24 \times 7,76 \times 400} = 0,91 \text{ cm}^2$$

Donc : $A_{s\text{cal}} = 0,79 \text{ cm}^2 < A_{min} = 0,91 \text{ cm}^2$; Condition vérifiée

On prend : 1T10 (filante) + 1T10 (chapeau) ; $A_s = 1,56 \text{ cm}^2$

3. Sur appui de rive :

La section calculée est une section rectangulaire de dimension (12 x 24) cm².

$$\mu = \frac{M_a}{b \times d^2 \times f_{bc}} = \frac{1,76 \times 10^3}{65 \times 21,6^2 \times 14,17} = 0,004 < \mu_l = 0,392 \rightarrow A'_s = 0$$

$$\mu = 0,009 \rightarrow \beta = 0,998 ; \beta \text{ est tirée du tableau.}$$

$$A_s = \frac{M_a}{\beta \times d \times \sigma_s} = \frac{1,76 \times 10^3}{0,998 \times 21,6 \times 348} = 0,23 \text{ cm}^2$$

- Condition de non fragilité (section en T) :

$$A_{min} = \frac{I \times f_{t28}}{0,81 \times h_t \times V_1 \times f_e} = \frac{26317,86 \times 2,10}{0,81 \times 24 \times 7,76 \times 400} = 0,91 \text{ cm}^2$$

Donc : $A_{s \text{ cal}} = 0,23 \text{ cm}^2 < A_{min} = 0,91 \text{ cm}^2$; Condition non vérifiée ; On prend $A_s = 0,91 \text{ cm}^2$

On prend : 1T12 ; $A_s = 1,13 \text{ cm}^2$

IV.1.3.4.2 Vérification à l'E.L.S :

a) Position de l'axe neutre :

$$\frac{b}{2}y^2 + \eta A'(y - c') - \eta A(d - y) = 0 \rightarrow 32,5y^2 + 35,25y - 761,4 = 0 \rightarrow y = 4,32 \text{ cm}$$

$y = 4,32 \text{ cm} > h_0 = 4 \text{ cm} \Rightarrow$ On utilise la formule suivante :

$$\frac{b}{2}y^2 + [(b - b_0)h_0 + 15(A + A')]y - \left[(b - b_0)\frac{h_0^2}{2} + 15(Ad + A'c') \right] = 0$$

$$\rightarrow 32,5y^2 + 264,21y - 1255,95 = 0 \rightarrow y = 3,36 \text{ cm}$$

b) Moment d'inertie :

$$I = \frac{b}{3}y^3 + \eta A_s(d - y)^2 = \frac{65 \times 3,36^3}{3} + (15 \times 2,35 \times (21,6 - 3,36)^2)$$

$$= 12549,47 \text{ cm}^4$$

c) Détermination des contraintes dans le béton comprimé σ_{bc} :

$$\sigma_{bc} = K \times y = \frac{M_{ser}}{I} \times y = \frac{7,05 \times 10^3}{12549,47} \times 3,36 = 1,88 \text{ MPa}$$

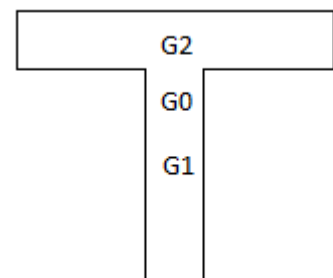
$$\overline{\sigma_{bc}} = 0,6f_{c28} = 15 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{bc} = 2,36 \text{ MPa} < \overline{\sigma_{bc}} = 15 \text{ MPa} ; \text{Condition vérifiée}$$

d) Vérification de la flèche :

$$f_l = \frac{l}{500}$$

$$I = \frac{bh_0^3}{12} + bh_0y^3 ; \text{Théorème de Huygens}$$



	X	Y
G_1	0,1	0,06
G_2	0,325	0,02

$$\begin{aligned}
 I &= \frac{bh_0^3}{12} + ((bh_0) \times G_2 G_0^2) + \left(\frac{b_0 H_0^3}{12} \right) + ((b_0 H) \times G_0 G_1^2) \\
 &= \left(\frac{0,65 \times 0,04^3}{12} + ((0,65 \times 0,04) \times 0,1^2) \right) \\
 &\quad + \left(\frac{0,12 \times 0,2^3}{12} \right) + ((0,12 \times 0,2) \times 0,02^2) = 0,0002634 + 0,0000896 \\
 &= 3,53 \times 10^{-4} \text{ m}^4
 \end{aligned}$$

$$E = 11000 \sqrt[3]{f_{c28}} = 32164,19 \text{ MPa} ; M_{ser} = 7,05 \text{ kN.m}$$

$$f_e = \frac{M_{ser} \times l^2}{9,6EI} = \frac{7,05 \times 10^{-3} \times 4,3^2}{9,6 \times 32164,19 \times 3,53 \times 10^{-4}} = 0,00119 \text{ m} = 0,119 \text{ cm}$$

$$f_l = \frac{l}{500} = \frac{430}{500} = 0,86 \text{ cm}$$

$f_e < f_l$; Condition vérifiée.

e) Contrainte de cisaillement :

$$\tau_u = \frac{T}{b_0 \times d} = \frac{31,99 \times 10^{-3}}{0,12 \times 0,216} = 1,23 \text{ MPa}$$

$$\overline{\tau_u} = \min(0,13f_{c28} ; 5 \text{ MPa}) ; \text{ Fissuration peu préjudiciable}$$

$$\overline{\tau_u} = \min(3,25 \text{ MPa} ; 5 \text{ MPa}) = 3,25 \text{ MPa}$$

$$\tau_u = 1,23 \text{ MPa} < \overline{\tau_u} = 3,25 \text{ MPa} ; \text{ Condition vérifiée}$$

1V.3.4.3 Les armatures transversales A_t :

D'après le B.A.E.L 99 (A.5.1.23), on a :

$$\Phi_t \leq \min\left(\frac{h}{35} ; \frac{b_0}{10} ; \Phi_L\right) = \min(6,86 ; 12 ; 10) ; \text{ On trouve } \Phi_t = 6,86 \text{ mm}$$

On adopte : $\Phi_t = 8 \text{ mm}$

a) Calcul des espacements :

$$S_t \leq \min(0,9d ; 40 \text{ cm}) = \min(19,44 \text{ cm} ; 40 \text{ cm}) = 19,44 \text{ cm}$$

$$S_t = 15 \text{ cm}$$

b) La section des armatures transversales :

$$\frac{A_t}{b_0 \times S_t} \times \frac{f_e}{\gamma_s} \geq \frac{\left(\tau_u \times \left(\frac{h}{2} \right) \right) - (0,3k \times f_{tj})}{0,9(\sin \alpha + \cos \alpha)} \quad (1)$$

$$k = 1 ; f_{tj} = 2,1 \text{ MPa} ; \alpha = 90^\circ \rightarrow \sin \alpha + \cos \alpha = 1 ; f_e = 235 \text{ MPa} ; \gamma_s = 1,15$$

$$\tau_u \times \left(\frac{h}{2} \right) = \frac{T_u \left(\frac{h}{2} \right)}{b_0 d}$$

On calcul la valeur de l'effort tranchant $T_u \left(\frac{h}{2} \right)$ par la méthode des triangles semblables.

