

III.1-Introduction :

Les planchers sont des éléments horizontaux qui s'appuient sur les éléments porteurs (poutres, murs porteurs, ...). Ils sont considérés comme des éléments infiniment rigides (éléments indéformables).

Ils jouent plusieurs rôles dans la construction, à savoir :

- La résistance : ils doivent supporter leurs poids propre et les surcharges d'exploitations appliquées sur eux ;
- L'isolation : ils isolent thermiquement et acoustiquement les différents étages.

Planchers à corps creux : qui est constitué par des poutrelles en béton armé sur lesquelles reposent les hourdis en béton ; les poutrelles sont des poutres de section en T et disposées suivant la petite portée et elles travaillent dans une seule direction.

D'après le pré dimensionnement déjà fait on a un plancher à corps creux de 20 cm de hauteur dont :

Hauteur du corps creux = 16 cm

Epaisseur de la dalle de compression = 4 cm

III.2-Calcul du plancher à corps creux :

III.2.1-Ferraillage de la dalle de compression :

Pour le ferraillage de la dalle de compression, les conditions suivantes doivent être respectées (BAEL91) :

1) L'hourdis doit avoir une épaisseur minimale de 4cm, et être armé d'un quadrillage de barres (treillis soudés) dont les dimensions des mailles ne doivent pas dépasser :

- 20cm pour les armatures perpendiculaires aux nervures.
- 30cm pour les armatures parallèles aux nervures.

2) Si $A \perp$ est la section des armatures perpendiculaires aux nervures en (cm^2/ml) on doit avoir :

- $A \perp \geq 200 / f_e$: si l'entre axe des parallèles $L_n \leq 50cm$.

- $A \perp \geq 4.L_n / f_e$: si l'entre axe L_n est : $50 < L_n \leq 80cm$.

3) Si $A_{//}$ est la section des armatures parallèles aux nervures, alors : $A_{//} \geq A_{\perp}/2$ en cm^2/ml .

a- Armatures perpendiculaires aux nervures :

$50\text{ cm} < L_n = 65\text{ cm} \leq 80\text{ cm}$.

$$A_{\perp} \geq 4.L_n / f_e = (4 \times 65) / 520 = 0,5\text{ cm}^2.$$

f_e : limite d'élasticité (treillis soudé) $\phi 6 \Rightarrow f_e 520 = \text{MPa}$.

On prend : $5\phi 6/ml$; $A_{\perp} = 1,41\text{ cm}^2/ml$; $\delta t = 20\text{ cm}$.

b- Armatures parallèles aux nervures :

$$A_{//} \geq A_{\perp}/2 \Rightarrow A_{//} \geq 1,41/2 = 0,7\text{ cm}^2/ml \rightarrow 5\phi 6/ml.$$

$$A_{//} = 1,41\text{ cm}^2/ml ; \delta t = 20\text{ cm}.$$

Donc on adopte un treillis soudé $\phi 6$ de maille $(200 \times 200)\text{ mm}^2$.

III.2.2-Étude des poutrelles :

a)- Les dimensions :

$$\left\{ \begin{array}{l} h_t = 20\text{ cm.} \\ h_0 = 4\text{ cm.} \\ b_0 = 12\text{ cm.} \\ b = 65\text{ cm.} \end{array} \right.$$

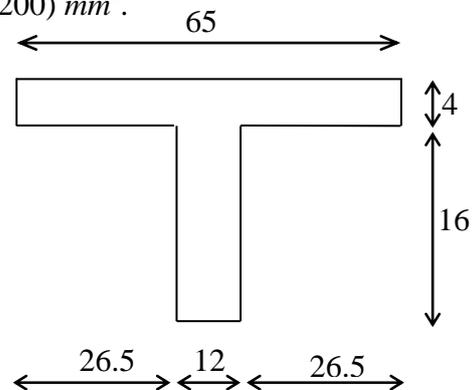


Figure III-1 : Section d'une poutrelle.

b)- Évaluation des charges :

Les charges sur les poutrelles sont évaluées comme suit :

***- Terrasse :**

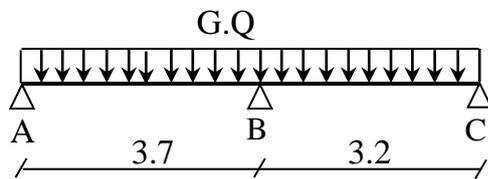
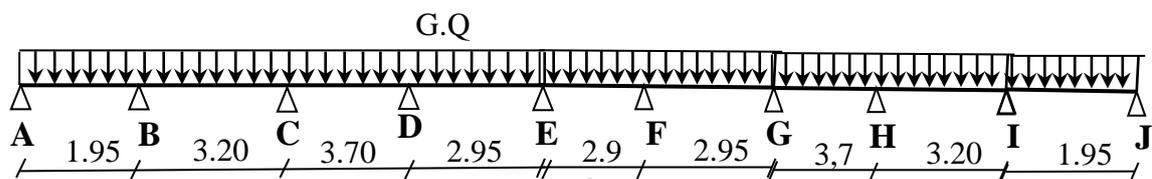
$$\underline{\underline{E.L.U}} : (1,35G + 1,5Q) \times 0,65 = (1,35 \times 6,35 + 1,5 \times 1) \times 0,65 = 6,55\text{ KN/ml}.$$

$$\underline{\underline{E.L.S}} : (G + Q) \times 0,65 = (6,35 + 1) \times 0,65 = 4,78\text{ KN/ml}.$$

***- Étage courant :**

$$\underline{\underline{E.L.U}} : (1,35G + 1,5Q) \times 0,65 = (1,35 \times 4,98 + 1,5 \times 1,5) \times 0,65 = 5,83\text{ KN/ml}.$$

$$\underline{\underline{E.L.S}} : (G + Q) \times 0,65 = (4,98 + 1,5) \times 0,65 = 4,21\text{ kN/ml}.$$

III.2.3-Les types des poutrelles :**Type1 :****Type2 :****III.2.4-Détermination des sollicitations :****Calcul des planchers :**

La structure à étudier étant une construction courante avec une surcharge modérée. ($Q \leq 5 \text{ KN/m}^2$) Donc le type de plancher à adopter est un plancher à corps creux ; les poutrelles sont continués et disposées suivant la petite portée travaillent dans un seul sens.

a) Méthode de calcul :

Le règlement BAEL 91 propose une méthode simplifier dite méthode forfaitaire ; cette méthode n'est applicable que si les quatre « 04 » conditions suivantes sont remplies :

- 1) La charge d'exploitation est dite modérée c'est-à-dire $Q \leq (5 \text{ KN/m}^2 ; 2 G)$
- 2) Les moments d'inertie des sections transversales sont les même dans les différentes travées.
- 3) Les portées successives des travées sont dans un rapport compris entre :

$$0.8 \leq \frac{l_i}{l_{i+1}} \leq 1.25$$

- 4) Fissuration considérée comme non préjudiciable.

Pour les dalles calculées dans un seul sens ; les poutrelles et les poutres on peut évaluer les valeurs max des moments en travées et sur les appuis a des fractions fixées forfaitairement de la valeur maximale du moment fléchissant « M_0 » dans la travée indépendante de même portée que la travée considérée et soumise au même charges.

- Appelant :

M_0 : Moment max de la travée indépendante.

M_t : Moment max dans la travée étudiée.

M_w : Moment sur l'appui de gauche de la travée.

M_e : Moment sur l'appui de droite de la travée.

α : Le rapport de charges d'exploitation « Q » à la somme des charges

permanentes « G » et les charges d'exploitation « Q » : $\alpha = \frac{Q}{Q+G}$

- Les valeurs prise pour « $M_t; M_w; M_e$ » doivent vérifier les conditions suivantes :

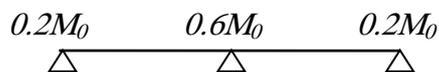
Travée de rive : $M_t \geq \max \left[\left(\max[(1+0.3\alpha)M_0; 1.05M_0] - \frac{M_w + M_e}{2} \right); \left(\frac{1.2+0.3\alpha}{2} \right) M_0 \right]$

Travée intermédiaire :

$$M_t \geq \max \left[\left(\max[(1+0.3\alpha)M_0; 1.05M_0] - \frac{M_w + M_e}{2} \right); \left(\frac{1+0.3\alpha}{2} \right) M_0 \right]$$

Les moments sur appuis doivent avoir les valeurs suivantes :

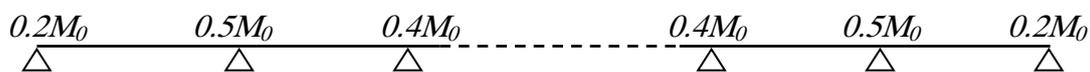
- cas de 02 travées :



- cas de 03 travées :



- cas de plus de 03 travées :



Dans le cas où la 04^{ème} conditions n'est pas remplie $\left(\frac{l_i}{l_{i+1}} \notin [0.8; 1.25] \right)$ la méthode

forfaitaire reste applicable (forfaitaire modifiée).

