

# **Chapitre 1**

Revue de la littérature

## 1.1. Introduction

Le dimensionnement exact des poutres métalliques contenant des évidements dans l'âme est nécessaire en raison de l'utilisation fréquente de ces dernières dans la construction d'habitations et de bureaux. Ceci est dû aux différents avantages qu'offrent ce type de poutres en particulier le passage de la tuyauterie et la réduction en conséquence, de la hauteur globale de la construction qui peut devenir intéressante pour des bâtiments à plusieurs étages quant à la réduction des coûts de la construction.

Dans ce contexte, plusieurs travaux de recherches ont fourni des informations sur le comportement et le calcul de ce type de poutres. Ces travaux se sont basés sur l'analyse plastique (analyse sur la résistance ultime).

## 1.2. Analyse de la résistance ultime

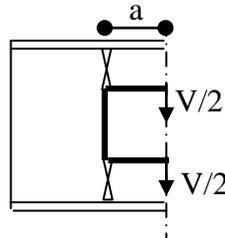
La résistance ultime des poutres métalliques perforées soumises au chargement statique peut être déterminée en utilisant l'analyse plastique. Cette approche a été utilisée par de nombreux investigateurs. La première analyse de ce type semble être celle de Worley [4] sur des poutres en I avec ouvertures d'âme à mi-hauteur de formes rectangulaires, elliptiques et losanges; celui-ci a ignoré l'influence des efforts normaux et de cisaillement sur les valeurs des moments plastiques en considérant un matériau qui avait un comportement parfaitement plastique. Dans le cas d'une ouverture circulaire, la charge minimale de ruine est obtenue en considérant tous les mécanismes de ruine réduits possibles par la formation des quatre rotules plastiques autour du trou comme montré dans la figure 1.1.(a). Dans le cas d'une ouverture rectangulaire, la charge minimale de ruine correspond au cas où les rotules sont situées aux coins comme montré dans la figure 1.1.(b), et dans ce cas-ci les moments plastiques,  $M_{pl}$  à ces quatre endroits sont identiques si, seulement les contraintes de flexion locales sont considérés.



**Figure 1. 1.** Zone de formation des rotules plastiques

L'effort de cisaillement qui causera la ruine peut être obtenue à partir de l'équation des travaux virtuels comme suit:

$$V=2M_{pl}/a$$



**Figure 1. 2** Effort tranchant dans chacune des membrures

Cette méthode a été appliquée aux poutres cellulaires par Halleux [5] et par Hope et Sheikh [6] qui ont inclu l'influence de l'effort normal due au moment de flexion primaire sur les moments plastiques  $M_{pl}$ . Hosain et Speirs [7] montrent que si les composants de l'effort normal ne sont pas pris en compte, cela peut mener à surestimer la résistance; cependant, la non prise en compte des effets de l'effort de cisaillement sur le moment plastique n'est pas significative pour les poutres cellulaires. Dans le cas des ouvertures isolées d'âme les effets de cisaillement peuvent être de plus grande importance, et dans plusieurs études, les effets de cisaillement ont été inclus en outre aux efforts normaux et aux moments de flexion (Bower,[8][9], , Redwood, [10], McCormick ,[11]).

Ces dernières analyses sont généralement des solutions basées sur le théorème de la borne inférieure, c'est-à-dire que l'équilibre est satisfait et le critère de plasticité est respecté dans toute la poutre.

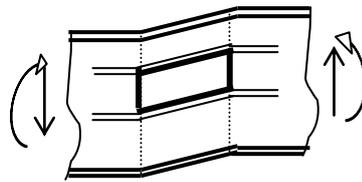
L'analyse par la méthode des éléments finis des régions des poutres contenant des ouvertures isolées a été employée pour vérifier les résultats théoriques dans lesquels l'équilibre des contraintes résultantes est satisfaisant. Un excellent accord entre les résultats obtenus par la méthode des éléments finis, ainsi que par l'analyse plastique basée sur l'équilibre des résultantes de contraintes avec les résultats d'essais a été démontré par Cooper et al.[12] pour des poutres avec des ouvertures rectangulaires excentriques renforcées. D'autres comparaisons qui ont été faites par Redwood et Uenoya [13] en 1979 montrent la bonne concordance pour des ouvertures rectangulaires non renforcées.

Dans ce contexte, une analyse sur des poutres à une seule ouverture sans et/ou avec renforcement, excentriques et/ou non excentriques a été traitée avec la considération de l'interaction entre l'effort tranchant et le moment de flexion, puis suivie d'une brève

explication sur le mode de ruine des poutres à multiples ouvertures et sur l'instabilité des poutres avec ouvertures à mi-hauteur.

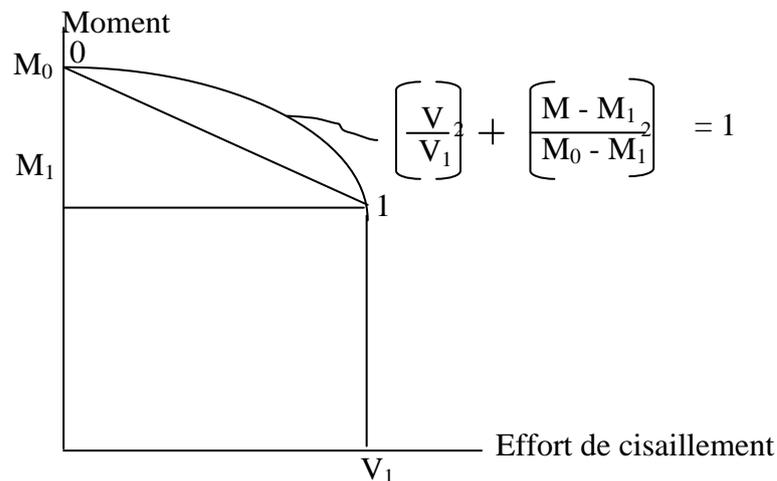
### 1.2.1. Poutres métalliques à une seule ouverture

Plusieurs essais ont été effectués par R.G.Redwood et Soon Ho Cho [14]. Ils ont prouvé que sous l'action du moment de flexion et de l'effort tranchant, la ruine d'une poutre à âme épaisse est due aux déformations plastiques qui se produisent au-dessus ou au-dessous des coins de l'ouverture dans l'âme. Un mode typique de déformation est montré dans la figure 1.3.



