

III.1 Introduction :

Les éléments non structuraux sont les éléments qui ne participent pas à la résistance ou à la stabilité du bâtiment, on note : les acrotères, les balcons, escaliers, etc.....

Le ferrailage de ces éléments s'effectue selon les règles **CBA93** et les règles parasismique Algériennes en vigueur (**RPA99/version 2003**).

III.2 Acrotère :

III.2.1- Définition :

L'acrotère est un élément de sécurité au niveau de la terrasse, il forme une paroi, contre toute chute, elle est considérée comme une console encastrée soumise à son poids propre et à une charge « main courante ». Le calcul se fait à la flexion composée.

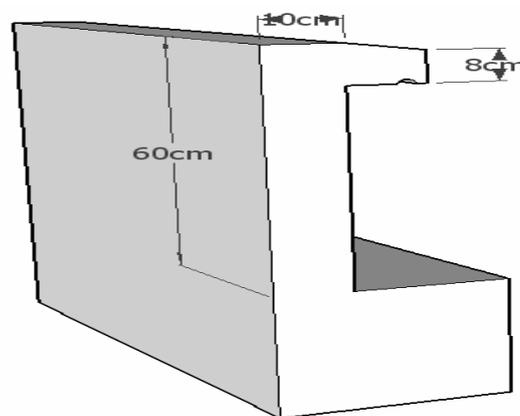


Figure III.1: Dimension d'acrotère

III.2.2- Charge permanente et charge d'exploitation :

a- Charge permanente :

Le calcul se fait à la flexion composée, pour une bande de 1 m de longueur.

$$G = 25[(0,6 \times 0,10) + (0,08 \times 0,1) + 0,5(0,02 \times 0,1)] \times 1$$

$$G = 1,73 \text{ Kn/m}$$

b- Charge d'exploitation :

On prend en considération l'effet de la main courante

$$Q = 1 \times 1 = 1 \text{ KN/ml}$$

III.2.3- Charge aux états limites :

a- E.L.U :

Le calcul se fait à la flexion composée, pour une bande de 1 m de longueur.

$$N_U = 1,35 G = 1,35 \times 1,73 = 2,34 \text{ KN}$$

$$M_U = 1,5 Q h = 1,5 \times 1 \times 0,6 = 0,90 \text{ KN.m}$$

$$T_U = 1,5 Q = 1,5 \times 1 = 1,5 \text{ KN}$$

b- E.L.S :

$$N_S = G = 1,73 \text{ KN}$$

$$M_S = Q h = 1 \times 0,6 = 0,6 \text{ KN.m}$$

$$T_S = Q = 1 \text{ kN}$$

III.2.4- Enrobage :

Vu que la fissuration est préjudiciable, on prend $C = C' = 2 \text{ cm}$.

III.2.5- Excentricité :

$$e = \frac{M_U}{N_U} = \frac{0,9}{2,34} = 0,39 \text{ m}$$

$$\frac{e_p}{2} = \frac{0,10}{2} = 0,05 \text{ m} < 0,39 \text{ m}$$

e_p : Épaisseur de l'acrotère.

Donc le centre de pression se trouve en dehors de la zone limitée par les armatures.

III.2.6- Calcul du ferrailage (E.L.U.) :

III.2.6.1- Vérification de la compression (partielle ou entière) de la section :

$$M_u = N_U \left[e + \frac{h}{2} - c \right] = 2,34 \left[0,39 + \frac{0,1}{2} - 0,02 \right] = 0,98 \text{ KN.m}$$

$$(d - c')N_U - M_U \leq (0,337h - (0,81c'))f_{bc} \times b \times h$$

$$(d - c')N_U - M_U = ((0,09 - 0,02) \times 2,34) - 0,98 = -0,82 \text{ KN.m}$$

$$((0,337 \times h) - (0,81 \times c'))f_{bc} \times b \times h$$

$$= ((0,337 \times 0,1) - (0,81 \times 0,02))14,17 \times 10^3 \times 1 \times 0,1$$

$$= 24,80 \text{ KN.m}$$

$-0,82 < 24,80 \text{ KN.m}$; Donc la section est partiellement comprimée et le calcul se fait pour une section rectangulaire $(b \times h) = (100 \times 10) \text{ cm}^2$.

III.2.6.2-Vérification de l'existence des armatures comprimées A' :

$$M_U = 0,98 \text{ KN.m}$$

$$\mu = \frac{M_U}{b \times d^2 \times f_{bc}} = \frac{0,98 \times 10^3}{100 \times 9^2 \times 14,17} = 0,008$$

$$\alpha_1 = \frac{3,5}{3,5 + 1000\delta_{sl}} = \frac{3,5}{3,5 + 1,74} = 0,688. \text{ avec: } 1000\delta_{sl} = \frac{f_s}{E \cdot \delta_s} = \frac{400}{2,10^5 \times 1,15} = 1,74$$

$$\mu_l = 0,8 \times 0,668(1 - 0,4 \times 0,668) = 0,392 > \mu = 0,008 \rightarrow A' = 0$$

Pas d'armatures de compression.

$$\mu = 0,008 \rightarrow \beta = 0,996$$

III.2.6.3-Calcul de la section d'armatures :

a-Flexion simple :

$$A_{fs} = \frac{M_U}{\sigma_s \times d \times \beta} = \frac{0,98 \times 10^3}{348 \times 0,996 \times 9} = 0,31 \text{ cm}^2/\text{ml}$$

b-Flexion composée :

$$A_{fc} = A_{fs} - \frac{N_U}{100\sigma_s} = 0,31 - \frac{2,34 \times 10^3}{100 \times 348} = 0,24 \text{ cm}^2/\text{ml}$$

III.2.6.4-Section minimale des armatures en flexion composée pour une section rectangulaire :

a- Les armatures principales :

$$N_{ser} = N_G = 1,73 \text{ kN/ml}$$

$$M_{ser} = M_Q = N_Q \times h = 1 \times 0,60 = 0,60 \text{ KN.m}$$

$$e_{ser} = \frac{M_{ser}}{N_{ser}} = \frac{0,60}{1,74} = 0,35 \text{ m} = 35 \text{ cm}$$

$$d = 0,9h_t = 0,9 \times 10 = 9 \text{ cm} ; b = 100 \text{ cm}$$

$$A_{s \min} = \frac{d \times b \times f_{t28}}{f_s} \times \frac{e_{ser} - 0,45d}{e_{ser} - 0,185d} \times 0,23 = \frac{9 \times 100 \times 2,1}{400} \times \frac{35 - 4,05}{35 - 1,665} \times 0,23$$

$$= 1,01 \text{ cm}^2/\text{ml}$$

On adopte **5T6**. $A_s = 1,41 \text{ cm}^2/\text{ml}$; avec un espacement $S_t = 20 \text{ cm}$

b- Les armatures de répartitions :

$$A_r = \frac{A_s}{4} = \frac{1,41}{4} = 0,35 \text{ cm}^2/\text{ml}$$

On adopte : $A_s = 1,41 \text{ cm}^2/\text{ml}$; Soit **5T6**

III.2.7- Les vérifications :

III.2.7.1- Vérification des contraintes (E.L.S.) :

Moment de service :

$$M_{ser} = N_{ser} \times \left(e - c + \frac{h}{2} \right) = 1,73 \times \left(0,35 - 0,02 + \frac{0,10}{2} \right) = 0,66 \text{ KN.m}$$

Position de l'axe neutre :

$$\frac{b}{2}y^2 - \eta A_s(d - y) = 0 \rightarrow \frac{100}{2}y^2 + 21,15y - 190,35 = 0 \rightarrow y = 1,75 \text{ cm}$$

