

IV. Etude des planchers :

IV.1 Introduction :

Les planchers sont les aires planes limitant les étages et supportant les revêtements de sol, ils assurent les fonctions suivantes :

- Reprise et transmission des charges et surcharges verticaux
- Isolation thermique et phonique
- Contreventement du bâtiment
- Assurance de l'étanchéité dans les salles d'eau
- Sécurité au feu et protection contre l'incendie

➤ Les planchers couramment utilisés sont :

- Les planchers en corps creux
- Les planchers à poutrelles rapprochées
- Les planchers champignons
- Les planchers peuvent être préfabriqués ou coulés sur place.

Dans notre bloc nous nous intéresserons qu'à ceux coulés sur place, il se compose de trois parties distinctes :

- 1) La partie portante : constituée généralement des poutres, des poutrelles et des dalles pleines.
- 2) Le revêtement : constituant le sol fini, se posant sur l'ossature portante généralement du carrelage.
- 3) Le plafond réalisé sous l'élément porteur.

Calcul des planchers à corps creux :

IV.2 Méthode de calcul :

Pour la détermination des moments sur appuis ainsi que trouvés dans le cas des poutres continues sur appuis multipliées. Le règlement BAEL 91 modifié 99 fournit trois méthodes simplifiées :

- A. La méthode forfaitaire.
- B. la méthode forfaitaire modifiée.
- C. La méthode des trois moments.

IV.2.1 La méthode forfaitaire :

La méthode forfaitaire s'applique aux poutres, poutrelles et dalles supportant des charges d'exploitations modérées ($Q \leq 2G$ ou $Q < 5 \text{KN/m}^2$) cette méthode ne s'applique qu'à des éléments fléchis (poutres ou dalles calculées à la flexion dans un seul sens) remplissant les conditions suivantes :

- Les moments d'inertie des sections : transversales sont les mêmes dans les différents travées en continuité.
 - Les portées successives sont dans un rapport compris entre (0.8 ; 1.25).
 - La fissuration ne comporte pas la tenue du béton armé ni celle de ces revêtements.
- Dans le cas où l'une de ces trois conditions complémentaires n'est pas satisfaite, on peut appliquer la méthode de calcul des planchers chargés d'exploitations relativement élevées « la méthode de Caquot ».

IV.2.1.1 Calcul des sollicitations:

M_0 La valeur maximale du moment fléchissant dans la travée considéré est soumise aux mêmes charges (moment isostatique).

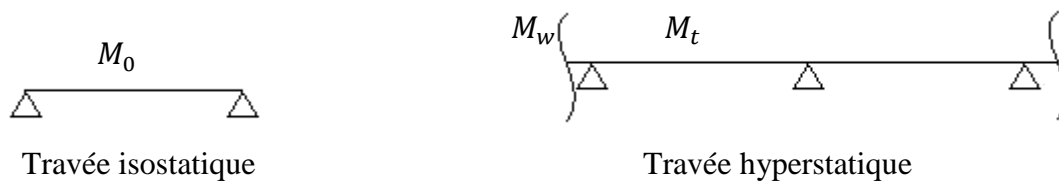


Figure IV.1 : Schéma explicatif.

Avec :

M_0 : Moment max de la travée indépendante ;

M_t : Moment max de la travée étudiée ;

M_w : Moment sur l'appui gauche de la travée ;

M_e : Moment sur l'appui droit de la travée.

Le rapport considéré des charges d'exploitation à la somme des charges permanentes et des charges d'exploitation :

$$\alpha = \frac{Q}{Q + G}$$

IV.2.1.2 Condition à respecter:

Les valeurs de M_0 , M_t et M_a devant vérifier les conditions suivantes :

$$M_t \geq \max \{1.05M_0; (1 + 0.3\alpha)\} - \frac{M_w - M_e}{2}$$

a) Dans une travée intermédiaire:

$$M_t \geq \frac{1+0.3\alpha}{2} M_0$$

b) Dans une travée de rive :

$$M_t \geq \frac{1.2+0.3\alpha}{2} M_0$$

IV.2.1.3 Valeur absolue des moments sur appuis:

a. Poutres à deux travées :

Pour l'appui intermédiaire d'une poutre à deux travées :

- M_w et $M_e \geq 0.6 M_0$

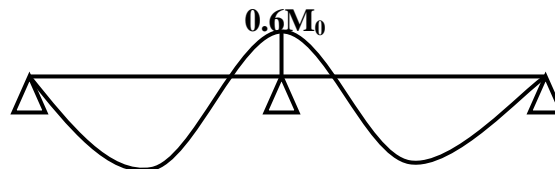


Fig. IV. Poutre à deux travées

b. Poutres à trois travées :

Pour les appuis voisins des appuis de rive d'une poutre à plus de deux travées :

- M_w et $M_e \geq 0.5 M_0$

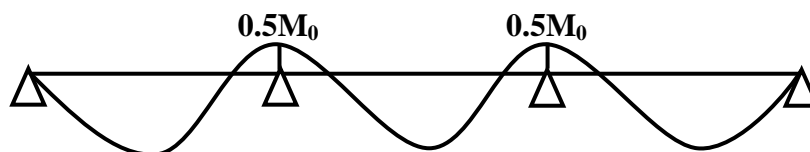


Fig. IV.4 Poutre à trois travées

c. Poutres à plus de trois travées :

Pour les autres appuis intermédiaires d'une à plus de trois travées :

- M_w et $M_e \geq 0.4 M_0$

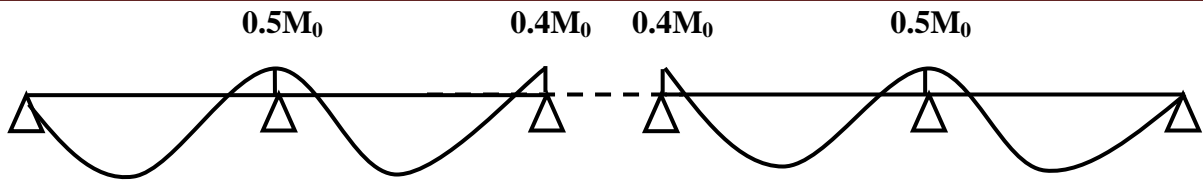


Fig. IV.5 Poutre à plus de travées

IV.2.1.4 L'effort tranchant:

$$\begin{cases} T_w = \frac{M_w - M_e}{l} + \frac{ql}{2} \\ T_e = \frac{M_w - M_e}{l} - \frac{ql}{2} \end{cases}$$

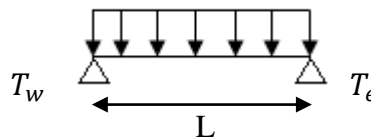


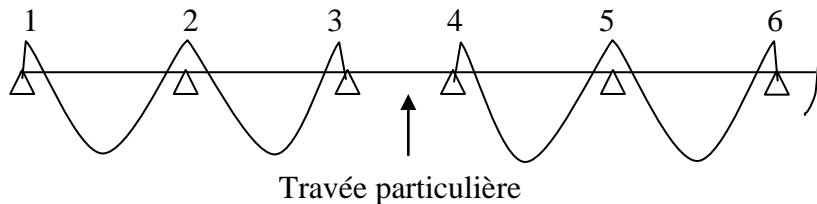
Fig. IV.6: Schémas explicatifs.

■ Principe de calcul de la méthode forfaitaire modifiée:

On applique cette méthode si le rapport des portées de deux travées successives n'est pas compris entre 0,8 et 1,25, il convient d'étudier séparément les effets des charges d'exploitation on les disposant dans les positions les plus défavorables pour les travées particulières.

On distingue deux cas :

a- Cas ou la travée comprise entre deux grandes travées: (travée intermédiaire)



$$Ma_1 = (0 \sim 0,4)M_{012}$$

$$Ma_2 = 0,5 \max (M_{012} ; M_{023})$$

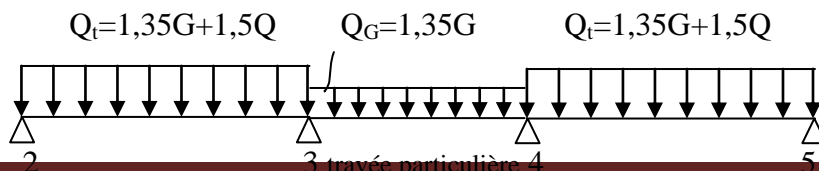
$$Ma_3 = 0,4M_{023}$$

$$Ma_4 = 0,4M_{045}$$

$$Ma_5 = 0,4 \max (M_{045} ; M_{056})$$

◆ On calcule le moment minimal de la travée particulière:

Pour la recherche du moment $M_{t_{34min}}$, on considère le chargement suivant:

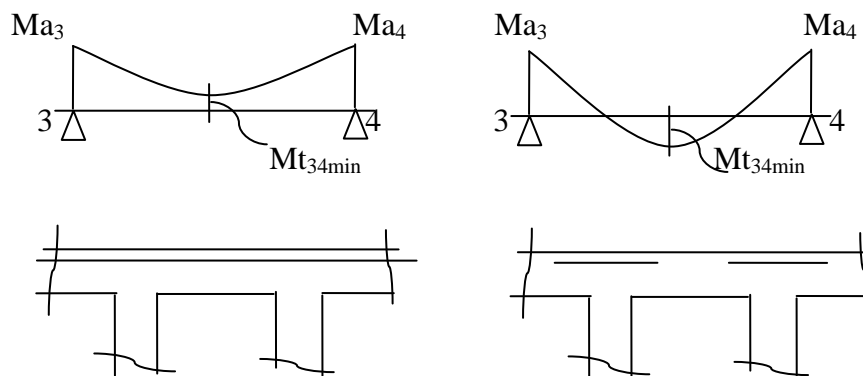


Le moment dans toute section de la travée (3-4) peut être évalué en utilisant l'expression suivant (Ma_3 et Ma_4 en valeur absolue):

$$M_x = Q_G \cdot x \left(\frac{L_3 - x}{2} \right) - Ma_3 \left(1 - \frac{x}{L_3} \right) - Ma_4 \cdot \frac{x}{L_3}$$

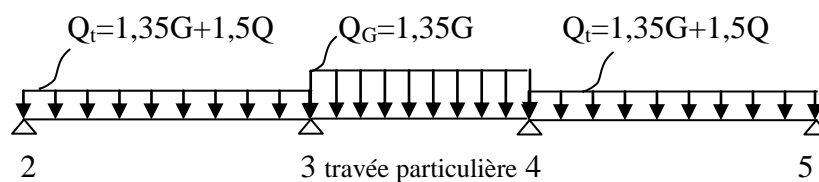
Le moment $M_{t_{34min}}$ est évalué en remplaçant x par la valeur: $x = \frac{L_3}{2} + \frac{Ma_3 - Ma_4}{Q_G \cdot L_3}$

Il est évident que ce cas de chargement peut donner lieu à un moment négatif en travée ce qui nécessite une disposition d'armatures supérieures sur toute la travée (3-4), on obtient ainsi l'une des situations suivantes:



♦ **On calcule le moment maximal de la travée particulière:**

Pour la recherche du moment $M_{t_{34max}}$, on considère le chargement suivant:



Le moment dans toute section de la travée (3-4) peut être évalué en utilisant l'expression suivant (Ma_3 et Ma_4 en valeur absolue):

$$M(x) = Q_t \cdot x \left(\frac{L_3 - x}{2} \right) - M'a_3 \left(1 - \frac{x}{L_3} \right) - M'a_4 \cdot \frac{x}{L_3}$$

Le moment $M_{t_{34max}}$ est évalué en remplaçant x par la valeur:

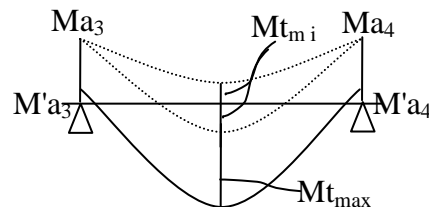
$$x = \frac{L_3}{2} + \frac{M'a_3 - M'a_4}{Q_t \cdot L_3}$$

Avec: $Q_t = 1,35G + 1,5Q$

$M'a_3 = 0,4 \min (M_{023}, M_{034})$; $M'a_4 = 0,4 \min (M_{034}, M_{045})$

$M_{023} = Q_G \cdot (L_2)^2 / 8$, $M_{034} = Q_t \cdot (L_3)^2 / 8$, $M_{045} = Q_G \cdot (L_4)^2 / 8$

Dans tous les cas, la travée (3-4) doit être armée à la partie inférieure pour un moment correspondant à au moins $0,5M_{034}$



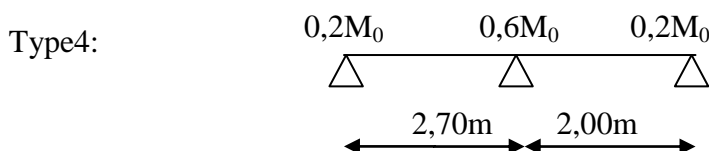
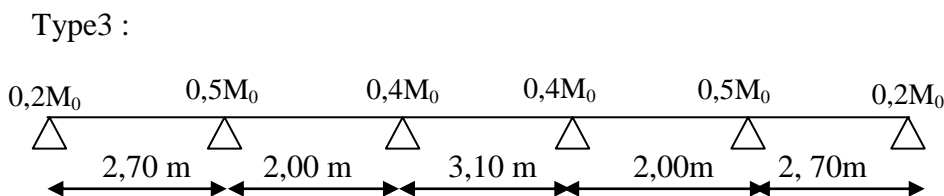
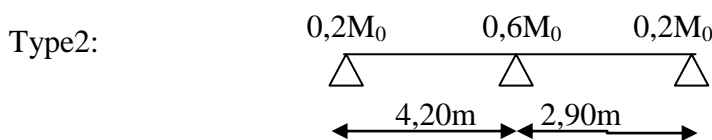
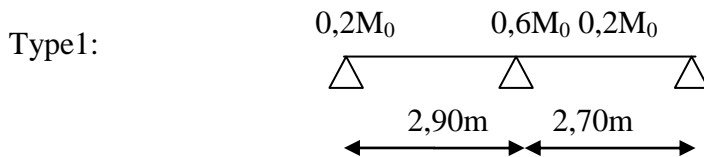
b- Cas ou la travée particulière est une travée de rive:

Les mêmes étapes définies précédemment sont à suivre, à la différence que dans ce cas il n'existe qu'une seule travée adjacente.

IV.2.2 Calcul des poutrelles:

■ Type de poutrelles:

Notre construction comporte 4 types de poutrelles; ces poutrelles sont identiques au niveau de tous les planchers de la construction.