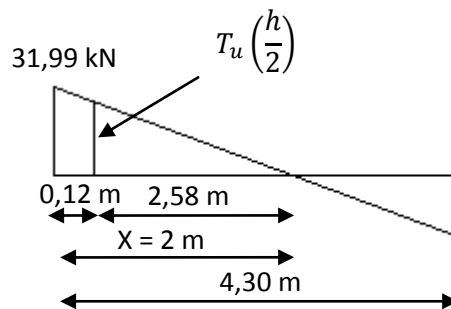


Figure .IV.1: Effort tranchant par la méthode des triangles semblables.

$$\frac{T_{max}}{X} = \frac{T_u \left(\frac{h}{2} \right)}{X - \frac{h}{2}} \Rightarrow T_u \left(\frac{h}{2} \right) = \frac{T_{max} \times \left[X - \left(\frac{h}{2} \right) \right]}{X}$$

On calcul la distance « X » :

$$X = \frac{L}{2} + \frac{M_w - M_e}{q \times L} = \frac{4,3}{2} + \frac{5,95 - 2,97}{4,66 \times 4,30} = 2,30 \text{ m}$$

$$\frac{h}{2} = \frac{0,24}{2} = 0,12 \text{ m}$$

$$T_u \left(\frac{h}{2} \right) = \frac{31,99 \times (2,70 - 0,12)}{2,70} = 30,56 \text{ kN}$$

$$\tau_u \times \left(\frac{h}{2} \right) = \frac{30,56 \times 10^{-3}}{0,12 \times 0,216} = 1,17 \text{ MPa}$$

D'après (1) :

$$\left(\frac{A_t}{S_t} \right)_{cal} \geq \frac{(0,62 - (0,3 \times 2,1)) \times 12 \times 1,15}{0,9 \times 235} = - 6,52 \times 10^{-4} \text{ cm} \quad (2)$$

c) Pourcentage minimal des armatures transversales :

$$\frac{A_t \times f_e}{b_0 \times S_t} \geq \max \left(\frac{\tau_u \times \left(\frac{h}{2}\right)}{2}; 0,4 \text{ MPa} \right) \Rightarrow \frac{A_t \times f_e}{b_0 \times S_t} \geq \max(0,31 \text{ MPa}; 0,4 \text{ MPa}) \Rightarrow \frac{A_t \times f_e}{b_0 \times S_t} \geq 0,4 \text{ MPa}$$

$$\left(\frac{A_t}{S_t}\right)_{\min} \geq \frac{0,4 \times b_0}{f_e} \Rightarrow \left(\frac{A_t}{S_t}\right)_{\min} \geq \frac{0,4 \times 12}{235} = 0,02 \text{ cm} \quad (3)$$

On prend le max entre (2) et (3) $\Rightarrow \left(\frac{A_t}{S_t}\right)_{\min} \geq 0,02$, on prend $S_t = 15 \text{ cm}$

$$\text{On trouve : } A_t \geq 0,02 \times 15 = 0,3 \text{ cm}^2 \Rightarrow \begin{cases} 2\Phi 8 = 1 \text{ cm}^2/\text{ml} \\ S_t = 15 \text{ cm} \end{cases}$$

- Espacement dans la zone nodale :

$$S_t \leq \min(10\Phi_l; 15 \text{ cm}) = \min(10 \text{ cm}; 15 \text{ cm}) = 5 \text{ cm}$$

- Espacement dans la zone courante :

$$S_t \leq 15 \text{ cm}; \text{ On prend } S_t = 10 \text{ cm}$$

d) Ancrage des armatures aux niveaux des appuis :

$$F_u = \frac{M_{\text{appui}}}{z} = \frac{M_{\text{appui}}}{0,9d} = \frac{6,60}{0,9 \times 21,6 \times 10^{-2}} = 33,95 \text{ kN}$$

$F_u = 35,66 \text{ kN} > T_u = 31,99 \text{ kN}$; Les armatures longitudinales inférieures ne sont pas soumises à un effort de traction.

e) Compression de la bielle d'about :

La contrainte de compression dans la bielle est de :

$$\bar{\sigma}_b = \frac{F_b}{S}; \text{ Avec : } \begin{cases} F_b = T\sqrt{2} \\ S = \frac{ab_0}{\sqrt{2}} \end{cases} \Rightarrow \bar{\sigma}_b = \frac{2T}{ab_0}$$

Où :

a : La longueur d'appui de la bielle.

$$\text{On doit avoir : } \bar{\sigma}_b < \frac{f_{c28}}{\gamma_b}$$

Mais pour tenir compte du fait que l'inclinaison de la bielle est légèrement différente de 45° , donc on doit vérifier que :

$$\bar{\sigma}_b \leq \frac{0,8 \times f_{c28}}{\gamma_b} \Rightarrow \frac{2T}{ab_0} \leq \frac{0,8 \times f_{c28}}{\gamma_b} \Rightarrow a \geq \frac{2T\gamma_b}{0,8 \times b_0 \times f_{c28}} \Rightarrow a \geq \frac{2 \times 31,99 \times 1,5}{0,8 \times 12 \times 25 \times 10} = 0,039 \text{ m} = 3,9 \text{ cm}$$

$$a = \min(a'; 0,9d); a' = c - c' - 2; c' = 2 \text{ cm}; c = 45 \text{ cm}$$

a' : La largeur d'appui ;

c : La largeur de l'appui du poteau ;

c' : L'enrobage.

$$a' = 45 - 2 - 2 = 41 \text{ cm}$$

$$a = \min(41 \text{ cm} ; 19,44 \text{ cm}) = 19,44 \text{ cm} ; a > 2,10 \text{ cm} ; \text{Condition vérifiée.}$$

f) Entraînement des armatures :

f.1) Vérification de la contrainte d'adhérence :

$$\tau_{ser} = \frac{T}{0,9d \times \mu \times n} \leq \overline{\tau}_{ser} = \psi_s \times f_{t28}$$

ψ_s : Coefficient de cisaillement ; $\psi_s = 1,5$ pour H.A ;

T : L'effort tranchant maximum ; T = 31,99 kN ;

n : Nombre de armatures longitudinaux tendus ; n = 3 ;

μ : Périmètre d'armatures tendue ; $\mu = \pi\Phi = \pi \times 1 = 3,14 \text{ cm}$

$$\tau_{ser} = \frac{T}{0,9d \times \mu \times n} = \frac{31,99 \times 10^3}{19,44 \times 3,14 \times 3 \times 10^2} = 1,74 \text{ MPa}$$

$$\overline{\tau}_{ser} = 1,5 \times 2,1 = 3,15 \text{ MPa}$$

$$\tau_{ser} = 1,74 \text{ MPa} < \overline{\tau}_{ser} = 3,15 \text{ MPa} ; \text{Condition vérifiée.}$$

f.2) Ancrage des armatures tendues :

La longueur de scellement droit « L_s » est la longueur qui ne doit pas avoir une barre droite de diamètre Φ pour équilibrer une contrainte d'adhérence τ_s .