Moment d'inertie :

$$I = \frac{b}{3}y^3 + \eta A_s(d - y)^2 = \frac{100 \times 1,75^3}{3} + (15 \times 1,41 \times (9 - 1,75)^2) = 1290,34 \text{ cm}^4$$

III.2.7.2- Détermination des contraintes dans le béton comprimé σ_{bc} :

$$\sigma_b = \frac{M_{ser}}{I} \times y = \frac{660}{1290,34} \times 1,75 = 0,90 \text{ MPa}$$

$$\overline{\sigma}_{bc} = 0,6f_{c28} = 15 \text{ MPa}$$

$$\sigma_b = 0,90 < \overline{\sigma}_{bc} = 15 \text{ MPa} ; \text{Condition vérifiée}$$

III.2.7.3- Détermination des contraintes dans l'acier tendu σ_{st} :

$$\overline{\sigma}_{st} = \min\left(\frac{2}{3}f_s ; 110\sqrt{\eta \times f_{t28}}\right) ; \text{Fissuration préjudiciable}$$

Avec : η : coefficient de fissuration pour HA $\Phi \geq 6 \text{ mm}$; $\eta = 1,6$

$$\overline{\sigma}_{st} = \min(266,67 \text{ MPa} ; 201,63 \text{ MPa}) = 201,63 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{st} = \eta \frac{M_{ser}}{I} (d - y) = 15 \times \frac{660}{1290,34} \times (9 - 1,75) = 55,63 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{st} = 55,63 \text{ MPa} < \overline{\sigma}_{st} = 201,63 \text{ MPa} ; \text{Condition vérifiée}$$

III.2.7.4 - Contrainte de cisaillement :

$$\tau_u = \frac{T}{b \times d}$$

$$T = 1,5Q = 1,5 \times 1 = 1,50 \text{ KN}$$

$$\tau_u = \frac{1,50}{1 \times 0,09} = 16,67 \text{ KN/m}^2 = 0,017 \text{ MPa}$$

$$\overline{\tau_u} = \min(0,1f_{c28} ; 4 \text{ MPa}) ; \text{ Fissuration préjudiciable}$$

$$\overline{\tau_u} = \min(2,5 \text{ MPa} ; 4 \text{ MPa}) = 2,5 \text{ MPa}$$

$$\tau_u = 0,017 \text{ MPa} < \overline{\tau_u} = 2,5 \text{ MPa} ; \text{ Condition vérifiée}$$

III.2.7.5- Vérification du ferrailage vis-à-vis au séisme :

D'après le R.P.A. 99/2003, les éléments non structuraux doivent être vérifiés aux forces horizontales selon la formule suivante :

$$F_p = 4 \times C_p \times A \times W_p$$

Avec :

A : Coefficient d'accélération de zone $A = 0,10$

C_p : Facteur de force horizontale $C_p = 0,8$

W_p : Poids propre de l'acrotère $W_p = 1,73 \text{ kN}$

F_p : Force horizontale pour les éléments secondaires des structures

$$F_p = 4 \times 0,8 \times 0,10 \times 1,73 = 0,55 \text{ KN} < 1,5Q = 1,5 \text{ KN} ; \text{ Condition vérifiée}$$

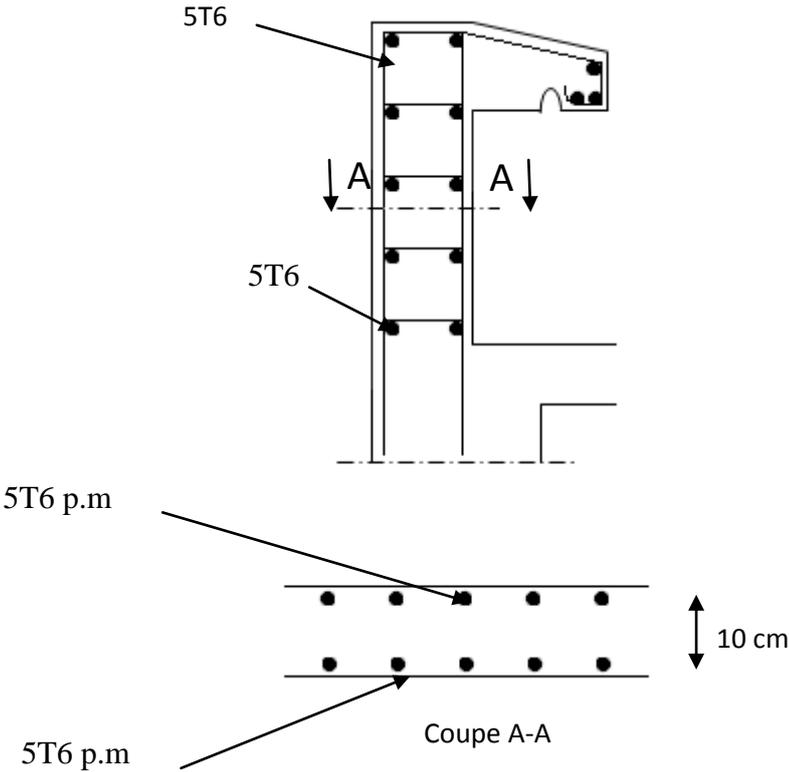


Figure III. 1 : Ferrailage de l'acrotère.

III-3-Balcons :**III-3-1-Introduction:**

Le balcon est une dalle pleine encastree dans la poutre, entourée d'une rampe ou un mur de protection, elle est assimilée à une console qui dépasse de la façade d'un bâtiment et communique avec l'intérieur par une porte ou une fenêtre.

Le calcul se fait pour une bande de 1m de largeur.

L'épaisseur des dalles pleines résulte des conditions suivantes:

- Résistance à la flexion.
- Isolation acoustique $e \geq 12\text{cm}$.
- Sécurité en matière d'incendie $e = 11\text{cm}$ pour 2 heures de coup feu.

Donc on adopte $e = 15\text{cm}$.

Dans notre étude, les différents cas des balcons sont les suivantes :

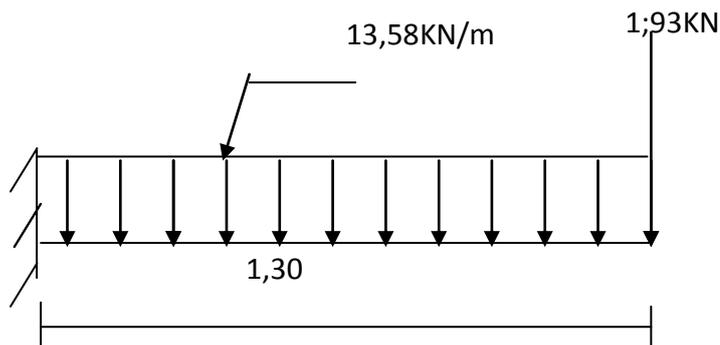


Figure III.3:Schéma du balcon.

Le calcul se fera à la flexion simple pour une bande d'un mètre linéaire.