■ Les combinaisons de charges:

Les charges par mètre linéaire /mL

❖ Plancher étage courant:

$$\begin{cases} G = 5,09 \times 0,65 = 3,30 \text{ KN/mL} \\ Q = 1,50 \times 0,65 = 0,97 \text{ KN/mL} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} Q_u = 1,35G + 1,5Q = 5,92 \text{ KN/mL} \\ Q_{ser} = G + Q = 4,27 \text{ KN/mL} \end{cases}$$

❖ Plancher terrasse;

$$\begin{cases} G = 6,43 \times 0,65 = 4,179 \text{ KN/mL} \\ Q = 1,00 \times 0,65 = 0,65 \text{ KN/mL} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} Q_u = 1,35G + 1,5Q = 6,62 \text{ KN/mL} \\ Q_{ser} = G + Q = 4,83 \text{ KN/mL} \end{cases}$$

■ Vérification des conditions d'application de la méthode forfaitaire:

1- La charge d'exploitation $Q \leq \max(2G, 5 \text{ KN/m}^2)$

a- Plancher étage courant : $G=5,09 \text{ KN/m}^2$, $Q=1,5 \text{ KN/m}^2$

$Q=1,50 \text{ KN/m}^2 < 2G=10,18 \text{ KN/m}^2$condition vérifié

b- Plancher terrasse : $G=6,43 \text{ KN/m}^2$, $Q=1 \text{ KN/m}^2$

$Q=1 \text{ KN/m}^2 < 2G=12,86 \text{ KN/m}^2$condition.vérifié

2- Poutrelle à inertie constante ($I=\text{cte}$).....condition vérifié

3- Fissuration peu préjudiciable.

Plancher du 1^{er} au 3^{ème} étage, la fissuration est considérée comme peu préjudiciable.

Pour le plancher terrasse la fissuration est préjudiciablenon vérifié.

Donc dans le cas du plancher terrasse, on applique la méthode de trois moments

$0,8 \leq L_i/L_{i+1} \leq 1,25$ cette condition n'est pas vérifiée.

Puisque le rapport $0,8 \leq L_i/L_{i+1} \leq 1,25$ n'est pas satisfait; on utilise **la méthode forfaitaire modifiée** pour la travée particulière; et on utilise toujours la méthode forfaitaire pour les restes travées.

1-Plancher étage courant:

On utilise la méthode forfaitaire:

a. Sollicitation à l'E.L.U :

- $Q_u = 1,35G + 1,5Q = 5,92 \text{ KN/mL}$.
- $\alpha = Q/(G+Q) = 0,97/(3,30+0,97) = 0,227$

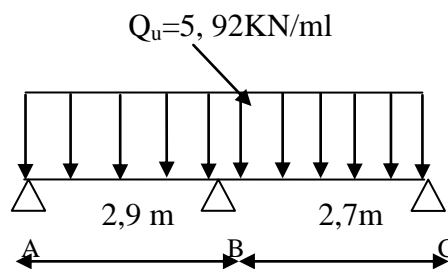
- $(1+0,3\alpha) = 1,07 > 1,05$ donc on doit tenir compte de 1,07
- $(1,2+0,3\alpha)/2 = 0,63$ (travée de rive).
- $(1+0,3\alpha)/2 = 0,53$ (travée intermédiaire).

$$\text{Travée de rive : } Mt \geq \begin{cases} \text{Max} [1,05M_0 ; (1 + 0,3\alpha)M_0] - \left[\frac{M_w + M_e}{2} \right] \\ Mt \geq \left[\frac{1,2 + 0,3\alpha}{2} \right] \cdot M_0 \end{cases}$$

$$\text{Travée intermédiaire : } Mt \geq \begin{cases} \text{Max} [1,05M_0 ; (1 + 0,3\alpha)M_0] - \left[\frac{M_w + M_e}{2} \right] \\ Mt \geq \left[\frac{1 + 0,3\alpha}{2} \right] \cdot M_0 \end{cases}$$

b. Calcul des poutrelles

Type1:



❖ Calcul des moments isostatiques:

$$M_{0AB} = Q_u \cdot \frac{L^2}{8} = 5,92 \cdot \frac{(2,9)^2}{8} = 6,22$$

$$M_{0BC} = Q_u \cdot \frac{L^2}{8} = 5,92 \cdot \frac{(2,7)^2}{8} = 5,39 \text{ KN.m}$$

1) Moments sur appuis:

$$M_A = 0,2M_{0AB} = 1,24 \text{ KN.m}$$

$$M_B = 0,6 \max (M_{0AB}, M_{0BC}) = 3,73 \text{ KN.m}$$

$$M_C = 0,2M_{0BC} = 1,08 \text{ KN.m}$$

2) Calcul des moments en travée

Moment en travée (AB):

$$\left. \begin{aligned} Mt_{AB} &\geq 1,07 \cdot 6,22 - (1,24 + 3,73)/2 = 4,17 \text{ KN.m} \\ Mt_{AB} &\geq 0,63 \cdot M_{0AB} = 0,63 \cdot 6,22 = 3,92 \text{ KN.m} \end{aligned} \right\} \text{ on prend: } Mt_{AB} = 4,17 \text{ KN.m}$$

Moment en travée (BC):

$$\left. \begin{array}{l} M_{t_{AB}} \geq 1,07.5,39 - (3,73 + 1,08)/2 = 3,37 \text{ KN.m} \\ M_{t_{AB}} \geq 0,63. M_{0AB} = 0,63.5,39 = 3,40 \text{ KN.m} \end{array} \right\} \text{ on prend: } M_{t_{AB}} = 3,40 \text{ KN.m}$$

3) L'Effort tranchant:

$$\begin{cases} T_W = (M_w - M_e)/L - Q_u \cdot L/2 \\ T_E = (M_w - M_e)/L - Q_u \cdot L/2 \end{cases}$$

◆ Travée (AB):

$$\begin{cases} T_W = \frac{1,24 - 3,73}{2,90} + 5,92 \times 2, \frac{90}{2} = 7,73 \text{ KN} \\ T_E = \frac{1,24 - 3,73}{2,90} - 5,92 \times 2, \frac{90}{2} = -9,44 \text{ KN} \end{cases}$$

◆ Travée (BC):

$$\begin{cases} T_W = \frac{3,70 - 1,08}{2,70} + 5,92 \times 2, \frac{70}{2} = 8,98 \text{ KN} \\ T_E = \frac{3,70 - 1,08}{2,70} - 5,92 \times 2, \frac{70}{2} = 8,98 \text{ KN} \end{cases}$$

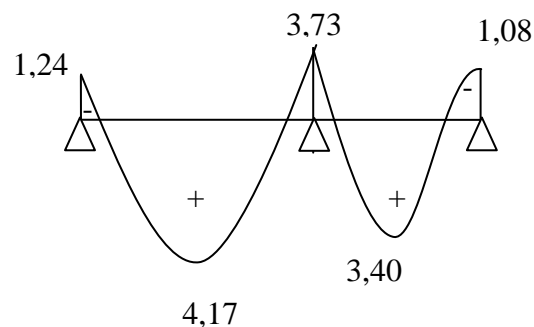


Fig. IV-7 Diagramme des moments fléchissant M [KN.m].

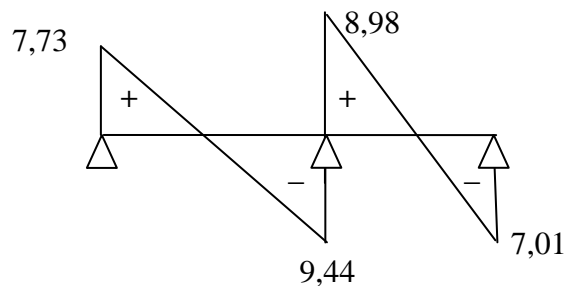
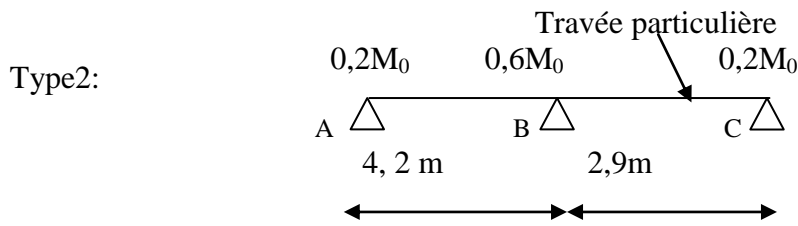
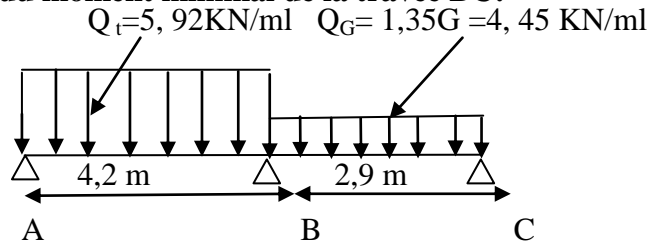


Fig.IV-8 Diagramme des efforts tranchants T [KN].



- **Calcul du moment minimal de la travée BC:**



- **Moments isostatiques:**

$$M_{0AB}=Q_t.L^2/8=5,92.(4,2)^2/8=13,05\text{ KN.m}$$

$$M_{0BC}=Q_G.L^2/8=4,45(2,90)^2/8=4,68\text{ KN.m}$$

- **Moments sur appuis:**

$$M_A=0,2M_{0AB}=2,61\text{ KN.m}$$

$$M_B=0,6\max(M_{0AB}, M_{0BC})=7,83\text{KN.m}$$

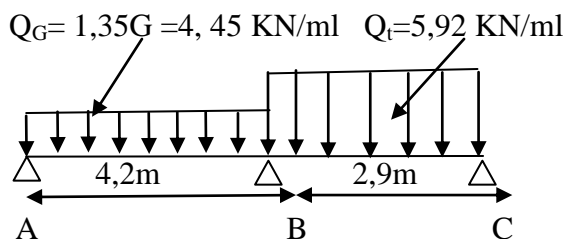
$$M_C=0,2M_{0BC}=0,94\text{KN.m}$$

- **Moment en travée particulière BC:($M_{t_{\min}}$)**

$$X = \frac{L_2}{2} + \frac{M_B - M_C}{Q_G.L} = \frac{2,90}{2} + \frac{7,83 - 0,94}{4,45.2,90} = 1,98\text{ m}$$

$$M_{t_{\min}}(x) = \left(\frac{4,45}{2}\right)(1,98)(2,9 - 1,98) - 7,83 + \left(\frac{7,83 - 0,94}{2,9}\right)(1,98) = 0,93\text{ KN.m}$$

- ❖ **Calcul du moment maximal de la travée BC:**



- **Moments isostatiques:**

$$M'_{0AB}=Q_G.L^2/8=4,45(4,2)^2/8=9,81\text{ KN.m}$$

$$M'_{0BC}=Q_t.L^2/8=5,92(2,90)^2/8=6,22\text{ KN.m}$$

- **Moments sur appuis:**

$$M'_A=0,2M'_{0AB}=1,96\text{ KN.m}$$

$$M'_B = 0,6 \min (M'_{0AB}, M'_{0BC}) = 3,73 \text{KN.m}$$

$$M'_C = 0,2M'_{0BC} = 1,24 \text{KN.m}$$

- **Moment en travée particulière BC: ($M_{t_{\max}}$)**

$$X = \frac{L}{2} + \frac{M'_B - M'_C}{Q_u \cdot L} = \frac{2,90}{2} + \frac{3,73 - 1,24}{5,92 \cdot 2,90} = 1,60 \text{ m}$$

$$M_{t_{\max}}(x) = \left(\frac{5,92}{2} \right) (1,60)(2,9 - 1,60) - 3,73 + \left(\frac{3,73 - 1,24}{2,90} \right) (1,60) = 3,80 \text{ KN.m}$$

- **Calcul des moments dans la travée (AB):**

◆ Travée(AB) de rive :

$$\left. \begin{array}{l} 1) M_t^{AB} \geq 1,07 \cdot 13,05 - (2,61 + 7,83)/2 = 8,75 \text{KN.m} \\ 2) M_t^{AB} \geq 0,63 \cdot M_{0AB} = 0,63 \cdot 13,05 = 8,22 \text{KN.m} \end{array} \right\} \text{ on prend: } M_t^{AB} = 8,75 \text{ KN.m}$$

- **Effort tranchant:**

$$\begin{cases} T_w = (M_w - M_e)/L - Q_u \cdot L/2 \\ T_e = (M_w - M_e)/L - Q_u \cdot L/2 \end{cases}$$

◆ Travée (AB):

$$\begin{cases} T_w = \frac{2,61 - 7,83}{4,20} + 5,92 \cdot 4,20/2 = 11,19 \text{ KN} \\ T_e = \frac{2,61 - 7,83}{4,20} - 5,92 \cdot 4,20/2 = -13,68 \text{ KN} \end{cases}$$

◆ Travée (BC): Travée (BC) :(particulière)

➤ T_{\max} (travée déchargé)

$$\begin{cases} T_w = (3,73 - 1,24)/2,90 + 5,92 \cdot 2,90/2 = 9,44 \text{ KN} \\ T_e = (3,73 - 1,24)/2,90 - 5,92 \cdot 2,90/2 = -7,73 \text{ KN} \end{cases}$$

➤ T_{\min} (travée chargée)

$$\begin{cases} T_w = (7,83 - 0,94)/2,90 + 5,92 \cdot 2,90/2 = 9,44 \text{ KN} \\ T_e = (7,83 - 0,94)/2,90 - 5,92 \cdot 2,90/2 = -7,73 \text{ KN} \end{cases}$$

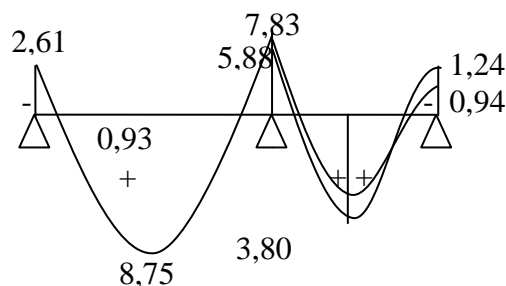


Fig.IV-9 Diagramme des moments fléchissants M [KN.m].