La contrainte d'adhérence τ_s est supposée constante et égale à la valeur limite ultime.

$$\tau_s = 0,6 \times \psi_s^2 \times f_{t28} = 0,6 \times 1,5^2 \times 2,1 = 2,83 \text{ MPa}$$

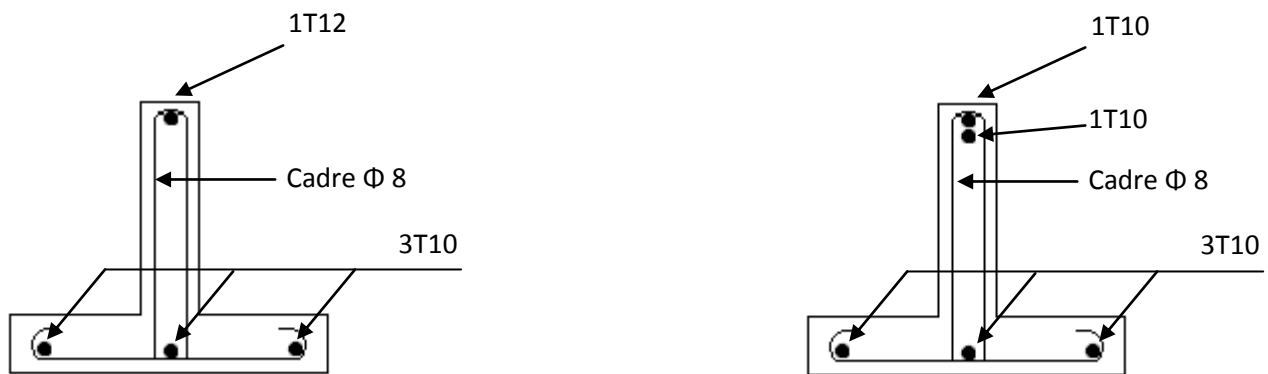
$$L_s = \frac{\Phi \times f_e}{4 \times \tau_s} = \frac{1 \times 400}{4 \times 2,83} = 35,33 \text{ cm}$$

f.3) Vérification de la flèche :

Les conditions suivantes doivent être vérifiées :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{h_t}{L} \geq \frac{1}{22,5} \Rightarrow \frac{24}{430} = 0,055 > 0,045 ; \text{Condition vérifiée} \\ \frac{h_t}{L} \geq \frac{M_{ser}}{15 \times M_{0,ser}} \Rightarrow \frac{24}{490} = 0,055 > \frac{8,81}{15 \times 13,98} = 0,042 ; \text{Condition vérifiée} \\ \frac{A_s}{b_0 d} \leq \frac{3,6}{f_e} \Rightarrow \frac{2,35}{12 \times 21,6} = 0,009 = \frac{3,60}{400} = 0,009 ; \text{Condition vérifiée} \end{array} \right.$$

IV.1.3.5 Dessin de ferrailage des poutrelles :



Appui de rive

Appui intermédiaire

Figure .IV.2 : Dessin de ferrailage des poutrelles des étages courants.

IV.1.4 Calcul des poutrelles du plancher terrasse :

Ce plancher, situé au dernier étage de la construction est exposé à l'extérieur, donc il ne satisfait pas la condition de fissuration peu préjudiciable pour pouvoir appliquer la méthode forfaitaire. C'est pour cela que la méthode des trois moments est la plus adaptée pour le calcul des poutrelles de ce plancher. Sa surcharge d'exploitation n'est pas très importante, parce que ce plancher n'a pas vocation à être accessible.

$$(M_{n-1} \times L_n) + 2M_n(L_n + L_{n+1}) + (M_{n+1} \times L_{n+1}) = -6 \left[\frac{S_n \times a_n}{L_n} + \frac{S_{n+1} \times b_{n+1}}{L_{n+1}} \right] \quad (1)$$

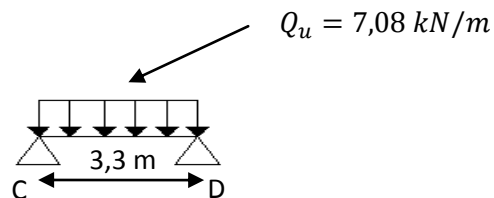
IV.1.4.1 Les type de poutrelles :

Avant de définir les types de poutrelles, on doit déterminer les combinaisons de charges par mètre linéaire du plancher terrasse :

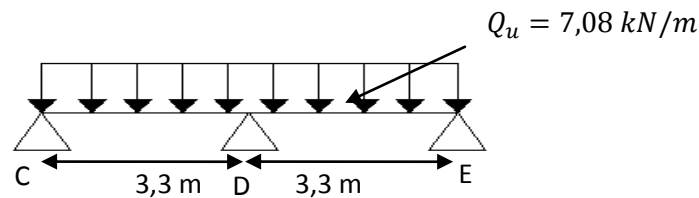
$$\begin{cases} G = 6,96 \text{ kN/m}^2 \\ Q = 1,00 \text{ kN/m}^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Q_u = 10,89 \times 0,65 = 7,08 \text{ kN/m}^2 \\ Q_{ser} = 7,96 \times 0,65 = 5,17 \text{ kN/m}^2 \end{cases}$$

Notre plancher terrasse comporte 5 types de poutrelles :

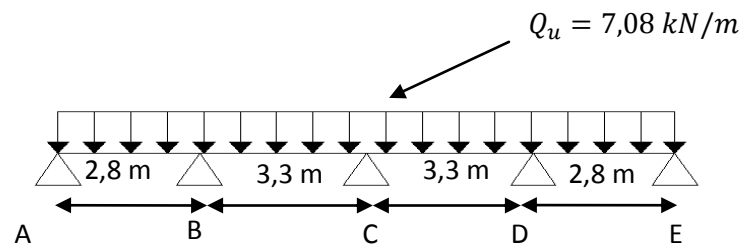
1. Type 1 :

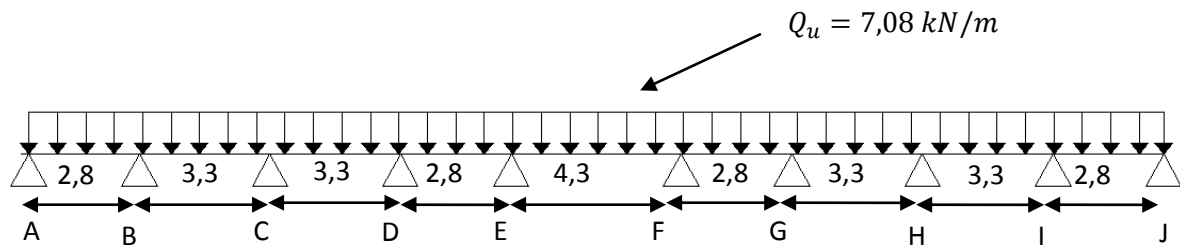
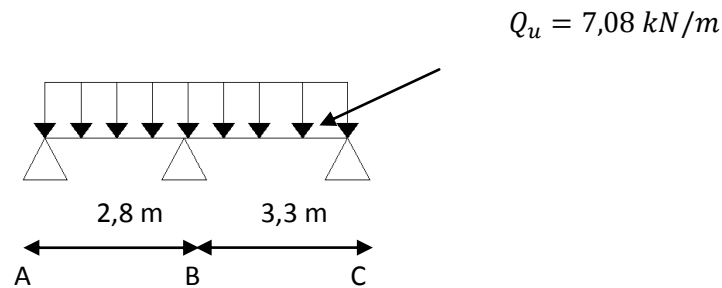