On adopte une épaisseur de 15cm

III-3-2-Exemple de calcul :(cas 1)

On va considérer que le balcon est une dalle pleine semi encastree au trois cotés :

Suivant L_y : encastree à la poutre

Suivant L_x : encastree au deux consoles

Avec : $L_x = 1,30\text{ m}$

$L_y = 2,50\text{ m}$

$$\alpha = \frac{L_x}{L_y} = \frac{1,30}{2,50} = 0,52 > 0,4 \Rightarrow \text{La dalle travail dans les deux sens}$$

L'épaisseur des dalles pleines doit respecter les conditions suivantes:

- Résistance à la flexion : $h_0 \geq \frac{Lx}{30} = \frac{130}{30} = 4,33cm$
- Isolation acoustique $h_0 \geq 12cm$
- Sécurité en matière d'incendie $h_0 = 11cm$ pour 2 heures de coup feu

Donc on adopte $h_0 = 15cm$

III-3-3-Descente des charges :

- 1- Revêtement en carrelage ($e_p = 2cm$)..... 0,40 KN /m²
- 2- Mortier de pose ($e_p = 3cm$).....1,00 KN /m²
- 3- Couche de sable ($e_p = 3cm$).....0,66 KN /m²
- 4- Dalle pleine en béton armé ($e_p = 15cm$)..... 3,75 KN /m²
- 5-Enduit de ciment ($e_p = 2cm$).....0,36 KN /m²

$$G = 6,17 \text{ KN /m}^2$$

$$Q = 3,5 \text{ KN/m}^2$$

$$Q_u = 1,35G + 1,5Q$$

$$Q_u = 1,35(6,17) + 1,5(3,5)$$

$$Q_u = 13,58 \text{ KN/m}^2$$

$$\text{Charge par ml} = Q_u = 13,58 \times 1 = 13,58 \text{ KN/ml}$$

$$Q_{ser} = G + Q$$

$$Q_{ser} = 6,17 + 3,5 = 9,67 \text{ KN/m}^2$$

$$\text{Charge par ml} = Q_{ser} = 9,67 \times 1 = 9,67 \text{ KN/ml}$$

III-3-4-Calcul de la charge concentrée due au mur extérieur:

Poids propre du mur en brique :

$$A = \gamma \times b \times h \times 1m = 13 \times 0,10 \times 1,10 \times 1m = 1,43 \text{ KN}$$

$$P_u = 1,35A = 1,35 (1,43) = 1,93 \text{ KN}$$

$$P_{ser} = 1,43 \text{ KN}$$

III-3-5-Calcul du moment Max et de l'effort tranchant max (ELU):

$$M_{max} = -\frac{Q_u l^2}{2} - P_u \cdot l = -\frac{13,58(1,30)^2}{2} - 1,93(1,30) = - 11,48 - 2,51$$

$$M_{max} = - 14 \text{ KN.m}$$

$$T_{max} = Q_u \cdot l + P_u = 13,58 \times 1,30 + 1,93 = 19,58 \text{ KN}$$

$$d = 0,9h = 0,9 \times 15 = 13,5 \text{ cm}$$

III-3-6-Calcul des moments max: (ELS)

$$M_{\max} = -\frac{Q_s.l^2}{2} - P_s.l = -\frac{9,67(1,30)^2}{2} - 1,43(1,30) = -8,17 - 1,86$$

$$M_{\max} = -10,03 \text{ KN.m}$$

$$T_{\max} = Q_s.l + P_s = 9,67 \times 1,30 + 1,43 = 12,57 + 1,43 = 14 \text{ KN}$$

III-3-7-Calcul du ferrailage:

La section à calculé (100x15)

$$M = 14 \text{ KN.m}$$

$$\mu = \frac{M}{b.d^2.\sigma_{bc}} = \frac{14 \times 10^3}{100.13,5^2.14,17} = 0,054 < \mu_1$$

$$\mu = 0,054 \Rightarrow \beta = 0,972$$

$$\sigma_s = \frac{f_e}{\gamma_s} = \frac{400}{1,15} = 348 \text{ Mpa}$$

$$A_s = \frac{M}{\beta.d.\sigma_s} = \frac{14 \times 10^3}{0,972 \times 13,5 \times 348} = \frac{14 \times 10^3}{4566,46} = 3,07 \text{ cm}^2$$

III-3-8-Vérifications:

- **Conditions de non fragilité:**

$$A_{\min} = (0,23.b.d.f_{t28})/f_e = \frac{0,23 \times 100 \times 13,5 \times 2,1}{400} = 1,63 \text{ cm}^2$$

$$A_{\min} < A_s \Rightarrow A_s = 3,07 \text{ cm}^2$$

Le choix = 6T10 = 4,71 cm²

- **Contrainte de cisaillement :**

$$\tau_u = \frac{T_u}{bxd} = \frac{19,58 \times 10^3}{1000 \times 135} = 0,15 \text{ Mpa}$$

Pour une fissuration préjudiciable on a :

$$\bar{\tau}_u = \min(0,15 f_{c28} / \gamma_b ; 4 \text{ Mpa}) = \min (0,15 \times 25 / 1,5 ; 4 \text{ Mpa}) = 2,5 \text{ Mpa}$$

$$\tau_u = 0,15 < \bar{\tau}_u = 2,5 \text{ Mpa} \dots\dots\dots \text{Condition vérifiée}$$

Donc les armatures transversales ne sont pas nécessaires

- **Contrainte d'adhérence :**

$$\tau_{ser} = \frac{T_u}{0,9 \times d \times n \times \mu} = \frac{19,58 \times 10^3}{0,9 \times 13,5 \times 12,56 \times 10^2} = 1,28 \text{ Mpa}$$

$n = 4$: nombre d'armatures longitudinales tendues

$$\mu = 2\pi \frac{1}{2} = 3,14 \text{ cm} : \text{périmètre d'armatures tendues}$$

$$\overline{\tau}_{ser} = \psi_s \times f_{t28} = 1,5 \times 2,1 = 3,15 \text{ MPa}$$

$$\tau_{ser} = 1,28 \text{ MPa} < \overline{\tau}_{se} = 3,15 \text{ MPa} \dots \dots \dots \text{condition vérifiée}$$

- **La vérification des contraintes à L.E.L.S :**

- ✓ **Détermination de la position de l'axe neutre :**

$$\frac{b \cdot y^2}{2} - 15A_s(d-y) = 0 \quad A_s = 4,71 \text{ cm}^2$$

$$50y^2 + 15 \times 4,71 (13,5 - y) = 0$$

$$50y^2 + 70,65 y - 953,78 = 0$$

$$\Delta = (70,65)^2 - 4 \times 50 \times (-953,78) = 2218,41 + 127170 = 195746,42$$

$$\sqrt{\Delta} = 442,43$$

$$y_1 = - \frac{70,65 - 442,43}{100} = - 5,13$$

$$y_2 = - \frac{70,65 + 442,43}{100} = 3,72$$

$$y = 3,72 \text{ cm}$$

(position de l'axe neutre à la fibre la plus comprimée)

- ✓ **Détermination du moment d'inertie :**

$$I = \frac{b}{3} y_1^3 + \sum A_s (d - y_1)^2 = \frac{100}{3} (3,72)^3 + 15 \times 4,71 (13,5 - 3,72)^2$$

$$I = 1715,96 + 6757,56$$

$$I = 8473,52 \text{ cm}^4$$

- ✓ **Détermination de contrainte dans le béton comprimé σ_{bc} :**

$$\sigma_{bc} = \frac{M_{ser}}{I} y_i = \frac{10,03 \times 10^3}{8473,52} \times 3,72 = 4,40 \text{ Mpa}$$

$$\overline{\sigma}_{bc} = 0,6 f_{c28} = 15 \text{ Mpa}$$

$$\sigma_{bc} = 4,40 \text{ Mpa} < \overline{\sigma}_{bc} = 15 \text{ Mpa} \dots \dots \dots \text{Condition vérifiée}$$

✓ **Détermination des contraintes dans l'acier tendue σ_{st} :**

Pour une fissuration préjudiciable on a :

$$\overline{\sigma_{st}} = \min \left\{ \frac{2}{3} f_c ; 110\sqrt{\eta f_t 28} \right\}$$

