ETUDE DES PLANCHERS

III-1 Introduction :

Les planchers sont des éléments horizontaux qui s'appuient sur les éléments porteurs (poutres, murs porteurs, …). Ils sont considérés comme des éléments infiniment rigides (éléments indéformables).

Ils jouent plusieurs rôles dans la construction, à savoir :

1. Résistance aux charges permanentes et aux charges d'exploitation
2. Séparation entre les différents niveaux et isolations thermique et acoustique et protection des personnes contre les risques d'incendie.

III-2 Plancher à corps creux :

III-2.1 Ferraillage de la dalle de compression :

Pour le ferraillage de la dalle de compression, les conditions suivantes doivent être respectées (*BAEL91*) :

1) L'hourdis doit avoir une épaisseur minimale de 4*cm*, et être armé d'un quadrillage de barres (treillis soudés) dont les dimensions des mailles ne doivent pas dépasser :

- 20*cm* pour les armatures perpendiculaires aux nervures.
- 30*cm* pour les armatures parallèles aux nervures.

2) Si $A \perp$ est la section des armatures perpendiculaires aux nervures en (cm^2/ml) on doit avoir :

- $A \perp \geq 200 / f_e$: si l'entre axe des parallèles $Ln \leq 50cm$.
- $A \perp \geq 4.\mathrm{Ln} / f_e$: si l'entre axe Ln est : $50 < Ln \leq 80cm$.

3) Si A // est la section des armatures parallèles aux nervures, alors : $A // \geq A\perp/2$ en cm^2/ml.

a- Armatures perpendiculaires aux nervures :

$50\ cm < Ln = 65cm \leq 80cm$.

$A \perp \geq 4.Ln /\ f_e = (4 \times 65) /400 = 0{,}65cm^2$.

f_e : limite d'élasticité (treillis soudé) ϕ 6 $\Rightarrow$ $f_e = 400\ MPa$.

On prend : 5 ϕ 6 /*ml* ; $A \perp = 1{,}41cm^2/m\,l$; $\delta t = 20cm$.

b- Armatures parallèles aux nervures :

$A // \geq A\perp/2 \Rightarrow A// \geq 1{,}41/2 = 0{,}7cm^2/ml \rightarrow$ $5\phi6/ml$.

$A // = 1{,}41cm^2/ml$; $\delta t = 20cm$.

Donc on adopte un treillis soudé ϕ6 de maille (200x200) mm^2.

III-3 Etude des poutrelles :

III-3.1 Les dimensions :

$$\begin{cases} h_t = 20\ cm. \\ h_0 = 4\ cm. \\ b_0 = 12\ cm. \\ b = 65\ cm. \end{cases}$$

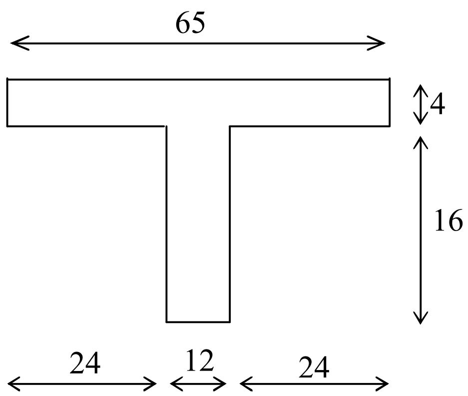


Figure III-1 : Section d'une poutrelle.

III-3.2 Évaluation des charges :

Les charges sur les poutrelles sont évaluées comme suit :

*∗- **Terrasse :***

E.L.U : $(1{,}35G + 1{,}5P) \times 0{,}65 = (1{,}35 \times 6{,}55 + 1{,}5 \times 1) \times 0{,}65 = 6{,}72\ KN/ml.$

E.L.S : $(G + P) \times 0{,}65 = (6{,}55 + 1) \times 0{,}65 = 4{,}90\ K\,N/ml.$

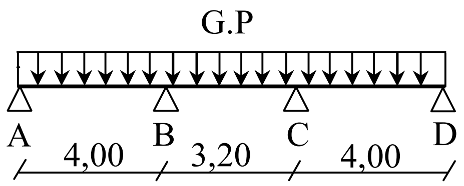
*∗- **Étage courant** :*

E.L.U : $(1{,}35G + 1{,}5P) \times 0{,}65 = (1{,}35 \times 5{,}24 + 1{,}5 \times 1.5) \times 0{,}65 = 6{,}06\ KN/ml.$

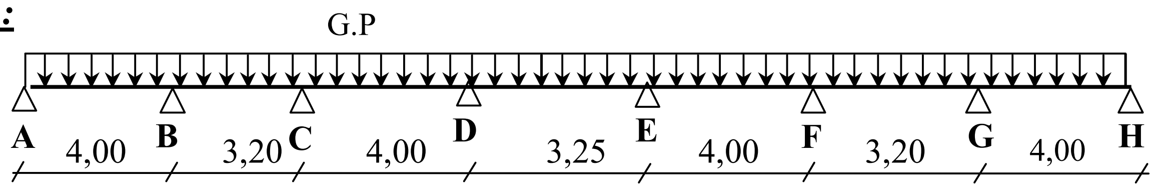
E.L.S : $(G + P) \times 0{,}65 = (5{,}24 + 1{,}5) \times 0{,}65 = 4{,}38\ kN/ml.$

III-3.3 Les types des poutrelles :

Type1 :



Type 2 :



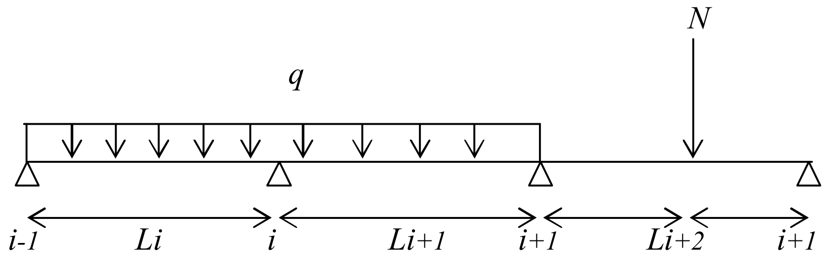
III-3.4 ***Détermination des sollicitations :***

a- Méthode de calcul *(méthode des trois moments)*:

• ***Principe de la méthode:***

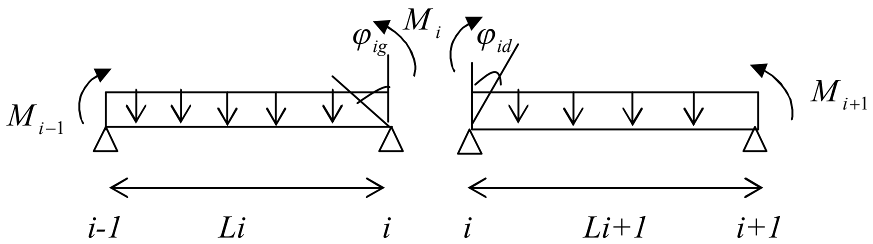
**** En appui :***

Soit une poutre continue quelconque on considère l'appui (i), ou on cherche le moment d'appui M_i :



Dans la plus part des calcul les charges est uniformément répartie.

On décompose l'appui (i)



Avec :

φ_{ig} : rotation en (i) à gauche.