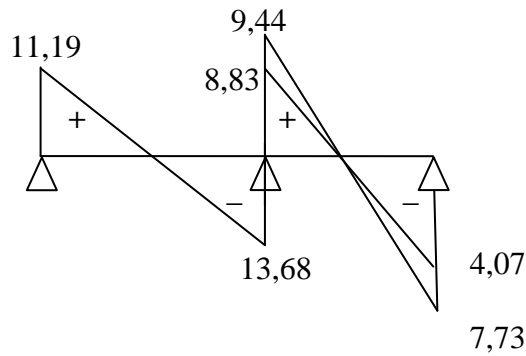
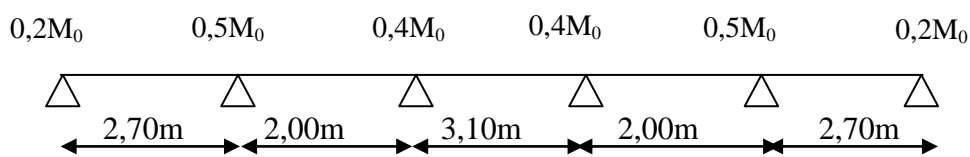
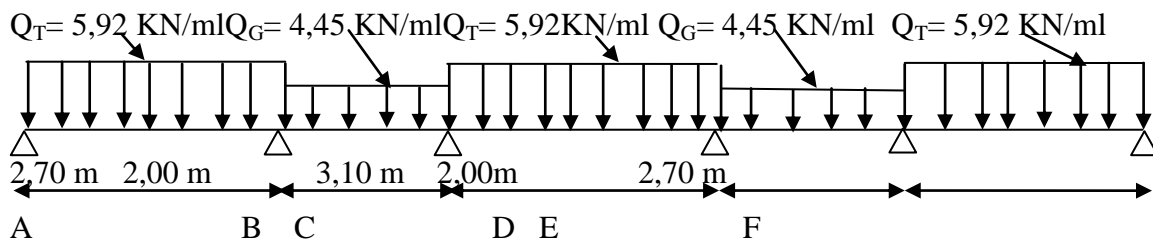


Fig.IV-10 Diagramme des efforts tranchants T [KN].

Type3 :



Calcul du moment minimal de la travée BC et DE:



Moments isostatiques:

$$M_{0AB} = Q_T \cdot L^2 / 8 = 5,92 \cdot (2,7)^2 / 8 = 5,39 \text{ KN.m}$$

$$M_{0BC} = Q_G \cdot L^2 / 8 = 4,45 \cdot (2,00)^2 / 8 = 2,23 \text{ KN.m}$$

$$M_{0CD} = Q_T \cdot L^2 / 8 = 5,92 \cdot (3,10)^2 / 8 = 7,11 \text{ KN.m}$$

$$M_{0DE} = Q_G \cdot L^2 / 8 = 4,45 \cdot (2,00)^2 / 8 = 2,23 \text{ KN.m}$$

$$M_{0EF} = Q_T \cdot L^2 / 8 = 5,92 \cdot (2,70)^2 / 8 = 5,39 \text{ KN.m}$$

Moments sur appuis:

$$M_A = 0,2 M_{0AB} = 1,08 \text{ KN.m}$$

$$M_B = 0,5 \max (M_{0AB}, M_{0BC}) = 2,70 \text{ KN.m}$$

$$M_C = 0,4 \max (M_{0BC}, M_{0CD}) = 2,84 \text{ KN.m}$$

$$M_D = 0,4 \max (M_{0CD}, M_{0DE}) = 2,84 \text{ KN.m}$$

$$M_E = 0,5 \max (M_{0DE}, M_{0EF}) = 2,70 \text{ KN.m}$$

$$M_F = 0,2 M_{0EF} = 1,08 \text{ KN.m}$$

Moment en travée particulière BC et DE: ($M_{t \min}$)

Moment en travée particulière BC:(Mt_{min})

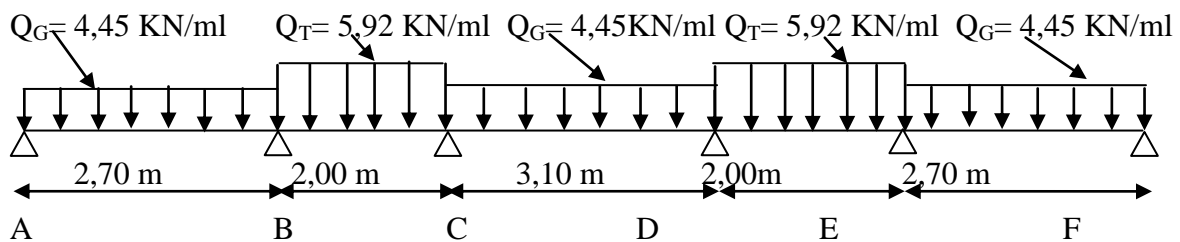
$$X = \frac{L_2}{2} + \frac{M_B - M_C}{Q_G \cdot L} = \frac{2,00}{2} + \frac{2,70 - 2,84}{4,45 \times 2,00} = 0,98 \text{ m}$$

$$Mt_{\min}(x) = \left(\frac{4,45}{2} \right) (0,98)(2 - 0,98) - 2,69 + \left(\frac{2,70 - 2,84}{2} \right) (0,98) = -0,55 \text{ KN.m}$$

Moment en travée particulière DE:(Mt_{min})

$$X = \frac{L_2}{2} + \frac{M_D - M_E}{Q_G \cdot L} = \frac{2,00}{2} + \frac{2,84 - 2,70}{4,45 \times 2,00} = 1,02 \text{ m}$$

$$Mt_{\min}(x) = \left(\frac{4,45}{2} \right) (1,02)(2 - 1,02) - 2,84 + \left(\frac{2,84 - 2,70}{2} \right) (1,02) = -0,55 \text{ KN.m}$$

Calcul du moment maximal de la travée BC et DE:**Moments isostatiques:**

$$M'_{0AB} = Q_G \cdot L^2 / 8 = 4,45 \cdot (2,7)^2 / 8 = 4,06 \text{ KN.m}$$

$$M'_{0BC} = Q_T \cdot L^2 / 8 = 5,92 \cdot (2,00)^2 / 8 = 2,96 \text{ KN.m}$$

$$M'_{0CD} = Q_G \cdot L^2 / 8 = 4,45 \cdot (3,10)^2 / 8 = 5,34 \text{ KN.m}$$

$$M'_{0DE} = Q_T \cdot L^2 / 8 = 5,92 \cdot (2,00)^2 / 8 = 2,96 \text{ KN.m}$$

$$M'_{0EF} = Q_G \cdot L^2 / 8 = 4,45 \cdot (2,70)^2 / 8 = 4,05 \text{ KN.m}$$

Moments sur appuis:

$$M'_A = 0,2M'_{0AB} = 0,81 \text{ KN.m}$$

$$M'_B = 0,5 \min(M'_{0AB}, M'_{0BC}) = 1,48 \text{ KN.m}$$

$$M'_C = 0,4 \min(M'_{0BC}, M'_{0CD}) = 1,18 \text{ KN.m}$$

$$M'_D = 0,4 \min(M'_{0CD}, M'_{0DE}) = 1,18 \text{ KN.m}$$

$$M'_E = 0,5 \min(M'_{0DE}, M'_{0EF}) = 1,48 \text{ KN.m}$$

$$M'_F = 0,2M'_{0EF} = 0,81 \text{ KN.m}$$

Moment en travée particulière BC et DE:(Mt_{max})

Moment en travée particulière BC

$$X = \frac{L}{2} + \frac{M'_B - M'_C}{Q_t \cdot L} = \frac{2,00}{2} + \frac{1,48 - 1,18}{5,92 \cdot 2,00} = 1,03\text{m}$$

$$M_{t_{\max}}(x) = \left(\frac{5,92}{2}\right)(1,02)(2,0 - 1,02) - 1,48 + \left(\frac{1,48 - 1,18}{2,00}\right)(1,02) = 1,63\text{KN.m}$$

Moment en travée particulière DE

$$X = \frac{L}{2} + \frac{M'_D - M'_E}{Q_t \cdot L} = \frac{2,00}{2} + \frac{1,14 - 1,48}{5,92 \cdot 2,00} = 0,97\text{m}$$

$$M_{t_{\max}}(x) = \left(\frac{5,92}{2}\right)(0,97)(2,0 - 0,97) - 1,18 + \left(\frac{1,18 - 1,48}{2,00}\right)(0,97) = 1,63\text{KN.m}$$

Moment en travée (AB):

◆ Travée(AB) de rive :

$$\left. \begin{array}{l} 1) M_t^{AB} \geq 1,07 \cdot 5,39 - (1,07 + 2,69)/2 = 3,88 \text{ KN.m} \\ 2) M_t^{AB} \geq 0,63 \cdot M_{0AB} = 0,63 \cdot 5,39 = 3,40 \text{ KN.m} \end{array} \right\} \text{on prend: } M_t^{AB} = 3,88 \text{ KN.m}$$

Moment en travée (CD):

◆ Travée(CD) intermédiaire :

$$\left. \begin{array}{l} 1) M_t^{CD} \geq 1,07 \cdot 7,11 - (2,84 + 2,84)/2 = 4,76 \text{ KN.m} \\ 2) M_t^{CD} \geq 0,53 \cdot M_{0CD} = 0,53 \cdot 7,11 = 3,77 \text{ KN.m} \end{array} \right\} \text{on prend: } M_t^{CD} = 4,76 \text{ KN.m}$$

Moment en travée (EF):

◆ Travée(CD) de rive :

$$\left. \begin{array}{l} 1) M_t^{EF} \geq 1,07 \cdot 5,39 - (2,69 + 1,07)/2 = 3,88 \text{ KN.m} \\ 2) M_t^{EF} \geq 0,63 \cdot M_{0EF} = 0,63 \cdot 5,39 = 3,39 \text{ KN.m} \end{array} \right\} \text{on prend: } M_t^{EF} = 3,88 \text{ KN.m}$$

Effort tranchant:

$$\left\{ \begin{array}{l} T_w = (M_w - M_e)/L + Q_u \cdot L/2 \\ T_e = (M_w - M_e)/L - Q_u \cdot L/2 \end{array} \right.$$

◆ Travée (AB):

$$\left\{ \begin{array}{l} T_w = (1,07 - 2,69)/2,70 + 5,92 \times 2,70/2 = 7,39 \text{ KN} \\ T_e = (1,07 - 2,69)/2,70 - 5,92 \times 2,70/2 = -8,59 \text{ KN} \end{array} \right.$$

◆ Travée (BC) :(particulière)

➤ T_{\max} (travée déchargé)

$$\begin{cases} T_w = (1,48-1,18)/2,00 + 5,92 \times 2,00/2 = 6,07 \text{ KN} \\ T_e = (1,48-1,18)/2,00 - 5,92 \times 2,00/2 = -5,77 \text{ KN} \end{cases}$$

➤ T_{\min} (travée chargée)

$$\begin{cases} T_w = (2,69 - 2,84)/2,00 + 4,45 \times 2,00/2 = 4,37 \text{ KN} \\ T_e = (2,69 - 2,84)/2,00 - 4,45 \times 2,00/2 = -4,52 \text{ KN} \end{cases}$$

◆ Travée (CD):

$$\begin{cases} T_w = (2,84 - 2,84)/3,10 + 5,92 \times 3,10/2 = 9,18 \text{ KN} \\ T_e = (2,84 - 2,84)/3,10 - 5,92 \times 3,10/2 = -9,18 \text{ KN} \end{cases}$$

◆ Travée (DE) :(particulière)

➤ T_{\max} (travée déchargé)

$$\begin{cases} T_w = (1,18-1,48)/2,00 + 5,92 \times 2,00/2 = 5,77 \text{ KN} \\ T_e = (1,18-1,48)/2,00 - 5,92 \times 2,00/2 = -6,07 \text{ KN} \end{cases}$$

➤ T_{\min} (travée chargée)

$$\begin{cases} T_w = (2,84-2,69)/2,00 + 4,45 \times 2,00/2 = 4,52 \text{ KN} \\ T_e = (2,84-2,69)/2,00 - 4,45 \times 2,00/2 = -4,37 \text{ KN} \end{cases}$$

◆ Travée (EF):

$$\begin{cases} T_w = (2,69 - 1,07)/2,70 + 5,92 \times 2,70/2 = 8,59 \text{ KN} \\ T_e = (2,69 - 1,07)/2,70 - 5,92 \times 2,70/2 = -7,39 \text{ KN} \end{cases}$$

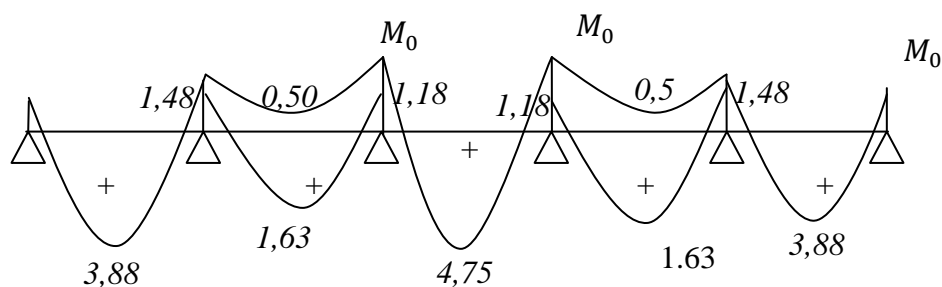


Fig. IV-10 Diagramme des moments fléchissant M [KN.m].

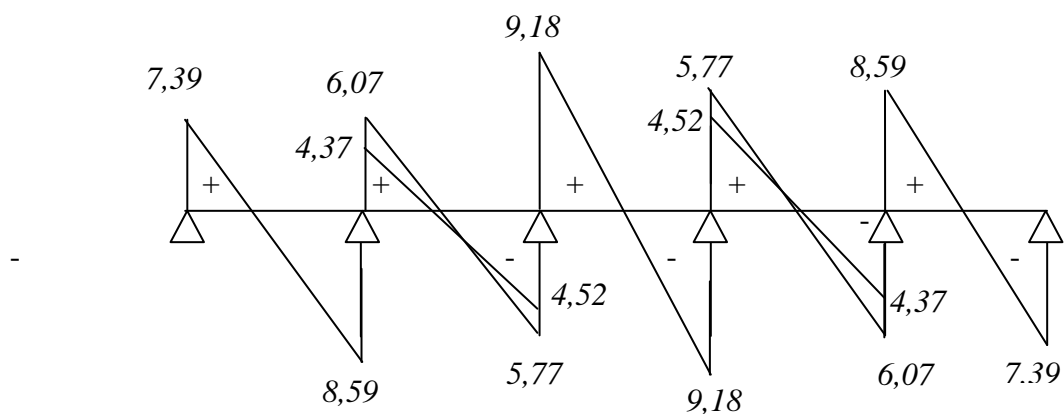
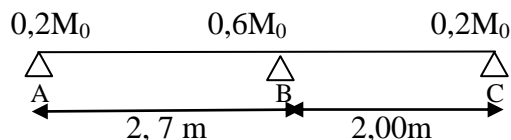
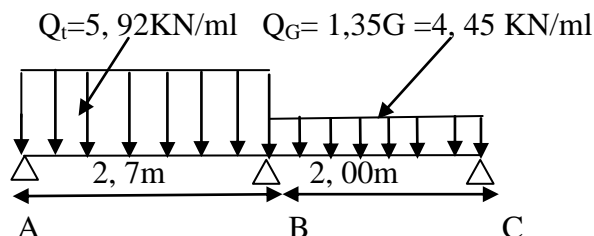


Fig.IV-11 Diagramme des efforts tranchants T [KN].