Avec η : coefficient de fissuration pour HA $\phi \geq 6mm$; $\eta = 1,6$

$$\overline{\sigma_{st}} = \min \left\{ \frac{2}{3} \times 400 ; 110\sqrt{1,6 \times 2,1} \right\}$$

$$\overline{\sigma_{st}} = \min \{ 267 ; 202 \} = 202 \text{ Mpa}$$

$$\sigma_{st} = n \frac{M_{ser}}{I} (d - y_1) = 15 \times \frac{10,03 \times 10^3}{8473,52} (13,5 - 3,72) = 173,65 \text{ Mpa}$$

$$\sigma_{st} = 173,65 \text{ Mpa} < \overline{\sigma_{st}} = 202 \text{ Mpa}$$

• **Les armatures de répartition :**

$$A_r = \frac{A_p}{4} = \frac{4,71}{4} = 1,18 \text{ cm}^2$$

On adopte $3\phi 8 = 1,51 \text{ cm}^2/\text{ml}$

• **Vérification de la flèche :**

Pour les éléments supports en console, la flèche F est égale à :

$$F = F_1 + F_2 \text{ avec : } F_1 = \frac{QL^2}{8EI} \dots \dots \dots \text{ Flèche due à la charge répartie.}$$

$$F_2 = \frac{pL^3}{3EI} \dots \dots \dots \text{ Flèche due à la charge concentrée.}$$

✓ **Détermination du centre de gravité :**

$$y_a = \frac{\sum A_i \times Y_i}{\sum A_i} = \frac{b \times h \times \frac{h}{2} + n \times A_s \times d}{b \times h + n \times A_s}$$

$$y_a = \frac{100 \times 15 \times 7,5 + 15 \times 4,71 \times 13,5}{100 \times 15 + 15 \times 4,71} = \frac{11250 + 953,78}{1570,65} = \frac{12203,78}{1570,65} = 7,80 \text{ cm}$$

$$y_1 = y_a = 7,80 \text{ cm}$$

$$y_2 = h - y_a = 15 - 7,80 = 7,2 \text{ cm}$$

✓ **Calcul du moment d'inertie :**

$$I = \frac{by_1^3}{3} + \frac{by_2^3}{3} + n.A(d-y_1)^2$$

$$I = \frac{100(7,80)^3}{3} + \frac{100(7,20)^3}{3} + 15 \times 4,71(13,5 - 7,80)^2$$

$$I = 15818,4 + 12441,6 + 2295,42$$

$$I = 30555,42 \text{ cm}^4$$

$$F = F_1 + F_2 = \left(\frac{QL^4}{8EI} + \frac{PL^3}{3EI} \right) = \frac{L^3}{EI} \left[\frac{QL}{8} + \frac{P}{3} \right]$$

$$F = \frac{(1,30)^3}{30555,42 \times 32164,2} \left[\frac{9,67 \times 1,30}{8} + \frac{1,43}{3} \right]$$

$$F = \frac{2197000}{982,80 \times 10^6} [1,57 + 0,48]$$

$$F = \frac{2197000}{982,8 \times 10^6} \times 2,05$$

$$F = 0,005 \text{ cm}$$

$$F_{ad} = \frac{L}{250} = \frac{130}{250} = 0,52 \text{ cm}$$

$$F_{cal} = 0,005 \text{ cm} < F_{adm} = 0,52 \text{ cm} \dots\dots\dots \text{Condition vérifiée}$$

Tableau III.1 : Récapitulatif des armatures du balcon

Cas	01
Moment fléchissant M_u (KN.m)	14
L'effort tranchant T_u (KN)	19,58
M_{ser} (KN.m)	10,03
A_s (cm ² /ml)	3,07
A_{min} (cm ² /ml)	1,63
Choix d'acier (p.m)	6T10
A_{adopte} (cm ² /ml)	4,71
A_r (cm ² /ml)	1,18
Choix d'acier (p.m)	3T8

III-4-Escaliers:

III-4-1-Introduction:

Les escaliers sont des éléments constitués d'une succession de gradins permettant le passage à pied entre les différents niveaux d'un immeuble comme il constitue une issue des secours importante en cas d'incendie.

III-4-2-Terminologie :

Un escalier se compose d'un nombre de marches, on appelle emmarchement la longueur de ces marches, la largeur d'une marche "g" s'appelle le giron, est la hauteur d'une marche "h", le mur qui limite l'escalier s'appelle le mur déchiffre.

Le plafond qui monte sous les marches s'appelle paillasse, la partie verticale d'une marche s'appelle la contre marche, la cage est le volume se situe l'escalier, les marches peuvent prendre appui sur une poutre droite ou courbe dans lequel qu'on appelle le limon. La projection horizontale d'un escalier laisse au milieu un espace appelé jour.

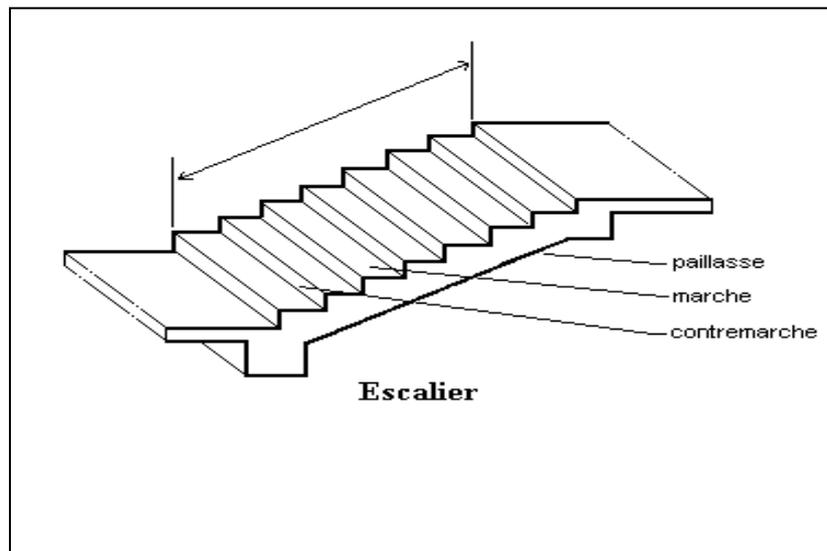


Figure III.4 :schéma d'un escalier

III-4-3-Dimensions des escaliers:

Pour les dimensions des marches "g" et contre marches "h", on utilise généralement la formule de BLONDEL:

$$59 \leq 2h + g \leq 66\text{cm} \dots\dots\dots(1)$$

Avec :

h : Hauteur de la marche (contre marche),

g : Largeur de la marche,

On prend $2h+g=64$ cm

H : Hauteur entre les faces supérieures des deux paliers successifs d'étage ($H=n.h=he/2$)

n : Nombre de contre marches

L : Projection horizontale de la longueur total de la volée : $L = (n - 1)g$

- Notre bâtiment compte un seul type d'escalier :

1. Escalier à deux volées avec palier.

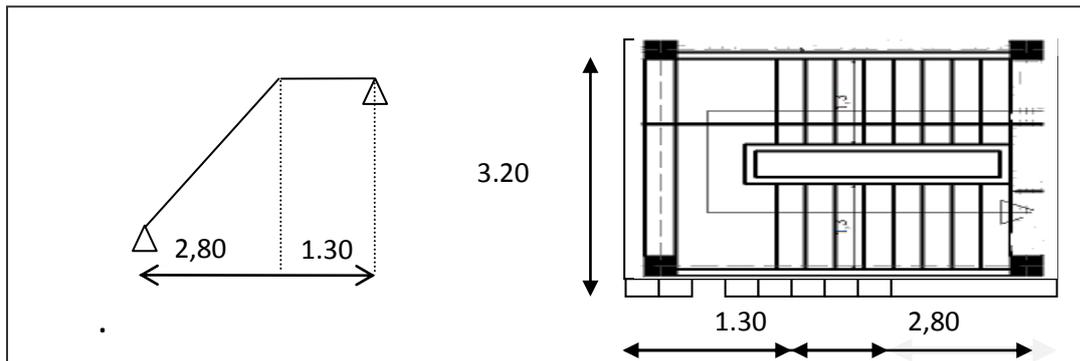


Figure III.5 : Schéma statique

a-Dimensionnement des marches et contre marches :

$$\begin{cases} H = n \times h \Rightarrow h = H/n \\ L = (n-1) \cdot g \Rightarrow g = L/(n-1) \end{cases}$$