φ_{id} : rotation en (i) à droite.

$$\varphi_{ig} = \frac{M_{i-1} \cdot L_i}{6EI} + \frac{M_i \cdot L_i}{3EI} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{(1)}.$$

$$\varphi_{id} = \frac{M_i \cdot L_{i+1}}{3EI} + \frac{M_{i+1} \cdot L_{i+1}}{6EI} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{(2)}.$$

La somme (1) et (2) nous donne :

$$\frac{M_{i-1} \cdot L_i}{6EI} + \frac{M_i \cdot L_i}{3EI} + \frac{M_i \cdot L_{i+1}}{3EI} + \frac{M_{i+1} \cdot L_{i+1}}{6EI} = \varphi_{id} + \varphi_{ig}.$$

D'où ce résultat est comme suit :

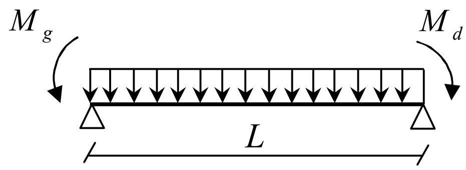
$$M_{i-1} \cdot L_i + 2\, M_i \left(L_{i+1} + L_i\right) + M_{i+1} \cdot L_{i+1} = -6EI\left(\varphi_{id} + \varphi_{ig}\right).$$

*** *En travée :***

$$Ra = \frac{q \cdot L}{2} + \frac{M_g - M_d}{L}.$$

$$T = Ra - q \cdot x.$$

$$M_t^{\max} = Ra \cdot x - \frac{q \cdot x^2}{2} - M_g.$$



b- Méthode forfaitaire :

Pour utiliser la méthode forfaitaire on doit vérifier les conditions suivantes :

- La charge d'exploitation doit être inférieur ou égale au minimum de deux fois les charges permanentes ou bien 5 KN/m^2 $P \leq \min\ (2.G\ ;\ 5KN/m^2)$.
- Les moments d'inerties des section transversales sont les même dans les différents travées.
- Les portées successives sont dans un rapport compris entre 0,8 et 1,25.

$$0{,}8 \leq \frac{L_i}{L_{i+1}} \leq 1{,}25.$$

- La fissuration est considérée comme peu nuisible.

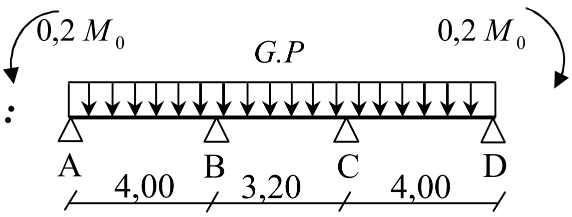
On utilise la méthode des trois moments pour étudier les poutrelles

III-3.5 Exemple de calcul :

Étage courant :

Pour l'étage courant, on a le type 3

***Type1* :**



1-ELU :

q_u = 6,06 KN/ml.

2-ELS :

q_s = 4,38 KN/ml.

$$M_{0_u}^{AB} = q_u \frac{L^2}{8} = 6{,}06 \times \frac{(4{,}00)^2}{8} = 12{,}12 KN..m.$$

$$M_{0_u}^{CD} = q_u \frac{L^2}{8} = 6{,}06 \times \frac{(4{,}00)^2}{8} = 12{,}12 KN.m.$$

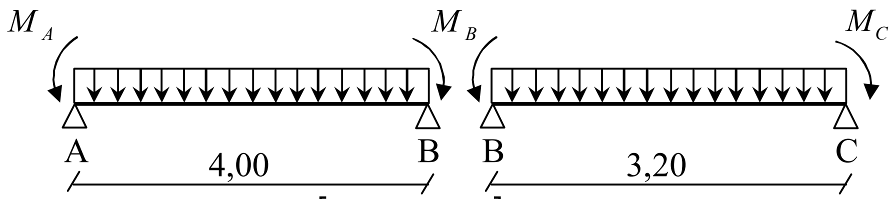
- ***Calcul des moments au niveau de l'appui :***

* *En appui A :*

M_A = - 0,2. M_{0u}^{AB} = - 0,2. 12,12 = -2,42 *KN.m.*

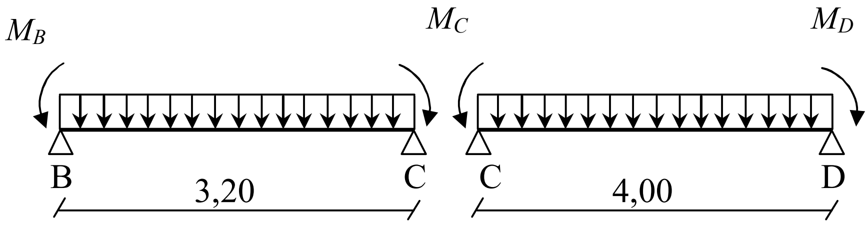
M_D = - 0,2 M_{0u}^{CD} = - 0,2. 12,12= -2,42 *KN.m.*

* *En appui B :*



$$\begin{cases} 4M_A + 2(4+3{,}20)M_B + 3{,}20M_C = -q_u \dfrac{\left[(4)^3 + (3{,}20)^3\right]}{4} \\ 14{,}4M_B + 4M_C = -136{,}92 \ \ldots\ldots\ldots\ldots(1) \end{cases}$$

* *En appui C :*



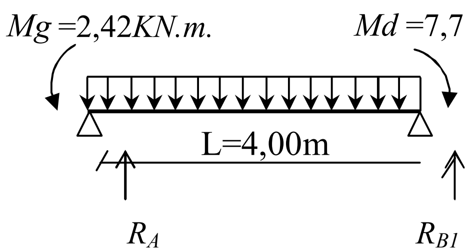
$$\begin{cases} 3{,}20M_B + 2(3{,}20+4)M_C + 4M_D = -q_u \dfrac{\left[(3{,}20)^3 + (4)^3\right]}{4} \\ 3{,}20M_B + 14{,}4M_C = -136{,}92KN.m \ \ldots\ldots\ (2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 14{,}4M_B + 3{,}20M_C = -136{,}92 \ \ldots\ldots\ldots\ (1) \\ 3{,}20M_B + 14{,}4M_C = -136{,}92 \ \ldots\ldots\ldots\ (2) \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} M_B = -7{,}79\ KN.m. \\ M_c = -7{,}79\ KN.m. \end{cases}$$

- ***Les efforts tranchants et les moments en travée:***

Travée 1 : (A – B)

q_u = 6,06*KN/ml.*



$$R_A = \frac{q_u \cdot L}{2} + \frac{M_A - M_B}{L} = \frac{6{,}06 \times 4{,}00}{2} + \frac{2{,}42 - 7{,}79}{4{,}00} = 10{,}77\,KN\,.$$

R_{B1} = (6,06 . 4) –10,77 $\longrightarrow$ R_{B1} = 13,47 *KN.*

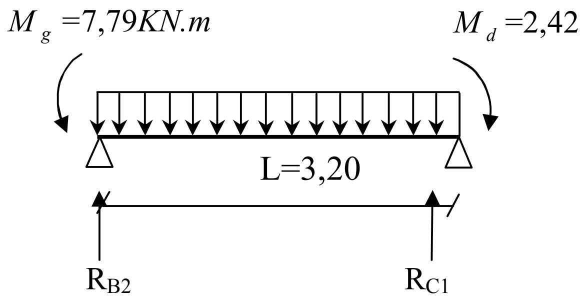
$$\boxed{R_A = 10{,}77\ KN \qquad R_{B1} = 13{,}47\ KN}$$

$$T = R_A - q \cdot x = 10{,}77 - 6{,}06x \quad pour : \begin{cases} x = 0 \longrightarrow T = 10{,}77\ KN. \\ x = 4{,}00 \longrightarrow T = -13{,}47\ KN. \end{cases}$$

$$T = 0 \longrightarrow x = \frac{R_a}{q} = \frac{10{,}77}{6{,}06} = 1{,}77\,m.$$

$$M_t^{\max} = R_A \cdot x - \frac{q \cdot x^2}{2} - M_g \qquad M_t^{AB}(1{,}77) = 10{,}77 \cdot 1{,}77 - \frac{6{,}06.(1{,}77)^2}{2} - 2{,}42 = 7{,}02\,KN.m$$

Travée 2 : (B -C)