Efforts tranchants :
$$\begin{cases} T_w = \frac{M_w - M_e}{l} + \frac{ql}{2} \\ T_e = \frac{M_w - M_e}{l} - \frac{ql}{2} \end{cases}$$

Vérification des conditions de la méthode forfaitaire :

- 1) Fissuration peut préjudiciable.....vérifiée
- 2) Poutre à inerties transversales constantes vérifiées
- 3) Charge d'exploitation modérée : $Q \leq \max(2G; 5 \text{ KN} / \text{m}^2)$
- 4) $0.8 \leq \frac{l_i}{l_{i+1}} \leq 1.25$ $0.8 \leq \frac{1,95}{3,2} \leq 1.25$ non vérifier

➤ Plancher (RDC+4 étages) : $\begin{cases} Q = 1.5 \text{ KN/m}^2; G = 4,98 \text{ KN/m}^2 \\ (1.5 < 2 \times 4,98 = 9,96) \text{ KN/m}^2 \end{cases} \rightarrow \text{vérifiée}$

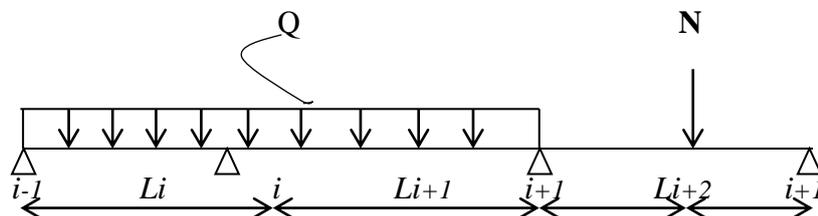
Remarque : la méthode forfaitaire n'est pas applicable a cet effet on utilise la méthode des trois moments pour calcules la sollicitation.

b- Méthode de calcul : pour la terrasse (méthode des trois moments) :

Principe de la méthode :

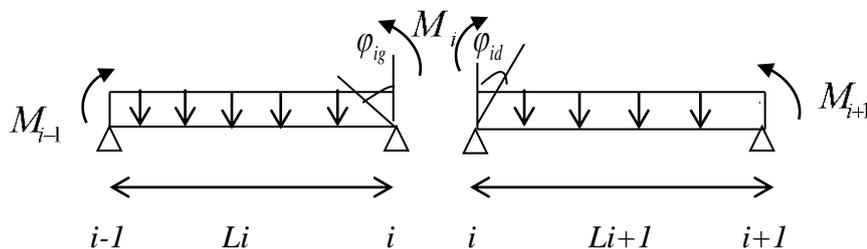
En appui :

Soit une poutre continue quelconque on considère l'appui (i), ou on cherche le moment d'appui M_i :



Dans la plus part des calculs les charges est uniformément répartie.

On décompose l'appui (i)



Avec :

ϕ_{ig} : rotation en (i) à gauche.

ϕ_{id} : rotation en (i) à droite.

$$\varphi_{ig} = \frac{M_{i-1} \cdot L_i}{6EI} + \frac{M_i \cdot L_i}{3EI} \dots \dots \dots (1).$$

$$\varphi_{id} = \frac{M_i \cdot L_{i+1}}{3EI} + \frac{M_{i+1} \cdot L_{i+1}}{6EI} \dots \dots \dots (2).$$

La somme (1) et (2) nous donne :

$$\frac{M_{i-1} \cdot L_i}{6EI} + \frac{M_i \cdot L_i}{3EI} + \frac{M_i \cdot L_{i+1}}{3EI} + \frac{M_{i+1} \cdot L_{i+1}}{6EI} = \varphi_{id} + \varphi_{ig} \cdot$$

D'où ce résultat est comme suit :

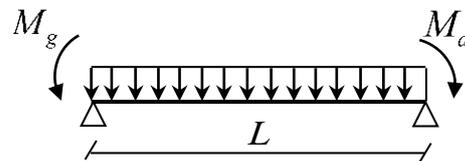
$$M_{i-1} \cdot L_i + 2 M_i (L_{i+1} + L_i) + M_{i+1} \cdot L_{i+1} = -6EI (\varphi_{id} + \varphi_{ig}).$$

En travée :

$$Ra = \frac{q \cdot L}{2} + \frac{M_g - M_d}{L}.$$

$$T = Ra - q \cdot x.$$

$$M_t^{\max} = Ra \cdot x - \frac{q \cdot x^2}{2} - M_g.$$



III.2.5-Exemple de calcul terrasses :

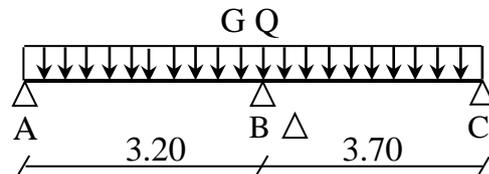
Pour terrasse, on a le type 1

1-ELU :

$$q_u = 6,55 \text{ KN/ml.}$$

$$M_{0_u}^{AB} = q_u \frac{L^2}{8} = 6,55 \times \frac{(3,2)^2}{8} = 8,38 \text{ KN.m.}$$

$$M_{0_u}^{BC} = q_u \frac{L^2}{8} = 6,55 \times \frac{(3,70)^2}{8} = 11,21 \text{ KN.m.}$$

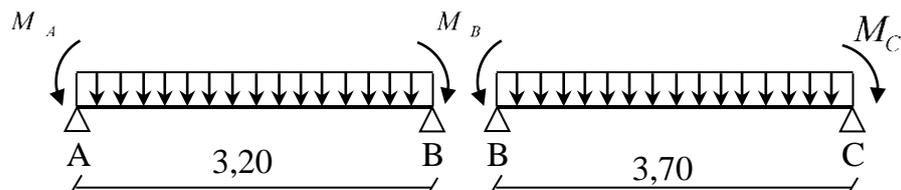


Calcul des moments au niveau de l'appui :

*** En appui A :**

$$M_A = -0,2 \cdot M_{0_u}^{AB} = -0,2 \cdot 8,38 = -2,57 \text{ KN.m ; } M_C = -0,2 \cdot M_{0_u}^{BC} = -0,2 \cdot 11,21 = -3,44 \text{ KN.m.}$$

*** En appui B :**



$$\begin{cases} 3,20M_A + 2(3,2 + 3,7)M_B + 3,7M_C = -5,83 \frac{[(3,7)^3 + (3,2)^3]}{4} \\ 13,8M_B = -189,06 \dots\dots\dots(1) \\ M_B = -13,7 \text{KN.m} \end{cases}$$

Les efforts tranchants et les moments en travée ELU:

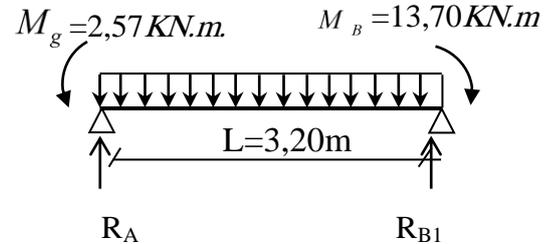
Travée 1 : (A – B)

$q_u = 6.55 \text{KN/ml}$.