D'après BLONDEL on a : $\frac{L}{(n-1)} + 2 \times \frac{H}{n} = m$

Et puis : $m n^2 - (m+L + 2H) n + 2H = 0 \dots (2)$

Avec : $m=59\text{cm}$ et $H=323/2=161.5\text{cm}$ et $L=280\text{cm}$

Donc l'équation (2) devient : $59n^2 - 662n + 323 = 0$

La solution de l'équation est : $n = 10$ (*nombre de contre marche*)

Donc : $n - 1 = 9$ (*nombre de marche*)

$$h = \frac{161.5}{9} = 17 \text{ cm et } g = \frac{L}{n-1} = 30 \text{ cm}$$

On vérifie avec la formule de Blondel :

$59 \text{ cm} \leq (2 \times 17) + 30 \leq 66 \text{ cm} = 59 \text{ cm} \leq 64 \text{ cm} \leq 66 \text{ cm}$; *Condition vérifiée*

L'inégalité vérifiée, on a : 10 marches avec $g = 30 \text{ cm}$ et $h = 17 \text{ cm}$.

L'angle d'inclinaison est :

$$\tan \alpha = \frac{17}{30} = 0,57 \Rightarrow \alpha = 29,54^\circ \rightarrow \cos \alpha = 0,87$$

Epaisseur de la volée (e_v) :

$$\frac{l}{30} \leq e_v \leq \frac{l}{20} \rightarrow \frac{L}{30 \cos \alpha} \leq e_v \leq \frac{L}{20 \cos \alpha} \rightarrow \frac{280}{30 \times 0,87} \leq e_v \leq \frac{280}{20 \times 0,87} \rightarrow 10,73 \leq e_v \leq 16,09$$

$$e_v = 12 \text{ cm}$$

Epaisseur du palier (e_p):

$$e_p = \frac{e_v}{\cos \alpha} = \frac{12}{0,87} = 13,95 \text{ cm}$$

$$e_p = 14 \text{ cm}$$

b-Evaluation des charges et des surcharges :

- Paillasse :

Tableau III.2 : Résume les charges de paillasse

N ^o	Désignation	Ep (m)	densité KN/m ³	poids KN/m ²
1	Revêtement en carrelage horizontal	0,02	20,00	0,40
2	Mortier de ciment horizontal	0,02	20,00	0,40
3	Lit de sable	0,02	18,00	0,36
4	Revêtement en carrelage vertical R _h x20x h/g	0,02	20,00	0,23
5	Mortier de ciment vertical ep x20x h/g	0,02	20,00	0,23
6	Poids propre de la paillasse $e_v \times 25 / \cos \alpha$	0,12	25,00	3,45
7	Poids propre des marches $\frac{h}{2} \times 22$	/	22,00	1,87
8	Garde- corps	/	/	0,10
9	Enduit en plâtre 2x0,1/0,87	0,02	10,00	0,23
			G	7,36KN/m²
			Q	2,5KN/m²

$$q_u = (1,35G + 1,5Q) \cdot 1\text{m} = 13,69 \text{ KN/ml}$$

$$q_{ser} = (G + Q) \cdot 1\text{m} = 9,86 \text{ KN/}$$

- Palier :

Tableau III.3 : Résume les charges de palier

N ^o	Désignation	ep (m)	Densité (KN/m ³)	Poids KN/m ²
1	Poids propre du palier epx25	0,14	25,00	3,50
2	Revêtement en carrelage horizontal	0,02	20,00	0,40
3	Mortier de pose	0,02	0,20	0,40
4	Lit de sable	0,02	18,00	0,36
5	Enduit de plâtre	0,02	10,00	0,20
			G	4,87KN/m²
			Q	2,5KN/m²

$$\left\{ \begin{array}{l} q_u = 10,33 \text{KN/ml} \\ q_{ser} = 7,37 \text{KN/ml} \end{array} \right.$$

c-Calcul du moment maximal en travée a L.E.L.U :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Charge due au paillasse : } q_1 = 13,69 \text{KN/ml} \\ \text{Charge due au palier : } q_2 = 10,33 \text{KN / ml} \end{array} \right.$$

$$\sum F/X = 0 \Rightarrow H_B = 0$$

$$\sum F/Y = 0 \Rightarrow V_A + V_B = q_1 \cdot 2,80 + q_2 \cdot 1,30$$

$$\Rightarrow V_A + V_B = 51,76 \text{ KN}$$

$$\sum M/A = (R_B \cdot 4,10) - (q_2 \cdot 1,30) \left(\frac{1,30}{2} + 2,80 \right) - q_1 (2,80) \left(\frac{2,80}{2} \right) = 0$$

$$\Rightarrow V_B = 24,39 \text{ KN}$$

$$\sum M/B = -(R_A \cdot 4,10) + (q_1 \cdot 2,80) \left(\frac{2,80}{2} + 1,30 \right) + q_2 (1,30) \left(\frac{1,30}{2} \right) = 0$$