2. Type 2 :



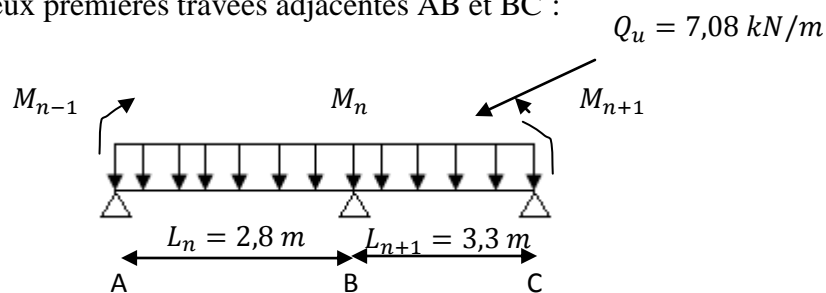
3. Type 3 :



4. Type 4 :5. Type 5 :**IV.1.4.2 Calcul des moments fléchissant :**

La poutrelle de type 3 sera prise comme exemple de calcul détaillé, les autres poutrelles suivent les même étapes de calcul.

- On isole les deux premières travées adjacentes AB et BC :



$$M_a = M_{n-1} ; M_b = M_n \text{ et } M_c = M_{n+1}$$

1. Partie AB :

$$M_{0AB} = \frac{Q_u l^2}{8} = \frac{7,08 \times 2,8^2}{8} = 6,94 \text{ kN.m}$$

$$a_n = b_n = \frac{L_n}{2} = \frac{2,8}{2} = 1,4 \text{ m}$$

$$S_n = \frac{2}{3} (L_n \times M_{0AB}) = \frac{2}{3} (2,8 \times 6,94) = 12,95 \text{ m}^2$$

2. Partie BC :

$$M_{0BC} = \frac{Q_u l^2}{8} = \frac{7,08 \times 3,3^2}{8} = 9,64 \text{ kN.m}$$

$$a_{n+1} = b_{n+1} = \frac{L_{n+1}}{2} = \frac{3,3}{2} = 1,65 \text{ m}$$

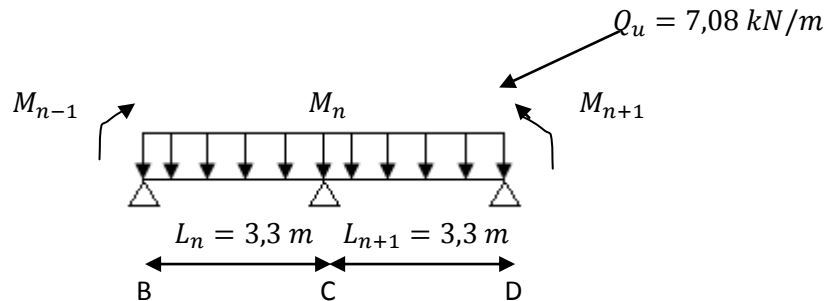
$$S_{n+1} = \frac{2}{3}(L_{n+1} \times M_{0BC}) = \frac{2}{3}(3,3 \times 9,64) = 21,208 \text{ m}^2$$

3. Détermination de l'équation :

$$M_a = -0,2M_{0AB} = -1,39 \text{ kN.m}$$

$$(1) \Rightarrow 12M_b + 3,3M_c + 98,59 = 0 \quad (I)$$

- On isole les deux premières travées adjacentes BC et CD:



$$L_n = L_{n+1} \text{ donc } : M_{0BC} = M_{0CD} ; a_n = b_{n+1} \text{ et } S_n = S_{n+1}$$

$$M_b = M_{n-1} ; M_c = M_n \text{ et } M_d = M_{n+1}$$

$$M_{0BC} = M_{0CD} = \frac{Q_u l^2}{8} = \frac{7,08 \times 3,3^2}{8} = 9,64 \text{ kN.m}$$

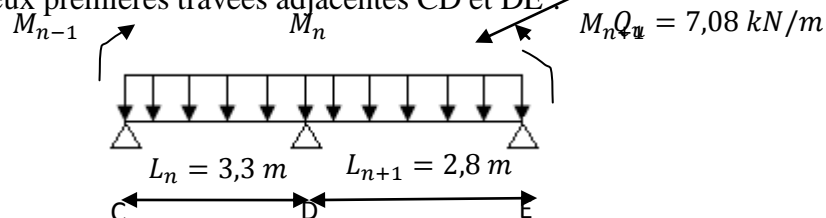
$$a_n = b_{n+1} = \frac{L_n}{2} = \frac{3,3}{2} = 1,65 \text{ m}$$

$$S_n = S_{n+1} = \frac{2}{3}(L_n \times M_{0BC}) = \frac{2}{3}(3,3 \times 9,64) = 21,208 \text{ m}^2$$

On peut maintenant déterminer l'équation :

$$(1) \Rightarrow 3,3M_b + 13,2M_c + 3,3M_d + 127,25 = 0 \quad (II)$$

- On isole les deux premières travées adjacentes CD et DE :



$$M_c = M_{n-1} ; M_d = M_n \text{ et } M_e = M_{n+1}$$

1. Partie CD :

$$M_{0CD} = \frac{Q_u l^2}{8} = \frac{7,08 \times 3,3^2}{8} = 21,208 \text{ kN.m}$$

$$a_n = b_n = \frac{L_n}{2} = \frac{3,3}{2} = 1,65 \text{ m}$$

$$S_n = \frac{2}{3}(L_n \times M_{0\ CD}) = \frac{2}{3}(3,3 \times 9,64) = 21,208 \text{ m}^2$$

2. Partie DE :

$$M_{0\ DE} = \frac{Q_u l^2}{8} = \frac{7,08 \times 2,8^2}{8} = 6,94 \text{ kN.m}$$

$$a_{n+1} = b_{n+1} = \frac{L_{n+1}}{2} = \frac{2,8}{2} = 1,40 \text{ m}$$

$$S_{n+1} = \frac{2}{3}(L_{n+1} \times M_{0\ DE}) = \frac{2}{3}(2,8 \times 6,94) = 12,96 \text{ m}^2$$

3. Détermination de l'équation :

$$4. M_e = -0,2M_{0\ DE} = -1,39 \text{ kN.m}$$

$$5. (1) \Leftrightarrow 3,3M_c + 12,2M_d + 98,59 = 0 \quad (III)$$

• Détermination des moments aux appuis et en travées :

1. Sur appuis :

Il suffit de faire la résolution des trois équations trouvées précédemment :

$$\left\{ \begin{array}{l} 12M_b + 3,3M_c + 98,59 = 0 \\ 3,3M_b + 13,2M_c + 3,3M_d + 127,25 = 0 \\ 3,3M_c + 12,2M_d + 98,62 = 0 \end{array} \right.$$