**Figure 1. 3** Mode de ruine d'une poutre à une seule ouverture

La résistance de la poutre au niveau de l'ouverture peut être représentée par un diagramme d'interaction moments-efforts tranchant comme montré dans la figure 1.4, et les sollicitations  $M_f$  et  $V_f$  à cet endroit doivent respecter la condition de la situation du point à l'intérieur du domaine de sécurité.



**Figure 1. 4** Diagramme d'interaction de la résistance

$M_f$  : moment de flexion

$M_0$ : moment de flexion correspond au point spécifique "0" sur le diagramme d'interaction.

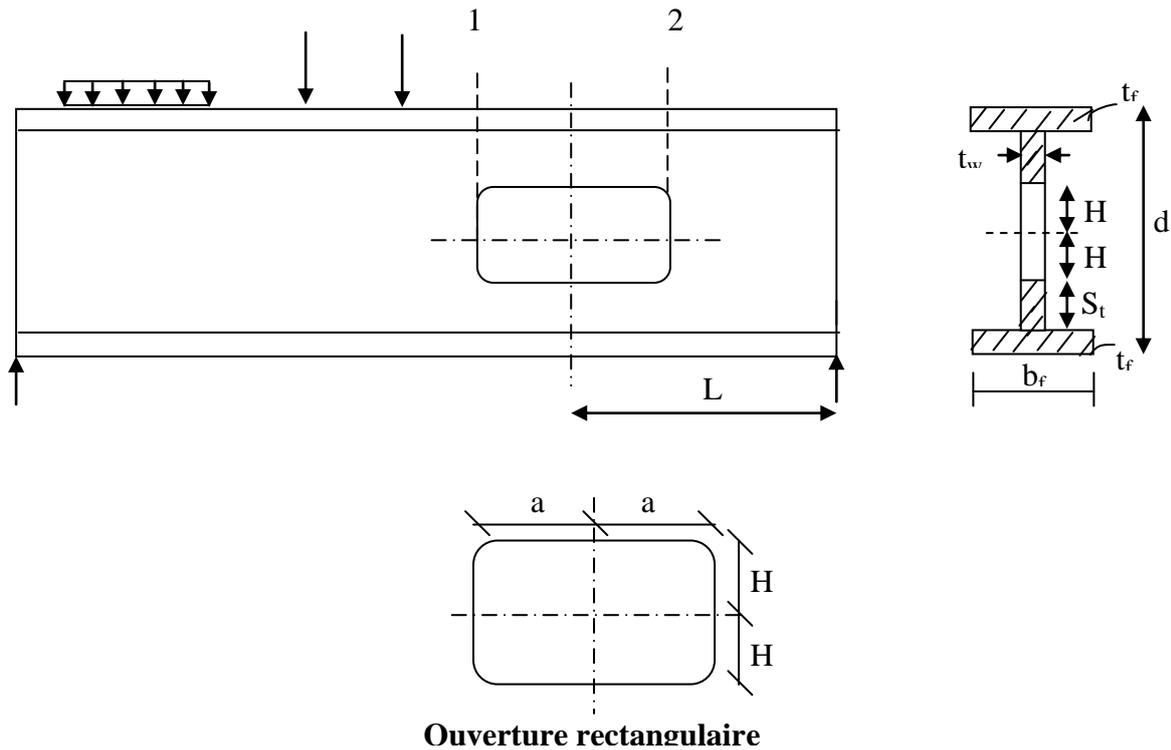
$M_1$ : moment de flexion correspond au point spécifique "1" sur le diagramme d'interaction.

$V_f$  : effort tranchant.

$V_1$  : effort tranchant correspond au point spécifique "1" sur le diagramme d'interaction.

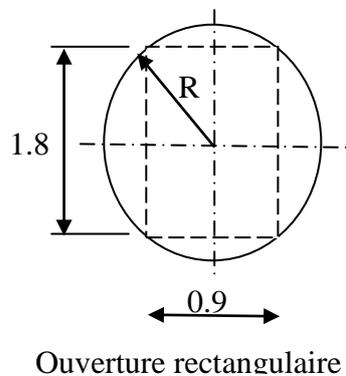
### 1.2.1.1. Ouvertures sans renforcement

Les poutres montrées dans la figure 1.5 ont été analysées par Redwood ([15]-[16]) pour déterminer leur résistance plastique dans la région de l'ouverture.



**Figure 1. 5.** Configuration de la poutre avec ouverture

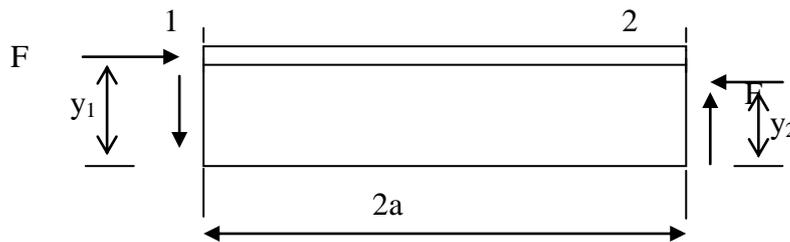
Pour le cas d'une ouverture circulaire les dimensions ( $2H$  et  $2a$ ) peuvent être simulées comme suite [17]:



Les distributions des contraintes à la section 1 et 2 de la membrure supérieure de l'ouverture sont montrées dans la figure 1.6. Dans la section 1 se trouve le moment fléchissant le plus

grand; la position de l'axe neutre plastique dépend de la valeur de l'effort tranchant. Dans l'analyse plastique, on envisage deux cas, selon si l'axe se trouve dans l'âme ou dans la semelle; ces deux cas correspondent respectivement aux cas de petite et grande valeur de l'effort tranchant. Dans la section 2, c'est-à-dire à l'autre extrémité de l'ouverture, l'axe neutre se situe toujours dans la semelle.