R_{B2} = 8,02 *KN* R_{C1} = 11,37 *KN*

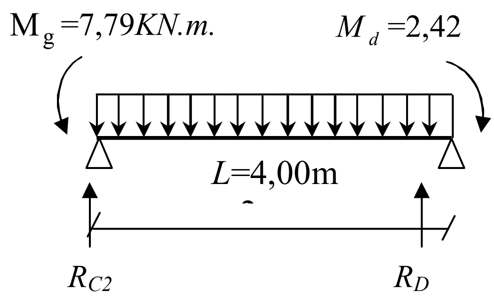
T = *8,02 – 6,06. x .*

$$T \longrightarrow \begin{cases} x = 0 \longrightarrow T = 8{,}02KN. \\ x = 3{,}05 \longrightarrow T = -\ 11{,}37\ KN. \end{cases}$$

$T = 0 \longrightarrow x = R_{B2} / q = 8{,}02 / 6{,}06 = 1{,}32\ m.$

$$M_t^{BC}(1{,}32) = 8{,}02 \cdot 1{,}32 - \frac{6{,}06 \cdot (1{,}32)^2}{2} - 7{,}79 = -0{,}02\,KN.m\,.$$

Travée 3 : (C – D)



R_{C2} = 13,46 *KN.* R_D = 10,68 *KN.*

T = 13,46 – 6,06 .x

$$T \longrightarrow \begin{cases} x = 0 \longrightarrow T = 13{,}46\ KN. \\ x = 4{,}00 \longrightarrow T = -10{,}68\ KN\,. \end{cases}$$

$T = 0 \longrightarrow x = R_{C2} / q = 13{,}46 / 6{,}06 = 2{,}22m.$

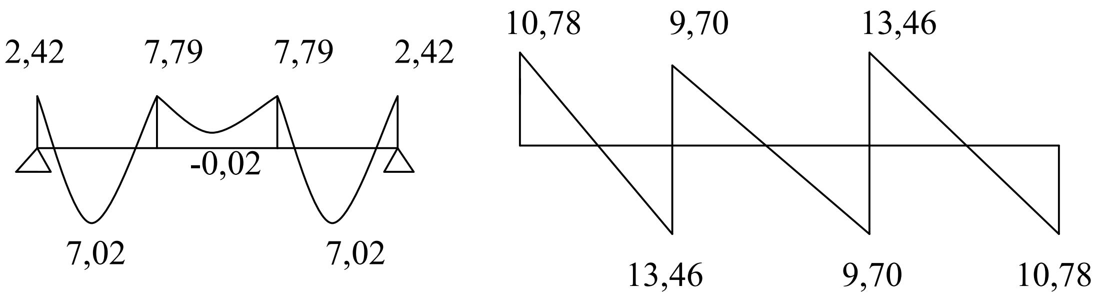
$$M_t^{CD}(1{,}6) = 13{,}46 \cdot 2{,}22 - \frac{6{,}06.(2{,}22)^2}{2} - 7{,}79 = 7{,}02KN.m\ .$$

• ***Diagrammes des moments et des efforts tranchants :***

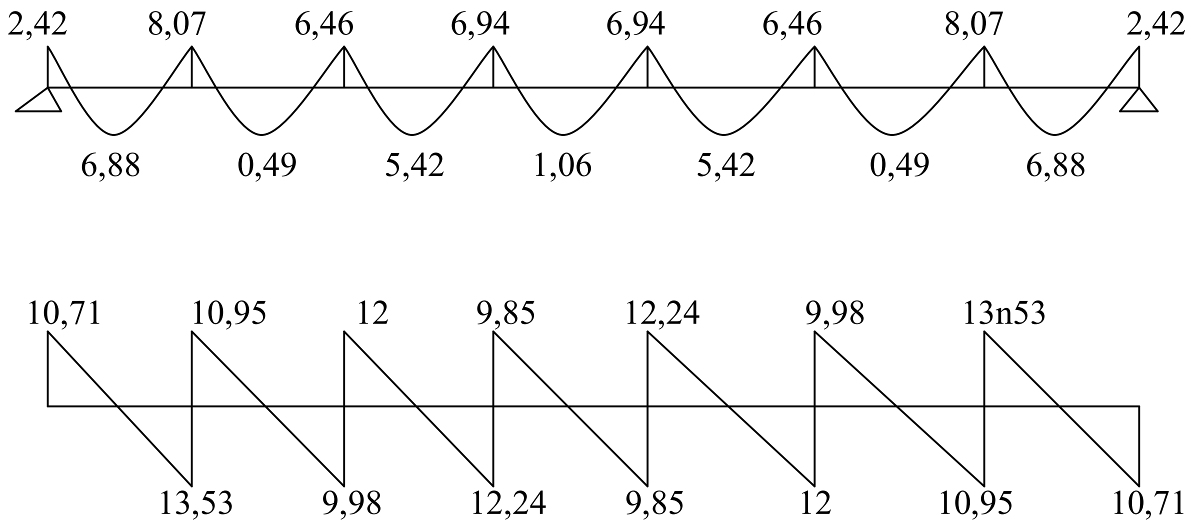
Pour les étages courants :

1- ELU : ***M_f (KN.m)*** *et* ***T (KN)***

Type 1 :

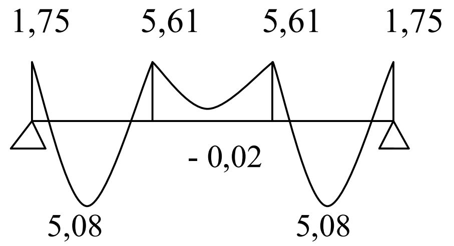


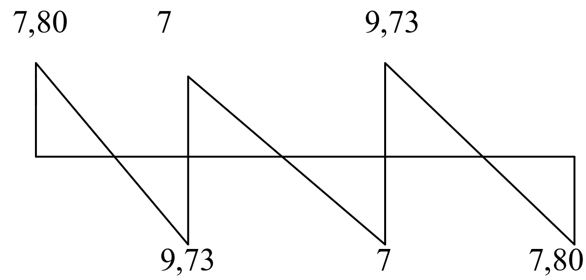
Type 2 :



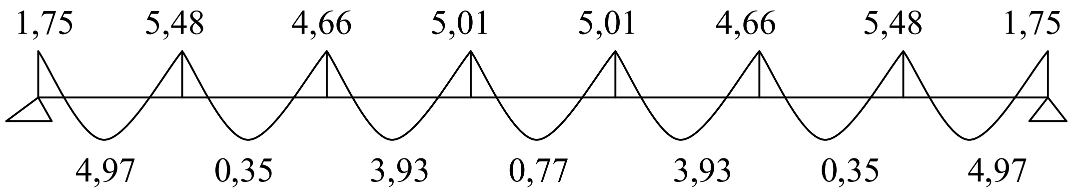
2-<u>ELS :</u>

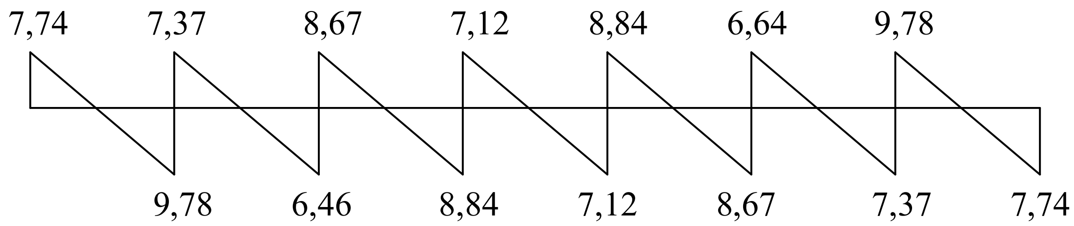
<u>Type 1:</u>





<u>Type 2 :</u>





Les solicitations	***ELU***	***ELS***
Moment travée max	7,02 *KN.m.*	5,08 *KN.m.*
Moment appuis max	8,07*KN.m.*	5,48*KN.m.*
L'éffort tranchant max	13,53*KN.*	9,78 *KN.*

<u>Tableau III-2 : Valeurs maximales des sollicitations pour les poutrelles.</u>

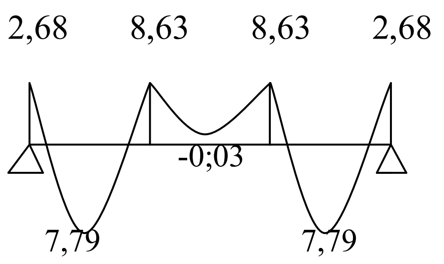
Les diagrammes pour la terrasse :

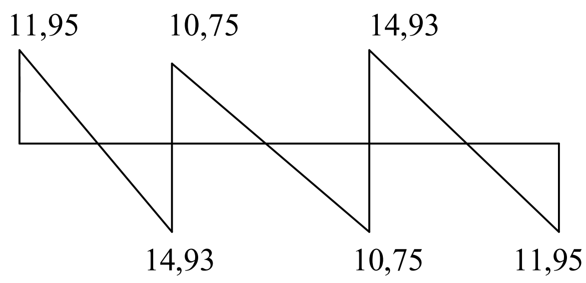
1-ELU:

q_u = 6,72 KN/ml.