Et don on a :

$$M_a = -1,39 \text{ kN.m}$$

$$M_b = -6,33 \text{ kN.m}$$

$$M_c = -6,47 \text{ kN.m}$$

$$M_d = -6,33 \text{ kN.m}$$

$$M_e = -1,39 \text{ kN.m}$$

1. En travée :

$$M_{t\ AB} = \frac{M_a + M_b}{2} + M_{0\ AB} = \frac{-1,39 - 6,33}{2} + 6,94 = 3,08 \text{ kN.m}$$

$$M_{t\ BC} = \frac{M_b + M_c}{2} + M_{0\ BC} = \frac{-6,33 - 6,47}{2} + 9,64 = 3,24 \text{ kN.m}$$

$$M_{t\ CD} = \frac{M_c + M_d}{2} + M_{0\ CD} = \frac{-6,47 - 6,33}{2} + 9,64 = 3,24 \text{ kN.m}$$

$$M_{tDE} = \frac{M_d + M_e}{2} + M_{0DE} = \frac{-6,33 - 1,39}{2} + 6,94 = 3,08 \text{ kN.m}$$

IV.1.5.3 Calcul des efforts tranchant :

$$\text{Travée AB : } \begin{cases} T_w = \frac{M_a + M_b}{l} + Q_u \frac{l}{2} = \frac{-1,39 + 6,33}{2,8} + \left(7,08 \times \frac{2,8}{2}\right) = 13,94 \text{ kN} \\ T_e = \frac{M_a - M_b}{l} - Q_u \frac{l}{2} = \frac{-1,39 + 6,33}{2,8} - \left(7,08 \times \frac{2,8}{2}\right) = -5,89 \text{ kN} \end{cases}$$

$$\text{Travée BC : } \begin{cases} T_w = \frac{-6,33 + 6,47}{3,3} + \left(7,08 \times \frac{3,3}{2}\right) = 11,73 \text{ kN} \\ T_e = \frac{-6,70 + 6,47}{3,3} - \left(7,08 \times \frac{3,3}{2}\right) = -11,64 \text{ kN} \end{cases}$$

$$\text{Travée CD : } \begin{cases} T_w = \frac{-6,47 + 6,33}{3,3} + \left(7,08 \times \frac{3,3}{2}\right) = 11,64 \text{ kN} \\ T_e = \frac{-6,47 + 6,33}{3,3} - \left(7,08 \times \frac{3,3}{2}\right) = -11,73 \text{ kN} \end{cases}$$

$$\text{Travée DE : } \begin{cases} T_w = \frac{-6,33 + 1,39}{2,8} + \left(7,08 \times \frac{2,8}{2}\right) = 8,15 \text{ kN} \\ T_e = \frac{-6,33 + 1,39}{2,8} - \left(7,08 \times \frac{2,8}{2}\right) = -11,67 \text{ kN} \end{cases}$$

Tableaux .IV.8 : Récapitulatif des résultats trouvés.

Type de poutrelle	travée	L(m)	E.L.U						E.L.S			
			M ₀	M _t	M _w	M _e	T _w	T _e	M ₀	M _t	M _w	M _e
1	AB	3.30	9.64	7.71	-1.93	-1.93	11.68	-11.68	7.04	5.63	-1.41	-1.41
2	AB	3.30	9.64	4.34	-1.93	-8.67	13.73	-9.64	7.04	3.17	-1.41	-6.34
	BC	3.30	9.64	4.34	-8.67	-1.93	9.64	-13.73	7.04	3.17	-6.34	-1.41
3	AB	2.80	6.94	3.08	-1.39	-6.33	11.68	8.14	5.06	1.76	-1.012	-5.58
	BC	3.30	9.64	3.24	-6.33	-6.47	11.72	-11.63	7.04	3.67	-5.58	-1.17
	CD	3.30	9.64	3.24	-6.47	-6.33	11.63	-11.72	7.04	3.67	-1.17	-5.58
	DE	2.80	6.94	3.08	-6.33	-1.39	8.14	-11.67	5.06	1.76	-5.58	-1.012
4	AB	2.80	6.94	3.15	-1.39	-6.19	11.63	-8.20	5.06	2.30	-1.012	-4.50
	BC	3.30	9.64	3.05	-6.19	-6.98	11.92	-11.45	7.04	2.2	-4.50	-5.18
	CD	3.30	9.64	3.93	-6.98	-4.44	10.92	-12.45	7.04	2.84	-5.18	-3.22
	DE	2.80	6.94	0.2	-4.44	-9.04	11.56	-8.27	5.06	0.15	-3.22	-6.60
	EF	4.30	16.37	7.33	-9.04	-9.04	15.22	-15.22	11.95	5.35	-6.60	-6.59
	FG	2.8	6.94	0.2	-9.04	-4.44	8.27	-11.56	5.06	0.14	-6.59	-3.24
	GH	3.30	9.64	3.93	-4.44	-6.98	12.45	-10.92	7.04	8.87	-3.24	-5.10
	HI	3.30	9.64	3.05	-6.98	-6.19	11.45	-11.93	7.04	2.23	-5.10	-4.52
	IJ	2.80	6.94	3.15	-6.19	-1.39	8.20	-11.63	5.06	2.29	-4.52	-1.012
5	AB	2.80	6.94	2.77	-1.39	-6.94	11.90	-7.93	5.06	1.79	-1.012	-5.52
	BC	3.30	9.64	5.20	-6.94	-1.93	10.17	-13.20	7.04	3.57	-5.52	-1.41

$$\begin{cases} M_{t \max} = 7,71 \text{ kN.m} \\ M_{rive \max} = 1,93 \text{ kN.m} \\ M_{inter \max} = 9,04 \text{ kN.m} \\ T_{\max} = 19,65 \text{ kN} \end{cases}$$

E.L.U

$$\begin{cases} M_{t \max} = 8,72 \text{ kN.m} \\ M_{rive \max} = 3,10 \text{ kN.m} \\ M_{inter \max} = 11,37 \text{ kN.m} \end{cases}$$

E.L.S

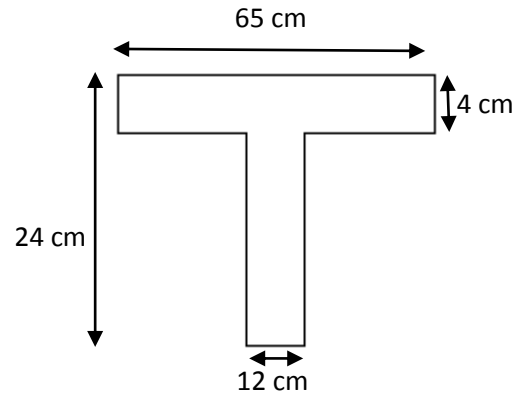
IV.1.4.3 Calcul du ferrailage :

Les moments max en travée tendent à comprimer les fibres supérieures et à tendre les fibres inférieures, de ce fait les armatures longitudinales seront disposées en bas pour reprendre l'effort de traction. Pour le calcul du ferrailage des poutrelles, on prend le cas le plus défavorable.

