Chapitre 6 : Calcul de la période

6.1 Introduction :

Les structures généralement caractérisé par une masse et une élasticité qui peuvent effectuer des mouvements relatifs sous l'action de sollicitation dynamique si le mouvement et répétitif il est appelé vibration.

Généralement on comprend par≪ action dynamique ≫ la sollicitation produite par des charges qui varie rapidement pendant le temps et qui contribuant a l'apparition des forces d'inertie.

Comme hypothèse fondamentale nous considérons que la relation entre les forces et les déplacements répond à une loi linéaire. Nous serons donc toujours ans le domaine de l'étude de vibration (oscillation) linéaires.

Système oscillant, model mathématique :

Un système oscillant élémentaire comprend une masse m et une rigidité K du support élastique soutenant la masse.

Notre ouvrage peut être assimilé a une masse concentré (la Cuve) a l'extrémité d'un support de rigidité constante, soit une console donc on parle d'une masse oscillante d'où on aura un seul mode c'est le mode fondamentale.

6.2 Calcul de la période :

Le système est isostatique à un seul degré de liberté.

Soit K le constant élastique du support.

6.3 Mise en équation :

$m\ddot{y}(t) + Ky(t)=0$

$\ddot{y}(t) + \frac{K}{m} y(t) =0$ l'équation sinusoïdale

$\ddot{y}(t) + w^2 y(t) =0$ (solution générale)

On aura : $w^2 = \frac{K}{m}$ avec w : pulsation

W=$\sqrt{\frac{K}{m}}$

P'= K.x pour une force unitaire P'=1 x=δ_{11}

Avec : k=$\frac{1}{\delta_{11}}$

On aura donc : W=$\sqrt{\frac{K}{m}} = \sqrt{\frac{1xg}{\delta_{11}\ P\prime}}$ Avec : m= $\frac{P\prime}{g}$ et k= $\frac{1}{\delta_{11}}$

6.4 Calcul de $\boldsymbol{\delta_{11}}$:

δ_{11}=$\int \frac{M_1 M_1}{EI}$ dx

δ_{11}= $\frac{1}{EI}\int M_1^2$dx

D'après les abaques on va trouve :

δ_{11}= $\frac{1}{EI}$ ($\frac{H}{3}$ .H.H)

δ_{11}= $\frac{H^3}{3EI}$

W=$\sqrt{\frac{g}{\frac{H^3}{3EI}}}$ .p' alors : w=$\sqrt{\frac{3EIg}{H^3 P\prime}}$

Avec : T=$\frac{2\pi}{w}$

On aura donc : P'=P+$\frac{33}{140}$ .p.H'

p : poids du support par unité de hauteur

H' : hauteur de la cuve

H : hauteur de la surface du sol au C.G de la cuve

P : poids de la cuve

EI : rigidité de la tour

6.5 Calcul d'I.PE :

6.5.1 Module d'inertie :

$E_b = 11000\sqrt[3]{f_{c28}}$ (kg.m)

f_{c28}=30 Mpa

$E_b = 11000\sqrt[3]{30}$

E_b=3417955757 kg/m^2

6.5.2 Poids du support (tour) :

$p = \pi\ (R_{ext}^2 - R_{int}^2).\delta_b$

p= 3,14 (4,09^2-3,93^2).2500

p=10073,12 kg/ml

6.6 Calcul du moment d'inertie :

$I = \frac{\pi}{64}\ (D_{ext}^4 - D_{int}^4)$

$I = \frac{\pi}{64}\ (8{,}18^4 - 7{,}86^4)$

I= 32,41 m^4

6.7 Position du centre de gravité de la cuve :

Comme notre projet est composé de plusieurs éléments on ne pourra pas trouver son centre de gravité c'est un système discontinue généralement.

Le calcul s'effectuer comme suit : $Z_G = \frac{\int ZPdZ}{\int PdZ}$ mais dans notre cas on procédera d'une autre manière $Z_G = \frac{\sum Pi\ Zi}{\sum Pi}$ c.-à-d. on va procéder par élément.

Tableau6.1 consigné des résultats pour la position du centre de gravité de la cuve.

Elément de la cuve	Zi (m) à partir du sol	Pi Poids par élément de la cuve (kg)
lanterneau	28,98	1777,54
Coupole de couverture	27,80	95874
Ceinture supérieure	26,76	37000
Paroi cylindrique	23,09	368945
Ceinture inférieure	19,37	61625
Partie tronconique	17,65	118605
Coupole de fond	16,58	20817
Ceinture d'appui	15,65	104440
Cheminée	21,36	21108
Eau	21,37	5045000
Poids de la cuve pleine		5875191,54
Poids de la cuve vide		830191,54

NB : Zi : c'est la hauteur depuis le centre de gravité de l'élément jusqu'au sol.

Pi : C'est le poids de chaque élément.

6.8 Calcul de Z_G quand la cuve est pleine :

$$Z_{GP} = H_P = Z_G = \frac{\sum Pi\ Zi}{\sum Pi}$$

$$Hp = \frac{130561225{,}9}{5875191{,}54}$$

Hp= 21,40m

6.8.1 Calcul de p' :

P'=P+$\frac{33}{140}$ .p.H'

P'= 5875191,54+$\frac{33}{140}$. 10073,12.15, 15

P'= 623491,37kg

6.9 Calcul de Z_G quand la cuve est vide :

Z_{GP}= H_V= Z_G= $\frac{\sum Pi\ Zi}{\sum Pi}$

Hv= $\frac{192180,75}{830191,54}$

Hv= 21,61 m

6.9.1 Calcul de p' :

P'=P+$\frac{33}{140}$ .p.H'

P'= 830191,54+$\frac{33}{140}$. 10073,12.15, 15

P'= 866163,37kg

6.10 Calcul de la période

6.10.1 Cuve pleine :

Tp =2$\pi\sqrt{\frac{P'H^3}{3EIg}}$

Tp =2$\pi\sqrt{\frac{623491,37(21,40)^3}{3x3417955757x32,41x10}}$

Tp = 0,26 S

6.10.2 Cuve vide :

$$Tv = 2\pi\sqrt{\frac{P\prime H^3}{3EIg}}$$

$$Tv = 2\pi\sqrt{\frac{866163{,}37(21{,}61)^3}{3x3417955757x32{,}41x10}}$$

Tv= 0,32 S

Conclusion :

On a conclu que la période est proportionnelle à la hauteur, plus la hauteur du support est grande et plus la période augmente.

.