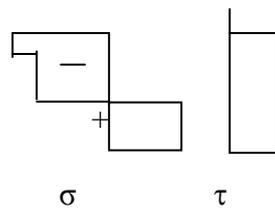
a) Té supérieur sur la longueur de l'ouverture.



b) distribution des contraintes dans les sections 1 et 2 pour des efforts tranchants faibles.



c) distribution des contraintes dans la section 1 pour des efforts tranchants importants.



**Figure 1. 6** Distribution des contraintes plastiques

**a. Ouverture à mi-portée :**

Il a été montré par Redwood [18] que dans le cas des ouvertures centrées sans renforcement, les valeurs du cisaillement et du moment peuvent être écrites comme suit :

On doit vérifier que :

$$M_f \leq M_p \quad (2.1)$$

$M_f$  : moment fléchissant maximum pondérée (coefficient de pondération de 1.7)

$$\frac{M}{M_p} \leq 1 - \frac{\left(\frac{2h}{d}\right)^2 + \frac{V}{V_p} \left[ \frac{2}{\sqrt{\alpha}} + \left(1 + \frac{2h}{d}\right) \sqrt{\frac{1+\alpha}{\alpha}} \right]}{1 + \frac{4A_f}{A_w}}$$

$$\frac{V}{V_p} \leq \left(1 - \frac{2h}{d}\right) \sqrt{\frac{\alpha}{1+\alpha}}$$

$$\alpha = \frac{3}{4} \left(\frac{h}{a}\right)^2 \left(\frac{d}{2h} - 1\right)^2$$

### b. Ouvertures excentriques :

Des ouvertures non renforcées excentriques ont été étudiées par Frost [19], basées sur les distributions des contraintes identiques à celles montrées dans la figure 1.6.

L'effet de l'excentricité doit augmenter la résistance de la poutre quand les efforts tranchants sont faibles et doit la diminuer quand le moment prédomine.

On doit vérifier que :

$$V_f \leq V_1 \quad (2.1)$$

$$M_f \leq M_0 - (M_0 - M_1) V_f / V_1 \quad (2.2)$$

Il a été montré par Wang et al [20] que dans le cas des ouvertures sans renforcement, les valeurs du cisaillement et du moment peuvent être écrites comme suit :

$$M_0 / M_p = 1 - \left[ \frac{A_w}{4A_f} \left( \left( \frac{2H}{d} \right)^2 + \left( \frac{4e}{d} \right) \right) \right] / \left[ 1 + \frac{A_w}{4A_f} \right] \quad (2.3)$$

$$M_1 / M_p = \left[ 1 - \frac{2}{\sqrt{3}} \left( \frac{A_w}{A_f} \right) \left( \frac{a}{d} \right) \sqrt{\frac{\alpha_2}{1+\alpha_2}} \right] / \left[ 1 + \frac{A_w}{4A_f} \right] \quad (2.4)$$

$$V_1 / V_p = \frac{2}{\sqrt{3}} \left( \frac{a}{d} \right) \left[ \frac{\alpha_1}{\sqrt{1+\alpha_1}} + \frac{\alpha_2}{\sqrt{1+\alpha_2}} \right] \quad (2.5)$$

D'où

$$\alpha_1 = \frac{3}{16} \left( \frac{d}{a} \right)^2 \left[ 1 - \frac{2H}{d} - \frac{2e}{d} \right]^2 \quad (2.6)$$

$$\alpha_2 = \frac{3}{16} \left( \frac{d}{a} \right)^2 \left[ 1 - \frac{2H}{d} + \frac{2e}{d} \right]^2 \quad (2.7)$$

Avec :

$$M_p = Z \cdot f_y \quad (2.8)$$

$$V_p = A_w f_y / \sqrt{3} \quad (2.9)$$

$M_p$  : moment plastique de la section non perforée de la poutre.