$$R_A = \frac{q \cdot L}{2} + \frac{M_g - M_d}{L}$$

$$R_A = \frac{q_u \cdot L}{2} + \frac{M_A - M_B}{L} = \frac{6,55 \times 3,20}{2} + \frac{2,57 - 13,70}{3,2} = 12,63 \text{KN} .$$

$$R_{B1} = (6,55 \cdot 3,2) - 12,63 \longrightarrow R_{B1} = 19,59 \text{KN}.$$



$R_A = 12,63 \text{ KN}$	$R_{B1} = 19,59 \text{ KN}$
--------------------------	-----------------------------

$$T = R_A - q \cdot x = 12,63 - 6,55 \cdot x \text{ pour : } \begin{cases} x = 0 \longrightarrow T = 12,63 \text{ KN.} \\ x = 3,2 \longrightarrow T = -19,59 \text{ KN.} \end{cases}$$

$$T = 0 \longrightarrow x = \frac{R_a}{q} = \frac{12,63}{6,55} = 1,9 \text{m.}$$

$$M_t^{\max} = R_A \cdot x - \frac{q \cdot x^2}{2} - M_g$$

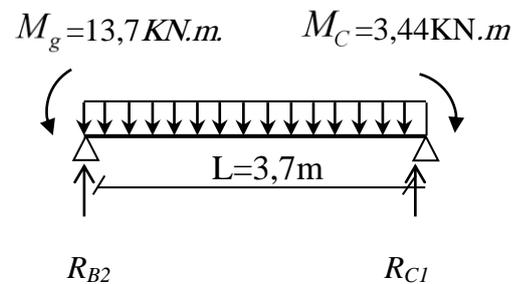
$$M_t^{AB}(1,9) = 12,63 \cdot 1,9 - \frac{6,55 \cdot (1,9)^2}{2} - 2,57 = 5,35 \text{KN.m}$$

Travée 2 : (B – C)

$q_u = 6,55 \text{KN/ml}$.

$$R_{B2} = \frac{q \cdot L}{2} + \frac{M_g - M_d}{L} = 21,4 \text{KN} .$$

$$R_{C1} = 15,86 \text{KN}$$



$R_{B2} = 21,4 \text{ KN}$	$R_{C1} = 15,86 \text{ KN}$
----------------------------	-----------------------------

$$T = R_{B2} - q \cdot x = 21,4 - 6,55 \cdot x \text{ pour : } \begin{cases} x = 0 \longrightarrow T = 21,4 \text{ KN.} \\ x = 3,7 \longrightarrow T = -15,86 \text{ KN.} \end{cases}$$

$$T = 0 \longrightarrow x = \frac{R_{B2}}{q} = \frac{21,4}{6,55} = 3,2 \text{ m.}$$

$$M_t^{\max} = R_{B2} \cdot x - \frac{q \cdot x^2}{2} - M_g \qquad M_t^{BC}(3,2) = 9,04 \text{ KN.m}$$

2-ELS :

$q_s = 4,78 \text{ KN/ml.}$

$$M_{0_u}^{AB} = q_u \frac{L^2}{8} = 4,78 \times \frac{(3,2)^2}{8} = 6,12 \text{ KN.m.}$$

$$M_{0_u}^{BC} = q_u \frac{L^2}{8} = 4,78 \times \frac{(3,7)^2}{8} = 8,12 \text{ KN.m.}$$

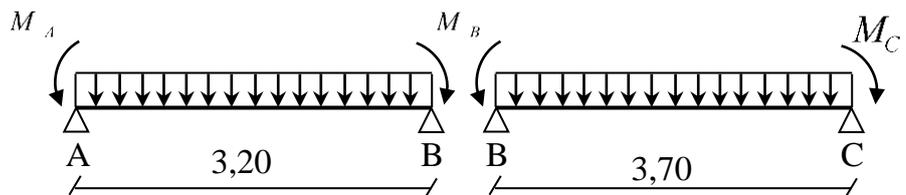
Calcul des moments au niveau de l'appui :

*** En appui A :**

$$M_A = -0,2 \cdot M_{0_u}^{AB} = -0,2 \cdot 6,12 = -1,22 \text{ KN.m.}$$

$$M_C = -0,2 \cdot M_{0_u}^{BC} = -0,2 \cdot 8,12 = -1,62 \text{ KN.m.}$$

*** En appui B :**



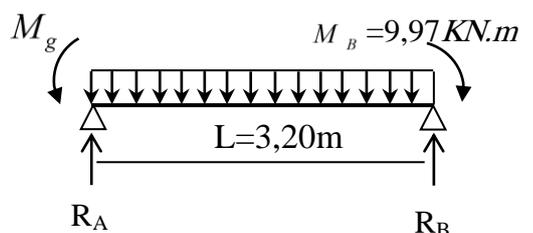
$$\begin{cases} 3,20M_A + 2(3,2 + 3,7)M_B + 3,7M_C = -4,21 \cdot \frac{[(3,7)^3 + (3,2)^3]}{4} \\ 13,8M_B = -137,59 \dots\dots\dots(1) \\ M_B = -9,97 \text{ KN.m} \end{cases}$$

Les efforts tranchants et les moments en travée ELS:

Travée 1 : (A – B)

$q_s = 4,78 \text{ KN/ml.}$

$$R_A = \frac{q \cdot L}{2} + \frac{M_g - M_d}{L}$$



$$R_A = \frac{q_u \cdot L}{2} + \frac{M_A - M_B}{L} = \frac{4,78 \times 3,20}{2} + \frac{1,88 - 9,97}{3,2} = 9,29 \text{ KN}.$$

$$R_{B1} = (4,78 \cdot 3,2) - 9,29 \longrightarrow R_{B1} = 14,28 \text{ KN}.$$

$R_A = 9,29 \text{ KN}$	$R_{B1} = 14,28 \text{ KN}$
-------------------------	-----------------------------

$$T = R_A - q \cdot x = 9,29 - 4,78 \cdot x \quad \text{pour : } \begin{cases} x = 0 \longrightarrow T = 9,29 \text{ KN.} \\ x = 3,2 \longrightarrow T = -14,28 \text{ KN.} \end{cases}$$

$$T = 0 \longrightarrow x = \frac{R_A}{q} = \frac{9,29}{4,78} = 1,9 \text{ m}.$$

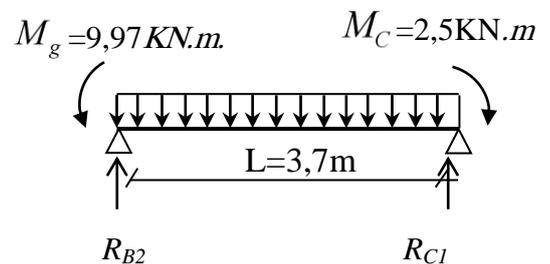
$$M_t^{\max} = R_A \cdot x - \frac{q \cdot x^2}{2} - M_g$$

$$M_t^{AB}(1,9) = 9,29 \cdot 1,9 - \frac{4,78 \cdot (1,9)^2}{2} - 1,88 = 3,91 \text{ KN.m}$$

Travée 2 : (B - C)

$$q_u = 4,78 \text{ KN/ml}.$$

$$R_{B2} = \frac{q \cdot L}{2} + \frac{M_g - M_C}{L} = 15,61 \text{ KN}.$$



$$R_{C1} = 11,57 \text{ KN}$$

$R_{B2} = 15,61 \text{ KN}$	$R_{C1} = 11,57 \text{ KN}$
-----------------------------	-----------------------------

$$T = R_{B2} - q \cdot x = 15,61 - 4,78 \cdot x \quad \text{pour : } \begin{cases} x = 0 \longrightarrow T = 15,61 \text{ KN.} \\ x = 3,7 \longrightarrow T = -11,57 \text{ KN.} \end{cases}$$

$$T = 0 \longrightarrow x = \frac{R_{B2}}{q} = \frac{15,61}{4,78} = 3,2 \text{ m. } M_t^{\max} = R_{B2} \cdot x - \frac{q \cdot x^2}{2} - M_g$$

$$M_t^{BC}(3,2) = 6,61 \text{ KN.m}$$

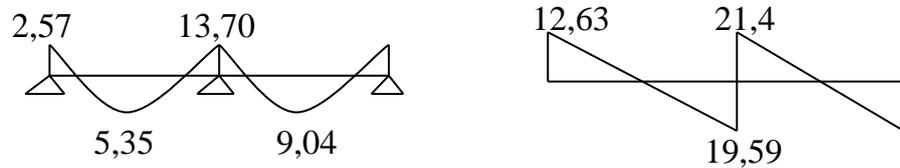
Diagrammes des moments et des efforts tranchants pour la terrasse :