Type4:



❖ Calcul du moment minimal de la travée BC:

**Moments isostatiques:**

$$M_{0AB} = Q_t \cdot L^2 / 8 = 5,92 \cdot (2,7)^2 / 8 = 5,39 \text{ KN.m}$$

$$M_{0BC} = Q_G \cdot L^2 / 8 = 4,45 \cdot (2,00)^2 / 8 = 2,23 \text{ KN.m}$$

Moments sur appuis:

$$M_A = 0,2M_{0AB} = 1,08 \text{ KN.m}$$

$$M_B = 0,6 \max (M_{0AB}, M_{0BC}) = 3,24 \text{ KN.m}$$

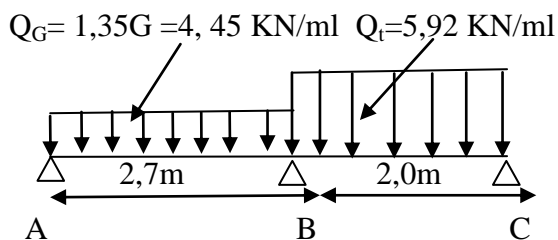
$$M_C = 0,2M_{0BC} = 0,45 \text{ KN.m}$$

Moment en travée particulière BC: ($M_{t_{\min}}$)

$$X = \frac{L_2}{2} + \frac{M_B - M_C}{Q_G \cdot L} = \frac{2,00}{2} + \frac{3,24 - 0,45}{4,45 \cdot 2,00} = 1,31 \text{ m}$$

$$M_{t_{\min}}(x) = \left(\frac{4,45}{2} \right) (1,31)(2,0 - 1,31) - 3,23 + \left(\frac{3,24 - 0,45}{2,00} \right) (1,31) = 0,60 \text{ KN.m}$$

❖ Calcul du moment maximal de la travée BC:

**Moments isostatiques:**

$$M'_{0AB} = Q_G \cdot L^2 / 8 = 4,45 \cdot (2,7)^2 / 8 = 4,06 \text{ KN.m}$$

$$M'_{0BC} = Q_t \cdot L^2 / 8 = 5,92 \cdot (2,00)^2 / 8 = 2,96 \text{ KN.m}$$

Moments sur appuis:

$$M'_A = 0,2M'_{0AB} = 0,81 \text{ KN.m}$$

$$M'_B = 0,6 \min (M'_{0AB}, M'_{0BC}) = 1,78 \text{ KN.m}$$

$$M'_C = 0,2M'_{0BC} = 0,59 \text{ KN.m}$$

• **Moment en travée particulière BC: ($M_{t_{\max}}$)**

$$X = \frac{L}{2} + \frac{M'_B - M'_C}{Q_t \cdot L} = \frac{2,00}{2} + \frac{1,78 - 0,59}{5,92 \cdot 2,00} = 1,10 \text{ m}$$

$$M_{t_{\max}}(x) = \left(\frac{5,92}{2} \right) (1,10)(2,0 - 1,10) - 1,77 + \left(\frac{1,78 - 0,59}{2,00} \right) (1,10) = 1,81 \text{ KN.m}$$

Moment en travée (AB):

◆ Travée(AB) de rive :

$$\left. \begin{array}{l} 1) M_{t_{AB}} \geq 1,07 \cdot 5,39 - (1,08 + 3,24)/2 = 3,61 \text{ KN.m} \\ 2) M_{t_{AB}} \geq 0,63 \cdot M_{0AB} = 0,63 \cdot 5,39 = 3,40 \text{ KN.m} \end{array} \right\} \text{ on prend: } M_{t_{AB}} = 3,61 \text{ KN.m}$$

Effort tranchant:

$$\begin{cases} T_w = (M_w - M_e)/L + Q_u \cdot L/2 \\ T_e = (M_w - M_e)/L - Q_u \cdot L/2 \end{cases}$$

◆ Travée (AB):

$$\begin{cases} T_w = (1,04 - 3,24)/2,70 + 5,92 \times 2,70/2 = 7,19 \text{ KN} \\ T_e = (1,07 - 3,23)/2,70 - 5,92 \times 2,70/2 = -8,79 \text{ KN} \end{cases}$$

◆ Travée (BC) :(particulière)

➤ T_{\max} (travée déchargé)

$$\begin{cases} T_w = (1,78 - 0,59)/2,00 + 5,92 \times 2,00/2 = 6,51 \text{ KN} \\ T_e = (1,78 - 0,59)/2,00 - 5,92 \times 2,00/2 = -5,33 \text{ KN} \end{cases}$$

➤ T_{\min} (travée chargée)

$$\begin{cases} T_w = (3,24 - 0,45)/2,00 + 4,45 \times 2,00/2 = 5,84 \text{ KN} \\ T_e = (3,24 - 0,45)/2,00 - 4,45 \times 2,00/2 = -3,05 \text{ KN} \end{cases}$$

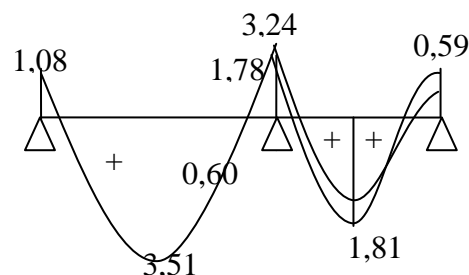


Fig. IV-12 Diagramme des moments fléchissant M [KN.m].

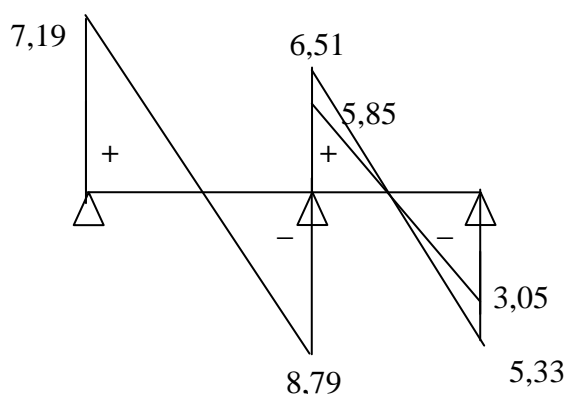


Fig.IV-13 Diagramme des efforts tranchants T [KN].

IV.2.3 Tableau récapitulatif des résultats obtenus :

Pour le plancher étage courant les mêmes étapes de calcul définies précédemment sont à suivre pour les autres types de poutrelles (E.L.U+E.L.S):

Type de poutrelle	travée	L(m)	E.L.U						E.L.S				
			M ₀	M _t	M _w	M _e	T _w	T _e	M ₀	M _t	M _w	M _e	
01	A-B	2,90	6,22	4,17	1,24	3,73	7,73	9,44	4,48	3	5,57	6,81	
	B-C	2,70	5,39	3,92	3,73	1,08	8,98	7,01	3,89	2,45	6,47	5,05	
02	A-B	4,2	13,05	8,75	2,61	7,83	11,19	13,68	9,41	6,30	1,88	5,64	
	B-C	2,9	Min	4,68	0,93	2,81	0,93	8,83	4,07	3,46	2,25	5,64	0,69
			Max	6,22	3,80	3,73	1,24	9,44	7,73	4,49	2,74	2,69	0,90
03	A-B	2,70	5,39	3,88	1,08	2,70	7,39	8,59	3,89	2,80	0,78	1,95	
	B-C	2,00	Min	2,23	0,55	2,69	2,84	4,38	4,52	1,65	0,35	1,95	2,65
			Max	2,96	1,63	1,48	2,18	6,07	5,77	2,14	1,18	1,07	0,85
	C-D	3,10	7,11	4,76	2,84	2,84	9,18	9,18	5,13	3,44	2,05	2,05	
	D-E	2,00	Min	2,23	0,55	2,84	2,70	4,52	4,38	1,65	0,35	2,05	1,95
			Max	2,96	1,63	1,18	1,48	5,77	6,07	2,26	1,12	0,90	1,13
E-F	2,70	5,39	3,88	2,70	1,08	8,59	7,39	3,89	2,80	1,95	0,78		
04	A-B	2,7	5,39	3,51	1,08	3,24	7,19	8,79	3,89	2,61	0,78	2,33	
	B-C	2,00	Min	2,23	0,60	3,24	0,45	5,84	3,05	1,65	0,47	2,33	0,33
			Max	2,96	1,81	1,78	0,59	6,51	5,33	2,14	1,30	1,28	0,43

IV.1-Tableau récapitulatif des résultats.

Les sollicitations maximales de calcul sont:

$$\left\{ \begin{array}{l} M_{\text{travée}_{\max}} = 8,75 \text{ KN.m} \\ \text{E.L.U} \quad M_{\text{appui}_{\max}} = 7,83 \text{ KN.m} \\ T_{\max} = 13,68 \text{ KN} \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} M_{\text{travée}_{\max}} = 6,30 \text{ KN.m} \\ \text{E.L.S} \quad M_{\text{appui}_{\max}} = 6,81 \text{ KN.m} \end{array} \right.$$

1. Calcul du ferrailage :

Pour le calcul de ferrailage on prend les sollicitations maximales suivantes:

$$\left\{ \begin{array}{l} M_{\text{travée}_{\max}} = 8,75 \text{ KN.m} \\ \text{E.L.U} \quad M_{\text{appui}_{\max}} = 7,83 \text{ KN.m} \\ T_{\max} = 13,68 \text{ KN} \end{array} \right.$$

➤ Ferrailage en travée :

$$M_t \text{ Max} = 8.75 \text{ KN.m}$$

M_{tab} : Le moment fléchissant équilibré par la table de compression.

Si $M_{\text{tab}} < M^{\max}$: la zone comprimée se trouve dans la nervure et la section descalcules sera une section en "Té".

Si $M_{\text{tab}} > M^{\max}$: la zone comprimée se trouve dans la table de compression et la section en "Té" sera calculée comme une section rectangulaire de dimension (bxh).

◆ Vérification de l'étendue de la zone comprimée

$$M_{\text{tab}} = \sigma_{bc} \cdot b \cdot h_0 \left(d - \frac{h_0}{2} \right)$$

$$\sigma_{bc} = 14,20 \text{ MPa.} \quad ; \quad b = 65 \text{ cm} \quad ; \quad h_0 = 4 \text{ cm} \quad ; \quad d = 0,9h = 18 \text{ cm}$$

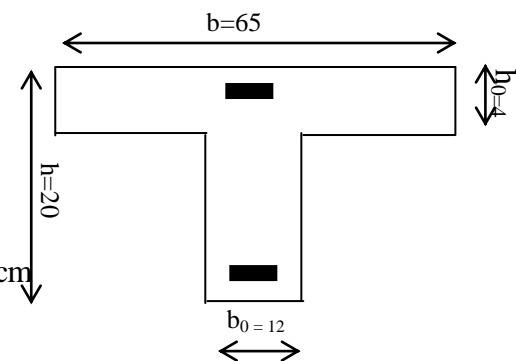
$$M_{\text{tab}} = 14,20 \times 65 \times 4 \times \left(18 - \frac{4}{2} \right) = 58,93 \text{ KN.m}$$

$$M_{\text{tab}} = 58,93 \text{ KN.m} > M_t^{\max} = 8,75 \text{ KN.m.}$$

Donc, la zone de compression se trouve dans la table de compression et la section de calcul sera une section rectangulaire de dimension : $(b \times h) = (65 \times 20) \text{ cm}^2$

◆ Vérification de l'existence des armatures comprimées (A') :

$$f_e E 400 \Rightarrow \begin{cases} \mu_1 = 0,391 \\ \alpha_1 = 0,668 \\ \xi_{es} = 1,739 \end{cases}$$



$$\mu = \frac{M_t^{\max}}{b \cdot d^2 \cdot \sigma_{bc}} = \frac{8,75 \times 10^3}{65 \times (18)^2 \times 14,20} = 0,029 < \mu_l = 0,392 \text{ (acier FeE400)}$$

Donc (A') n'existe pas.

$$\alpha = 1,25(1 - \sqrt{1 - 2\mu}) \Rightarrow \alpha = 0,0372$$

$$\beta = 1 - 0,4\alpha = 0,985$$

$$\mu = 0,0392 < 0,186 \Rightarrow \text{pivot.A: } \xi_s = 10\%$$

$$\sigma_s = \frac{f_e}{\gamma_s} = \frac{400}{1,15} = 348 \text{ MPa}$$

$$A_s = \frac{Ma}{\beta \times d \times \sigma_s} = \frac{8,75 \times 10^3}{0,985 \times 18 \times 348} = 1,80 \text{ cm}^2$$

❖ Condition de non fragilité :(art A.4.2.1)

$$A_{\min} \geq \max \left\{ \frac{b \cdot h}{1000}; 0,23b \cdot d \frac{f_{t28}}{f_e} \right\} \Rightarrow A_{\min} \geq \max \left\{ 1,41; 1,569 \right\} \Rightarrow A_{\min} = 1,57 \text{ cm}^2$$

$$\Rightarrow A_{\text{adobtif}} = \max \{ A_{\min}; A_{\text{cal}} \} = 1,57 \text{ cm}^2$$

le choix 3T12 \rightarrow 3,39 cm²

➤ Ferrailage en appui :

$$Ma_{\max} = 7,83 \text{ KN.m}$$

$$\mu = \frac{Ma}{b \times d^2 \times f_{bc}} = \frac{7,83 \times 10^{-3}}{0,65 \times (0,18)^2 \times 14,17}$$

$$\mu = 0,026$$

$$feE400 \Rightarrow \begin{cases} \mu_1 = 0,391 \\ \alpha_1 = 0,668 \\ \xi_{es} = 1,739 \end{cases}$$

$$\mu = 0,026 < \mu_1 = 0,391 \Rightarrow A'_s = 0$$

$$\alpha = 1,25(1 - \sqrt{1 - 2\mu}) \Rightarrow \alpha = 0,033$$

$$\beta = 1 - 0,4\alpha = 0,9868$$

$$\mu = 0,026 < 0,186 \Rightarrow \text{pivot.A: } \xi_s = 10\%$$

$$\sigma_s = \frac{f_e}{\gamma_s} = \frac{400}{1,15} = 348 \text{ MPa}$$

$$A_s = \frac{Ma}{\beta \times d \times \sigma_s} = \frac{7,83 \times 10^3}{0,9868 \times 18 \times 348} = 1,42 \text{ cm}^2$$

◆ Condition de non fragilité :(art A.4.2.1)

$$A_{\min} \geq \max \left\{ \frac{b \cdot h}{1000}; 0,23b \cdot d \frac{f_{t28}}{f_e} \right\} \Rightarrow A_{\min} \geq \max \{1,3; 1,569\} \Rightarrow A_{\min} = 1,57 \text{ cm}^2$$

$$\Rightarrow A_{\text{adobtif}} = \max \{A_{\min}; A_{\text{cal}}\} = 1,57 \text{ cm}^2$$

le choix 2T12 $\rightarrow 2.26 \text{ cm}^2$

➤ **Vérifications :**

- **L'influence de l'effort tranchant :** (d'après BAEL91 (art A.5.1)) :

$$\tau_u \leq \bar{\tau}_u; \tau_u = \frac{T_{u \max}}{b_0 \cdot d} = 0,63 \text{ MPa} \quad \text{La fissuration non préjudiciable et } \alpha = 90^\circ \quad \text{donc:}$$

$$\bar{\tau}_u = \min \left(0,2 \frac{f_{c28}}{\gamma_b}; 5 \text{ MPa} \right) = \min (3,33; 5 \text{ MPa}) \Rightarrow \bar{\tau}_u = 3,33 \text{ MPa.}$$

Fissuration peu nuisible (BAEL (A.5.1, 211).