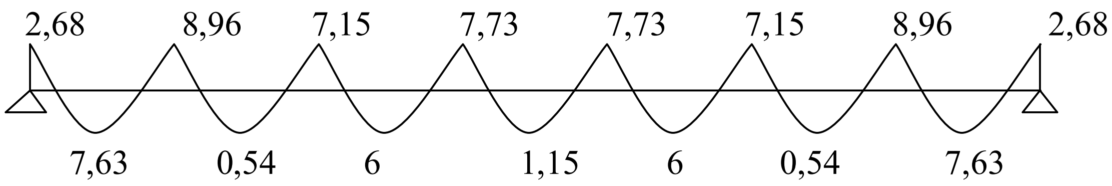
M_f(KN.m) *et* **T (KN)**

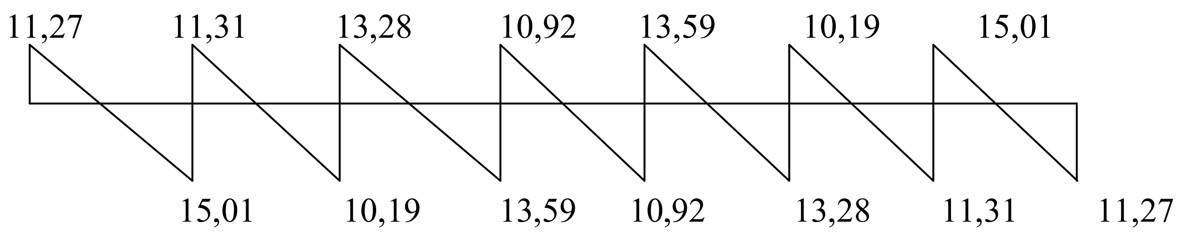
Type1:





Type2:

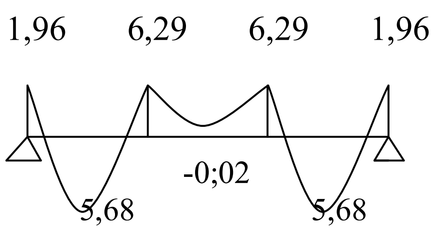


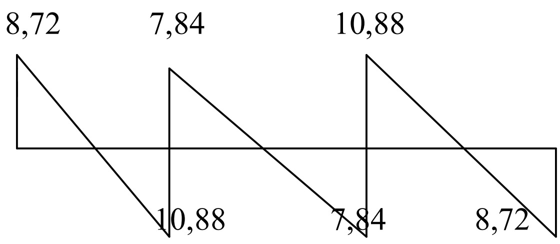


2-ELS:

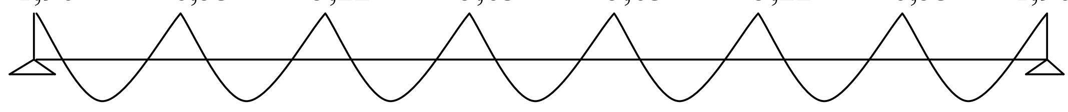
q_s =4,90 KN/ml.

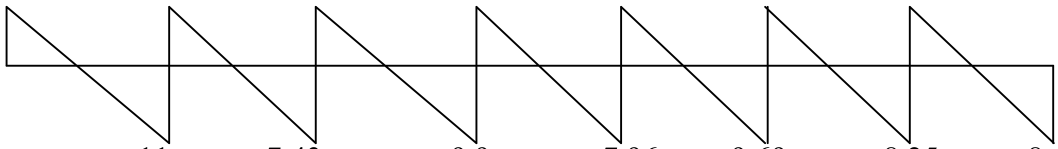
Type1:





Type2:





Les solicitations	***ELU***	***ELS***
Moment travée max	7,79 *KN.m.*	5,68 *KN.m.*
Moment appuis max	8,96 *KN.m.*	6,53 *KN.m.*
L'éffort tranchant max	15,01 *KN.m*	1,1 *KN.*

Tableau III-2 : Valeurs maximales des sollicitations pour les poutrelles.

Soit :
M_t : moment fléchissant équilibré par la table de compression.

III-3.6 plancher étage courant :

• *Les moments fléchissant max :*

* *En travée :*

M_t^u = 7,02 *KN.m.*

M_t^s = 5,08 *KN.m.*

* *En appui :*

M_a^u = 8,07 *KN.m.*

M_a^s = 5,48 *KN.m.*

Ferraillage des poutrelles :

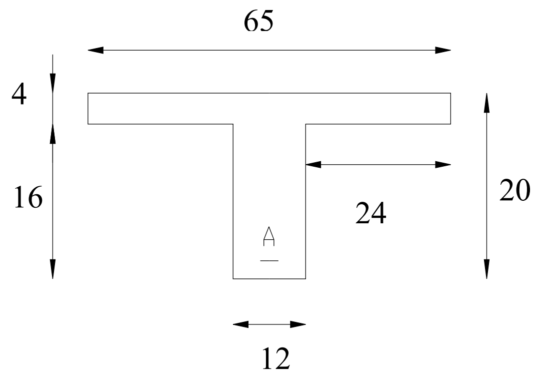
Les armatures longitudinales :

*** En travée :***

Section de calcul :

1-ELU :

$M_t^u = 7{,}02 KN.m$.



Section de calcul.

a- Vérification de l'étendue de la zone comprimée :

Soit :

M_t : moment fléchissant équilibré par la table de compression d'où :

$$M_t = \sigma_b .b.h_0 \left(d - \frac{h_0}{2} \right).$$

f_{t28} = 0,6+0,06 .f_{c28} = 0,6 + 0,06. 25 = 2,1 MP. Contrainte de résistance de traction à 28jours.

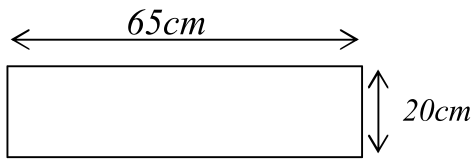
$$d = 0{,}9.h = 0{,}9 \times 20 \cong 18cm \quad ; \quad \sigma_b = 0{,}85 \frac{f_{c28}}{\gamma_b} = 0{,}85 \times \frac{25}{1{,}5} = 14{,}17 MPa.$$

$$M_t = 14{,}17 \times 650 \times 40 \left(180 - \frac{40}{2} \right) = 58{,}95 KN.m .$$

$M_t^u > M_{\max t} \Rightarrow$ la zone comprimée se trouve dans la table de compression.