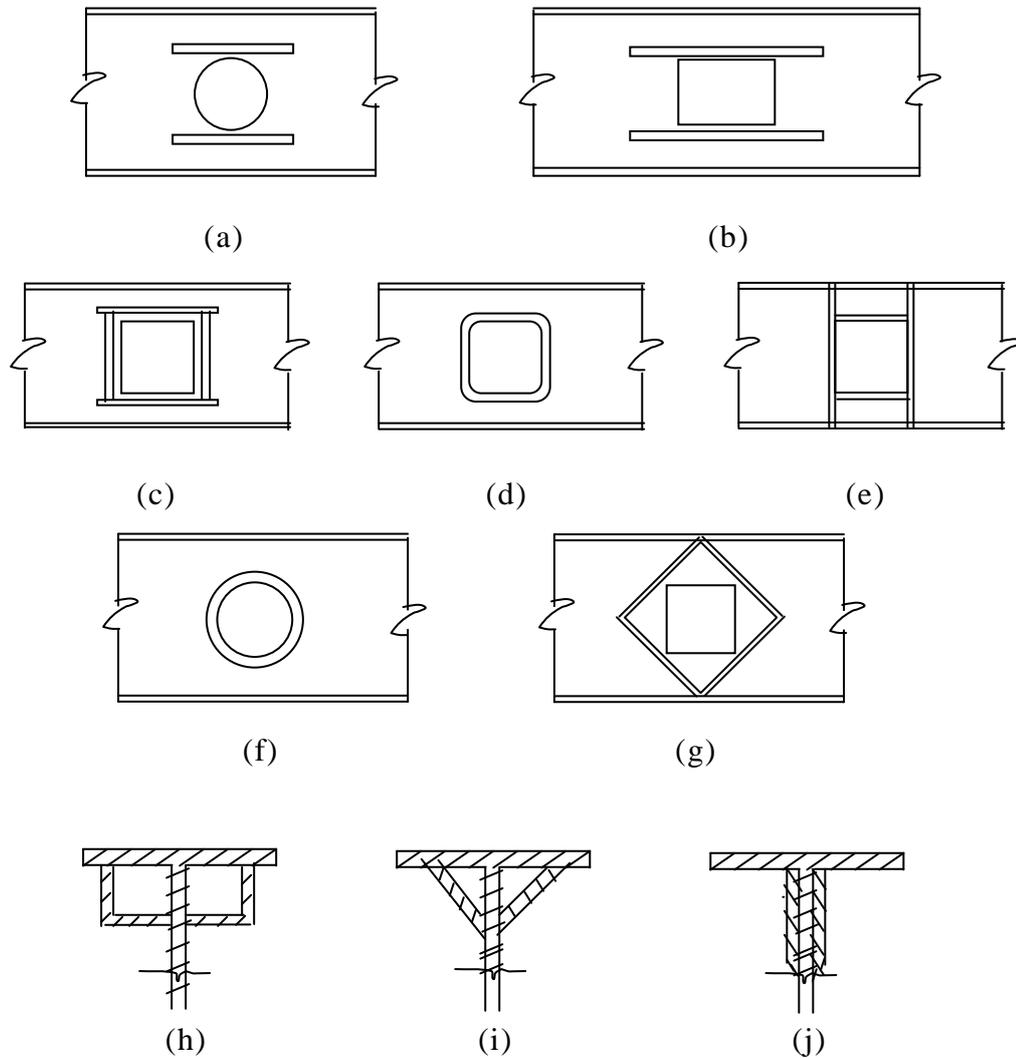
$V_p$  : effort de cisaillement plastique de la section non perforée de la poutre.

$Z$  : module de résistance plastique ( $Z = [b_f \cdot t_f (d - t_f) + 0.25 t_w (d - 2t_f)^2]$ ).

$A_w$  : aire de l'âme ( $A_w = t_w (d - 2t_f)$ ).

### 1.2.1.2. Ouvertures avec renforcement :

Des études sont faites sur des poutres à ouvertures renforcées des types représentés dans la figure 1.7.



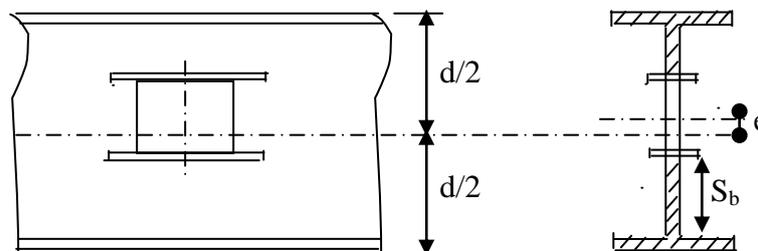
**Figure 1. 7.** Renforcement de l'ouverture

Quand la résistance d'une ouverture provoque une perte de résistance assez importante de la poutre; le renforcement de l'ouverture est nécessaire afin de compenser cette perte de résistance.

Le renforcement des ouvertures au moyen de barres horizontales telles que montré en figure 1.7 (a) et (b) est relativement économique. Typiquement les barres sont soudées des deux côtés de l'âme pour préserver la symétrie, et elles sont légèrement excentrées par rapport au bord de l'ouverture pour faciliter la soudure. En raison de son caractère économique, ce type de renforcement a été étudié d'une manière assez détaillée.

En 1970, Congdon et Redwood [21] ont analysé des poutres avec des ouvertures à mi-hauteur en utilisant les mêmes distributions de contraintes représentées dans la figure 1.6, sans tenir compte de l'effet de l'effort tranchant dû au renforcement. Le cas plus général des ouvertures excentrées et renforcées a été traité par Wang et al [22] en se basant sur les mêmes distributions de contraintes. Six solutions différentes doivent être considérées selon le développement des contraintes au niveau des rotules, dans la semelle, dans l'âme entre la semelle et le renforcement, dans la hauteur du renforcement ou dans le moignon d'âme entre le renforcement et l'ouverture. Ces analyses ont été comparées aux résultats d'essai, et l'accord est aussi bon que dans le cas des ouvertures non renforcées.

Pour le cas où il y a un renforcement du type montré dans figure 1.8.



**Figure 1. 8.** Ouverture d'une poutre métallique

Les deux équations (2.1) et (2.2) doivent être satisfaites ainsi que les deux suivantes :

$$V_f \leq V_P \left( 1 - \frac{2H}{d} \right) \quad (2.10)$$

$$M_f \leq M_P \quad (2.11)$$

Les valeurs du cisaillement et du moment du diagramme d'interaction sont définies par (voir Redwood [16])

$$(M_0/M_P)_a = 1 + \left[ \frac{A_r(2H)}{A_f d} - \frac{A_w}{4A_f} \left( \left( \frac{2H}{d} \right)^2 + 4 \left( \frac{2H}{d} \right) \left( \frac{e}{d} \right) - 4 \left( \frac{e}{d} \right)^2 \right) \right] / \left[ 1 + \frac{A_w}{4A_f} \right] \quad \text{pour } \frac{e}{d} \leq \frac{A_r}{A_w} \quad (2.12a)$$