1-ELU

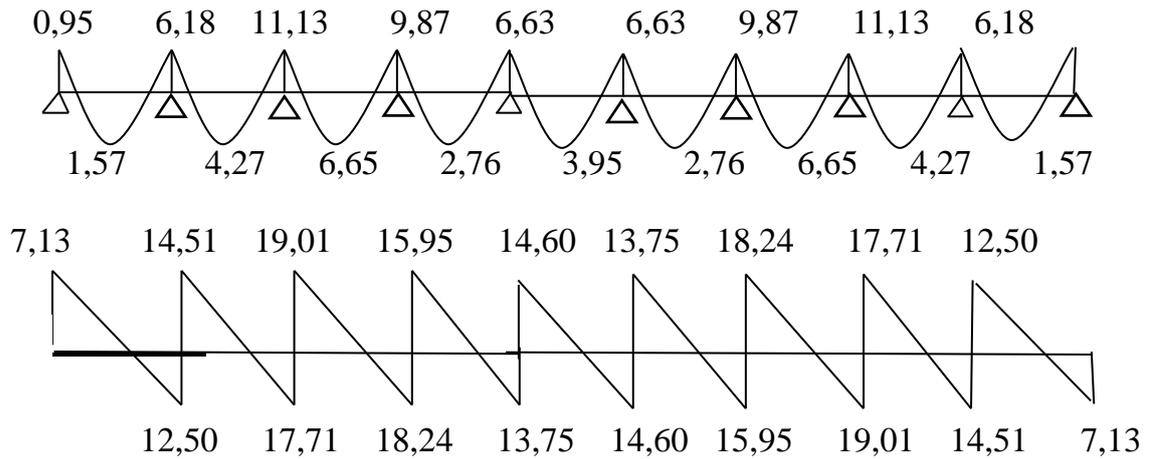
Mf

T

Type : 1



Type : 2



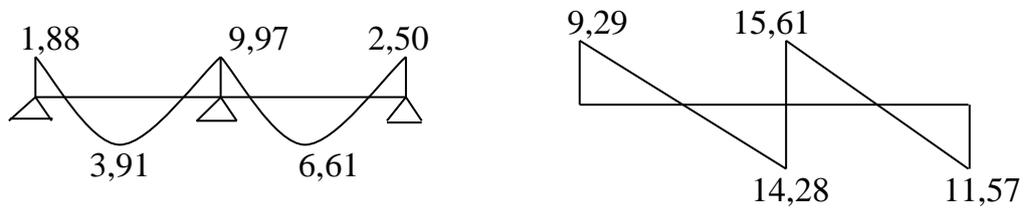
Diagrammes des moments et des efforts tranchants pour la terrasse :

1-ELS

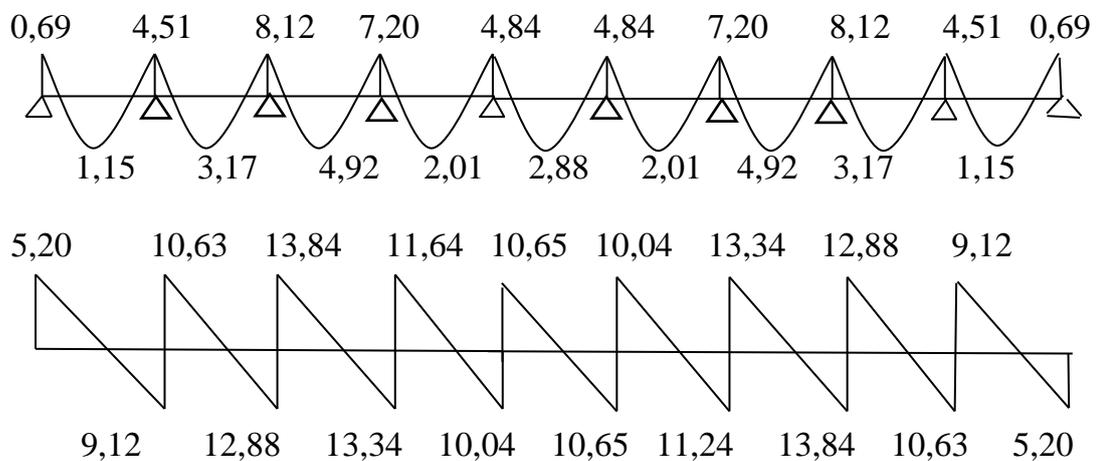
Mf

T

Type : 1



Type : 2



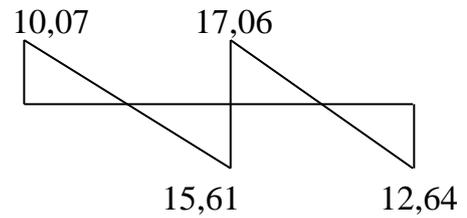
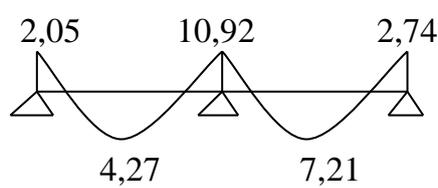
Diagrammes des moments et des efforts tranchants pour étages courant :

1-ELU

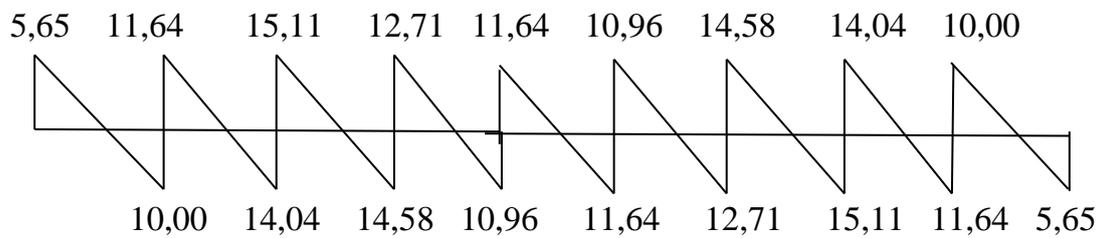
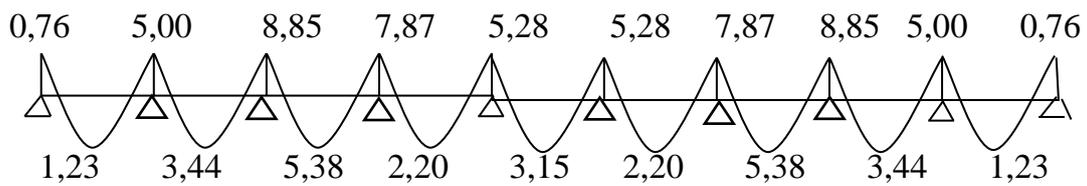
Mf

T

Type : 1



Type : 2



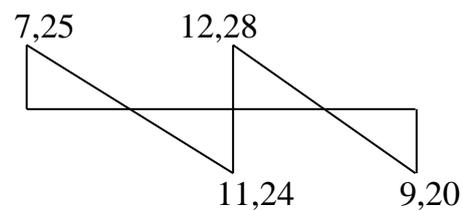
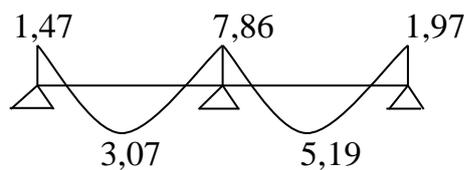
Diagrammes des moments et des efforts tranchants pour étages courant :

1-ELS

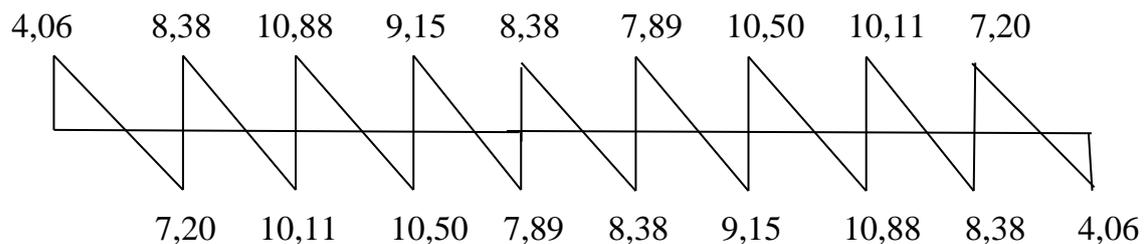
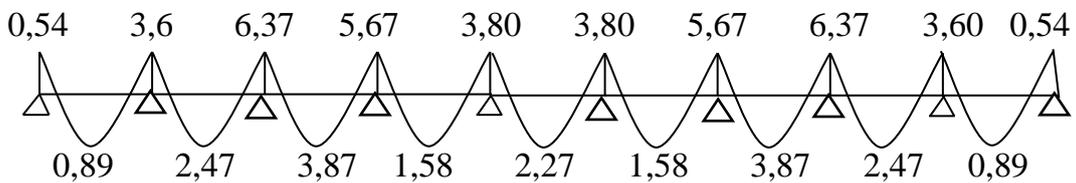
Mf

T

Type : 1



Type : 2



<i>Les sollicitations</i>	<i>ELU</i>	<i>ELS</i>
<i>Moment travée max</i>	9,04 KN.m.	6,61 KN.m.
<i>Moment appuis max</i>	13,70 KN.m.	10,92 KN.m.
<i>L'effort tranchant max</i>	21,40 KN.	15,61 KN.