$\Rightarrow$ La section de calcul sera une section rectangulaire de dimensions $(b \times h) cm^2$.

b- Moment réduit :



Section de calcul

$$\mu = \frac{M_{\max}}{\sigma_b .b.d^2} = \frac{7{,}02.10^6}{14{,}17.650.180^2} = 0{,}023 .$$

$\mu < \mu_L = 0{,}392 (AcierFeE400) \Rightarrow$ Les armatures comprimées n'existent pas.

$$\sigma_s = f_e / \gamma_s = \frac{400}{1{,}15} = 348 MPa .$$

$$\alpha = 1{,}25 \left(1 - \sqrt{1 - 2\mu} \right) = 0{,}030.$$

$$\beta = 0{,}8.\alpha = 0{,}8 \times 0{,}030 = 0{,}024 .$$

$$A_{cal} = \beta .b.d \frac{\sigma_{bc}}{\sigma_{su}} = 0{,}0224 \times 65 \times 18 \times \frac{14{,}17}{348} = 1{,}14 cm^2 .$$

c- ***Condition de non fragilité*** *:(BAEL91)*

$A_{\min} = 0{,}23 \times b \times d \times \dfrac{f_{t28}}{fe} = 0{,}23 \times 65 \times 18 \times \dfrac{2{,}1}{400} = 1{,}41 cm^2.$

$A = \max(A_{cal}; A_{\min}) \Rightarrow A = 1{,}41 cm^2.$

Le choix : 3T12→ $A = 3{,}39 cm^2$.

2- ***Vérification à E.L.S :***

La fissuration est considérée comme peu nuisible, donc il n'y a aucune vérification à effectuer concernant σ_s .

- Section rectangulaire. $\Rightarrow \quad \alpha \leq \dfrac{\gamma - 1}{2} + \dfrac{f_{c28}}{100}.$
- Fissuration peut nuisible.
- Flexion simple.
- *A*cier FE 400.

Si cette inégalité est vérifiée, donc la vérification de σ_b n'est pas nécessaire :

Avec :

$\gamma = \dfrac{M_u}{M_{ser}} \quad \Rightarrow \quad \gamma = \dfrac{7{,}02}{5{,}08} = 1{,}38.$

$\alpha = 0{,}062 < \dfrac{1{,}38 - 1}{2} + \dfrac{25}{100}.$

$\alpha = 0{,}062 < 0{,}44 \quad \Rightarrow$ Condition vérifier $\Rightarrow \sigma_b < \overline{\sigma_b}.$

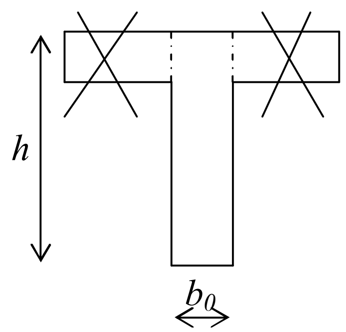
Donc les armatures calculer à ELU sont maintenues.

* ***En appui :***

Section de calcul :

1-***ELU :***

$M_a^u = 8{,}07 KN.m$.



Section de calcul en appui.

a- ***Vérification de l'étendue de la zone comprimée :***

$M^u{}_{a\max} < 0 \Rightarrow$ la table de compression se trouve dans la partie tendue et, puisque le béton tendu est négligé dans le calcul, On néglige les ailettes ***[BAEL91]***.

$\Rightarrow$ La section de calcul sera une section rectangulaire de dimensions $(b_0 \times h) = (12 \times 20)\ cm^2$.

b- Moment réduit :

$$\mu = \frac{M_{max}}{\sigma_b . b . d^2} = \frac{8,07.10^6}{14,17.120.180^2} = 0,146 .$$

$\mu < \mu_L = 0,392(AcierFeE400)$ $\Rightarrow$ Les armatures comprimées n'existent pas.

$$\alpha = 1,25\left(1-\sqrt{1-2\mu}\right) = 0,2.$$
$$\beta = 0,8.\alpha = 0,8 \times 0,2 = 0,16.$$
$$A_{cal} = \beta . b . d \frac{\sigma_{bc}}{\sigma_{su}} = 0,16 \times 12 \times 18 \times \frac{14,17}{348} = 1,41 cm^2.$$

c- Condition de non fragilité *:(BAEL91)*

$$A_{min} = 0,23 \times b \times d \times \frac{f_{t28}}{fe} = 0,23 \times 12 \times 18 \times \frac{2,1}{400} = 0,26 cm^2.$$
$$A = \max(A_{cal}; A_{min}) \Rightarrow A = 1,41 cm^2.$$

Le choix : 2T12$\rightarrow$ $A = 2,26 cm^2$.

2- Vérification à E.L.S :

La fissuration est considérée comme peu nuisible, donc il n'y a aucune vérification à effectuer concernant σ_s .

- ***Vérification la contrainte du béton :***

$M_{s\text{-}max} = 4,48$ *KN.m.*

- *Centre de graviter* :

$$y = \frac{15.(A_s + A_s^{'})}{b} . \left[\sqrt{1 + \frac{b.(d.A_s + d^{'}.A_s^{'})}{7,5.(A_s + A_s^{'})^2}} - 1 \right].$$

Avec :

A_s : la section des armatures tendue.= 2,26 cm^2 / ml.

$A_s^{'}$: la section des armatures comprimée n'existe pas.

$$y = \frac{15.2,26}{12} . \left[\sqrt{1 + \frac{12.18}{7,5.2,26}} - 1 \right] = 7,65 cm.$$

- *Inertie :*

$$I = \frac{b.y^3}{3} + 15.\left[A_s.(d-y)^2 + A_s^{'}.(y-d^{'})^2\right] = \frac{12.7,65^3}{3} + 15.\left[2,26(18-7,65)^2\right] = 5422,24 cm^4.$$

$$K = \frac{M_s}{I} = \frac{5,48\times10^6}{5422,24\times10^4} = 0,1 N/mm^3 \Rightarrow \sigma_b = K.y = 0,1\times7,65\times10 = 7,65 MPa$$

$\sigma_b = 7,65\ MPa \le \overline{\sigma_b} = 0,6\ .f_{c28} = 0,6\times25 = 15\ MPa$ $\longrightarrow$ condition vérifiée.

Donc les armatures calculées à *ELU* sont maintenues.

- ***Vérification si les armatures transversales sont perpendiculaires à la ligne moyenne :***

c-à-d $\boxed{\tau_u < \overline{\tau_u}}$

$\tau_u \le \overline{\tau}_{ad} = \min\left(0,2\frac{f_{c28}}{\gamma_b} ; 5\ MPa\right).$ $\longrightarrow$ Fissuration peu nuisible.

$\overline{\tau}_{ad} = \min\left(3,33 ; 5\ MPa\right) = 3,33 MPa.$

$$\tau_u = \frac{T_{\max}}{b_0 \cdot d} = \frac{13,53x10^3}{120\times180} = 0,62 MPa.$$

$\tau_u = 0,62 MPa \le \overline{\tau}_{ad} = 3,33\ MPa \Rightarrow$ condition vérifiée.

Donc les armatures transversales sont perpendiculaires à la ligne moyenne.

- ***Diamètre des armatures transversales.***

Le diamètre ϕ_t des armatures d'âme doit être inférieur ou égal à la plus petite des trois quantités suivantes :

$\phi_t \le \min\left(\frac{h}{35} ; \phi_L ; \frac{b_0}{10}\right).$ *Avec :*

h : Hauteur totale de la poutrelle.

ϕ_L : Diamètre maximal des armatures longitudinales.

b_0 : Largeur de l'âme de la nervure.

$\phi_t \le \min\left(0,55 ; 1,2 ; 1,2\right).$

On prend $\phi_t = 6\ mm$ avec une nuance d'acier *FeE235.*

Le Choix : $1\phi6 \longrightarrow A_t = 0,28\ cm^2.$

• ***Calcul de l'espacement des armatures transversales***

Soit δ_t : l'espacement entre les armatures transversales.

$$-\delta_{t1} \leq \frac{0{,}9A_t.f_e.(\sin\alpha+\cos\alpha)}{b_0.\gamma_s.(\tau_u-0{,}3f_{t28}.K)} = \frac{0{,}9\times0{,}28\times235\times(1+0)}{12\times1{,}15(0{,}62-0{,}3\times2{,}1\times1)} = 6{,}38m.$$

K= 1 : flexion simple.