Les poutrelles sont des sections en T comme le montre le schéma suivant :

Donnée :

- Largeur de la poutrelle (table) : $b = 65 \text{ cm}$;
- Largeur de la poutrelle (nervure) : $b_0 = 12 \text{ cm}$;
- La hauteur de la poutrelle (table) : $h_0 = 4 \text{ cm}$;
- La hauteur de la poutrelle (nervure) : $h_t = 24 \text{ cm}$;
- Hauteur utile : $d = 0,9h_t = 21,6 \text{ cm}$;
- $f_e = 400 \text{ Mpa}$; $f_{c28} = 25 \text{ Mpa}$; $f_{t28} = 2,1 \text{ Mpa}$;
- Fissuration préjudiciable.



IV.1.4.4 Calcul des armatures longitudinales :

4. En travée :

On doit calculer le moment d'équilibre de la table M_t , pour déterminer la position de l'axe neutre.

$$M_t = b \times h_0 \times f_{bc} \times \left(\frac{d - h_0}{2} \right) = 65 \times 4 \times 14,17 \times \left(\frac{21,6 - 4}{2} \right) \times 10^{-3} = 32,42 \text{ kN.m}$$

$$M_{t \max} = 7,71 \text{ kN.m} < M_t = 32,42 \text{ kN.m}$$

Donc l'axe neutre tombe dans la table de compression, la section en T sera calculée en flexion simple comme une section rectangulaire de dimension $(b \times h_t) = (65 \times 24) \text{ cm}^2$ soumise à :

$$M_{t \max} = 7,71 \text{ kN.m.}$$

$$\mu = \frac{M_{t \max}}{b \times d^2 \times f_{bc}} = \frac{7,71 \times 10^3}{65 \times 21,6^2 \times 14,17} = 0,018 < \mu_l = 0,392 \rightarrow A'_s = 0$$

$$\mu = 0,018 \rightarrow \beta = 0,991 ; \beta \text{ est tirée du tableau.}$$

$$\sigma_s = \frac{f_e}{\gamma_s} = \frac{400}{1,15} = 348 \text{ MPa}$$

$$A_s = \frac{M_{t \max}}{\beta \times d \times \sigma_s} = \frac{7,71 \times 10^3}{0,991 \times 21,6 \times 348} = 1,03 \text{ cm}^2$$

- Condition de non fragilité (section en T) :

$$A_{min} = \frac{I \times f_{t28}}{0,81 \times h_t \times V_2 \times f_e}$$

Avec :

$$V_2 = \frac{\left(b \times h_0 \times \left(h - \frac{h_0}{2}\right)\right) + \left(b_0 \times (h - h_0) \times \left(\frac{h - h_0}{2}\right)\right)}{(b \times h_0) + (b_0 \times (h - h_0))}$$

$$= \frac{\left(65 \times 4 \times \left(24 - \frac{4}{2}\right)\right) + \left(12 \times (24 - 4) \times \left(\frac{24 - 4}{2}\right)\right)}{(65 \times 4) + (12 \times (24 - 4))} = 16,24 \text{ cm}$$

$$V_1 = h_t - V_2 = 24 - 16,24 = 7,76 \text{ cm}$$

$$I = \frac{bV_1^3 - ((b - b_0) \times (V_1 - h_0)^3)}{3} + \frac{b_0 \times (h - V_1)^3}{3}$$

$$= \frac{(65 \times 7,76^3) - ((65 - 12) \times (7,76 - 4)^3)}{3} + \frac{12 \times (24 - 7,76)^3}{3}$$

$$= 9185,47 + 17132,39 = 26317,86 \text{ cm}^4$$

$$A_{min} = \frac{26317,86 \times 2,10}{0,81 \times 24 \times 21,6 \times 400} = 0,33 \text{ cm}^2$$

Donc : $A_{scal} = 1,03 \text{ cm}^2 > A_{min} = 0,33 \text{ cm}^2$; Condition vérifiée

On prend : 3T12 ; $A_s = 3,39 \text{ cm}^2$

5. Sur appui intermédiaire (armatures supérieures) :

$$\mu = \frac{M_a}{b \times d^2 \times f_{bc}} = \frac{9,04 \times 10^3}{65 \times 21,6^2 \times 14,17} = 0,021 < \mu_l = 0,392 \rightarrow A'_s = 0$$

$\mu = 0,021 \rightarrow \beta = 0,989$; β est tirée du tableau.

$$A_s = \frac{M_a}{\beta \times d \times \sigma_s} = \frac{9,04 \times 10^3}{0,989 \times 21,6 \times 348} = 1,21 \text{ cm}^2$$

- Condition de non fragilité (section en T) :

$$A_{min} = \frac{I \times f_{t28}}{0,81 \times h_t \times V_1 \times f_e} = \frac{26317,86 \times 2,10}{0,81 \times 24 \times 7,76 \times 400} = 0,91 \text{ cm}^2$$

Donc : $A_{scal} = 1,21 \text{ cm}^2 > A_{min} = 0,91 \text{ cm}^2$; Condition vérifiée

On prend : 1T12 (filante) + 1T12 (chapeau) ; $A_s = 2,26 \text{ cm}^2$

6. Sur appui de rive :

La section calculée est une section rectangulaire de dimension (12 x 24) cm².

$$\mu = \frac{M_a}{b \times d^2 \times f_{bc}} = \frac{1,93 \times 10^3}{65 \times 21,6^2 \times 14,17} = 0,0045 < \mu_l = 0,392 \rightarrow A'_s = 0$$

$\mu = 0,004 \rightarrow \beta = 0,998$; β est tirée du tableau.

$$A_s = \frac{M_a}{\beta \times d \times \sigma_s} = \frac{1,93 \times 10^3}{0,998 \times 21,6 \times 348} = 0,26 \text{ cm}^2$$

- Condition de non fragilité (section en T) :

$$A_{min} = \frac{I \times f_{t28}}{0,81 \times h_t \times V_1 \times f_e} = \frac{26317,86 \times 2,10}{0,81 \times 24 \times 7,76 \times 400} = 0,91 \text{ cm}^2$$

Donc : $A_{s\text{cal}} = 0,26 \text{ cm}^2 < A_{min} = 0,91 \text{ cm}^2$; Condition non vérifiée ; On prend : $A_{min} = 0,91 \text{ cm}^2$

On prend : 1T12 ; $A_s = 1,13 \text{ cm}^2$

IV.1.3.4.2 Vérification à l'E.L.S :

a) Position de l'axe neutre :

$$\frac{b}{2}y^2 + \eta A'(y - c') - \eta A(d - y) = 0 \rightarrow 32,5y^2 + 50,85y - 1098,36 = 0 \rightarrow y = 5,08 \text{ cm}$$

$y = 5,08 \text{ cm} > h_0 = 4 \text{ cm} \Rightarrow$ On utilise la formule suivante :

$$\frac{b}{2}y^2 + [(b - b_0)h_0 + 15(A + A')]y - \left[(b - b_0)\frac{h_0^2}{2} + 15(Ad + A'c') \right] = 0$$

$$\rightarrow 32,5y^2 + 320,09y - 1782,23 = 0 \rightarrow y = 3,97 \text{ cm}$$

b) Moment d'inertie :