(Avec : T_{\max} : l'effort tranchant maximal)

$$\tau_u \leq \bar{\tau}_u; \tau_u = \frac{T_{u \max}}{b_0 \cdot d} = \frac{13,68 \times 10^{-3}}{0,12 \times 0,18} = 0,63 \text{ MPa}$$

$$\tau_u = 0,63 \text{ MPa} < \bar{\tau}_u = 3,33 \text{ MPa} \dots \dots \dots [CV]$$

Le diamètre des armatures transversales (les cadres) : (article A.7.2, 2 du BAEL91):

Les armatures transversales A_t

$$\Phi_t \leq \min \left\{ \frac{h}{35}; \frac{b_0}{10}; \Phi_L \right\}$$

$$\Phi_t \leq \min \left\{ \frac{200}{35}; \frac{120}{10}; 10 \right\} = 5,71 \approx 8 \text{ mm.}$$

on adopte: $\Phi_t = 8 \text{ mm} \Rightarrow A_t = 1 \text{ } \emptyset 8 = 0,50 \text{ cm}^2$.

Φ_L : Le diamètre minimal des armatures tendues du premier lit maintenues par les cadres.

Espacement : (d'après BAEL91 (A.5.1, 22)

L'espacement minimal des cadres est donné par la formule suivante :

$$S_t \leq \min (0,9d; 40 \text{ cm})$$

$$S_t \leq \min (16,2; 40 \text{ cm}) \Rightarrow S_t \leq 16,20 \text{ cm}$$

On adopte : $S_t = 20 \text{ cm}$

- **Section des armatures :**

La section des armatures transversales :

$$\rho_t = \frac{A_t}{b_0 \cdot s_t} \geq \frac{\tau_u(h/2) - 0,3 \times k \times f_{tj28}}{0,9(\sin \alpha + \cos \alpha) \times \sigma_s} \quad K = 1, \text{ en flexion simple.}$$

$$A_t \geq \left(\frac{\tau_u(h/2) - 0,3 \times k \times f_{tj28}}{0,9 \cdot \sigma_s} \right) \cdot b_0 \cdot s_t$$

$$\alpha = 90^\circ \Rightarrow \sin \alpha + \cos \alpha = 1$$

$$f_e = 235 \text{ Mpa} ; \delta_s = 1,15$$

$$D'où: \tau_u(h/2) = \frac{T_u(h/2)}{b_0 \cdot d}$$

On calcule la valeur de l'effort tranchant $T_u(h/2)$ par la méthode des triangles semblables

$$\frac{T_{\max}}{X} = \frac{T_u(h/2)}{X - (h/2)} \Rightarrow T_u(h/2) = \frac{T_{\max} \cdot [X - (h/2)]}{X}$$

On calcule la distance "X":

◆

$$X = \frac{L}{2} + \frac{M_w - M_e}{q \cdot L}$$

$$X = 4,2/2 + (2,61 - 7,83)/4,2 \times 5,92 = 1,89 \text{ m}$$

$$h/2 = 0,20/2 = 0,10 \text{ m}$$

$$X - (h/2) = 1,89 - 0,10 = 1,79 \text{ m}$$

$$\text{Donc: } T_u(h/2) = 13,68 \cdot 1,79/1,89 = 12,95 \text{ KN}$$

$$T_u(h/2) = 12,95 \text{ KN}$$

$$D'où: \tau_u(h/2) = (12,95 \cdot 10^{-3}) / (0,12 \cdot 0,18) = 0,60 \text{ MPa}$$

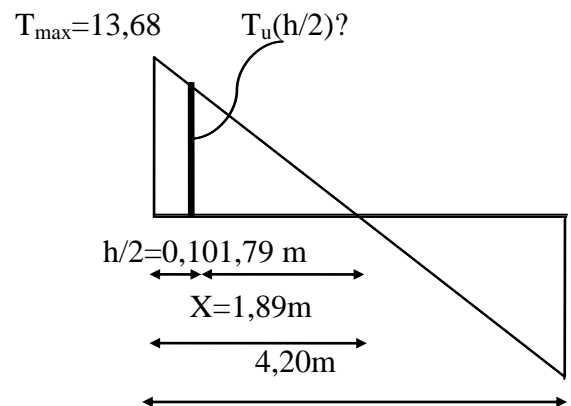
$$\tau_u(h/2) = 0,60 \text{ MPa}$$

$$A_t \geq \left(\frac{0,60 - 0,3 \times 1 \times 2,1}{0,9 \times 204} \right) \times 0,12 \times 0,20 = -3,92 \times 10^{-6} \approx 0$$

La section exigée par la condition de non fragilité (B.A.E.L 91mod99 DTU page 196)

$$\frac{A_t \cdot f_e}{b_0 \cdot S_t} \geq \max \left\{ \frac{\tau_u(h/2)}{2}; 0,4 \right\} \quad \text{MPa}$$

$$\frac{A_t \cdot f_e}{b_0 \cdot S_t} \geq \max \{0,30; 0,4\} \quad \text{MPa}$$



D'où :
$$At \geq \frac{0,4 \cdot b_0 \cdot S_t}{f_e} = \frac{0,4 \times 0,12 \times 0,20}{235} = 4,08 \times 10^{-5} m^2 = 0,408 cm^2$$

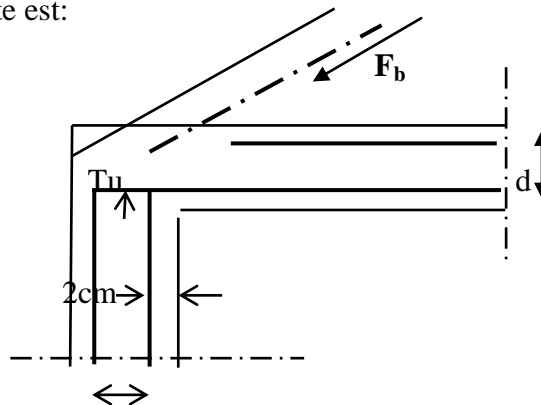
Donc on adopte 1Ø10..... At = 0,79 cm²

8-Compression de la bille d'about :

La contrainte de compression dans la bielle est:

$$\bar{\sigma}_b = \frac{F_b}{S} \quad \text{Avec} \quad \begin{cases} F_b = T\sqrt{2} \\ S = \frac{ab_0}{\sqrt{2}} \end{cases}$$

D'où
$$\bar{\sigma}_b = \frac{2T}{ab_0} a'$$



a: la longueur d'appui de la bielle

On doit avoir $\bar{\sigma}_b < f_{c28}/\gamma_b$

Mais pour tenir compte du fait que l'inclinaison de la bielle est légèrement différente de 45° donc on doit vérifier que :

$$\bar{\sigma}_b \leq 0,8f_{c28}/\gamma_b$$

$$\frac{2T}{a \cdot b_0} \leq \frac{0,8 \cdot f_{c28}}{\gamma_b} \Rightarrow a \geq \frac{2T\gamma_b}{0,8 \cdot b_0 \cdot f_{c28}}$$

$$\Rightarrow a \geq \frac{2 \cdot 13,68 \cdot 1,5}{0,8 \times 12 \times 25 \times 10} = 0,0171 m = 1,71 cm$$

a = min (a' ; 0,9 d)

a' : largeur d'appui

a' = c - 2cm

c' = 2cm (enrobage)

c : la largeur de l'appui (poteau) = 30cm

a' = 30 - 2 - 2 = 26cm

a = min (26cm; 16,2 cm) = 16,2 > 1,71 cm.....condition vérifiée.

✓ **Vérification à L' E .L .S :**

Au niveau des travées :

Lorsque la fissuration est peu préjudiciable, il n'est pas nécessaire de vérifier la contrainte maximale dans l'acier tendu σ_{st} .

$$\left. \begin{array}{l} \text{section rectangulaire} \\ \text{Acier FeE 400} \\ \text{Section rectangulaire} \end{array} \right\} \Rightarrow \text{si } \alpha \leq \left(\frac{\gamma - 1}{2} \right) + \frac{f_{c28}}{100} \Rightarrow \sigma_{bc} \leq \overline{\sigma}_{bc} = 0,6 \times f_{c28} = 15 \text{MPa}$$

- Vérification des compressions dans le béton :

- Si la condition ci-dessous est vérifiée la vérification des contraintes de compression dans le béton est inutile (sur appuis et en travées)

$$\alpha \leq \left(\frac{\gamma - 1}{2} \right) + \frac{f_{c28}}{100} \quad ; \gamma = \frac{M_u}{M_{ser}}$$

	M_u (KN.m)	M_{ser} (KN.m)	γ	$\alpha \leq \left(\frac{\gamma - 1}{2} \right) + \frac{f_{c28}}{100}$	α	Observation
Appui	7,83	6,81	1,15	0,32	0,0332	C.V
Travée	8,75	6,30	1,39	0,44	0,0372	C.V

Tableau.III.8. Vérification des compressions.

$\sigma_{bc} \leq \overline{\sigma}_{bc} \Rightarrow$ Les armatures calculées à L'ELU selon maintenues

Influence de l'effort tranchant au voisinage des appuis BAEL91 (A.5.1, 31)

Sur un appui de rive ou intermédiaire on vérifie que l'on a :

$$V_u \leq \overline{V}_u$$

$$V_u \leq 0,267 \cdot a \cdot b_0 \cdot f_{c28}$$

$$V_u = 13,68 \text{ KN}$$

La profondeur de l'appui doit vérifier l'inégalité suivante :

$$\frac{0,75 \times V_u}{b_0 \cdot f_{c28}} \leq a \leq d$$

Lorsque « a » n'est pas donnée on utilise la formule suivant :

$$a = l_a - 2 \text{ cm tel que : } l_a = l_s - \text{Type de crochet}$$

l_a: Longueur d'ancrage.

l_s: Longueur de scellement droit (donnée à partir du BAEL91)

On choisit par exemple un crochet de 90°

$$\text{Donc : } l_a = l_s - 24,69\Phi \text{ tel que : } l_s = 35\Phi (F_{c28} = 25 \text{ MPa; FeE400})$$

$$l_a = 10,31 \Phi = 10,31 \times 1,0 = 10,31 \text{ cm}$$

$$\text{Alors : } a = 8,31 \text{ cm}$$

$$\overline{V}_u = 0,267 \cdot a \cdot b_0 \cdot f_{c28} = 0,267 \times 0,831 \times 1,2 \times 25 = 66,56 \text{ KN}$$

$$V_u \leq \overline{V}_u \Rightarrow 13,68 \leq 66,56 \dots \dots \dots [\text{CV}]$$

Vérification des armatures longitudinales :

Au droit d'un appui simple, la section A des armatures longitudinales inférieures doit être telle que l'on ait :

$$A_s \geq \frac{V_u}{f_e/\gamma_s}$$

$$A_s = 3,39 \text{ cm}^2$$

$$A_s \geq \frac{1,15 \times 13,68 \times 10^{-3}}{400} = 3,93 \times 10^{-5} \text{ m}^2 = 0,393 \text{ cm}^2$$

$$A_s = 3,39 \text{ cm}^2 \geq 0,393 \text{ cm}^2 \dots\dots\dots [\text{CV}]$$

Vérification de la contrainte d'adhérence limite :

Il faut vérifier que : $\tau_s \leq \bar{\tau}_s$

$$\tau_s = \frac{Vu}{0,9 \times \sum \mu} ; (\sum \mu : \text{étant la somme des périmètres utiles des barres})$$

$\bar{\tau}_s = 0,6 \times \psi_s^2 \times f_{tj}$; Pour les armatures à H.A $\rightarrow = 1,5$, ψ d'après le tableau :

$$f_{t28} = 2,1 \text{ MPa}; \bar{\tau}_s = 0,6 \times 1,5^2 \times 2,1 = 2,83 \text{ MPa}$$

$$\sum \mu = 3 \times 2 \times \pi \times R = 3 \times 2 \times 3,14 \times 0,6 = 11,30 \text{ cm}$$

$$\tau_s = \frac{13,68 \times 10^{-3}}{0,9 \times 0,23 \times 0,1130} = 0,58 \text{ MPa}$$

Donc : $\tau_s = 0,58 \text{ MPa} < \bar{\tau}_s = 2,83 \text{ MPa} \dots\dots\dots [\text{CV}]$

Vérification de la liaison hourdis nervure :

$$\tau_u = \frac{Vu(b - b_0)}{(1,8 \times b \times d \times f_e)} = \frac{13,68 \times 10^{-3} (0,65 - 0,12)}{(1,8 \times 0,65 \times 0,18 \times 400 \times 10^{-3})} = 0,086 \text{ MPa}$$

$\tau_u = 0,086 \leq \bar{\tau}_u = 3,33 \text{ MPa} \dots\dots\dots [\text{CV}]$