$-\delta_{t2} = \min(0{,}9d\,;40cm) = \min(0{,}9\times18;40cm) =$ *min* (16,2 ; 40 *cm*) = 16,2 *cm.*

$$-\delta_{t3} \leq \frac{A_t.f_e}{0{,}4.b_0.\sin\alpha} = \frac{0{,}28\times235}{0{,}4\times12\times1} = 13{,}70cm.$$

$\delta_t \leq \min(\delta_{t1};\delta_{t2};\delta_{t3}) \Rightarrow \delta_t = 10cm.$

*III-3.7.**Plancher terrasse :***

• ***Les moments fléchissant max :***

**** En travée :***

M_t^u = 7,79 *KN.m.*

M_t^s = 5,68 *KN.m.*

**** En appui :***

M_a^u = - 8,96 *KN.m.*

M_a^s = - 6,53 *KN.m.*

Ferraillage des poutrelles :

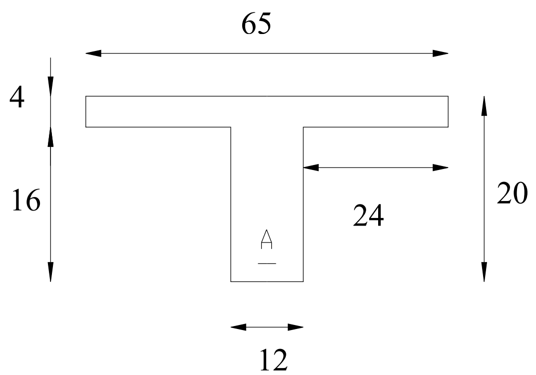
Les armatures longitudinales :

**** En travée :***

Section de calcul :

1-ELU :

$M_t^u = 7{,}79KN.m.$



Section de calcul.

a- *Vérification de l'étendue de la zone comprimée :*

Soit :

M_t : moment fléchissant équilibré par la table de compression d'où :

$$M_t = \sigma_b.b.h_0\left(d - \frac{h_0}{2}\right).$$

f_{t28} = 0,6+0,06 .f_{c28} = 0,6 + 0,06. 25 = 2,1 MP. Contrainte de résistance de traction à 28jours.

$$d = 0,9.h = 0,9\times 20 \cong 18cm \quad ; \quad \sigma_b = 0,85\frac{f_{c28}}{\gamma_b} = 0,85\times\frac{25}{1,5} = 14,17MPa.$$

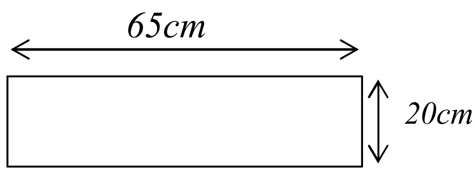
$$M_t = 14,16\times 650\times 40\left(180 - \frac{40}{2}\right) = 58,90KN.m\,.$$

$M_t^u > M_{\max t} \Rightarrow$ la zone comprimée se trouve dans la table de compression.

$\Rightarrow$ La section de calcul sera une section rectangulaire de dimensions $(b\times h)cm^2$.

b- *Moment réduit :*

$$\mu = \frac{M_{\max}}{\sigma_b.b.d^2} = \frac{7,79.10^6}{14,17.650.180^2} = 0,026\,.$$



Section de calcul

$\mu < \mu_L = 0,392(AcierFeE400) \Rightarrow$ Les armatures comprimées n'existent pas.

$$\sigma_s = f_e / \gamma_s = \frac{400}{1,15} = 348MPa\,.$$

$$\alpha = 1,25\left(1-\sqrt{1-2\mu}\right) = 0,033\,.$$

$$\beta = 0,8.\alpha = 0,8\times 0,033 = 0,026\,.$$

$$A_{cal} = \beta.b.d\frac{\sigma_{bc}}{\sigma_{su}} = 0,026\times 65\times 18\times\frac{14,17}{348} = 1,24cm^2.$$

c- *Condition de non fragilité* *:(BAEL91)*

$$A_{\min} = 0,23\times b\times d\times\frac{f_{t28}}{fe} = 0,23\times 65\times 18\times\frac{2,1}{400} = 1,41cm^2.$$

$$A = \max(A_{cal}; A_{\min}) \Rightarrow A = 1,41cm^2.$$

Le choix : 3T12$\rightarrow$ A = 3,39cm^2.

2- Vérification à E.L.S :

• Vérification des contrainte du béton et d'aciers :

$M_{s\text{-}max} = 5{,}68\ KN.m.$

• Centre de graviter :

$$y = \frac{15.(A_s + A_s')}{b}.\left[\sqrt{1+\frac{b.(d.A_s + d'.A_s')}{7{,}5.(A_s + A_s')^2}} - 1\right].$$

Avec :

A_s : la section des armatures tendue.= 3,39$cm^2 / ml.$

A_s' : la section des armatures comprimée n'existe pas.

$$y = \frac{15.3{,}39}{65}.\left[\sqrt{1+\frac{65.18.3{,}39}{7{,}5.3{,}39^2}} - 1\right] = 4{,}57cm.$$

• Inertie :

$$I = \frac{b.y^3}{3} + 15.\left[A_s.(d-y)^2 + A_s'.(y-d')^2\right] = \frac{65.4{,}58^3}{3} + 15.\left[3{,}39(18-4{,}57)^2\right] = 11239{,}51cm^4.$$

$$K = \frac{M_s}{I} = \frac{5{,}68\times10^6}{11239{,}51\times10^4} = 0{,}05N/mm^3 \Rightarrow \sigma_b = K.y = 0{,}05\times4{,}57\times10 = 2{,}28MPa$$

$\sigma_b = 2{,}28\ MPa \le \overline{\sigma_b} = 0{,}6\ .f_{c28} = 0{,}6\times25 = 15\ MPa \longrightarrow$ condition vérifiée.

Donc les armatures calculées à *ELU* sont maintenues.

$\sigma_s \le \overline{\sigma_s}$

$\overline{\sigma_s} = \min\left(\frac{2}{3}.fe\ ;\ \max(0{,}5fe;110\sqrt{n.ftj}\right)$

$\overline{\sigma_s} = \min(266{,}66\ ;\ 201{,}63)$

$\sigma_s = 15.K(d-y) = 15.0{,}05(180-45{,}7)$

$\sigma_s = 100{,}72Mpa \le \overline{\sigma_s} = 201{,}63Mpa$

- ***Vérification si les armatures transversales sont perpendiculaires à la ligne moyenne :***

c.-à-d. $\boxed{\tau_u < \overline{\tau_u}}$

$\tau_u \leq \overline{\tau}_{ad} = \min\left(0{,}15\dfrac{f_{c28}}{\gamma_b} \; ; 5\; MPa\right).$ $\longrightarrow$ Fissuration préjudiciable.

$\overline{\tau}_{ad} = \min\left(2{,}5\; ;5\; MPa\right) = 2{,}5MPa\,.$

$\tau_u = \dfrac{T_{\max}}{b_0 \cdot d} = \dfrac{15{,}01x10^3}{650 \times 180} = 0{,}13MPa\,.$

$\tau_u = 0{,}13MPa \leq \overline{\tau}_{ad} = 2{,}5MPa \quad \Rightarrow$ condition vérifiée.

Donc les armatures transversales sont perpendiculaires à la ligne moyenne.

- ***Diamètre des armatures transversales.***

Le diamètre ϕ_t des armatures d'âme doit être inférieur ou égal à la plus petite des trois quantités suivantes :

$\phi_t \leq \min\left(\dfrac{h}{35}\; ; \phi_L\; ; \dfrac{b_0}{10}\right).$

Avec :

h : Hauteur totale de la poutrelle.

ϕ_L : Diamètre maximal des armatures longitudinales.

b_0 : Largeur de l'âme de la nervure.