Tableau III-1 : Valeurs maximales des sollicitations pour les poutrelles.

Soit :

M_t : moment fléchissant équilibré par la table de compression.

Les moments fléchissant max :

* En travée :

$$M_t^u = 7,21 \text{ KN.m.}$$

$$M_t^s = 5,19 \text{ KN.m.}$$

* En appui :

$$M_a^u = - 10,92 \text{ KN.m.}$$

$$M_a^s = - 7,86 \text{ KN.m.}$$

III.3-Ferrailage des poutrelles des étages Courant :

• Les armatures longitudinales :

III.3.1-En travée :

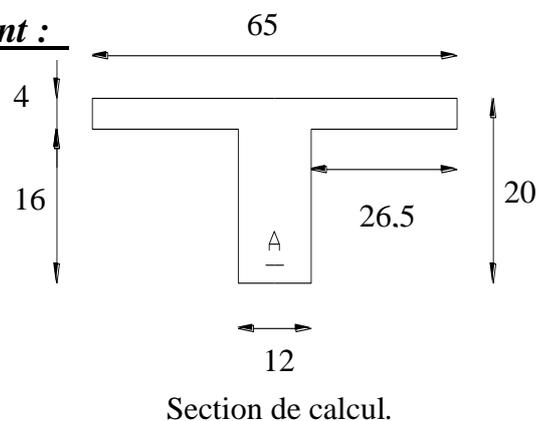
a-ELU :

$$M_t^u = 7,21 \text{ KN.m.}$$

1) Vérification de l'étendue de la zone comprimée :

Soit :

M_t : moment fléchissant équilibré par la table de compression d'où :



$$M_t = \sigma_b \cdot b \cdot h_0 \left(d - \frac{h_0}{2} \right).$$

$f_{t28} = 0,6 + 0,06 \cdot f_{c28} = 0,6 + 0,06 \cdot 25 = 2,1 \text{ MP}$. Contrainte de résistance de traction à 28 jours.

$$d = 0,9 \cdot h = 0,9 \times 18 \text{ cm} \quad ; \quad \sigma_b = 0,85 \frac{f_{c28}}{\gamma_b} = 0,85 \times \frac{25}{1,5} = 14,17 \text{ MPa}.$$

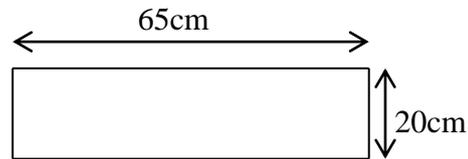
$$M_t = 14,17 \times 65 \times 4 \left(18 - \frac{4}{2} \right) \times 10^{-3} = 58,95 \text{ KN.m}.$$

$M_t^u > M_{\max t} \Rightarrow$ la zone comprimée se trouve dans la table de compression.

\Rightarrow La section de calcul sera une section rectangulaire de dimensions $(b \times h) \text{ cm}^2$.

2) Moment réduit :

$$\mu = \frac{M_{\max}}{\sigma_b \cdot b \cdot d^2} = \frac{7,21 \cdot 10^6}{14,17 \cdot 650 \cdot 180^2} = 0,024.$$



Section de calcul

$\mu \leq \mu_L = 392(f_e 400) \Rightarrow$ Les armatures comprimées n'existent pas.

$$\sigma_s = f_e / \gamma_s = \frac{400}{1,15} = 348 \text{ MPa}.$$

$$\alpha = 1,25 \left(1 - \sqrt{1 - 2\mu} \right) = 0,030.$$

$$\beta = 0,8 \cdot \alpha = 0,8 \times 0,038 = 0,024.$$

$$A_{cal} = \beta \cdot b \cdot d \frac{\sigma_{bc}}{\sigma_{su}} = 0,024 \times 65 \times 18 \times \frac{14,17}{348} = 1,14 \text{ cm}^2.$$

3) Condition de non fragilité : (BAEL91)

$$A_{\min} = 0,23 \times b \times d \times \frac{f_{t28}}{f_e} = 0,23 \times 65 \times 18 \times \frac{2,1}{400} = 1,41 \text{ cm}^2.$$

$$A = \max(A_{cal}; A_{\min}) \Rightarrow A = 1,41 \text{ cm}^2.$$

Le choix : 3T12 $\rightarrow A = 3,39 \text{ cm}^2$.

b-Vérification à E.L.S :

La fissuration est considérée comme peu nuisible, donc il n'y a aucune vérification à effectuer concernant σ_s .

- Section rectangulaire.
- Fissuration peut nuisible. $\Rightarrow \alpha \leq \frac{\gamma-1}{2} + \frac{f_{c28}}{100}$.
- Flexion simple.
- Acier FE 400.

Si cette inégalité est vérifiée, donc la vérification de σ_b n'est pas nécessaire :

Avec : $\gamma = \frac{M_u}{M_{ser}} \Rightarrow \gamma = \frac{7,21}{5,19} = 1,4.$

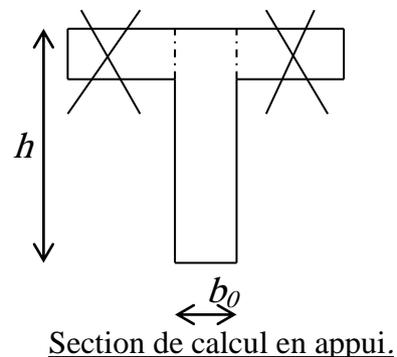
$$\alpha = 0,030 < \frac{1,4-1}{2} + \frac{25}{100}.$$

$$\alpha = 0,030 < 0,45 \Rightarrow \text{Condition vérifié} \Rightarrow \sigma_b < \bar{\sigma}_b.$$

Donc les armatures calculer à ELU sont maintenues.

III.3.2-En appui :**a-ELU :**

$$M_a^u = -10,92 \text{ KN.m.}$$

**1)Vérification de l'étendue de la zone comprimée :**

$M_{a \max}^u < 0 \Rightarrow$ la table de compression se trouve dans la partie tendue et, puisque le béton tendu est négligé dans le calcul, On néglige les ailettes [BAEL91].

\Rightarrow La section de calcul sera une section rectangulaire de dimensions $(b_0 \times h) = (12 \times 20) \text{ cm}^2$.

2)Moment réduit :

$$\mu = \frac{M_{\max}}{\sigma_b \cdot b \cdot d^2} = \frac{10,92 \cdot 10^6}{14,17 \cdot 120 \cdot 180^2} = 0,198.$$

$$\alpha = 1,25(1 - \sqrt{1 - 2\mu}) = 0,278.$$

$$\beta = 0,8 \cdot \alpha = 0,8 \times 0,278 = 0,222$$

$$A_{cal} = \beta \cdot b \cdot d \frac{\sigma_{bc}}{\sigma_{su}} = 0,222 \times 12 \times 18 \times \frac{14,17}{348} = 1,95 \text{ cm}^2.$$

3) Condition de non fragilité : (BAEL91)

$$A_{min} = 0,23 \times b \times d \times \frac{f_{t28}}{f_e} = 0,23 \times 12 \times 18 \times \frac{2,1}{400} = 0,30 \text{ cm}^2$$

$$A = \max(A_{cal}; A_{min}) \Rightarrow A = 1,95 \text{ cm}^2 \quad \text{Le choix : } 2T12 \rightarrow A = 2,26 \text{ cm}^2$$

b-Vérification à E.L.S :

La fissuration est considérée comme peu nuisible, donc il n'y a aucune vérification à effectuer concernant σ_s .

• Vérification la contrainte du béton :

$$M_{s-max} = 7,86 \text{ KN.m.}$$

• Centre de gravité :

$$y = \frac{15 \cdot (A_s + A'_s)}{b} \cdot \left[\sqrt{1 + \frac{b \cdot (d \cdot A_s + d' \cdot A'_s)}{7,5 \cdot (A_s + A'_s)^2}} - 1 \right].$$

Avec :

A_s : la section des armatures tendue. = 2,26 cm² / ml.