$$\Rightarrow V_A = 27,37 \text{ KN}$$

d-Schéma statique

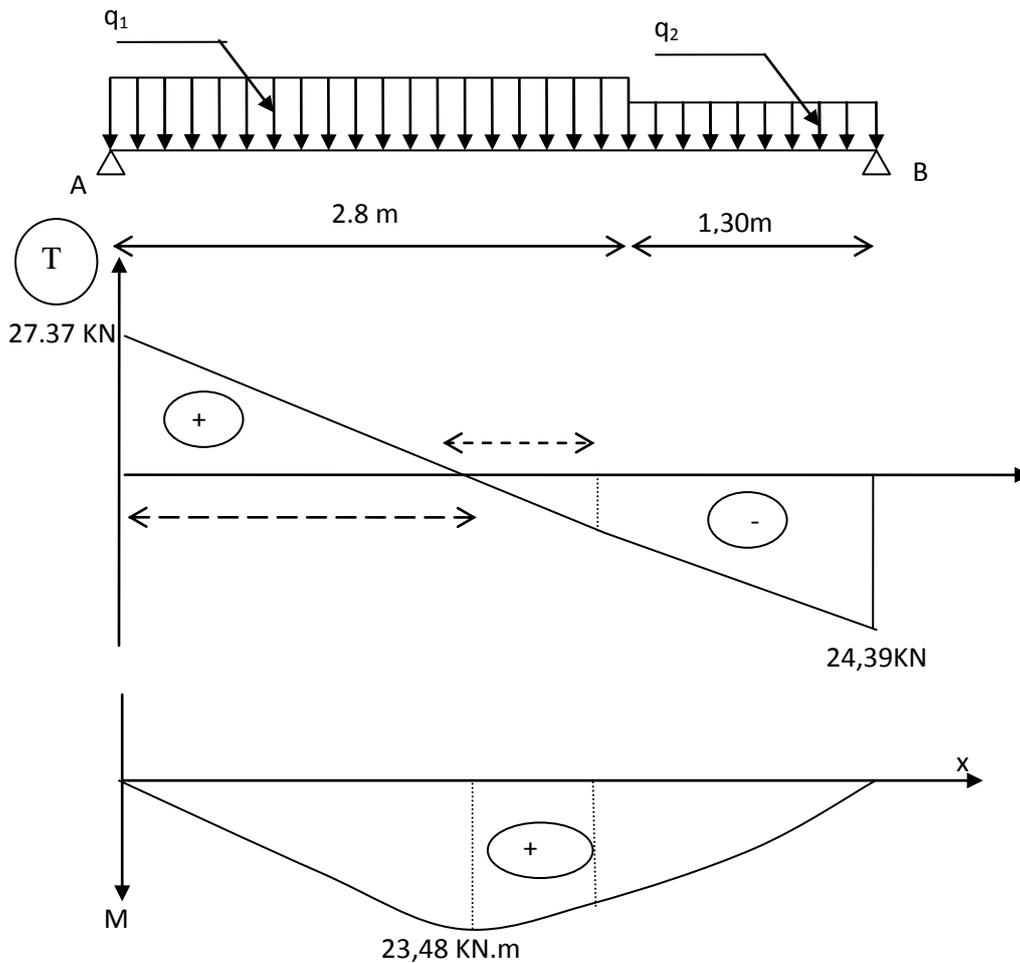


Figure III.6 : diagramme des efforts tranchants et des moments fléchissant.

e-Calcul du moment maximal en travée a L .E.L.S :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Charge due au paillasse } q_1 = 10,33 \text{ kN/ml} \\ \text{Charge due au palier } q_2 = 7,37 \text{ kN / ml} \end{array} \right.$$

$$\sum F/y=0 \Rightarrow R_A + R_B = (9,86 \times 2,80) + (7,37 \times 1,30) = 37,19 \text{ kN}$$

$$\sum M/B=0 \Rightarrow -R_A \times 4,10 + 9,86 \times 2,80 \left(\frac{2,80}{2} + 1,30 \right) + (7,37 \times \frac{1,30^2}{2})$$

$$R_A = 19,70 \text{ kN} \quad \text{et} \quad R_B = 17,49 \text{ kN}$$

f-Schéma statique

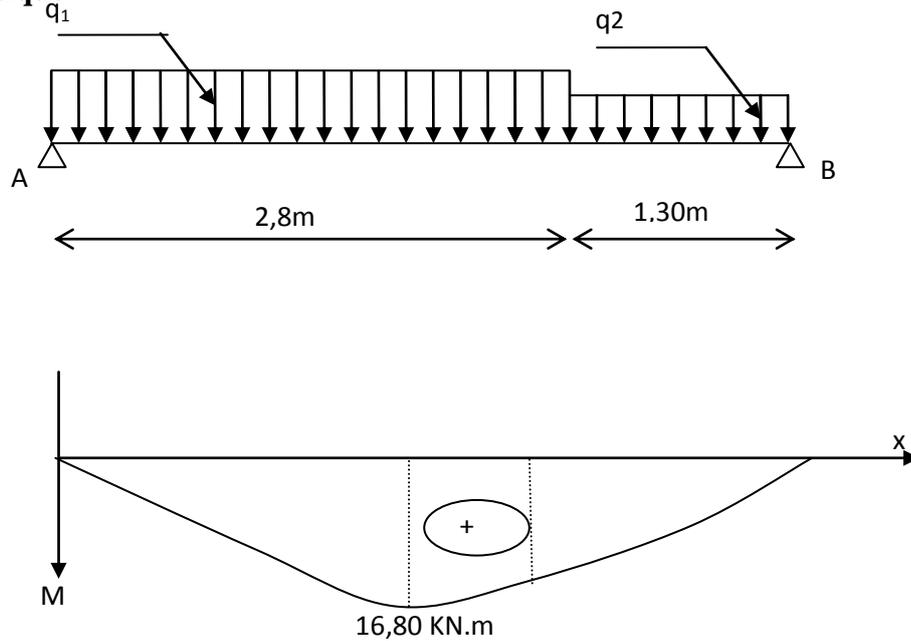


Figure III.7 : diagramme des moments fléchissant.

III.4.4-Calcul du ferrailage:

1. En travée (volée) :

$M_t = 19,96 \text{ KN.m}$; $h = 12 \text{ cm}$; $d = 0,9h = 0,9 \times 12 = 10,8 \text{ cm}$; $b = 100 \text{ cm}$

$$\mu = \frac{M_t}{b \times d^2 \times \sigma_{bc}} = \frac{19,96 \times 10^3}{100 \times 10,8^2 \times 14,17} = 0,120 < \mu_1 \rightarrow A' = 0$$

$\alpha = 0,1603$

$\beta = 0,936$

$$A_s = \frac{M_t}{\beta \times d \times \sigma_s} = \frac{19,96 \times 10^3}{0,936 \times 10,8 \times 348} = 5,67 \text{ cm}^2 / \text{ml}$$

On adopte **6T12** soit $A_{\text{adp}} = 6,79 \text{ cm}^2/\text{ml}$

1.a)Vérification du Condition de non fragilité:

$$A_{\text{min}} = \frac{0,23 \cdot b \cdot d \cdot f_{t28}}{f_e} \iff A_{\text{min}} = \frac{0,23 \times 100 \times 10,8 \times 2,1}{400} = 1,30 \text{ cm}^2/\text{ml}$$

$A_s = 6,79 \text{ cm}^2 > A_{\text{min}} = 1,30 \text{ cm}^2$ condition vérifiée

L'espacement : $St = 15 \text{ cm}$.

1.b)-Les armatures de répartition :

$$A_r = \frac{A_s}{4} = \frac{6,79}{4} = 1,70 \text{ cm}^2 / \text{ml}.$$

Soit on adopte **3T10/ml** soit $A_{adp} = 2,36 \text{ cm}^2/\text{ml}$; avec un espacement égal à 10cm.

2- Sur appuis (palier):

$M_a = 9,39 \text{ KN.m}$; $h = 14 \text{ cm}$; $d = 0,9 \times 14 = 12,6 \text{ cm}$; $b = 100 \text{ cm}$

$$\mu = \frac{M_a}{b \times d^2 \times \sigma_{bc}} = \frac{9,39 \times 10^3}{100 \times 12,6^2 \times 14,17} = 0,042 < \mu_1 \rightarrow A' = 0$$

$\beta = 0,979$

$$A_s = \frac{M_a}{\beta \times d \times \sigma_s} = \frac{9,39 \times 10^3}{0,979 \times 12,6 \times 348} = 2,19 \text{ cm}^2 / \text{ml}$$

On adopte **3T12** soit $A_{adp} = 3,39 \text{ cm}^2/\text{ml}$

2.a) vérification de la condition de non fragilité :

$$A_{min} = \frac{0,23 \times b \times d \times f_{t28}}{f_s} = \frac{0,23 \times 100 \times 12,6 \times 2,1}{400} = 1,63 \text{ cm}^2$$

$A_a = 3,39 \text{ cm}^2 > A_{min} = 1,63 \text{ cm}^2$ condition vérifiée

L'espacement $S_t = 15 \text{ cm}$.

2.b)-Les armatures de répartition :

$$A_r = \frac{A_a}{4} = \frac{3,39}{4} = 0,85 \text{ cm}^2 / \text{ml}.$$

On adopte **2T10** soit $A_{adp} = 1,57 \text{ cm}^2/\text{ml}$ $S_t = 10 \text{ cm}$.