$\phi_t \leq \min\left(0{,}57\,;1{,}2\,;1{,}2\right).$

On prend $\phi_t = 6\; mm$ avec une nuance d'acier *FeE235.*

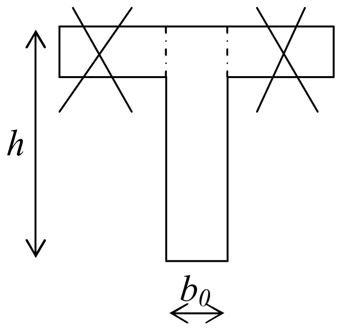
Le Choix : $\phi 6 \longrightarrow A_t = 0{,}28\; cm^2\,.$

**** En appui :***

Section de calcul :

1-ELU :

$M_a^u = 8{,}96KN.m\,.$



Section de calcul en appui.

a- Vérification de l'étendue de la zone comprimée :

$M^{u}_{a\max} < 0 \Rightarrow$ la table de compression se trouve dans la partie tendue et, puisque le béton tendu est négligé dans le calcul, On néglige les ailettes ***[BAEL91]***.

$\Rightarrow$ La section de calcul sera une section rectangulaire de dimensions $(b_0 \times h) = (12 \times 20)\ cm^2$.

b- Moment réduit :

$$\mu = \frac{M_{\max}}{\sigma_b . b . d^2} = \frac{8,96.10^6}{14,17.120.180^2} = 0,162 .$$

$$\alpha = 1,25.\left(1 - \sqrt{1 - 2\mu}\right) = 0,222$$

$$\beta = 0,8.\alpha = 0,8 \times 0,222 = 0,177.$$

$$A_{cal} = \beta . b . d \frac{\sigma_{bc}}{\sigma_{su}} = 0,177 \times 12 \times 18 \times \frac{14,17}{348} = 1,56 cm^2 .$$

c- Condition de non fragilité *:(BAEL91)*

$$A_{\min} = 0,23 \times b \times d \times \frac{f_{t28}}{fe} = 0,23 \times 12 \times 18 \times \frac{2,1}{400} = 0,26 cm^2 .$$

$$A = \max\left(A_{cal} ; A_{\min}\right) \Rightarrow A = 1,56 cm^2 .$$

Le choix : 2T12$\rightarrow A = 2,26 cm^2$.

2- Vérification à E.L.S :

• Vérification la contrainte du béton et d'aciers :

$M_{s\text{-}max} = 6,53\ KN.m.$

• *Centre de graviter* :

$$y = \frac{15.(A_s + A_s^{'})}{b} . \left[\sqrt{1 + \frac{b.(d.A_s + d^{'}.A_s^{'})}{7,5.(A_s + A_s^{'})^2}} - 1 \right] .$$

Avec :

A_s : la section des armatures tendue.= $2,26 cm^2 / ml$.

$A_s^{'}$: la section des armatures comprimée n'existe pas.

$$y = \frac{15.2,26}{12} . \left[\sqrt{1 + \frac{12.18.2,26}{7,5.2,26^2}} - 1 \right] = 7,64 cm.$$

• *Inertie :*

$$I = \frac{b.y^3}{3} + 15.\left[A_s.(d-y)^2 + A_s^{'}.(y-d^{'})^2\right] = \frac{12.7{,}64^3}{3} + 15.\left[2{,}26(18-7{,}64)^2\right] = 5422{,}24cm^4.$$

$$K = \frac{M_s}{I} = \frac{6{,}53\times10^6}{5422{,}24\times10^4} = 0{,}12N/mm^3 \Rightarrow \sigma_b = K.y = 0{,}12\times7{,}64\times10 = 9{,}16MPa$$

$\sigma_b = 9{,}16\ MPa \leq \overline{\sigma_b} = 0{,}6\ .f_{c28} = 0{,}6\times25 = 15\ MPa \longrightarrow$ condition vérifiée.

Donc les armatures calculées à *ELU* sont maintenues

$\sigma_s \leq \overline{\sigma_s}$

$\overline{\sigma_s} = \min\left(\frac{2}{3}.fe\ ;\ \max(0{,}5fe;110\sqrt{n.ftj}\right)$

$\overline{\sigma_s} = \min(266{,}66\ ;\ 201{,}63)$

$\sigma_s = 15.K(d-y) = 15.0{,}12(180-76{,}4)$

$\sigma_s = 186{,}48Mpa \leq \overline{\sigma_s} = 201{,}63Mpa$

• ***Vérification si les armatures transversales sont perpendiculaires à la ligne moyenne :***

c-à-d $\boxed{\tau_u < \overline{\tau_u}}$

$\tau_u \leq \overline{\tau}_{ad} = \min\left(0{,}15\frac{f_{c28}}{\gamma_b}\ ;\ 4\ MPa\right). \longrightarrow$ Fissuration nuisible.

$\overline{\tau}_{ad} = \min\left(2{,}5\ ;5\ MPa\right) = 2{,}5MPa.$

$$\tau_u = \frac{T_{\max}}{b_0 \cdot d} = \frac{15{,}01x10^3}{120\times180} = 0{,}69MPa.$$

$\tau_u = 0{,}69MPa \leq \overline{\tau}_{ad} = 2{,}5MPa \Rightarrow$ condition vérifiée.

Donc les armatures transversales sont perpendiculaires à la ligne moyenne.

• ***Diamètre des armatures transversales.***

Le diamètre ϕ_t des armatures d'âme doit être inférieur ou égal à la plus petite des trois quantités suivantes :

$$\phi_t \leq \min\left(\frac{h}{35}\ ;\ \phi_L\ ;\ \frac{b_0}{10}\right).$$

Avec :

h : Hauteur totale de la poutrelle.

ϕ_L : Diamètre maximal des armatures longitudinales.

b_0 : Largeur de l'âme de la nervure.

$\phi_t \leq \min\left(0{,}57\,;1{,}2\,;1{,}2\right)$.

On prend $\phi_t = 6\ mm$ avec une nuance d'acier *FeE235.*

Le Choix : $\phi 6 \longrightarrow A_t = 0{,}28\ cm^2$.

• *Calcul de l'espacement des armatures transversales*

Soit δ_t : l'espacement entre les armatures transversales.

$$-\delta_{t1} \leq \frac{0{,}9A_t.f_e.(\sin\alpha + \cos\alpha)}{b_0.\gamma_s.(\tau_u - 0{,}3f_{t28}.K)} = \frac{0{,}9\times 0{,}28\times 235\times(1+0)}{12\times 1{,}15(0{,}69 - 0{,}3\times 2{,}1\times 1)} = 5{,}24cm.$$

K= 1 : flexion simple.

$-\delta_{t2} = \min(0{,}9d\,;40cm) = \min(\,0{,}9\times 18\,;40cm) = \mathit{min}\ (16{,}2\ ;\ 40\ cm\ ) = 16{,}2\ cm.$

$$-\delta_{t3} \leq \frac{A_t.f_e}{0{,}4.b_0.\sin\alpha} = \frac{0{,}28\times 235}{0{,}4\times 12\times 1} = 13{,}71cm.$$

$\delta_t \leq \min(\delta_{t1};\delta_{t2};\delta_{t3}) \Rightarrow \delta_t = 10cm$.

III-3.8 Vérification de la flèche :

Cas ou' la vérification de la flèche n'est pas indispensable.

1) $\dfrac{h}{L} \geq \dfrac{1}{16}$.

2) $\dfrac{h}{L} > \dfrac{1}{10}\cdot\dfrac{M_{t\,service}}{M_{a\,service}}$.

3) $\dfrac{A}{b_0 \cdot d} \leq \dfrac{4{,}2}{f_e}$.

Avec :

L : La portée de la travée entre nus d'appui.

h : La hauteur totale de la section droite.

d : La hauteur utile de la section droite.

b_0 : La largeur de la nervure.

$M_{tservice}$: Le moment en travée maximal à *ELS*.

$M_{aservice}$: Le moment en appui maximal à *ELS*.

A : La section des armatures tendue.

f_e : La limite élastique de l'acier utilisé (en *MPa*).

• ***Vérification des conditions :***

1) $\frac{h}{L} = \frac{20}{400} = 0,05 \geq \frac{1}{16} = 0,0625 \quad \Rightarrow$ condition non vérifiée.