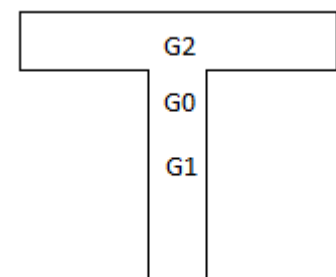
$$I = \frac{b}{3}y^3 + \eta A_s(d - y)^2 = \frac{65 \times 3,97^3}{3} + (15 \times 3,39 \times (21,6 - 3,97)^2) = 17160,74 \text{ cm}^4$$

c) Détermination des contraintes dans le béton comprimé σ_{bc} :

$$\sigma_{bc} = K \times y = \frac{M_{ser}}{I} \times y = \frac{8,87 \times 10^3}{17160,74} \times 3,97 = 2,05 \text{ MPa}$$

$$\overline{\sigma}_{bc} = 0,6f_{c28} = 15 \text{ MPa}$$

$\sigma_{bc} = 2,05 \text{ MPa} < \overline{\sigma}_{bc} = 15 \text{ MPa}$; Condition vérifiée



d) Vérification de la flèche :

$$f_l = \frac{l}{500}$$

$$I = \frac{bh_0^3}{12} + bh_0^3 ; \text{Théorème de Huygens}$$

	X	Y
G_1	0,1	0,06
G_2	0,325	0,02

$$\begin{aligned}
 I &= \frac{bh_0^3}{12} + ((bh_0) \times G_2 G_0^2) + \left(\frac{b_0 H_0^3}{12} \right) + ((b_0 H) \times G_0 G_1^2) \\
 &= \left(\frac{0,65 \times 0,04^3}{12} + ((0,65 \times 0,04) \times 0,1^2) \right) \\
 &\quad + \left(\frac{0,12 \times 0,2^3}{12} + ((0,12 \times 0,2) \times 0,02^2) \right) = 0,0002634 + 0,0000896 \\
 &= 3,53 \times 10^{-4} \text{ m}^4
 \end{aligned}$$

$$E = 11000 \sqrt[3]{f_{c28}} = 32164,2 \text{ MPa} ; M_{ser} = 7,66 \text{ kN.m}$$

$$f_e = \frac{M_{ser} \times l^2}{9,6EI} = \frac{8,87 \times 10^{-3} \times 4,87^2}{9,6 \times 32164,2 \times 3,53 \times 10^{-4}} = 0,0019 \text{ m} = 0,2 \text{ cm}$$

$$f_l = \frac{l}{500} = \frac{430}{500} = 0,86 \text{ cm}$$

$f_e < f_l$; Condition vérifiée.

e) Contrainte de cisaillement :

$$\tau_u = \frac{T}{b_0 \times d} = \frac{15,22 \times 10^{-3}}{0,12 \times 0,216} = 0,59 \text{ MPa}$$

$$\bar{\tau}_u = \min(0,13 f_{c28} ; 5 \text{ MPa}) ; \text{Fissuration peu préjudiciable}$$

$$\bar{\tau}_u = \min(3,25 \text{ MPa} ; 5 \text{ MPa}) = 3,25 \text{ MPa}$$

$$\tau_u = 0,59 \text{ MPa} < \bar{\tau}_u = 3,25 \text{ MPa} ; \text{Condition vérifiée}$$

IV.1.4.5 Les armatures transversales A_t :

D'après le B.A.E.L 99 (A.5.1.23), on a :

$$\Phi_t \leq \min\left(\frac{h}{35}; \frac{b_0}{10}; \Phi_L\right) = \min(6,86; 12; 10) ; \text{On trouve } \Phi_t = 6,86 \text{ mm}$$

On adopte : $\Phi_t = 8 \text{ mm}$

a) Calcul des espacements :

$$S_t \leq \min(0,9d; 40 \text{ cm}) = \min(19,44 \text{ cm}; 40 \text{ cm}) = 19,44 \text{ cm}$$

$$S_t = 15 \text{ cm}$$

b) La section des armatures transversales :

$$\frac{A_t}{b_0 \times S_t} \times \frac{f_e}{\gamma_s} \geq \frac{\left(\tau_u \times \left(\frac{h}{2}\right)\right) - (0,3k \times f_{tj})}{0,9(\sin \alpha + \cos \alpha)} \quad (1)$$

$$k = 1; f_{tj} = 2,1 \text{ MPa}; \alpha = 90^\circ \rightarrow \sin \alpha + \cos \alpha = 1; f_e = 235 \text{ MPa}; \gamma_s = 1,15$$

$$\tau_u \times \left(\frac{h}{2}\right) = \frac{T_u \left(\frac{h}{2}\right)}{b_0 d}$$

On calcul la valeur de l'effort tranchant $T_u \left(\frac{h}{2}\right)$ par la méthode des triangles semblables.

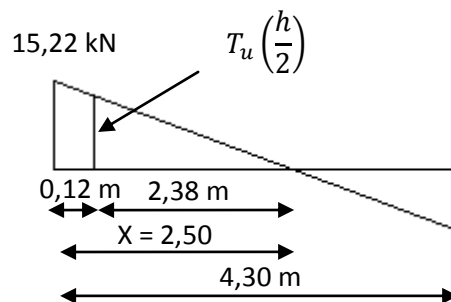


Schéma : Effort tranchant par la méthode des triangles semblables.

$$\frac{T_{max}}{X} = \frac{T_u \left(\frac{h}{2}\right)}{X - \frac{h}{2}} \Rightarrow T_u \left(\frac{h}{2}\right) = \frac{T_{max} \times \left[X - \left(\frac{h}{2}\right)\right]}{X}$$

On calcul la distance « X » :

$$X = \frac{L}{2} + \frac{M_w - M_e}{q \times L} = \frac{4,3}{2} + \frac{9,04 - 1,93}{4,66 \times 4,30} = 2,50 \text{ m}$$

$$\frac{h}{2} = \frac{0,24}{2} = 0,12 \text{ m}$$

$$T_u \left(\frac{h}{2} \right) = \frac{15,22 \times (2,50 - 0,12)}{2,50} = 14,49 \text{ kN}$$

$$\tau_u \times \left(\frac{h}{2} \right) = \frac{14,49 \times 10^{-3}}{0,12 \times 0,216} = 0,56 \text{ MPa}$$

D'après (1) :

$$\left(\frac{A_t}{S_t} \right)_{cal} \geq \frac{(0,73 - (0,3 \times 2,1)) \times 12 \times 1,15}{0,9 \times 235} = -4,56 \times 10^{-3} \text{ cm} \quad (2)$$

c) Pourcentage minimal des armatures transversales :

$$\frac{A_t \times f_e}{b_0 \times S_t} \geq \max \left(\frac{\tau_u \times \left(\frac{h}{2} \right)}{2} ; 0,4 \text{ MPa} \right) \Rightarrow \frac{A_t \times f_e}{b_0 \times S_t} \geq \max(0,36 \text{ MPa} ; 0,4 \text{ MPa}) \Rightarrow \frac{A_t \times f_e}{b_0 \times S_t} \geq 0,4 \text{ MPa}$$

$$\left(\frac{A_t}{S_t} \right)_{min} \geq \frac{0,4 \times b_0}{f_e} \Rightarrow \left(\frac{A_t}{S_t} \right)_{min} \geq \frac{0,4 \times 12}{235} = 0,02 \text{ cm} \quad (3)$$

On prend le max entre (2) et (3) $\Rightarrow \left(\frac{A_t}{S_t} \right)_{min} \geq 0,02$, on prend $S_t = 15 \text{ cm}$