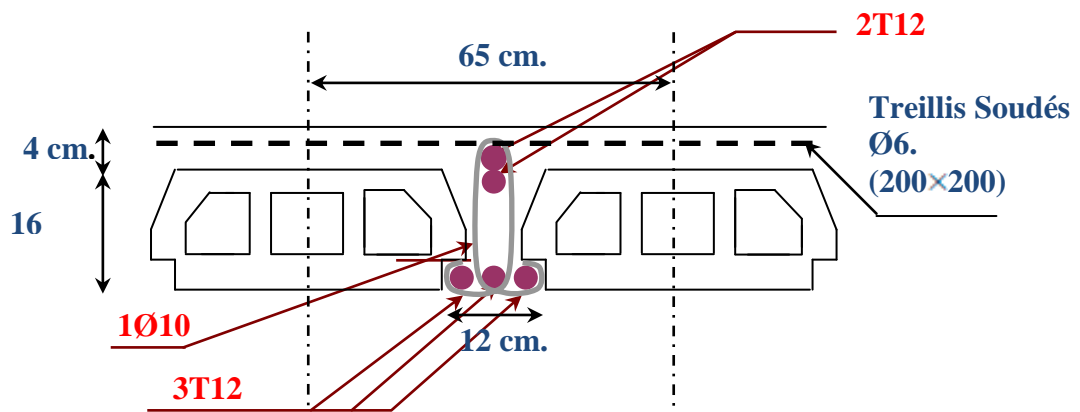


Figure III.18 : ferrailage de poutrelle

VI.2.1.2-Plancher terrasse:

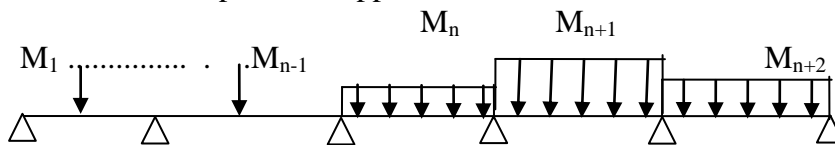
On a les mêmes types de poutrelles définies précédemment

Méthode de calcul:

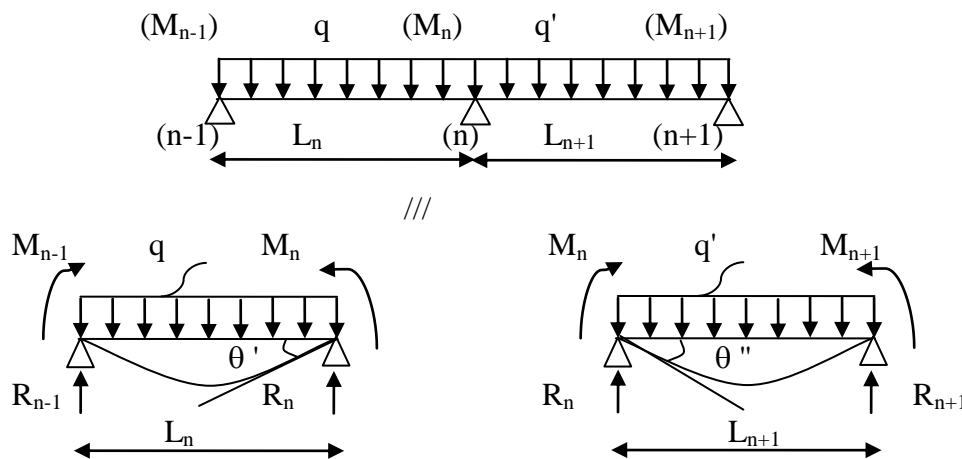
Vu que la 3^{ème} condition de la méthode forfaitaire n'est pas vérifiée c.à.d la fissuration est préjudiciable ou très préjudiciable (cas du plancher terrasse), on propose pour le calcul des moments sur appuis **la méthode des trois moments**.

Principe de calcul de la méthode des trois moments:

Pour les poutres continues à plusieurs appuis,

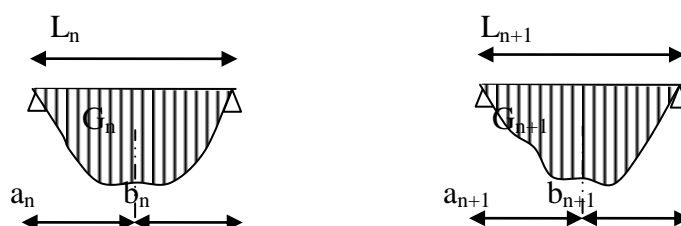


Isolant deux travées adjacentes, elles sont chargées d'une manière quelconque; c'est un système statiquement indéterminé, il est nécessaire de compléter les équations statiques disponibles par d'autres méthodes basées sur les déformations du système.



M_n , M_{n-1} , M_{n+1} : les moments de flexion sur appuis (n), (n-1), (n+1), il sont supposés positifs, suivant les conditions aux limites et les condition de continuité, ($\theta' = \theta''$).....(1)

Les moments de flexion pour chacune des travées L_n , L_{n+1} sous les charges connues q, q' peuvent être tracer selon la méthode classique. M_n , M_{n-1} , M_{n+1} sont provisoirement omis.



G_n, G_{n+1} : les centres d'inertie des aires de diagramme des moments.

$a_n, b_n, a_{n+1}, b_{n+1}$: sont la signification indiquée sur la figure.

S_n et S_{n+1} : les Aires des diagrammes des moments pour les travées L_n et L_{n+1}

$$\theta' = \theta'(M_{n-1}) + \theta'(M_n) + \theta'(q)$$

Selon le théorème des Aires des moments, on aura :

$$\theta' = \frac{S_n \cdot a_n}{L_n \cdot E_I} + \frac{M_{n-1} \cdot L_n}{6 \cdot E_I} + \frac{M_n \cdot L_n}{3 \cdot E_I}$$

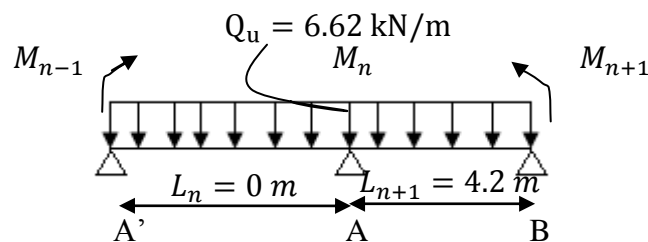
$$\theta'' = \frac{S_{n+1} \cdot b_{n+1}}{L_{n+1} \cdot E_I} + \frac{M_n \cdot L_{n+1}}{3 \cdot E_I} + \frac{M_{n+1} \cdot L_{n+1}}{6 \cdot E_I}$$

$$\theta' = \theta'' \Rightarrow M_{n-1} \cdot L_n + 2M_n (L_n + L_{n+1}) + M_{n+1} \cdot L_{n+1} = -6 \left[\frac{S_n \cdot a_n}{L_n} + \frac{S_{n+1} \cdot b_{n+1}}{L_{n+1}} \right]$$

C'est le théorème des trois moments et sous cette forme générale il est applicable à tous les types de chargement. Cette équation est appelée **équation de CLAPEYRON**.

❖ Calcul des poutrelles:

La poutrelle de type 1 sera prise comme exemple de calcul détaillé, les autres poutrelles suivent les mêmes étapes de calcul.



1-ELU:

$$q_u = 6.62 \text{ KN/ml.}$$

$$M_{0AB} = \frac{Q_u l^2}{8} = \frac{6,62 \times 2,9^2}{8} = 6,95 \text{ kN. m.}$$

$$a_n = b_n = \frac{L_n}{2} = \frac{2,9}{2} = 1,45 \text{ m}$$

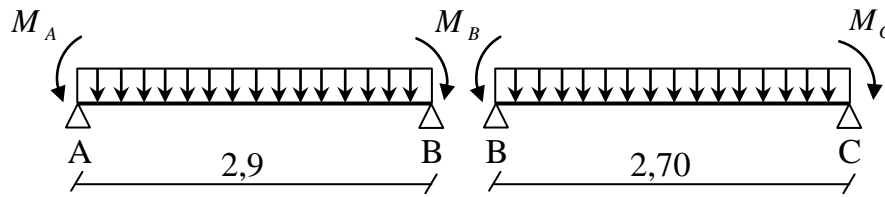
$$S_n = \frac{2}{3} (L_n \times M_{0AB}) = \frac{2}{3} (2,9 \times 6,95) = 13,45 \text{ m}^2$$

$$M_{0BC} = \frac{Q_u l^2}{8} = \frac{6,62 \times 2,7^2}{8} = 6,03 \text{ kN. m.}$$

$$a_{n+1} = b_{n+1} = \frac{L_{n+1}}{2} = \frac{2,7}{2} = 1,35 \text{ m}$$

$$S_n = \frac{2}{3} (L_{n+1} \times M_{0BC}) = \frac{2}{3} (2,7 \times 6,03) = 10,85 \text{ m}^2$$

• Calcul des moments au niveau de l'appui :



***En appui A :**

$$M_A = -0,2 \cdot M_{0u}^{AB} = -0,2 \cdot 6,95 = -1,39 \text{ kN.m.}$$

$$M_C = -0,2 \cdot M_{0u}^{BC} = -0,2 \cdot 6,03 = -1,21 \text{ kN.m.}$$

***En appui B :**

$$2,9M_A + 2(2,9 + 2,7)M_B + 2,7M_C = -6 \left(\frac{13,45 \times 1,45}{2,9} + \frac{10,85 \times 1,35}{2,7} \right)$$

$$2,9 \times 1,39 + 11,2M_B + 2,7 \times 1,21 = -72,94$$

Donc :

$$M_A = -1,39 \text{ kN.m} ; M_B = -5,86 \text{ kN.m} ; M_C = -1,21 \text{ kN.m}$$

◆ **Calcul des moments au niveau de travée :**

$$M_{tAB} = \frac{M_a + M_b}{2} + M_{0AB} = \frac{-1,39 - 5,86}{2} + 6,95 = 3,33 \text{ kN.m}$$

$$M_{tBC} = \frac{M_b + M_c}{2} + M_{0BC} = \frac{-5,86 - 1,21}{2} + 6,03 = 2,50 \text{ kN.m}$$

◆ **Calcul des efforts tranchants :**

$$\text{Travée AB : } \begin{cases} T_w = \frac{M_a - M_b}{l} + Q_u \frac{l}{2} = \frac{-1,39 + 5,86}{2,9} + \left(6,62 \times \frac{2,9}{2} \right) = 9,45 \text{ kN} \\ T_e = \frac{M_a - M_b}{l} - Q_u \frac{l}{2} = \frac{-1,39 + 5,86}{2,9} - \left(6,62 \times \frac{2,9}{2} \right) = -9,75 \text{ kN} \end{cases}$$

$$\text{Travée BC : } \begin{cases} T_w = \frac{-5,86 + 1,21}{2,7} + \left(6,62 \times \frac{2,7}{2} \right) = 8,76 \text{ kN} \\ T_e = \frac{-5,86 + 1,21}{2,7} - \left(6,62 \times \frac{2,7}{2} \right) = -9,12 \text{ kN} \end{cases}$$

❖ **Tableau récapitulatif des résultats obtenus :**

Pour le plancher terrasse, les mêmes étapes de calcul définies précédemment sont à suivre pour les autres types de poutrelles (E.L.U+E.L.S):

Type	travé	L(m)	E.L.U	E.L.S
------	-------	------	-------	-------

de poutre lle	e)	M ₀	Mt	Mw	Me	Tw	Te	M ₀	Mt	Mw	Me
01	A-B	2,90	6,95	3,3	1,39	5,86	11,14	8,06	5,08	2,43	1,02	4,28
	B-C	2,70	6,03	2,50	5,86	1,21	7,21	10,66	4,40	1,82	4,28	0,88
02	A-B	4,2	14,60	7,97	2,92	10,33	15,67	12,14	10,65	5,82	2,13	7,54
	B-C	2,9	6,96	1,10	10,33	1,39	6,52	12,68	5,08	0,80	7,54	1,02
03	A-B	2,70	6,03	3,61	1,21	3,64	9,84	8,04	4,40	2,64	0,88	2,65
	B-C	2,00	3,31	0,59	3,64	4,15	6,88	6,37	2,42	0,42	2,65	3,03
	C-D	3,10	5,95	1,8	4,15	4,15	10,26	10,26	5,80	2,77	3,03	3,03
	D-E	2,00	3,31	-0,58	4,15	3,64	6,37	6,88	2,42	0,42	3,03	2,65
	E-F	2,70	6,03	3,61	3,64	1,21	8,04	9,84	4,40	2,64	2,65	0,88
04	A-B	2,7	6,03	3,24	1,21	4,39	10,11	7,76	4,40	2,36	0,88	3,20
	B-C	2,00	3,31	0,79	4,39	0,66	4,76	8,48	2,42	0,57	3,20	0,48

Les sollicitations maximales de calcul sont:

$$\left\{ \begin{array}{l} M_{\text{travée}_{\max}} = 7,94 \text{ KN.m} \\ E.L.U \quad M_{\text{appui}_{\max}} = 10,33 \text{ KN.m} \\ T_{\max} = 15,67 \text{ KN} \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} M_{\text{travée}_{\max}} = 5,82 \text{ KN.m} \\ E.L.S \quad M_{\text{appui}_{\max}} = 7,54 \text{ KN.m} \end{array} \right.$$

Calcul du ferrailage de l'étage courant :

➤ Ferrailage en travée :

$$M_{t \text{ Max}} = 7,94 \text{ KN.m}$$

M_{tab} : Le moment fléchissant équilibré par la table de compression.

Si $M_{\text{tab}} < M^{\text{max}}$: la zone comprimée se trouve dans la nervure et la section des calculs sera une section en "Té".

Si $M_{\text{tab}} > M^{\text{max}}$: la zone comprimée se trouve dans la table de compression et la section en "Té" sera calculée comme une section rectangulaire de dimension $(b \times h)$.