Lorsque l'une des trois conditions précédentes pas vérifier $\Rightarrow$ la vérification de la flèche est indispensable.

La flèche sera calculée par la méthode de « l'inertie fissurée ».

On doit vérifier si :

$\Delta f_t = (f_{g\,v} - f_{ji}) + (f_{pi} - f_{gi}) \leq \Delta f_{t\,max}$.

Avec :

$(f_{g\,v} - f_{ji})$: La flèche due aux charges permanentes.

$(f_{pi} - f_{gi})$: La flèche due aux surcharges d'exploitation .

Δf_t : la flèche totale .

$\Delta f_{t\,max}$: la flèche admissible avec :

$\Delta f_{t\,max} = \frac{l}{500} = \frac{400}{500} = 0,8cm$.

a- Calcul les charges :

Soient :

g : la charge permanente après mise en place des cloisons.

j : la charge permanente avant mise en place des cloisons.

P : la charge totale (P = g + charge d'exploitation).

$g = j =$ 0,65. 6,55 = 4,26 *KN. m.*

P = 0,6. (6,55 + 1) = 4,91*KN. m.*

b- Calcul des moments fléchissant :

$-Mg = Mj = 0,80 \text{ x } M_0^j = 0,8.\ \frac{g.L^2}{8} = 0,8.\ 4,26.\ \frac{4^2}{8} = 6,82\ KN.m.$

$-Mp = 0.80 \text{ x } M_0^p = 0,8\ .\ 4,91.\frac{4^2}{8} = 7,86\ KN.m.$

c- <u>Calcul</u> : ρ, ρ_1 et β_1 :

$$\rho = \frac{A}{b_0 \times d} = \frac{3{,}39}{12 \times 18} = 0{,}015 \Rightarrow \rho_1 = 100.\rho = 1{,}5.$$

$\rho_1 = 1.5 \Rightarrow \beta_1 = 0{,}938.$ *(tableauBAEL83).*

<u>d- Calcul des contraintes d'acier :</u>

$$\sigma_s = \frac{M}{A \times \beta_1 \times d}.$$

$$\sigma_s^g = \sigma_s^j \quad \frac{M_g}{A \times \beta_1 \times d} = \frac{6{,}82 \times 10^4}{3{,}39 \times 0{,}938 \times 180} = 119{,}15 MPa. \ .$$

$$\sigma_s^p = \frac{M_p}{A \times \beta_1 \times d} = \frac{7{,}86 \times 10^4}{3{,}39 \times 0{,}938 \times 180} = 137{,}32 MPa.$$

e- <u>Calcul les coefficients :</u> μ_g et μ_p , λ_i et λ_v .

$$\mu = 1 - \frac{1{,}75 \times f_{t28}}{4 \times \rho \times \sigma_s + f_{t28}}.$$

- $\mu_j = \mu_g = 1 - \dfrac{1{,}75 \times 2{,}1}{4 \times 119{,}15 \times 0{,}015 + 2{,}1} = 0{,}60$.

- $\mu_p = 1 - \dfrac{1{,}75 \times 2{,}1}{4 \times 0{,}015 \times 137{,}32 + 2{,}1} = 2{,}74$.

- $\lambda_i = \dfrac{0{,}05 \ f_{c28}}{\left(2 + 3\dfrac{b_0}{b}\right)\rho} = \dfrac{0{,}05 \times 2{,}1}{\left(2 + 3 . \dfrac{12}{65}\right) \times 0{,}015} = 2{,}74$.

- $\lambda_v = \dfrac{2}{5}\lambda_i = 1{,}096.$

f- <u>Calcul du moment d'inertie :</u> I_0

D'après *B.A.E.L83* le moment d'inertie donner par la relation suivant :

$$I_0 = \frac{b_0}{3}.\left(V_1^3 + V_2^3\right) + \left(b - b_0\right).h_0\left[\frac{h_0^2}{12} + \left(V_1 - \frac{h_0}{2}\right)\right]^2 + 15\left[A_1.\left(V_1 - c_1\right)^2 + A_2.\left(V_2 - c_2\right)^2\right].$$

Avec :

$$V_1 = \frac{1}{B_0}\cdot\left[b_0\cdot\frac{h^2}{2} + (b - b_0)\cdot\frac{h^2}{2} + 15\cdot(A_1.c_1 + A_2.c_2)\right] \text{ et } B_0 = b_0.h + (b - b_0).h_0 + 15.(A_1 + A_2).$$

$B_0 = (12 . 20) + (65 - 12) . 4 + (15 . 3{,}39) = 275{,}05\ cm^2$. A_1 : n'existe pas.

$$V_1 = \frac{1}{275{,}05}\cdot\left[12\times\frac{20^2}{2} + (65-12)\cdot\frac{4^2}{2} + 15\times 3{,}39\times 18\right] = 13{,}59cm.$$ A_2 : les armatures tendue.

$V_2 = h - V_1 = 20 - 13{,}59 = 6{,}41\ cm.$

$$I_0 = \frac{12}{3}\cdot(13{,}59^3 + 6{,}41^3) + (65-12)\times 4\times\left[\frac{4^2}{12} + \left(13{,}59 - \frac{4}{2}\right)^2\right] + 15.\left[3{,}39\times(6{,}41-18)^2\right] = 53330{,}38cm^4.$$

g- Calcul des moments d'inertie fictifs : I_f

- $I_{fgv} = \dfrac{I_0}{1 + \lambda_v \times \mu_g} = \dfrac{53330{,}38}{1 + (1{,}096\times 0{,}60)} = 32173{,}25cm^4.$

- $I_{fgi} = I_{fji} = \dfrac{I_0}{1 + (\lambda_i \times \mu_j)} = \dfrac{53330{,}38}{1 + (2{,}74x0{,}60)} = 20170{,}34cm^4.$

- $I_{fpi} = \dfrac{I_0}{1 + \lambda_i \times \mu_p} = \dfrac{53330{,}38}{1 + (2{,}74x0{,}64)} = 19367{,}51cm^4.$

h- Calcul des flèches partielles :

Soit :

$E_i = 11000\sqrt[3]{f_{c28}} = 32164{,}2MPa.$

$E_v = 3700\sqrt[3]{f_{c28}} = 10818{,}87MPa.$

E_i : module de déformation longitudinale instantanée.

E_v : module de déformation longitudinale différée

f_i : la flèche maximale sous chargement de faible durée d'application.

f_v : la flèche maximale sous chargement de longue durée d'application.

f_{gi} et f_{gv} : les flèches dues aux « g ».

f_{ji} : la flèche due aux « j ».

f_{pi} : la flèche due aux « p ».

- $f_{gv} = \dfrac{M_g \,.\, L^2}{9 \,.\, E_V \,.\, I_{gv}} = \dfrac{6{,}82.10^6 \times 4000^2}{9 \times 10818{,}87 \times 32173{,}25 \times 10^4} = 3{,}48mm$.

- $f_{ji} = f_{gi} = \dfrac{M_g \,.\, L^2}{9 \,.\, E_i \, I_{gi}} = \dfrac{6{,}82.10^6 x 4000^2}{9 \times 32164{,}2 \times 20170{,}34 \times 10^4} = 1{,}87mm$.

- $f_{pi} = \dfrac{M_p \,.\, L^2}{9 \,.\, E_i \,.\, I_{pi}} = \dfrac{6{,}82 \times 10^6 \times 4000^2}{9 \times 32164{,}2 \times 19367{,}51 \times 10^4} = 1{,}95mm$.

i- <u>Calcul de la flèche totale</u> :

$\Delta f_t = (f_{gv} - f_{ji}) + (f_{pi} - f_{gi})$.

$= (3{,}48 - 1{,}87) + (1{,}95 - 1{,}87)$.

$\Delta f_t = 1{,}69 \ mm \ \leq \ \Delta f_{tmax} = \dfrac{4000}{500} = 8{,}00mm$ la flèche est vérifiée.