$$(M_0/M_P)_b = \left( \frac{M_0}{M_P} \right)_a - \frac{A_w}{A_f} \left( \frac{e}{d} - \frac{A_r}{A_w} \right)^2 / \left[ 1 + \frac{A_w}{4A_f} \right] \quad \text{pour } \frac{e}{d} > \frac{A_r}{A_w} \quad (2.12b)$$

$$M_1/M_P = \left[ 1 - \frac{A_r}{A_f} \right] / \left[ 1 + \frac{A_w}{4A_f} \right]. \quad (2.13)$$

$$V_1/V_P = \sqrt{3} \left( \frac{d}{a} \right) \left( \frac{A_r}{A_w} \right) \left( 1 - \frac{2H}{d} \right) \quad (2.14)$$

$$A_r \leq A_f \quad (2.15)$$

Redwood [10] a simplifié l'équation (2.12b) en remplaçant le terme en  $(A_r/A_w)^2$  par  $(e/d)^2$  pour obtenir une solution explicite concernant la zone à renforcer, par suite l'équation (2.12b) devient :

$$(M_0/M_P)_b = (M_0/M_P)_a - \left[ 2 \left( \frac{e}{d} \right) \frac{A_w}{A_f} \left( \frac{e}{d} - \frac{A_r}{A_w} \right) \right] / \left[ 1 + \frac{A_w}{4A_f} \right] \quad (2.12c)$$

La substitution des valeurs de  $M_0$ , de  $M_1$  et de  $V_1$  donnés par les équations (2.12a) ou (2.12c) et (2.13) et (2.14) dans les équations (2.1) et (2.2) mène à une équation quadratique dont la solution donne la valeur de  $A_r$  (aire du renforcement). Ce procédé peut être utilisé comme une base pour des aides de calcul donnant directement la région de la poutre à renforcer pour un chargement donné. D'autres conditions doivent être vérifiés pour s'assurer que les équations (2.10), (2.11) et (2.15) sont satisfaites.

Du point de vue économique, la question principale qui se pose est si le renforcement est nécessaire ou pas. Cette décision peut être basée ainsi sur la solution précise pour le cas non renforcé. Si le renforcement est exigé, les simplifications visées mèneront à une surestimation du secteur de renforcement. Cependant le coût principal est lié à la soudure et à la manipulation et non pas au poids du matériau de renforcement.

Si le secteur du renforcement est relativement petit, il a été montré en 1978, par Lupien et Redwood [24] que le renforcement horizontal de barre peut être placé, dans certaines conditions, d'un côté seulement de l'âme comme montré en figure 1.7. C'est possible que l'écroutissage compense la réduction de la résistance due à la flexion latérale. Cet arrangement mène à l'économie dans la soudure et la manipulation de la poutre. Afin que

les analyses théoriques ci-dessus soient utilisées directement pour le renforcement asymétrique les conditions nécessaires ont été déterminées expérimentalement pour des ouvertures à mi-hauteur de la poutre; ces conditions sont les suivantes :

$$A_r \leq 0.333 A_f$$

$$\frac{a}{H} \leq 2.5$$

$$\frac{d - 2t_f}{t_w} \sqrt{\frac{f_y}{E}} \leq 2.5$$

$$\frac{b_r}{t_r} \sqrt{\frac{f_y}{E}} \leq 0.32$$

$$\frac{S_t}{t_w} \sqrt{\frac{f_y}{E}} \leq 0.82$$

$M/Vd \leq 20$  à l'axe centrale d'ouverture.

Un certain nombre de types de renforcement ceux présentés par (c), (d), (e), (g) et (h) montré dans la figure 1.7 a été étudié en 1964, par Segner [25], et des essais sur le comportement et la résistance donnent des résultats utiles dans leur exploitation.

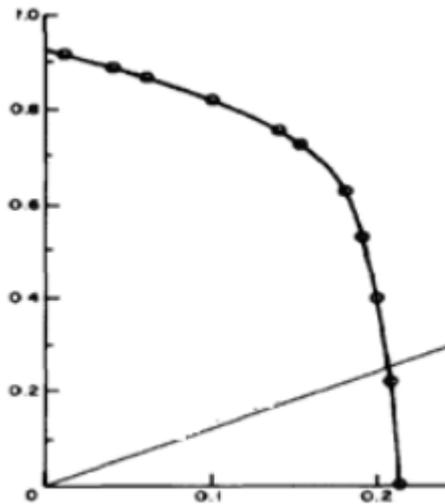
Le type de renforcement horizontal semble être plus avantageux que les autres types à cause de son caractère économique et de la disponibilité des méthodes d'analyse fiables, excepté dans le cas où l'effet du cisaillement est très important.

En raison de la flexion reprise par l'effort tranchant dans chacune des membrures au-dessus et au-dessous de l'ouverture, le renforcement horizontal au près des bords de l'ouverture supportera des efforts axiaux importants dans les coins de l'ouverture.

Le renforcement horizontal prolongé au-delà des coins de l'ouverture tels que les types (a), (b) et (c) présentés par la figure 1.7 donnent une résistance suffisante aux coins de l'ouverture, par contre les types (d) et (e) présentés par la même figure 1.7 ne conviennent pas car la contrainte maximale se produit sur l'âme et notamment aux coins de l'ouverture. Quand les efforts tranchants sont très importants et la résistance au cisaillement maximum admissible de l'âme est dépassée, alors les types (g) à (j) sont utilisés comme moyens directs afin d'augmenter la résistance au cisaillement de l'âme.