III.4.5. Les vérifications à l'E.L.S :

$M_{ser}^{max} = 16,80 \text{ KN.m}$

1- En travée:

$M'_{ser} = 14,28 \text{ KN.m}$, $A_t = 6,79 \text{ cm}^2/\text{ml}$; $d = 10,80 \text{ cm}$

a)-Détermination de la Position de l'axe neutre (y) :

$$Y = \frac{b y^2}{2} + \eta A_s' (y - d) \quad ; \quad \text{D'ou : } \eta = 15$$

$$\Rightarrow 50y^2 + 101,85Y - 1099,98 = 0 \Rightarrow y = 3,78 \text{ cm}.$$

b)-Calcul du Moment d'inertie (I):

$$I = \frac{b y^3}{3} + 15 A_s (d - y)^2 = \frac{100(3,78)^3}{3} + (15 \times 6,79) \times (10,80 - 3,78)^2 = 6819,55 \text{ cm}^4$$

c)-Contrainte du béton σ_{bc} :

$$\sigma_b = \frac{M_{ser}}{I} \times y = \frac{14,28 \times 10^3}{6819,55} \times 3,78 = 7,92 \text{ MPa}$$

d)-Contrainte admissible du béton σ_b :

$$\overline{\sigma}_{bc} = 0,6 f_{c28} = 15 \text{ MPa}$$

Alors : $\sigma_{bc} = 7,92 \text{ MPa} < \overline{\sigma}_{bc} = 15 \text{ MPa}$ condition vérifiée

Donc les armatures calculées conviennent.

2- sur appuis :

$$M_{aser} = 6,72 \text{ KN.m} ; A_s = 3,39 \text{ cm}^2/\text{ml} ; d = 12,6 \text{ cm}$$

a)-Détermination de la Position de l'axe neutre (y) :

$$Y = \frac{by^2}{2} + \eta A_s'(y - d) ; \text{ D'ou : } \eta = 15$$

$$\rightarrow 50y^2 + 58,95Y - 742,77 = 0 \rightarrow y = 3,31 \text{ cm.}$$

b)-Calcul du Moment d'inertie (I):

$$I = \frac{b y^3}{3} + 15A_s(d - y)^2 = \frac{100(3,31)^3}{3} + (15 \times 3,39)(12,6 - 3,31)^2 = 5493,82 \text{ cm}^4$$

c)-Contrainte du béton σ_{bc} :

$$\sigma_{bc} = \frac{M_{ser}}{I} \times y = \frac{6,72 \times 10^3}{5493,82} \times 3,31 = 4,05 \text{ MPa}$$

d)-Contrainte admissible du béton σ_b :

$$\overline{\sigma}_{bc} = 0,6 f_{c28} = 15 \text{ MPa}$$

$\sigma_{bc} = 4,05 \text{ MPa} < \overline{\sigma}_{bc} = 15 \text{ MPa}$ condition vérifiée

Donc les armatures calculées conviennent.

e)-Vérification de la contrainte de cisaillement:

$$\tau_u = \frac{T_u}{b \times d} = \frac{25,88 \times 10^3}{1000 \times 108} = 0,24 \text{ MPa}$$

$$\tau_u < \overline{\tau}_u = \min(0,20 f_{c28} / \gamma b ; 5 \text{ MPa}) = \min(0,20 \times 25 / 1,5 ; 5 \text{ MPa}) = 3,33 \text{ MPa}$$

$\tau_u = 0,24 \text{ MPa} < \overline{\tau}_u = 3,33 \text{ MPa}$ Condition vérifiée.

Donc: pas de risque de cisaillement

III.4.6. Vérification de la flèche :

Selon l'article B651 de BAEL91 on a :

$$\frac{h_t}{L} \geq \frac{1}{16} \Rightarrow \frac{14}{130} = 0,108 > 0,0625 \dots \dots \dots \text{Condition vérifiée}$$

$$\frac{h_t}{L} \geq \frac{M_{t,ser}}{10 \times M_{0,ser}} \Rightarrow \frac{14}{130} = 0,108 > \frac{14,28}{10 \times 16,80} = 0,085 \dots \dots \dots \text{Condition vérifiée}$$

$$\frac{A_s}{b \times d} \leq \frac{4,2}{f_s} \Rightarrow \frac{6,79}{100 \times 10,8} = 0,0063 = \frac{4,2}{400} = 0,010 \dots \dots \dots \text{Condition vérifiée}$$

Les trois conditions sont vérifiées donc le calcul de la flèche n'est pas nécessaire

III-5-Poutre palière :**III-5-1-Dimensionnement :**

Selon BAEL91/99 le critère de rigidité est :

$$\frac{L}{15} \leq h \leq \frac{L}{10} \Rightarrow \frac{290}{15} \leq h \leq \frac{290}{10} \rightarrow 19,33 < h < 29 \text{ cm}$$

On prend $h = 30 \text{ cm}$ donc $d = 0,9(30) = 27 \text{ cm}$

$0,3 d < b < 0,4 d \rightarrow 8,1 < b < 10,8 \text{ cm}$; $b = 30 \text{ cm}$

Les vérifications des conditions du RPA 99/2003

$h = 30 = 30 \text{ cm}$ Condition vérifiée

$b = 30 > 20 \text{ cm}$ Condition vérifiée

$\frac{h}{b} = 1 < 4$ Condition vérifiée

Donc la section est **(30X30) cm²**

Charge supportées par la poutre :

- Poids propre de la poutre : $G_p = 0,3 \cdot 0,3 \cdot 25 \cdot 1 \text{ m} = 2,25 \text{ KN/ml}$
- Poids du mur situé sur la poutre : $G_m = 9 \cdot 0,15 \cdot 3,23 \cdot 1 \text{ m} = 4,36 \text{ KN/ml}$
- Charge d'exploitation : $Q = 2,5 \text{ kN/m}$
- Réaction du palier : ELU : $R_b = 24,39 \text{ KN}$
ELS : $R_b = 17,48 \text{ KN}$

$$Q_u = [1,35(2,25 + 4,36 + 24,39) + 1,5(2,5)] = 45,6 \text{ KN/ml}$$

$$Q_{\text{ser}} = 2,25 + 4,36 + 17,48 + 2,5 = 26,59 \text{ KN/ml}$$

- **Calcul des sollicitations à l'E.L.U :**

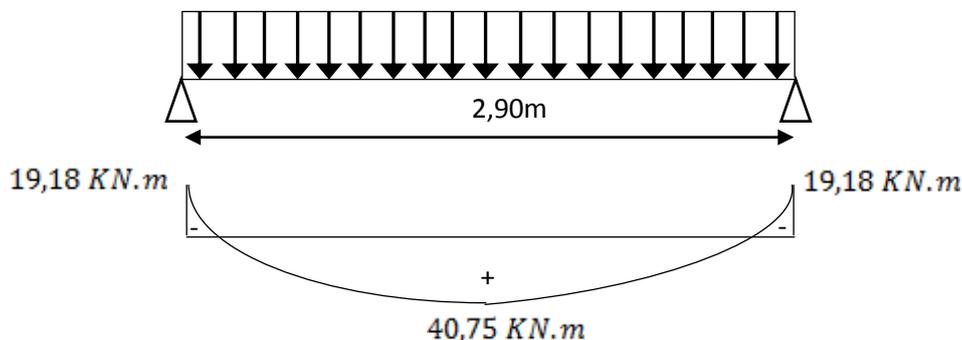


Figure III-8- Diagramme des moments que subit la poutre palière.

$$M_0 = \frac{Q \cdot L^2}{8} = \frac{45,6(2,9)^2}{8} = 47,94 \text{ KN.m}$$

$$M_t = 0,85 (47,94) = 40,75 \text{ KN.m}$$

$$M_a = 0,4 (47,94) = 19,18 \text{ KN .ml}$$

III-5-2-Calcul du ferrailage à l'E.L.U :