A'_s : la section des armatures comprimée n'existe pas.

$$y = \frac{15 \cdot 2,26}{12} \cdot \left[\sqrt{1 + \frac{12 \cdot 18}{7,5 \cdot 2,26}} - 1 \right] = 7,64 \text{ cm.}$$

• Inertie :

$$I = \frac{b \cdot y^3}{3} + 15 \cdot [A_s \cdot (d - y)^2 + A'_s \cdot (y - d')^2] = \frac{12 \cdot 7,64^3}{3} + 15 \cdot [2,26(18 - 7,64)^2] = 5422,24 \text{ cm}^2.$$

$$K = \frac{M_s}{I} = \frac{7,86 \times 10^6}{5422,24 \times 10^4} = 0,144 \text{ N/mm}^3 \Rightarrow \sigma_b = K \cdot y = 0,144 \times 7,64 \times 10 = 11 \text{ MPa}$$

$$\sigma_b = 6,97 \text{ MPa} \leq \bar{\sigma}_b = 0,6 \cdot f_{c28} = 0,6 \times 25 = 15 \text{ MPa} \longrightarrow \text{condition vérifiée.}$$

Donc les armatures calculées à ELU sont maintenues.

Vérification si les armatures transversales sont perpendiculaires à la ligne moyenne :

$$\text{c-à-d} \quad \boxed{\tau_u < \bar{\tau}_u}$$

$$\tau_u \leq \bar{\tau}_{ad} = \min \left(0,2 \frac{f_{c28}}{\gamma_b} ; 5 \text{ MPa} \right) \longrightarrow \text{Fissuration peu nuisible.}$$

$$\bar{\tau}_{ad} = \min (3,33 ; 5 \text{ MPa}) = 3,33 \text{ MPa} .$$

$$\tau_u = \frac{T_{\max}}{b_0 \cdot d} = \frac{17,06 \times 10^3}{120 \times 180} = 0,79 \text{ MPa} .$$

$$\tau_u = 0,79 \text{ MPa} \leq \bar{\tau}_{ad} = 3,33 \text{ MPa} \Rightarrow \text{Condition vérifiée.}$$

Donc les armatures transversales sont perpendiculaires à la ligne moyenne.

c-Diamètre des armatures transversales.

Le diamètre ϕ_t des armatures d'âme doit être inférieur ou égal à la plus petite des trois quantités suivantes :

$$\phi_t \leq \min \left(\frac{h}{35} ; \phi_L ; \frac{b_0}{10} \right) .$$

Avec :

h : Hauteur totale de la poutrelle.

ϕ_L : Diamètre maximal des armatures longitudinales.

b_0 : Largeur de l'âme de la nervure.

$$\phi_t \leq \min (0,57 ; 1,2 ; 1,2) .$$

On prend $\phi_t = 6 \text{ mm}$ avec une nuance d'acier $FeE235$.

Le Choix : $2\phi6 \longrightarrow A_t = 0,56 \text{ cm}^2$

Calcul de l'espacement des armatures transversales

Soit δ_t : l'espacement entre les armatures transversales.

$$-\delta_{t1} \leq \frac{0,9A_t \cdot f_e \cdot (\sin \alpha + \cos \alpha)}{b_0 \cdot \gamma_s \cdot (\tau_u - 0,3f_{t28} \cdot K)} = \frac{0,9 \times 0,56 \times 235 \times (1+0)}{12 \times 1,15(0,79 - 0,3 \times 2,1 \times 1)} = 53,64 \text{ cm}.$$

$K=1$: flexion simple.

$$-\delta_{t2} = \min(0,9d; 40 \text{ cm}) = \min(0,9 \times 18; 40 \text{ cm}) = \min(16,2; 40 \text{ cm}) = 16,2 \text{ cm}.$$

$$-\delta_{t3} \leq \frac{A_t \cdot f_e}{0,4 \cdot b_0 \cdot \sin \alpha} = \frac{0,56 \times 235}{0,4 \times 12 \times 1} = 27,41 \text{ cm}.$$

$$\delta_t \leq \min(\delta_{t1}; \delta_{t2}; \delta_{t3}) \Rightarrow \delta_t = 15 \text{ cm}.$$

III.4-Ferrailage des poutrelles de Terrasse :

Soit :

M_t : moment fléchissant équilibré par la table de compression.

Les moments fléchissant max :**En travée :**

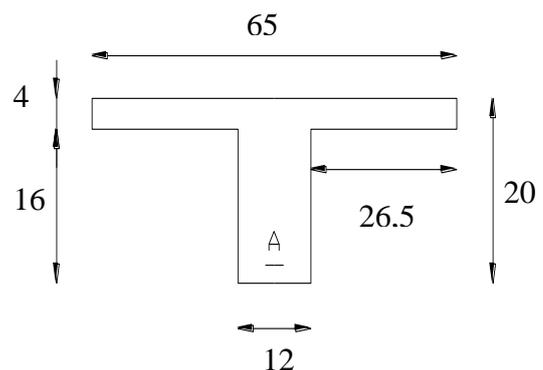
$$M_t^u = 9,04 \text{ KN.m.}$$

$$M_t^s = 6,61 \text{ KN.m.}$$

En appui :

$$M_a^u = -13,70 \text{ KN.m.}$$

$$M_a^s = -9,97 \text{ KN.m.}$$

Ferrailage des poutrelles :**Les armatures longitudinales :**

Section de calcul.

III.4.1-En travée :

a-ELU : $M_t^u = 9,04 \text{ KN.m}$.

1) Vérification de l'étendue de la zone comprimée :

Soit :

M_t : moment fléchissant équilibré par la table de compression d'où :

$$M_t = \sigma_b \cdot b \cdot h_0 \left(d - \frac{h_0}{2} \right).$$

$f_{t28} = 0,6 + 0,06 \cdot f_{c28} = 0,6 + 0,06 \cdot 25 = 2,1 \text{ MP}$. Contrainte de résistance de traction à 28 jours.

$$d = 0,9 \cdot h = 0,9 \times 20 \cong 18 \text{ cm} \quad ; \quad \sigma_b = 0,85 \frac{f_{c28}}{\gamma_b} = 0,85 \times \frac{25}{1,5} = 14,17 \text{ MPa}.$$

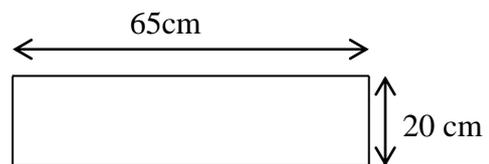
$$M_t = 14,17 \times 65 \times 4 \left(18 - \frac{4}{2} \right) \times 10^{-3} = 58,95 \text{ KN.m}.$$

$M_t^u > M_{\max t} \Rightarrow$ la zone comprimée se trouve dans la table de compression.

\Rightarrow La section de calcul sera une section rectangulaire de dimensions $(b \times h) \text{ cm}^2$.

2) Moment réduit :

$$\mu = \frac{M_{\max}}{\sigma_b \cdot b \cdot d^2} = \frac{9,04 \cdot 10^6}{14,17 \cdot 650 \cdot 180^2} = 0,030.$$



Section de calcul

$\mu < \mu_L = 0,392$ (Acier FeE 400) \Rightarrow Les armatures comprimées n'existent pas.

$$\sigma_s = f_e / \gamma_s = \frac{400}{1,15} = 348 \text{ MPa}.$$

$$\alpha = 1,25 \left(1 - \sqrt{1 - 2\mu} \right) = 0,046.$$

$$\beta = 0,8 \cdot \alpha = 0,8 \times 0,058 = 0,037.$$

$$A_{cal} = \beta \cdot b \cdot d \frac{\sigma_{bc}}{\sigma_{su}} = 0,037 \times 65 \times 18 \times \frac{14,17}{348} = 1,76 \text{ cm}^2.$$

3) Condition de non fragilité :(BAEL91)

$$A_{\min} = 0,23 \times b \times d \times \frac{f_{t28}}{f_e} = 0,23 \times 65 \times 18 \times \frac{2,1}{400} = 1,4 \text{ cm}^2.$$

$$A = \max(A_{\text{cal}}; A_{\min}) \Rightarrow A = 1,76 \text{ cm}^2.$$

Le choix : 3T12 $\rightarrow A = 3,39 \text{ cm}^2$.

III.4.2-Vérification à E.L.S :

La fissuration est considérée comme peu nuisible, donc il n'y a aucune vérification à effectuer concernant σ_s .

- Section rectangulaire.
- Fissuration peut nuisible. $\Rightarrow \alpha \leq \frac{\gamma - 1}{2} + \frac{f_{c28}}{100}$.
- Flexion simple.
- Acier FE 400.