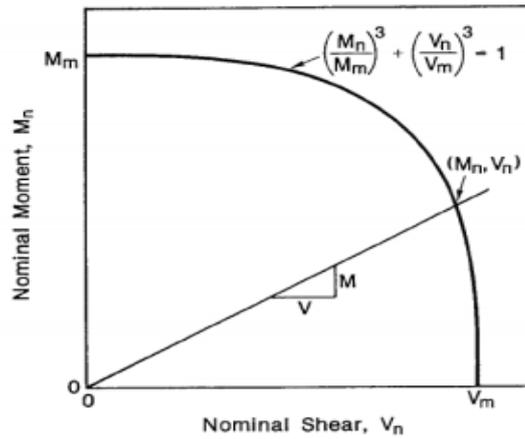
La résistance à l'effet Vierendeel au droit d'une section perforée est déterminée en considérant un diagramme d'interaction M-V [26], qui définit les limites du domaine de résistance au centre ou aux bords de l'ouverture soumis à une combinaison de moment fléchissant et effort tranchant. Toute combinaison ( $M_o, s_d - V_o, s_d$ ) située soit à l'intérieur, soit sur la frontière de la courbe résistance est admissible vis-à-vis de la résistance Vierendeel.

Les premiers modèles proposés consistaient à déterminer des couples de valeurs  $M_{o,rd}$  et  $V_{o,sd}$  qui donnent des points situés sur la frontière du diagramme M-V. Le diagramme est complété par le tracé des droites entre ses points, comme illustrée dans la figure 1.9. Ce type de démarche peu pratique pour construire des courbes d'interaction M-V était surtout destiné à la recherche [27, 28, 29, 30, 31]. Actuellement, les diagrammes d'interaction sont construits de façon plus simple afin de faciliter le dimensionnement. Le principe étant de calculer le moment résistant en flexion pure ainsi que l'effort tranchant résistant en cisaillement pur au milieu de l'ouverture puis relier ces points par une courbe. Les courbes proposées s'accordent sur le calcul du moment ultime. Cependant, ils se différencient par le calcul de l'effort tranchant ultime et l'équation de la courbe utilisée pour définir le domaine de résistance. Actuellement, les modèles utilisant une seule courbe sont les plus répandus



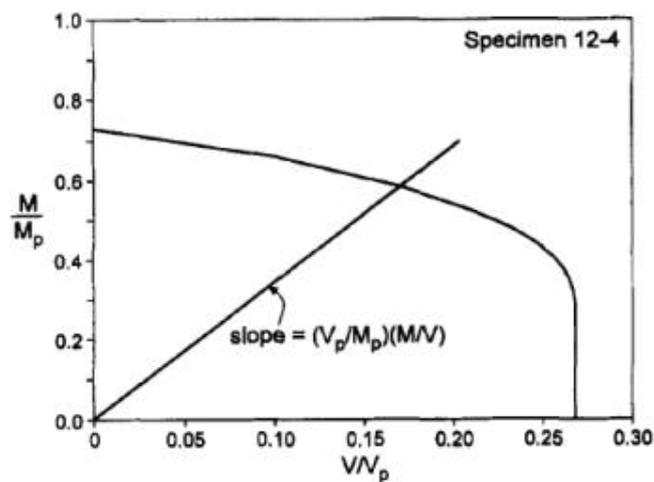
**Figure 1. 9** .Diagramme d'interaction construit à partir de plusieurs points

Darwin et Donahey [31] ont utilisé un critère de résistance cubique en exprimant sous forme adimensionnel la relation entre le moment fléchissant et l'effort tranchant résistants ( $M_n$  et  $V_n$ , selon les notations de Darwin) au milieu de l'ouverture en fonction du moment résistant en flexion pure  $M_m$  et de l'effort tranchant résistant en cisaillement pur  $V_m$  telle que représentée sur la figure 1.10. Ce critère est adopté pour les poutres en acier ou mixtes munies d'ouvertures rectangulaires pouvant être excentrées par rapport à la mi-hauteur de l'âme de la poutre.



**Figure 1. 10** Diagramme cubique d'interaction Moment - effort tranchant

Redwood [10] a proposé un diagramme d'interaction (figure 1.11), dans lequel les paramètres adimensionnels contrôlant l'interaction entre le moment fléchissant  $M$  et l'effort tranchant  $V$  au milieu d'une ouverture rectangulaire centrée sont les rapports  $M/M_p$  et  $V/V_p$ , où  $M_p$  et  $V_p$  sont respectivement le moment fléchissant résistant en flexion pure et l'effort tranchant résistant en cisaillement pur au droit de la section considérée supposée sans ouverture. Cette relation a été établie en considérant que le matériau obéit à un comportement élasto-plastique parfait et au critère de plasticité de von Mises.



**Figure 1. 11.** Courbe d'interaction Moment - Effort tranchant

Chung et al [32] ont proposé une formule empirique déterminant une courbe d'interaction moment – cisaillement afin de fournir une règle simple pour la conception pratique de poutres métalliques comportant des ouvertures circulaires centrées à mi-hauteur de l'âme; cette

formule s'écrit sous la forme :

$$\left( \frac{M_{o,sd}}{M_{o,Rd}} \right)^{2.5} + \left( \frac{V_{o,sd}}{V_{opl,Rd}} \right)^{2.5} \leq 1$$

$V_{o,Rd}$  et  $M_{o,Rd}$  sont respectivement l'effort tranchant résistant et le moment fléchissant résistant de la section perforée.

Afin de donner une règle simple de conception pour évaluer le moment de résistance de calcul  $M_{vo,Rd}$  en présence d'un effort tranchant  $V_{sd}$  de la section perforée, à l'encontre du mécanisme Vierendeel, une formule empirique d'interaction non- linéaire a été présenté de nouveau comme suit:

$$M_{vo,Rd} = M_{o,Rd} \left[ 1 - \left( \frac{V_{sd}}{V_{o,Rd}} \right)^{2.5} \right]^{0.4} \geq M_{sd}$$

$$M_{o,Rd} = f_y W_{o,pl} \geq M_{sd}, W_{o,pl} = W_{PL} - \frac{d_o^2 t_w}{4}$$

$$V_{o,Rd} = f_v A_{vo} \geq V_{sd}, A_{vo} = A_v - d_o t_w$$

$$f_v = 0.577 f_y / \gamma_{MO} \quad \text{Et} \quad A_v = h \times t_w$$

Un autre critère de résistance quadratique a été proposé par Chung et Liu [33] pour des poutres en acier munies d'ouvertures centrées de formes diverses (rectangulaire, circulaire, hexagonale, octogonale ou oblongue) ; ce critère est fondée sur des résultats d'analyses non linéaires par éléments finis menée par Liu et Chung [34].