On a : $b = 30\text{cm}$; $h = 30\text{cm}$; $d = 0,9(30) = 27\text{cm}$

- **En travée :**

$$M_t = 40,75 \text{ KN.m}$$

$$\mu = \frac{40,75 \times 10^3}{30 \times 27^2 \times 14,17} = 0,132$$

$$\mu = 0,158 \rightarrow \beta = 0,929$$

Condition de non fragilité :

$$A_{\min} = \frac{0,23 \times 30 \times 27 \times 2,1}{400} = 0,98 \text{ cm}^2/\text{ml}$$

$$A_s = \frac{40,75 \cdot 10^3}{0,929 \cdot 27 \cdot 348} = 4,67 \text{ cm}^2/\text{ml}$$

$A_{\min} < A_s$ Condition vérifiée

$$A_s = 4,67 \rightarrow \text{Le choix : } 6\text{T}12 = 6,78 \text{ cm}^2/\text{ml}$$

- **Sur appuis :**

$$M_a = 19,18 \text{ KN.m}$$

$$\mu = \frac{19,18 \cdot 10^3}{30 \times 27^2 \times 14,17} = 0,062$$

$$\mu = 0,062 \rightarrow \beta = 0,968$$

Condition de non fragilité :

$$A_{\min} = 0,98 \text{ cm}^2/\text{ml}$$

$$A_s = \frac{19,18 \times 10^3}{0,968 \times 27 \times 348} = 2,11 \text{ cm}^2/\text{ml} ; A_{\min} < A_s \text{Condition Vérifiée}$$

Le choix : $3\text{T}14 = 4,62 \text{ cm}^2/\text{ml}$

III-5-3-Vérification ELS :

$$Q_{\text{ser}} = 26,59 \text{ KN/ml}$$

$$M_{0\text{ser}} = 27,95 \text{ KN .ml}$$

$$M_{t\text{ser}} = 23,76 \text{ KN .ml}$$

$$M_{a\text{ser}} = 11,18 \text{ KN .ml}$$

- **En Travée :**

$$A_s = 6,78 \text{ cm}^2/\text{ml}$$

La position de l'axe neutre :

$$\frac{b}{2} y^2 - 15A_s(d-y) = 15y^2 - 15(6,78)(27-y) = 0$$

$$\rightarrow 15y^2 + 101,7y - 2745,9$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (101,7)^2 - 4(15)(-2745,9) = 175096,89$$

$$\sqrt{\Delta} = 418,45$$

$$y_1 = \frac{-101,7 + 418,45}{2(15)} = 10,56 \text{ cm}$$

$$y = 10,56 \text{ cm}$$

L'axe neutre se trouve à la fibre la plus comprimée.

Le moment d'inertie :

$$I = \frac{b}{3} y^3 + nA_s (d-y)^2 = \frac{30}{3} (10,56)^3 + 15(6,78)(27-10,56)^2 = 39262,66 \text{ cm}^4$$

Détermination de contrainte dans le béton comprimé σ_{bc} :

$$\delta_{bc} = \frac{M_{t \text{ ser}}}{I} y = \frac{23,76 \times 10^8}{39262,66} \cdot 10,56 = 6,39 \text{ Mpa}$$

$$\bar{\delta}_b = 0,6f_{c28} = 15 \text{ Mpa}$$

$$\delta_{bc} < \bar{\delta}_{bc} \dots \dots \dots \text{Condition vérifiée}$$

Justification vis-à-vis de T :

$$T_u = \frac{QL}{2} = \frac{45,6 \times 2,9}{2} = 66,12 \text{ KN}$$

$$\tau_u = \frac{T_u}{b \cdot d} = \frac{66,12 \times 10^3}{300 \times 270} = 0,82 \text{ Mpa}$$

$$\bar{\tau}_u = \min(0,20f_{c28} / \gamma_b; 5 \text{ Mpa}) = 3,33 \text{ Mpa} ; \quad \tau_u < \bar{\tau}_u \dots \dots \dots \text{Condition vérifiée}$$

Il n'y a pas de risque de cisaillement.

Ferrailage des armatures transversales :

$$\Phi_t \leq \min \left\{ \frac{h}{35} ; \frac{b}{10} ; \phi_L \right\} \leq \min \{ 8,57 ; 30 ; 10 \} \quad \phi_t = 8,57$$

On prend $\phi_t = 8 \text{ mm}$

$$S_t \leq \min \{ 0,9d ; 40 \text{ cm} \} = 24,3 ; \quad S_t = 20 \text{ cm}$$

D'après le RPA 99/2003

❖ **Zone nodale:**

$$S_t \leq \min \{ 15 \text{ cm} ; 10\phi_L \} = 10 \text{ cm}$$

❖ **Zone courante :**

$$S_t \leq 15\phi_L \rightarrow S_t = 15\text{cm}$$

Vérification de la section d'armatures minimales :

$$\frac{A_t \times f_e}{S_t \times b_0} \geq \max \left\{ \frac{\tau_u}{2}; 0,4 \text{ Mpa} \right\}$$

$$\text{Max} \{0,41; 0,4\} = 0,41 \text{ Mpa}$$

$$\frac{A_t}{S_t} \geq \frac{0,41 \times 30}{235} = 0,052 \text{cm}$$

$$\frac{A_t \times f_e}{b \times S_t \times \gamma_s} \geq \frac{\tau_u - 0,3 K f t_{28}}{0,9(\sin \alpha + \cos \alpha)} \rightarrow \frac{A_t}{S_t} \geq \frac{(0,82 - 0,3 \times 2,1) \times 30 \times 1,15}{0,9 \times 1 \times 235} = 0,031 \text{ cm}$$

On prend : 0,052 cm

$$A_t = 0,052 S_t; \text{ On prend } S_t = 15 \text{ cm}; A_t \geq 0,78 \text{ cm}^2$$

On prend : $A_t = 4T8 = 2,01 \text{ cm}^2/\text{ml}$

L'ancrage des armatures tendues :

$$\tau_s = 0,6 \Psi^2 f_{ij} = 0,6 \times 1,5^2 \times 2,1 = 2,84 \text{ Mpa}$$

La longueur de scellement droit L_s :

$$L_s = \frac{\phi_L \times f_e}{4\tau_s} = \frac{1,4 \times 400}{4 \times 2,84} = 49,30 \text{ cm}$$

On adopte une courbure égale à $r = 5,5\phi_L = 7,7 \text{ cm}$

$$L_2 = d - \left(c + \frac{\phi}{2} + r \right) = 27 - (3 + 0,7 + 7,7) = 15,6 \text{ cm}$$

$$L_1 = \frac{L_s - 2,19r - L_2}{1,87} = \frac{49,30 - 2,19(7,7) - 15,6}{1,87} = 9,00 \text{ cm}$$

III-5-4-Calcul de la flèche :

$$\frac{h_t}{L} \geq \frac{1}{16} \rightarrow \frac{30}{290} > \frac{1}{16} \rightarrow 0,10 > 0,06 \dots\dots\dots \text{Condition vérifiée}$$

$$\frac{h_t}{L} > \frac{M_{t \text{ ser}}}{10 \times M_{0 \text{ ser}}} \rightarrow \frac{30}{290} \geq \frac{23,76}{10 \times 27,95} = 0,10 > 0,09 \dots\dots\dots \text{Condition vérifiée}$$

$$\frac{A_s}{b \times d} \leq 4,2 f_e \rightarrow \frac{6,78}{30 \times 27} \leq 4,2 (400) \rightarrow 0,008 < 1680 \dots\dots\dots \text{Condition vérifiée}$$

Donc il est inutile de calculer la flèche