Si cette inégalité est vérifiée, donc la vérification de σ_b n'est pas nécessaire :

Avec :

$$\gamma = \frac{M_u}{M_{\text{ser}}} \Rightarrow \gamma = \frac{9,04}{6,61} = 1,37.$$

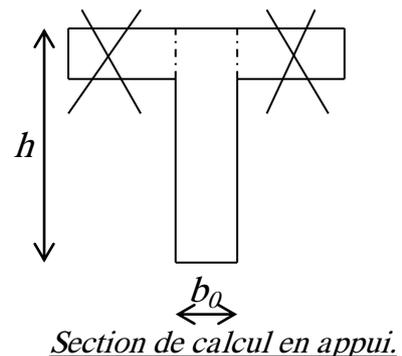
$$\alpha = 0,034 < \frac{1,37 - 1}{2} + \frac{25}{100}.$$

$$\alpha = 0,046 < 0,62 \Rightarrow \text{Condition vérifier} \Rightarrow \sigma_b < \overline{\sigma_b}.$$

Donc les armatures calculé à ELU sont maintenues.

III.4.2-En appui :**Section de calcul :**

a-ELU : $M_a^u = -13,70 \text{ KN.m}$.



1) Vérification de l'étendue de la zone comprimée :

$M^u_{a_{\max}} < 0 \Rightarrow$ la table de compression se trouve dans la partie tendue et, puisque le béton tendu est négligé dans le calcul, On néglige les ailettes [BAEL91].

\Rightarrow La section de calcul sera une section rectangulaire de dimensions $(b_0 \times h) = (12 \times 20) \text{ cm}^2$.

2) Moment réduit :

$$\mu = \frac{M_{\max}}{\sigma_b \cdot b \cdot d^2} = \frac{13,70 \cdot 10^6}{14,17 \cdot 120 \cdot 180^2} = 0,248.$$

$$\alpha = 1,25 \left(1 - \sqrt{1 - 2\mu} \right) = 0,362.$$

$$\beta = 0,8 \cdot \alpha = 0,8 \times 0,248 = 0,198$$

$$A_{\text{cal}} = \beta \cdot b \cdot d \frac{\sigma_{bc}}{\sigma_{su}} = 0,198 \times 12 \times 18 \times \frac{14,17}{348} = 1,74 \text{ cm}^2.$$

3) Condition de non fragilité : (BAEL91)

$$A_{\min} = 0,23 \times b \times d \times \frac{f_{t28}}{f_e} = 0,23 \times 12 \times 18 \times \frac{2,1}{400} = 0,26 \text{ cm}^2$$

$$A = \max(A_{\text{cal}}; A_{\min}) \Rightarrow A = 1,74 \text{ cm}^2$$

Le choix : 2T16.

b-Vérification à E.L.S :

La fissuration est considérée comme peu nuisible, donc il n'y a aucune vérification à effectuer concernant σ_s .

Vérification la contrainte du béton :

$$M_{s-\max} = 9,97 \text{ KN.m.}$$

Centre de gravité :

$$y = \frac{15 \cdot (A_s + A'_s)}{b} \cdot \left[\sqrt{1 + \frac{b \cdot (d \cdot A_s + d' \cdot A'_s)}{7,5 \cdot (A_s + A'_s)^2}} - 1 \right].$$

Avec :

A_s : la section des armatures tendue. = 4,02 cm² / ml.

A'_s : la section des armatures comprimée n'existe pas.

$$y = \frac{15.4,02}{12} \cdot \left[\sqrt{1 + \frac{12.18}{7,5.4,02}} - 1 \right] = 9,33 \text{ cm.}$$

Inertie :

$$I = \frac{b \cdot y^3}{3} + 15 \cdot [A_s \cdot (d - y)^2 + A'_s \cdot (y - d')^2] = \frac{12.9,33^3}{3} + 15 \cdot [4,02(18 - 9,33)^2] = 7781,34 \text{ cm}^2.$$

$$K = \frac{M_s}{I} = \frac{9,97 \times 10^6}{5422,24 \times 10^4} = 0,128 \text{ N/mm}^3 \Rightarrow \sigma_b = K \cdot y = 0,128 \times 7,64 \times 10 = 11,94 \text{ MPa}$$

$$\sigma_b = 13,98 \text{ MPa} \leq \bar{\sigma}_b = 0,6 \cdot f_{c28} = 0,6 \times 25 = 15 \text{ MPa} \longrightarrow \text{condition vérifiée.}$$

Donc les armatures calculées à ELU sont maintenues.

Contrainte maximale dans l'acier tendue σ_{st} :

$$\sigma_{st} = \eta k (d - y) = 15 \cdot 13,98 (18 - 7,64) = 166,64 \text{ MPa.}$$

$$\bar{\sigma}_{st} = \min(2/3 \cdot f_e; 110 \sqrt{n \cdot f_{tj}}) \text{ MPa} \dots \dots \dots \text{fissuration préjudiciable.}$$

$$\sigma_{st} = 166,46 \text{ MPa} < \bar{\sigma}_{st} = 201,63 \text{ MPa} \dots \dots \dots \text{condition vérifier}$$

Vérification si les armatures transversales sont perpendiculaires à la ligne moyenne :

$$\text{c-à-d } \boxed{\tau_u < \bar{\tau}_u}$$

$$\tau_u \leq \bar{\tau}_{ad} = \min \left(0,15 \frac{f_{c28}}{\gamma_b}; 4 \text{ MPa} \right) \longrightarrow \text{Fissuration préjudiciable}$$

$$\bar{\tau}_{ad} = \min (2,5 ; 4 \text{ MPa}) = 2,5 \text{ MPa} .$$

$$\tau_u = \frac{T_{\max}}{b_0 \cdot d} = \frac{21,4 \times 10^3}{120 \times 180} = 1,00 \text{ MPa} .$$

$$\tau_u = 1,00 \text{ MPa} \leq \bar{\tau}_{ad} = 2,5 \text{ MPa} \Rightarrow \text{Condition vérifiée.}$$

Donc les armatures transversales sont perpendiculaires à la ligne moyenne.

c-Diamètre des armatures transversale :

Le diamètre ϕ_t des armatures d'âme doit être inférieur ou égal à la plus petite des trois quantités suivantes :

$$\phi_t \leq \min \left(\frac{h}{35} ; \phi_L ; \frac{b_0}{10} \right).$$

Avec :

h : Hauteur totale de la poutrelle.

ϕ_L : Diamètre maximal des armatures longitudinales.

b_0 : Largeur de l'âme de la nervure.

$$\phi_t \leq \min (5,7 ; 16 ; 1,2).$$

On prend $\phi_t = 6 \text{ mm}$ avec une nuance d'acier FeE235.

Le Choix : $2\phi_6 \longrightarrow A_t = 0,56 \text{ cm}^2$.

d-Calcul de l'espacement des armatures transversales :

Soit δ_t : l'espacement entre les armatures transversales.

$$-\delta_{t1} \leq \frac{0,9A_t \cdot f_e \cdot (\sin \alpha + \cos \alpha)}{b_0 \cdot \gamma_s \cdot (\tau_u - 0,3f_{t28} \cdot K)} = \frac{0,9 \times 0,56 \times 402 \times (1+0)}{12 \times 1,15(1-0,3 \times 2,1 \times 1)} = 39,68 \text{ cm}.$$

$K=1$: flexion simple.

$$-\delta_{t2} = \min(0,9d ; 40 \text{ cm}) = \min(0,9 \times 18 ; 40 \text{ cm}) = \min(16,2 ; 40 \text{ cm}) = 16,2 \text{ cm}.$$

$$-\delta_{t3} \leq \frac{A_t \cdot f_e}{0,4 \cdot b_0 \cdot \sin \alpha} = \frac{0,56 \times 235}{0,4 \times 12 \times 1} = 27,42 \text{ cm}.$$

$$\delta_t \leq \min(\delta_{t1} ; \delta_{t2} ; \delta_{t3}) \Rightarrow \delta_t = 15 \text{ cm}.$$

e-Vérification de la flèche :

Cas où la vérification de la flèche n'est pas indispensable.

$$1) \frac{h}{L} \geq \frac{1}{16}.$$

$$2) \frac{h}{L} > \frac{1}{10} \cdot \frac{M_{t\text{service}}}{M_{a\text{service}}}.$$

$$3) \frac{A}{b_0 \cdot d} \leq \frac{4,2}{f_e}.$$

Avec :

L : La portée de la travée entre nus d'appui.

h : La hauteur totale de la section droite.

d : La hauteur utile de la section droite.

b_0 : La largeur de la nervure.