### 1.2.2. Ouvertures multiples

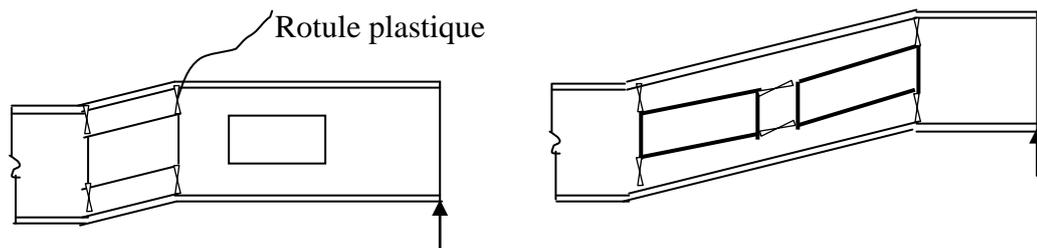
La région comprise entre les ouvertures d'une poutre peut aussi présenter un mode de ruine. Ceci est dû à l'interaction entre les ouvertures quand l'espacement entre ces derniers est petit, et par suite le montant (la partie pleine de l'âme entre les ouvertures) se déforme là où l'effort tranchant prend, comparativement au moment de flexion, plus d'importance, puisque dans les conditions de la flexion pure aucune interaction ne se produira. On rencontre deux modes de ruine : flambement du montant ou plastification du montant; ces modes de ruine dépendent de l'épaisseur de l'âme et de la géométrie de l'ouverture. Il est nécessaire par conséquent de maîtriser ces paramètres afin de contrôler le comportement de la poutre. En outre, dans le cas des ouvertures circulaires ou dans les poutres cellulaires, le montant peut se plastifier sous l'effet du cisaillement quand les espacements entre les ouvertures sont petits.

Dans le cas de la formation d'un mécanisme plastique, comme le montre la figure 1.12 (a), une analyse peut être effectuée (Redwood.[15]) afin d'obtenir les charges

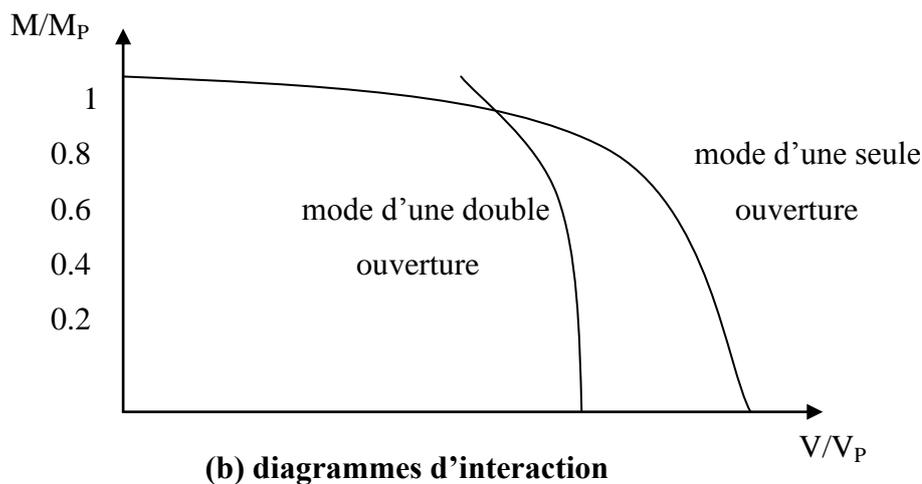
limites sans tenir compte du mode d'interaction en considérant un mode d'une seule ouverture au lieu de deux ouvertures.

Les diagrammes, montrés dans la figure 1.12 (b), illustrent la dépendance de l'interaction des rapports (moments – efforts tranchants).

L'analyse de ce mode d'interaction, tenant compte de l'interaction entre le moment de flexion, l'effort axial et l'effort tranchant au niveau des rotules plastiques est laborieuse, si la procédure est assimilée à celle décrite pour le cas d'une seule ouverture.



(a) une seule ouverture et modes interactifs de ruine.