◆ **Vérification de l'étendue de la zone comprimée**

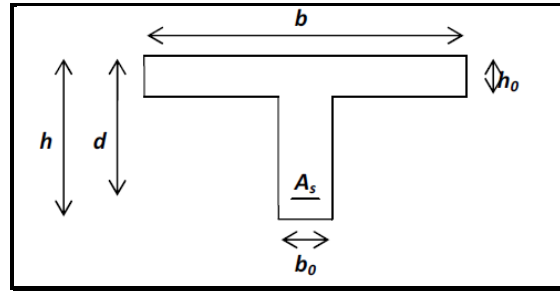


Figure IV.1 : Dimensions des poutrelles

$$M_{\text{tab}} = \sigma_{\text{bc}} \cdot b \cdot h_0 \left(d - \frac{h_0}{2} \right)$$

$$\sigma_{\text{bc}} = 14,20 \text{ MPa.} \quad ; \quad b = 65 \text{ cm} \quad ; \quad h_0 = 4 \text{ cm} \quad ; \quad d = 0,9h = 18 \text{ cm}$$

$$M_{\text{tab}} = 14,20 \times 65 \times 4 \times \left(18 - \frac{4}{2} \right) = 58,93 \text{ KN.m}$$

$$M_{\text{tab}} = 58,93 \text{ KN.m} > M_t^{\text{max}} = 7,94 \text{ KN.m.}$$

Donc, la zone de compression se trouve dans la table de compression et la section de calcul sera une section rectangulaire de dimension : $(b \times h) = (65 \times 20) \text{ cm}^2$

◆ **Vérification de l'existence des armatures comprimées (A') :**

$$\text{feE400} \Rightarrow \begin{cases} \mu_1 = 0.391 \\ \alpha_1 = 0.668 \\ \xi_{\text{es}} = 1.739 \end{cases}$$

$$\mu = \frac{M_t^{\text{max}}}{b \cdot d^2 \cdot \sigma_{\text{bc}}} = \frac{7,94 \times 10^3}{65 \times (18)^2 \times 14,20} = 0,026 < \mu_1 = 0.392 \text{ (acier FeE400)}$$

Donc (A') n'existe pas.

$$\alpha = 1,25(1 - \sqrt{1 - 2\mu}) \Rightarrow \alpha = 0,033$$

$$\beta = 1 - 0,4\alpha = 0,9865$$

$$\mu = 0,033 < 0,186 \Rightarrow \text{pivot.A: } \xi_s = 10\%$$

$$\sigma_s = \frac{f_e}{\gamma_s} = \frac{400}{1,15} = 348 \text{ MPa}$$

$$A_s = \frac{Ma}{\beta \times d \times \sigma_s} = \frac{7,94 \times 10^3}{0,9865 \times 18 \times 348} = 1,28 \text{ cm}^2$$

❖ **Condition de non fragilité :(art A.4.2.1) :**

$$A_{\min} \geq \max \left\{ \frac{b \cdot h}{1000}; 0,23b \cdot d \frac{f_{t28}}{f_e} \right\} \Rightarrow A_{\min} \geq \max \{ 1,41 ; 1,569 \} \Rightarrow A_{\min} = 1,57 \text{ cm}^2$$

$$\Rightarrow A_{\text{adobitif}} = \max \{ A_{\min}; A_{\text{cal}} \} = 1,57 \text{ cm}^2$$

le choix 3T12 $\rightarrow 3,39 \text{ cm}^2$

➤ **Ferrailage en appui :**

$$Ma_{\max} = 10,33 \text{ KN.m}$$

$$\mu = \frac{Ma}{b \times d^2 \times f_{bc}} = \frac{10,33 \times 10^{-3}}{0,65 \times (0,18)^2 \times 14,17}$$

$$\mu = 0,034$$

$$f_e E400 \Rightarrow \begin{cases} \mu_1 = 0,391 \\ \alpha_1 = 0,668 \\ \xi_{es} = 1,739 \end{cases}$$

$$\mu = 0,034 < \mu_1 = 0,391 \Rightarrow A'_s = 0$$

$$\alpha = 1,25(1 - \sqrt{1 - 2\mu}) \Rightarrow \alpha = 0,044$$

$$\beta = 1 - 0,4\alpha = 0,9823$$

$$\mu = 0,034 < 0,186 \Rightarrow \text{pivot.A: } \xi_s = 10\%$$

$$\sigma_s = \frac{f_e}{\gamma_s} = \frac{400}{1,15} = 348 \text{ MPa}$$

$$A_s = \frac{Ma}{\beta \times d \times \sigma_s} = \frac{10,33 \times 10^3}{0,9823 \times 18 \times 348} = 1,67 \text{ cm}^2$$

◆ **Condition de non fragilité :(art A.4.2.1)**

$$A_{\min} \geq \max \left\{ \frac{b \cdot h}{1000}; 0,23b \cdot d \frac{f_{t28}}{f_e} \right\} \Rightarrow A_{\min} \geq \max \{ 1,3; 1,57 \} \Rightarrow A_{\min} = 1,57 \text{ cm}^2$$

$$\Rightarrow A_{\text{adobitif}} = \max \{ A_{\min}; A_{\text{cal}} \} = 1,67 \text{ cm}^2$$

le choix 2T12 $\rightarrow 2,26 \text{ cm}^2$

Vérifications :

- **L'influence de l'effort tranchant :** (d'après BAEL91 (art A.5.1 ,211)) :

$$\bar{\tau}_u = \min\left(0,2 \frac{f_{c28}}{\gamma_b}; 5\text{MPa}\right) = \min(3,33; 5\text{MPa}) \Rightarrow \bar{\tau}_u = 3,33\text{MPa}.$$

Fissuration peu nuisible (BAEL (A.5.1, 211)).

$$\tau_u = \frac{T_{u \max}}{b_0 \cdot d} = \frac{15,67 \times 10^{-3}}{0,12 \times 0,18} = 0,72 \text{ MPa}$$

$$\tau_u \leq \bar{\tau}_u \Rightarrow \tau_u = 0,72 \text{ MPa} < \bar{\tau}_u = 3,33\text{MPa} \dots \dots \dots [\text{CV}]$$

Lediamètre des armatures transversales(les cadres) : (article A.7.2, 2 du BAEL91):

Φ_L :Le diamètre minimal des armatures tendues du premier lit maintenues par les cadres.

$$\Phi_t \leq \min \left\{ \frac{h}{35}; \frac{b_0}{10}; \Phi_L \right\}$$

$$\Phi_t \leq \min \left\{ \frac{200}{35}; \frac{120}{10}; 10 \right\} = 5,71 \approx 8\text{mm}.$$

on adopte: $\Phi_t = 8\text{mm} \Rightarrow A_t = 1 \text{ } \emptyset 8 = 0,50 \text{ cm}^2$.

Espacement : (d'après BAEL91 (A.5.1, 22))

L'espacement minimal des cadres est donné par la formule suivante :

$$St \leq \min (0,9d ; 40\text{cm})$$

$$St \leq \min (16,2 ; 40\text{cm}) \Rightarrow St \leq 16,20\text{cm}$$

On adopte : $S_t = 20 \text{ cm}$

Section des armatures :**La section des armatures transversales :**

$$\rho_t = \frac{A_t}{b_0 \cdot st} \geq \frac{\tau_u (h/2) - 0,3 \times k \times f_{tj28}}{0,9(\sin \alpha + \cos \alpha) \times \sigma_s} \quad K = 1, \text{ en flexion simple.}$$

$$A_t \geq \left(\frac{\tau_u (h/2) - 0,3 \times k \times f_{tj28}}{0,9 \cdot \sigma_s} \right) \cdot b_0 \cdot st$$

$$\alpha = 90^\circ \Rightarrow \sin \alpha + \cos \alpha = 1$$

$$f_e = 235 \text{ Mpa} ; \delta_s = 1,15$$

$$\text{D'où: } \tau_u (h/2) = \frac{T_u (h/2)}{b_0 \cdot d}$$

On calcul la valeur de l'effort tranchant $T_u (h/2)$ par la méthode des triangles semblables

$$\frac{T_{\max}}{X} = \frac{T_u(h/2)}{X - (h/2)} \Rightarrow T_u(h/2) = \frac{T_{\max} \cdot [X - (h/2)]}{X}$$

• On calcul la distance "X":

$$X = \frac{L}{2} + \frac{M_w - M_e}{q \cdot L}$$

$$X = 4,2/2 + (2,92 - 10,33)/4,2 \times 6,62 = 1,83 \text{ m}$$

$$h/2 = 0,20/2 = 0,10 \text{ m}$$

$$X - (h/2) = 1,83 - 0,10 = 1,73 \text{ m}$$

$$\text{Donc: } T_u(h/2) = 15,67 \cdot 1,73/1,89 = 14,34 \text{ KN}$$

$$\mathbf{T_u(h/2) = 14,34 \text{ KN}}$$

$$\text{D'où: } \tau_u(h/2) = (14,34 \cdot 10^{-3}) / (0,12 \cdot 0,18) = 0,66 \text{ MPa}$$

$$\mathbf{\tau_u(h/2) = 0,60 \text{ MPa}}$$

$$A_t \geq \left(\frac{0,66 - 0,3 \times 1 \times 2,1}{0,9 \times 204} \right) \times 0,12 \times 0,20 = +3,92 \times 10^{-6} \approx 0$$

La section exigée par la condition de non fragilité (B.A.E.L 91mod99 DTU page 196)

$$\frac{A_t \cdot f_e}{b_0 \cdot S_t} \geq \max \left\{ \frac{\tau_u(h/2)}{2}; 0,4 \right\} \text{ MPa}$$

$$\frac{A_t \cdot f_e}{b_0 \cdot S_t} \geq \max \{0,33; 0,4\} \text{ MPa}$$

$$\text{D'où: } A_t \geq \frac{0,4 \cdot b_0 \cdot S_t}{f_e} = \frac{0,4 \times 0,12 \times 0,20}{235} = 4,08 \times 10^{-5} \text{ m}^2 = 0,408 \text{ cm}^2$$

Donc on adopte 1Ø10..... $A_t = 0,79 \text{ cm}^2$

Compression de la bille d'about :

La contrainte de compression dans la biellette est:

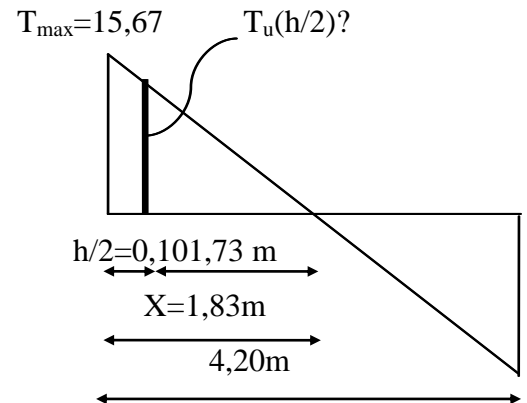
$$\bar{\sigma}_b = \frac{F_b}{S} \quad \text{Avec} \quad \begin{cases} F_b = T \sqrt{2} \\ S = \frac{ab_0}{\sqrt{2}} \end{cases}$$

$$\text{D'où } \bar{\sigma}_b = \frac{2T}{ab_0}$$

a: longueur d'appui de la biellette

On doit avoir $\bar{\sigma}_b < f_{c28}/\gamma_b$

Mais pour tenir compte du faite que l'inclinaison de la biellette est légèrement différente de 45^0 donc on doit vérifiée que :



$$\bar{\sigma}_b \leq 0,8f_{c28}/\gamma_b$$

$$\frac{2T}{a.b_0} \leq \frac{0,8.f_{c28}}{\gamma_b} \Rightarrow a \geq \frac{2T \gamma_b}{0,8.b_0.f_{c28}}$$

$$\Rightarrow a \geq \frac{2 \times 15,67 \times 1,5}{0,8 \times 12 \times 25 \times 10} = 0,019m = 1,9cm .$$

$$a = \min(a' ; 0,9 d)$$

$$a = \min(26cm; 17,01cm) = 17,01 cm > 1,9 cm \dots\dots\dots \text{condition vérifiée.}$$

✓ Vérification à L' E .L .S :

Au niveau des travées :

Lorsque la fissuration est peu préjudiciable, il n'est pas nécessaire de vérifier la contrainte maximale dans l'acier tendu σ_{st} .

$$\left. \begin{array}{l} \text{section rectangulaire} \\ \text{Acier FeE 400} \\ \text{Section rectangulaire} \end{array} \right\} \Rightarrow \text{si } \alpha \leq \left(\frac{\gamma-1}{2} \right) + \frac{f_{c28}}{100} \Rightarrow \sigma_{bc} \leq \bar{\sigma}_{bc} = 0,6 \times f_{c28} = 15MPa$$

- Vérification des compressions dans le béton :

- Si la condition ci-dessous est vérifiée la vérification des contraintes de compression dans le béton est inutile (sur appuis et en travées)

$$\alpha \leq \left(\frac{\gamma-1}{2} \right) + \frac{f_{c28}}{100} \quad ; \gamma = \frac{M_u}{M_{ser}}$$

	M_u (KN.m)	M_{ser} (KN.m)	γ	$\alpha \leq \left(\frac{\gamma-1}{2} \right) + \frac{f_{c28}}{100}$	α	Observation
Appui	10,33	7,54	1,37	0,435	0,044	C.V
Travée	7,94	5,82	1,36	0,43	0,033	C.V

Tableau.III.8. Vérification des compressions

$$\sigma_{bc} \leq \bar{\sigma}_{bc} \Rightarrow \text{Les armatures calculées à L'ELU selon maintenues}$$

Influence de l'effort tranchant au voisinage des appuis BAEL91 (A.5.1, 31)

Sur un appui de rive ou intermédiaire on vérifier que l'on a :

$$V_u \leq \bar{V}_u$$

$$V_u \leq 0,267.a.b_0.f_{c28}$$

$$V_u = 15,67 \text{ KN}$$

La profondeur de l'appui doit vérifier l'inégalité suivante :

$$\frac{0.75 \times V_u}{b_0 \cdot f_{c28}} \leq a \leq d$$

Lorsque « a » n'est pas donnée on utilise la formule suivant :

$a = la - 2 \text{ cm}$ tel que : $la = ls$ - Type de crochet

la: Longueur d'ancrage.

ls: Longueur de scellement droit (donnée à partir du BAEL91)

On choisit par exemple un crochet de 90°

Donc : $la = ls - 24,69\Phi$ tel que : $ls = 35\Phi$ ($F_{c28} = 25 \text{ MPa}$; FeE400)

$la = 10,31 \Phi = 10,31 \times 1,0 = 10,31 \text{ cm}$

Alors : $a = 8.31 \text{ cm}$

$$\bar{V}_u = 0,267 \cdot a \cdot b_0 \cdot f_{c28} = 0,267 \times 0,831 \times 1,2 \times 25 = 66,56 \text{ KN}$$

$$V_u \leq \bar{V}_u \Rightarrow 13,68 \leq 66,56 \dots \dots \dots [CV]$$

Vérification des armatures longitudinales :

Au droit d'un appui simple, la section A des armatures longitudinales inférieures doit être telle que l'on ait :

$$A_s \geq \frac{V_u}{f_e / \gamma_s}$$

$$A_s = 3,39 \text{ cm}^2$$

$$A_s \geq \frac{1,15 \times 15,67 \times 10^{-3}}{400} = 5,50 \times 10^{-5} \text{ m}^2 = 0,550 \text{ cm}^2$$

$$A_s = 3,39 \text{ cm}^2 \geq 0,550 \text{ cm}^2 \dots \dots \dots [CV]$$

Vérification de la contrainte d'adhérence limite :

Il faut vérifier que : $\tau_s \leq \bar{\tau}_s$

$$\tau_s = \frac{V_u}{0,9 \times \sum \mu} ; (\sum \mu : \text{étant la somme des périmètres utiles des barres})$$