$M_{t\text{service}}$: Le moment en travée maximal à ELS.

$M_{a\text{service}}$: Le moment en appui maximal à ELS.

A : La section des armatures tendue.

f_e : La limite élastique de l'acier utilisé (en MPa).

f-Vérification des conditions :

$$1) \frac{h}{L} = \frac{20}{340} = 0,0588 \geq \frac{1}{16} = 0,0625 \Rightarrow \text{condition non vérifiée.}$$

Lorsque l'une des trois conditions précédentes pas vérifier \Rightarrow la vérification de la flèche est indispensable.

La flèche sera calculée par la méthode de « l'inertie fissurée ».

On doit vérifier si :

$$\Delta f_t = (f_{g_v} - f_{j_i}) + (f_{p_i} - f_{g_i}) \leq \Delta f_{t \text{ max}}.$$

Avec :

$(f_{gv} - f_{ji})$: La flèche due aux charges permanentes.

$(f_{pi} - f_{gi})$: La flèche due aux surcharges d'exploitation .

Δf_t : la flèche totale .

$\Delta f_{t \max}$: la flèche admissible avec :

$$\Delta f_{t \max} = \frac{l}{500} = \frac{340}{500} = 0,68 \text{ cm} .$$

1) Calcul les charges : Soient :

g : la charge permanente après mise en place des cloisons.

j : la charge permanente avant mise en place des cloisons.

P : la charge totale ($P = g +$ charge d'exploitation).

$$g = j = 0,65 \cdot 6,35 = 4,12 \text{ KN. m} .$$

$$P = 0,65 \cdot (6,35 + 1) = 4,77 \text{ KN. m} .$$

2) Calcul des moments fléchissant :

$$-M_g = M_j = 0,80 \times M_0^j = 0,8 \cdot \frac{g \cdot L^2}{8} = 0,8 \cdot 4,12 \cdot \frac{3,4^2}{8} = 4,76 \text{ KN.m} .$$

$$-M_p = 0,80 \times M_0^p = 0,8 \cdot 4,77 \cdot \frac{3,4^2}{8} = 5,51 \text{ KN.m} .$$

3) Calcul : ρ, ρ_1 et β_1 :

$$\rho = \frac{A}{b_0 \times d} = \frac{2,35}{12 \times 18} = 0,01 \Rightarrow \rho_1 = 100 \cdot \rho = 1; \quad \rho_1 = 1 \Rightarrow \beta_1 = 0,037 .$$

4) Calcul des contraintes d'acier :

$$\sigma_s = \frac{M}{A \times \beta_1 \times d} .$$

$$\sigma_s^g = \sigma_s^j \frac{M_g}{A \times \beta_1 \times d} = \frac{4,76 \times 10^4}{2,35 \times 0,037 \times 180} = 3041,34 \text{ MPa.}$$

$$\sigma_s^p = \frac{M_p}{A \times \beta_1 \times d} = \frac{5,51 \times 10^4}{2,35 \times 0,037 \times 180} = 3520,54 \text{ MPa.}$$

5) **Calcul des coefficients :** μ_g et μ_p , λ_i et λ_v .

$$\mu = 1 - \frac{1,75 \times f_{t28}}{4 \times \rho \times \sigma_s + f_{t28}}. \quad \mu_j = \mu_g = 1 - \frac{1,75 \times 2,1}{4 \times 1 \times 3041,34 + 2,1} = 0,999.$$

$$\bullet \mu_p = 1 - \frac{1,75 \times 2,1}{4 \times 1 \times 3520,54 + 2,1} = 0,999. \quad \lambda_i = \frac{0,05 f_{c28}}{\left(2 + 3 \frac{b_0}{b}\right) \rho} = \frac{0,05 \times 2,1}{\left(2 + 3 \cdot \frac{12}{65}\right) \times 1} = 0,04.$$

$$\bullet \lambda_v = \frac{2}{5} \lambda_i = 0,016.$$

6) **Calcul du moment d'inertie :** I_0

D'après B.A.E.L83 le moment d'inertie donner par la relation suivant :

$$I_0 = \frac{b_0}{3} \cdot (V_1^3 + V_2^3) + (b - b_0) \cdot h_0 \left[\frac{h_0^2}{12} + \left(V_1 - \frac{h_0}{2} \right)^2 \right] + 15 [A_1 \cdot (V_1 - c_1)^2 + A_2 \cdot (V_2 - c_2)^2]$$

Avec :

$$V_1 = \frac{1}{B_0} \cdot \left[b_0 \cdot \frac{h^2}{2} + (b - b_0) \cdot \frac{h^2}{2} + 15 \cdot (A_1 \cdot c_1 + A_2 \cdot c_2) \right] \text{ et } B_0 = b_0 \cdot h + (b - b_0) \cdot h_0 + 15 \cdot (A_1 + A_2).$$

$$B_0 = (12 \cdot 20) + (65 - 12) \cdot 4 + (15 \cdot 2,35) = 487,25 \text{ cm}^2. \quad A_1 : \text{n'existe pas.}$$

$$V_1 = \frac{1}{487,25} \cdot \left[12 \times \frac{20^2}{2} + (65 - 12) \cdot \frac{4^2}{2} + 15 \times 2,35 \times 18 \right] = 7,09 \text{ cm.} \quad A_2 : \text{les armatures tendues.}$$

$$V_2 = h - V_1 = 20 - 7,09 = 12,91 \text{ cm}$$

$$I_0 =$$

$$\frac{12}{3} \cdot (7,09^3 + 12,91^3) + (65 - 12) \times 4 \times \left[\frac{4^2}{12} + \left(7,09 - \frac{4}{2} \right)^2 \right] + 15 \cdot [2,35 \times (12,91 - 2)^2] = 20003,64 \text{ cm}^4.$$

7) Calcul des moments d'inertie fictifs : I_f .

$$\bullet I_{f_{gv}} = \frac{I_0}{1 + \lambda_v \times \mu_g} = \frac{20003,64}{1 + (0,016 \times 0,999)} = 19688,93 \text{ cm}^4 .$$

$$\bullet I_{f_{gi}} = I_{f_{ji}} = \frac{I_0}{1 + (\lambda_i \times \mu_j)} = \frac{20003,64}{1 + (0,04 \times 0,999)} = 19235,00 \text{ cm}^4 .$$

$$\bullet I_{f_{pi}} = \frac{I_0}{1 + \lambda_i \times \mu_p} = \frac{20003,64}{1 + (0,04 \times 0,999)} = 19235,00 \text{ cm}^4 .$$

8) Calcul des flèches partielles : Soit :

$$E_i = 11000 \sqrt[3]{f_{c28}} = 32164,2 \text{ MPa} .$$

$$E_v = 3700 \sqrt[3]{f_{c28}} = 10818,86 \text{ MPa} .$$

E_i : module de déformation longitudinale instantanée.

E_v : module de déformation longitudinale différée

f_i : la flèche maximale sous chargement de faible durée d'application.

f_v : la flèche maximale sous chargement de longue durée d'application.

f_{gi} et f_{gv} : les flèches dues aux « g ».

f_{ji} : la flèche due aux « j ».

f_{pi} : la flèche due aux « p ».

$$\bullet f_{gv} = \frac{M_g \cdot L^2}{9 \cdot E_v \cdot I_{gv}} = \frac{4,76 \cdot 10^6 \times 3400^2}{9 \times 10818,86 \times 19688,93 \times 10^4} = 0,0842 \text{ mm} .$$

$$\bullet f_{ji} = f_{gi} = \frac{M_g \cdot L^2}{9 \cdot E_i \cdot I_{gi}} = \frac{4,76 \cdot 10^6 \times 3400^2}{9 \times 32164,2 \times 19235,00 \times 10^4} = 0,028 \text{ mm} .$$

$$\bullet f_{pi} = \frac{M_p \cdot L^2}{9 \cdot E_i \cdot I_{pi}} = \frac{5,51 \times 10^6 \times 3400^2}{9 \times 32164,2 \times 19235,00 \times 10^4} = 0,033 \text{ mm} .$$

9) Calcul de la flèche totale :

$$\Delta f_t = (f_{gv} - f_{ji}) + (f_{pi} - f_{gi}) = (0,084 - 0,028) + (0,033 - 0,028) .$$

$$\Delta f_t = 0,061 \text{ mm} \leq \Delta f_{t\max} = \frac{3400}{500} = 6,8 \text{ mm} \quad \text{la flèche est vérifiée.}$$