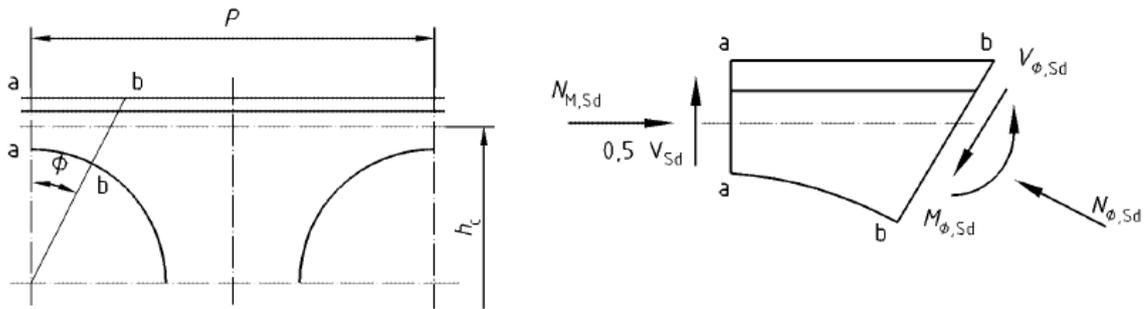


(b) diagrammes d'interaction

**Figure 1. 12.** Ruine d'une poutre avec deux ouvertures étroitement espacées (a et b)

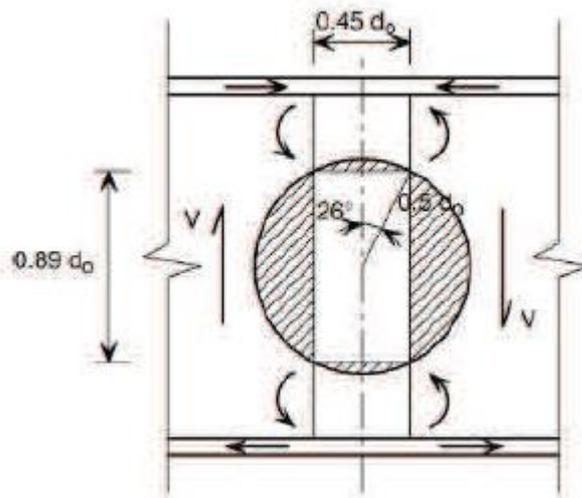
Au droit des ouvertures circulaires régulières, la méthode élaborée par Ward [22] est fondée sur les travaux d'Olander [35] et Sahmel [36]. Cette approche a été introduite par la suite dans l'annexe N [E2] après avoir subi quelques modifications. Le principe de cette méthode consiste à projeter les efforts réduits au droit de l'ouverture sur des sections inclinées, planes [36] ou incurvées [35], d'angle  $\pm\phi$ , comme illustré sur la figure 1.13. L'angle  $\phi$  critique varie entre 20 et 30° [37]. La résistance de chaque section inclinée d'un

angle  $\phi$  est vérifiée en faisant varier cet angle de de  $25^\circ$  à  $\phi_{\max}$  par incrément de  $5^\circ$  en cas de calcul manuel et  $1^\circ$  en cas de calcul sur ordinateur [38].



**Figure 1. 13.** Sollicitations sur une section plane inclinée d'un angle  $\phi$

Redwood [18] a suggérer de fixer l'angle critique à une valeur égale à  $\text{Arctg}(1/2)$  soit  $26,6^\circ$ . Ce qui revient à remplacer l'ouverture circulaire par une ouverture rectangulaire équivalente de longueur  $0.45d_0$  et de hauteur  $0.9d_0$ , comme illustré sur la figure 1.14.



**Figure 1. 14 .**Ouverture rectangulaire équivalente

Une fois les sollicitations dans la section critique déterminées, la vérification de la section critique s'effectue par la formule d'interaction suivante :

$$\frac{N_{\phi,Sd}}{N_{\phi,Rd}} + \frac{M_{\phi,Sd}}{M_{\phi,Rd}} \leq 1$$

Où

$M_{\phi, Rd}$  est le moment de résistance réduit pour le cisaillement, de la section b-b ;

$M_{\phi, Sd}$  est le moment interne sur la section b-b ;

$N_{\phi, Rd}$  est la résistance à l'effort normal réduite pour le cisaillement, de la section b-b ;

$N_{\phi, Sd}$  est l'effort normal perpendiculaire à la section b-b ;

$V_{\phi, Sd}$  est l'effort tranchant parallèle à la section b-b.

### 1.3. Instabilité

L'instabilité d'une poutre comportant des ouvertures d'âme dépend principalement de l'élanement des deux parties de la section de la poutre à savoir les élanements de la semelle et de l'âme respectivement et de la géométrie de l'ouverture.

Les considérations présentées ci-dessous par Redwood et Uenoya [13], basées sur le calcul plastique de la résistance des poutres avec ouvertures à mi-hauteur, ne sont valables que si les conditions d'élanement des différentes parties de la section sont respectées.

On vérifie donc, l'élanement de la semelle, dont le dimensionnement doit respecter la condition  $\frac{b_f}{2t_f} \leq 0.380 \sqrt{E/f_y}$  et l'élanement de l'âme, dont le dimensionnement doit respecter la condition  $(d-2t_f).t_f \leq 3.05 \sqrt{E/f_y}$ .

L'effort tranchant appliqué à l'ouverture doit être inférieur à  $0.45.V_p$  avec  $(V_p = \frac{d.t_w.f_y}{\sqrt{3}})$ , si  $(\frac{a}{H} \leq 2.2$  et  $\frac{a}{H} + 6(\frac{2H}{d}) \leq 5.6)$ . Ces conditions sont valables pour des poutres à âmes épaisses comportant des évidements. En outre, Shrivastava et Redwood (1977) [39] recommandent pour les ouvertures renforcées les conditions de l'élanement précédentes, et que l'instabilité de l'âme ne se produit que si l'aire du secteur de renforcement exigé n'excède pas la plus petite valeur de  $A_t$  (aire de la semelle) ou  $0.5A_w$ . En 1977, Hoglund et Johansson [40] donnent des informations graphiques indiquant qu'aucune réduction de résistance ne se produit en raison de l'instabilité si la limite de l'élanement de l'âme est de  $2.4 \sqrt{E/f_y}$ .

#### **1.4. Conclusions**

Les méthodes théoriques citées ci-dessus font souvent appel à un développement mathématique complexe dont la solution n'est pas simple. Néanmoins, les développements présentés ci-dessus ne sont pas utilisables directement par les ingénieurs. C'est pour cette raison que la solution numérique basée sur la méthode des éléments finis, a été privilégiée dans le but d'aborder et de résoudre les problèmes des poutres cellulaires.

Afin de prédire le comportement réel des poutres cellulaires dans le domaine non linéaire, faisant l'objet de notre travail, il s'est avéré au préalable, de présenter dans le chapitre suivant les modes de ruine associées à ce type de poutre.