$\bar{\tau}_s = 0,6 \times \psi_s^2 \times f_{tj}$; Pour les armatures à H.A $\rightarrow = 1,5 \psi$ d'après le tableau :

$$f_{t28} = 2,1 \text{ MPa}; \bar{\tau}_s = 0,6 \times 1,5^2 \times 2,1 = 2,83 \text{ MPa}$$

$$\sum \mu = 3 \times 2 \times \pi \times R = 3 \times 2 \times 3,14 \times 0,6 = 11,30 \text{ cm}$$

$$\tau_s = \frac{15,67 \times 10^{-3}}{0,9 \times 0,23 \times 0,1130} = 0,66 \text{ MPa}$$

$$\text{Donc: } \tau_s = 0,66 \text{ MPa} < \bar{\tau}_s = 2,83 \text{ MPa} \dots \dots \dots [CV]$$

Vérification de la liaison hourdis nervure :

$$\tau_u = \frac{Vu(b - b_0)}{(1,8 \times b \times d \times fe)} = \frac{15,6 \times 10^{-3} (0,65 - 0,12)}{(1,8 \times 0,65 \times 0,18 \times 400 \times 10^{-3})} = 0,098 \text{ MPa}$$

$$\tau_u = 0,098 \leq \bar{\tau}_u = 3,33 \text{ MPa} \dots \dots \dots [CV]$$

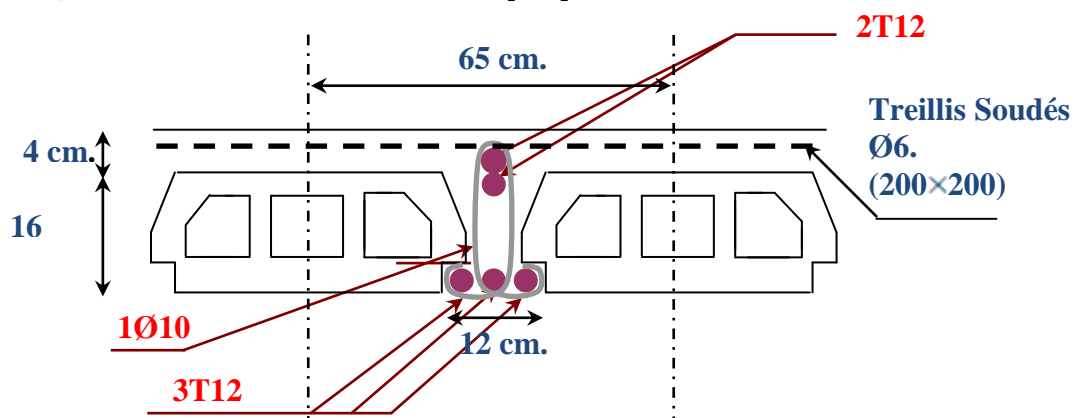


Figure IV.18 : ferrailage de poutrelle

-Vérification de la flèche :

Il faut que les conditions suivantes soient vérifiées:

$$\left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{h_t}{L} \geq \frac{1}{22,5} \right) \Rightarrow (0,047 > 0,0444) \dots \dots \dots \text{condition vérifiée.} \\ \left(\frac{h_t}{L} \geq \frac{M_{T_{ser}}}{10 \cdot M_{a_{ser}}} \right) \Rightarrow \left(0,047 < \frac{5,82}{15,7,54} = 0,051 \right) \dots \text{condition non vérifiée} \\ \left(\frac{A_s}{b_0 \cdot d} \leq \frac{4,2}{f_c} \right) \Rightarrow \left(\frac{3,39}{12,18} = 0,015 > \frac{4,2}{400} = 0,0105 \right) \dots \dots \text{condition non vérifiée} \end{array} \right.$$

La 2^{ème} et 3^{ème} condition n'est pas vérifiées; on procédera donc au calcul de la flèche.

On va calculer:

$$F_i = \frac{M_i \cdot L^2}{10 E_i \cdot I_{f_i}} \quad ; \quad F_v = \frac{M_v \cdot L^2}{10 E_v \cdot I_{f_v}}$$

F_i: flèche due aux charges de faible durée d'application.

F_v: flèche due aux charges de longue durée d'application

Avec: $E_i = 11000 (f_{c28})^{1/3} = 32164,2 \text{ MPa}$

$E_v = 3700 (f_{c28})^{1/3} = 10818,86 \text{ MPa}$

$$I_{f_i} = \frac{1,1 \cdot I_0}{1 + \lambda_i \cdot \mu_i} \quad ; \quad I_{f_v} = \frac{1,1 \cdot I_0}{1 + \lambda_v \cdot \mu_g} \quad I_0 : \text{moment d'inertie de la section totale rendue homogène à l'axe passant par son C.D.G}$$

l'axe passant par son C.D.G

I_{f_i} : moment d'inertie fictif pour les déformations instantanées

I_{f_v} : moment d'inertie fictif pour les déformations de longue durée

◆ **Détermination du centre de gravité :**

$$y_G = \frac{\sum A_i \cdot y_i}{\sum A_i} = \frac{(b \cdot h_0) \cdot (h_0/2 + h - h_0) + [(h - h_0)b_0 \cdot (h - h_0)/2] + \eta \cdot A_s \cdot c}{(b \cdot h_0) + (h - h_0)b_0 + \eta \cdot A_s}$$

$$y_G = \frac{(65 \cdot 4)(2 + 20 - 4) + [(20 - 4) \cdot 12 \cdot (20 - 4)/2] + 15 \cdot 3,39 \cdot 3}{(65 \cdot 4) + (20 - 4) \cdot 12 + 15 \cdot 3,39}$$

$$y_G = 12,66 \text{ cm}$$

◆ **Détermination du moment d'inertie:**

$$I_g = \frac{b y_G^3}{3} - \frac{(b - b_0)(y_G - h_0)^3}{3} + \frac{b_0 (h_t - y_G)^3}{3} + 15 A_s (d - y_G)^2$$

$$I_g = \frac{65 \cdot (12,66)^3}{3} - \frac{(65 - 12) \cdot (12,66 - 4)^3}{3} + \frac{12 \cdot (20 - 12,66)^3}{3} + 15 \cdot 3,39 \cdot (18 - 12,66)^2$$

$$I_g = 35521,57 \text{ cm}^4$$

◆ **Charges prises en comptes :**

1-Charge avant mise de revêtement : $j = 2,80 \times 0,65 = 1,82 \text{ KN/m}$.

2-Charge après mise de revêtement : $G = 5,09 \times 0,65 = 3,30 \text{ KN/m}$.

3-Charge total à l'E.L.S : $P = (G+Q)$: $P = (5,09+1) \times 0,65 = 3,95 \text{ KN/m}$.

◆ **Calcul des moments correspondants :**

$$M_j = 0,85 \cdot j \cdot L^2/8 = 0,85 \cdot 1,82 \cdot (4,20)^2/8 = 3,41 \text{ KN.m}$$

$$M_G = 0,85 \cdot G \cdot L^2/8 = 0,85 \cdot 3,30 \cdot (4,20)^2/8 = 6,18 \text{ KN.m}$$

$$M_p = 0,85 \cdot P \cdot L^2/8 = 0,85 \cdot 3,95 \cdot (4,20)^2/8 = 7,40 \text{ KN.m}$$

◆ **calcul des contraintes:**

$$\sigma_{sj} = \frac{M_j}{A_s \cdot Z} = \frac{3,41 \times 10^3}{3,39 \times 0,9 \times 18} = 62,09 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{sg} = \frac{M_G}{A_s \cdot Z} = \frac{6,18 \times 10^3}{3,39 \times 0,9 \times 18} = 112,53 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{sp} = \frac{M_p}{A_s \cdot Z} = \frac{7,40 \times 10^3}{3,39 \times 0,9 \times 18} = 134,74 \text{ MPa}$$

◆ **Calcul des coefficients:**

$$f = \frac{A_s}{b_0 \cdot d} = \frac{3,39}{12 \times 18} = 0,015$$

$$f; \lambda_i; \lambda_v \lambda_i = \frac{0,05 f_{t28}}{(2 + 3b_0/b)f} = \frac{0,05 \times 2,1}{(2 + 3 \times 12/65)0,015} = 2,74.$$

$$\lambda_v = (2/5) \lambda_i = (2/5)2,74 = 1,096$$

◆ **Calcul des coefficients (μ_i) :**

$$\mu_i = 1 - \frac{1,75 \cdot f_{t28}}{(4 \cdot f \cdot \sigma_{si}) + f_{t28}}$$

$$* \mu_j = 1 - [(1,75 \times 2,1)/(4 \times 0,015 \times 62,09) + 2,1] = 0,36.$$

$$* \mu_G = 1 - [(1,75 \times 2,1)/(4 \times 0,015 \times 112,53) + 2,1] = 0,58 .$$

$$* \mu_P = 1 - [(1,75 \times 2,1)/(4 \times 0,015 \times 134,74) + 2,1] = 0,63.$$

◆ **Calcul des moments d'inertie après fissuration :**

$$I_{Fi} = \frac{1,1 \cdot I_0}{(1 + \lambda_i \cdot \mu_i)} : I_0 = I_G = 35521,57 \text{ cm}^4.$$

$$I_{Fj} = \frac{1,1 \times 35521,57}{(1 + 2,74 \times 0,36)} = 19670,62 \text{ cm}^4.$$

$$I_{FG} = \frac{1,1 \times 35521,57}{(1 + 2,74 \times 0,58)} = 15091,04 \text{ cm}^4.$$

$$I_{FP} = \frac{1,1 \times 35521,57}{(1 + 2,74 \times 0,63)} = 14332,67 \text{ cm}^4.$$

$$I_{Fv} = \frac{1,1 \times 35521,57}{(1 + 1,096 \times 0,36)} = 28018,67 \text{ cm}^4.$$

◆ **Calcul des valeurs de la flèche correspondantes**

$$F_i = \frac{M_i L^2}{10 E_i \cdot I_{Fi}}$$

$$.F_{ij} = \frac{3,41 \times (4,20)^2 \times 10^7}{(10 \times 32164,2 \times 19670,62)} = 0,095 \text{ cm}.$$

$$F_{ig} = \frac{6,18 \times (4,20)^2 \times 10^7}{(10 \times 32164,2 \times 15091,04)} = 0,22 \text{ cm}.$$

$$F_{ip} = \frac{7,40 \times (4,20)^2 \times 10^7}{(10 \times 32164,2 \times 14332,67)} = 0,28 \text{ cm}.$$

$$F_{vg} = \frac{6,18 \times (4,20)^2 \times 10^7}{(10 \times 10818,86 \times 28018,67)} = 0,43 \text{ cm}.$$

$$F_{\text{total}} = F_{vg} - F_{ij} + F_{ip} - F_{ig}.$$

$$F_{\text{total}} = 0,48 - 0,1 + 0,33 - 0,26 = 0,395 \text{ cm}$$

$$F_{\text{total}} = 0,395 \text{ cm}$$

$$F_{\text{adm}} = L/500 = 420/500 = 0,84 \text{ cm.}$$

$$F_{\text{adm}} = 0,84 \text{ cm}$$

$$F_{\text{total}} = 0,395 \text{ cm} < F_{\text{adm}} = 0,84 \text{ cm} \dots\dots\dots \text{condition vérifiée}$$

IV.4 Calcul le ferrailage de la dalle de compression :

La dalle doit avoir une épaisseur minimale de 4 cm, elle est armée d'un quadrillage des barres, les dimensions de la maille ne doivent pas dépasser :

20cm (5.par m) pour les armatures perpendiculaire aux poutrelles.

33cm (3.par m) pour les armatures parallèle aux poutrelles.

❖ section minimale des armatures perpendiculaire aux poutrelles :

$$A_{\perp} \geq 200/fe \quad (\text{cm}^2/\text{ml}) \quad \text{si } l \leq 50\text{cm}$$

$$A_{\perp} \geq 4l/fe \quad (\text{cm}^2/\text{ml}) \quad \text{si } 50\text{cm} \leq l \leq 80\text{cm}$$

Avec l : l'écartement entre axe des nervures

❖ section minimale des armatures parallèles aux poutrelles

$$A_{//} \geq A_{\perp}/2$$

$$L = 0,65 \text{ m}$$

$$Fe = 225 \text{ Mpa}$$

$$50\text{cm} \leq l = 65 \text{ cm} \leq 80 \text{ cm} \rightarrow A_{\perp} \geq 4 \times 65 / 225 = 1,15 \text{ cm}^2/\text{ml}$$

On prend $A_{\perp} = 5 \phi 6 = 1,41 \text{ cm}^2/\text{ml}$

$$A_{//} \geq 1,41/2 = 0,71 \text{ cm}^2/\text{ml} \quad \text{on prend } A_{//} = 3 \phi 6 = 0,85 \text{ cm}^2/\text{m}$$

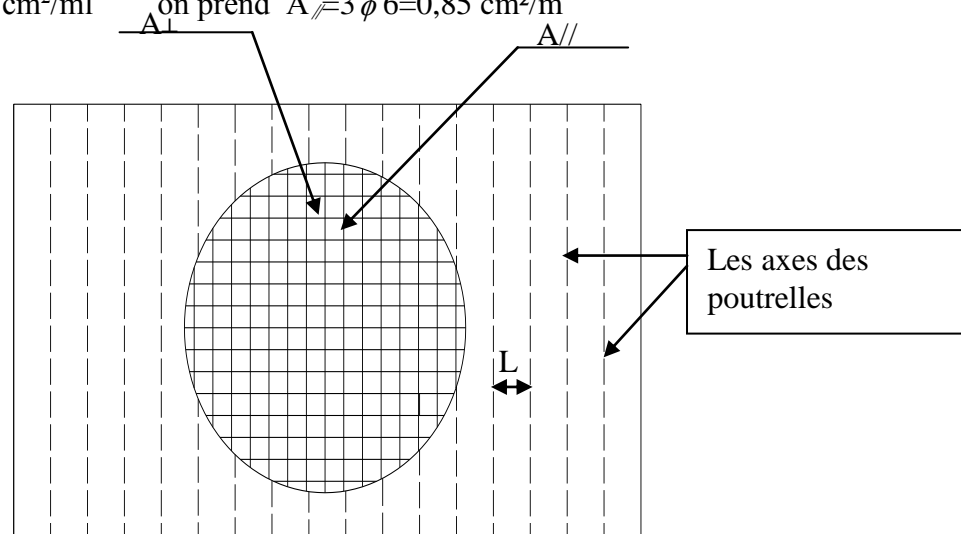


Fig.III.6-Ferrailage de la dalle de compression.

On prend un quadrillage de section TS $\phi 6$ avec un espacement de 15 cm