On trouve : $A_t \geq 0,02 \times 15 = 0,3 \text{ cm}^2 \Rightarrow \begin{cases} 2\Phi 8 = 1 \text{ cm}^2/ml \\ S_t = 15 \text{ cm} \end{cases}$

- Espacement dans la zone nodale :

$$S_t \leq \min(10\Phi_l ; 15 \text{ cm}) = \min(10 \text{ cm} ; 15 \text{ cm}) = 5 \text{ cm}$$

- Espacement dans la zone courante :

$$S_t \leq 15 \text{ cm} ; \text{ On prend } S_t = 10 \text{ cm}$$

d) Ancrage des armatures aux niveaux des appuis :

$$F_u = \frac{M_{appui}}{z} = \frac{M_{appui}}{0,9d} = \frac{6,60}{0,9 \times 21,6 \times 10^{-2}} = 33,95 \text{ kN}$$

$F_u = 33,95 \text{ kN} > T_u = 15,22 \text{ kN}$; Les armatures longitudinales inférieures ne sont pas soumises à un effort de traction.

e) Compression de la bielle d'about :

La contrainte de compression dans la biellette est de :

$$\bar{\sigma}_b = \frac{F_b}{S} ; \text{ Avec : } \begin{cases} F_b = T\sqrt{2} \\ S = \frac{ab_0}{\sqrt{2}} \end{cases} \Rightarrow \bar{\sigma}_b = \frac{2T}{ab_0}$$

Où :

a : La longueur d'appui de la biellette.

$$\text{On doit avoir : } \bar{\sigma}_b < \frac{f_{c28}}{\gamma_b}$$

Mais pour tenir compte du fait que l'inclinaison de la bielle est légèrement différente de 45° , donc on doit vérifier que :

$$\bar{\sigma}_b \leq \frac{0,8 \times f_{c28}}{\gamma_b} \Rightarrow \frac{2T}{ab_0} \leq \frac{0,8 \times f_{c28}}{\gamma_b} \Rightarrow a \geq \frac{2T\gamma_b}{0,8 \times b_0 \times f_{c28}} \Rightarrow a \geq \frac{2 \times 15,22 \times 1,5}{0,8 \times 12 \times 25 \times 10}$$

$$= 0,019m = 1,90 \text{ cm}$$

$$a = \min(a'; 0,9d) ; a' = c - c' - 2 ; c' = 2 \text{ cm} ; c = 45 \text{ cm}$$

a' : La largeur d'appui ;

c : La largeur de l'appui du poteau ;

c' : L'enrobage.

$$a' = 45 - 2 - 2 = 41 \text{ cm}$$

$$a = \min(41 \text{ cm} ; 19,44 \text{ cm}) = 19,44 \text{ cm} ; a > 1,90 \text{ cm} ; \text{Condition vérifiée.}$$

f) Entraînement des armatures :

f.1) Vérification de la contrainte d'adhérence :

$$\tau_{ser} = \frac{T}{0,9d \times \mu \times n} \leq \bar{\tau}_{ser} = \psi_s \times f_{t28}$$

ψ_s : Coefficient de cisaillement ; $\psi_s = 1,5$ pour H.A ;

T : L'effort tranchant maximum ; T = 15,22 kN ;

n : Nombre de armatures longitudinaux tendus ; n = 3 ;

μ : Périmètre d'armatures tendue ; $\mu = \pi\Phi = \pi \times 1 = 3,14 \text{ cm}$

$$\tau_{ser} = \frac{T}{0,9d \times \mu \times n} = \frac{15,22 \times 10^3}{19,44 \times 3,14 \times 3 \times 10^2} = 0,83 \text{ MPa}$$

$$\bar{\tau}_{ser} = 1,5 \times 2,1 = 3,15 \text{ MPa}$$

$$\tau_{ser} = 0,83 \text{ MPa} < \bar{\tau}_{ser} = 3,15 \text{ MPa} ; \text{Condition vérifiée.}$$

f.2) Ancrage des armatures tendues :

La longueur de scellement droit « L_s » est la longueur qui ne doit pas avoir une barre droite de diamètre Φ pour équilibrer une contrainte d'adhérence τ_s .

La contrainte d'adhérence τ_s est supposée constante et égale à la valeur limite ultime.

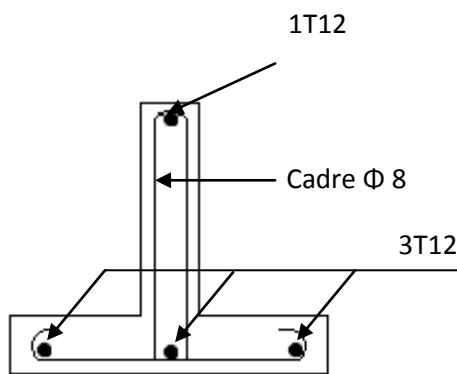
$$\tau_s = 0,6 \times \psi_s^2 \times f_{t28} = 0,6 \times 1,5^2 \times 2,1 = 2,83 \text{ MPa}$$

$$L_s = \frac{\Phi \times f_e}{4 \times \tau_s} = \frac{1 \times 400}{4 \times 2,83} = 35,33 \text{ cm}$$

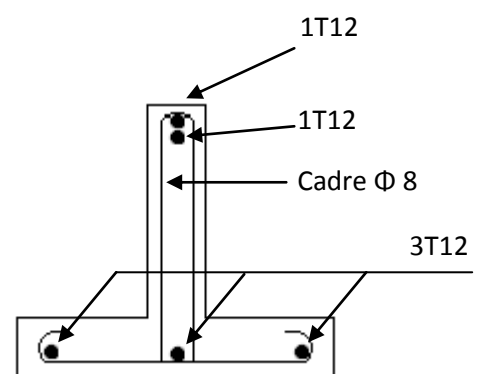
f.3) Vérification de la flèche :

Les conditions suivantes doivent être vérifiées :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{h_t}{L} \geq \frac{1}{22,5} \Rightarrow \frac{24}{430} = 0,055 > 0,045 ; \text{Condition vérifiée} \\ \frac{h_t}{L} \geq \frac{M_{ser}}{15 \times M_{0,ser}} \Rightarrow \frac{24}{430} = 0,055 > \frac{8,87}{15 \times 11,95} = 0,049 ; \text{Condition vérifiée} \\ \frac{A_s}{b_0 d} \leq \frac{3,6}{f_e} \Rightarrow \frac{2,35}{12 \times 21,6} = 0,009 = \frac{3,60}{400} = 0,009 ; \text{Condition vérifiée} \end{array} \right.$$



Appui de rive



Appui intermédiaire

Figure .IV.3 : Dessin de ferrailage des poutrelles du plancher terrasse

IV.5 Calcul du ferrailage de la dalle de compression :

Ce calcul est valable pour tous les planchers à corps creux de la construction, la dalle doit avoir une épaisseur minimale de 4 cm, elle est armée d'un quadrillage de barres en treillis soudés, les dimensions de la maille ne doivent pas dépasser :

20 cm (5 par mètre) pour les armatures perpendiculaire aux poutrelles :

33 cm (3 par mètre) pour les armatures parallèle aux poutrelles.