

### III. CALCUL DES PLANCHERS :

#### III.1-Introduction :

Les planchers sont des aires planes limitant les étages et supportant les revêtements du sol; ils assurent deux fonctions principales:

- **Fonction de résistance :** les planchers supportant leur poids propre et surcharges d'exploitation,
- **Fonction d'isolation:** ils isolent thermiquement et acoustiquement les différents étages,

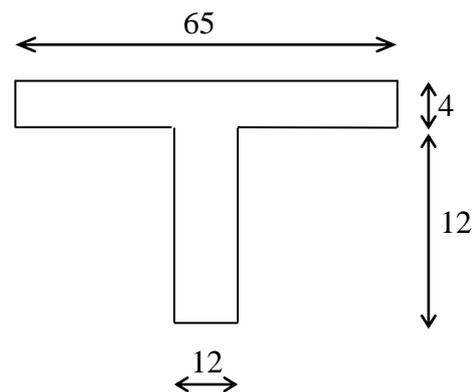
Comme notre projet est à usage de bureaux et d'habitation, on adopte un plancher à corps creux le plancher est constitué par des poutrelles en béton armé sur lesquelles reposent les hourdis en béton.

-les poutrelles sont disposées suivant la petite portée et elles travaillent dans une seule direction.

#### III-2 Etude des poutrelles :

##### III-2.1 Les dimensions :

$$\left\{ \begin{array}{l} h_t = 20\text{cm.} \\ h_0 = 4\text{ cm.} \\ b_0 = 12\text{ cm.} \\ b = 65\text{ cm.} \end{array} \right.$$



**Figure III-1 : Section d'une poutrelle.**

##### III-2.2 Évaluation des charges :

Les charges sur les poutrelles sont évaluées comme suit :

###### \*- Terrasse :

$$\underline{\text{E.L.U}} : (1,35G + 1,5P) \times 0,65 = (1,35 \times 6,60 + 1,5 \times 1) \times 0,65 = 6,77 \text{ KN/ml.}$$

$$\underline{\text{E.L.S}} : (G + P) \times 0,65 = (6,60 + 1) \times 0,65 = 4,94 \text{ K N/ml.}$$

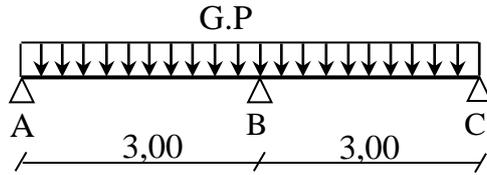
###### \*- Étage courant :

$$\underline{\text{E.L.U}} : (1,35G + 1,5P) \times 0,65 = (1,35 \times 5,09 + 1,5 \times 1,5) \times 0,65 = 5,93 \text{ KN/ml.}$$

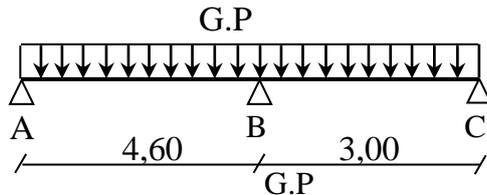
$$\underline{\text{E.L.S}} : (G + P) \times 0,65 = (5,09 + 1,5) \times 0,65 = 4,28 \text{ kN/ml.}$$

**III-2.3 Les types des poutrelles :**

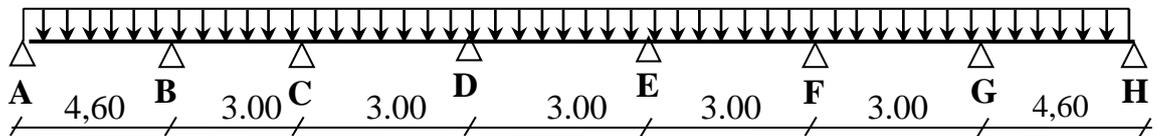
**Type1:**



**Type2:**



**Type 3 :**



**Fig III.2. Schéma statique pour le panneau le plus défavorable**

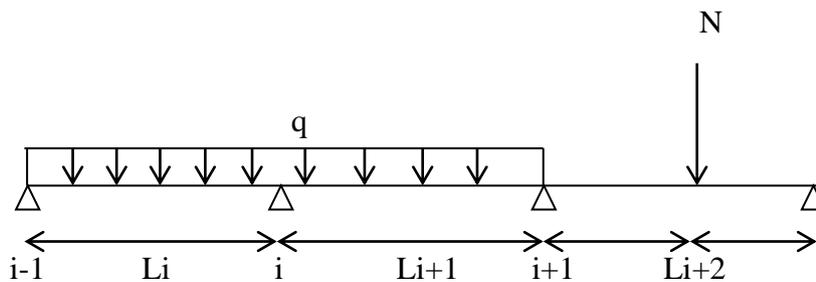
**III-2.4 Détermination des sollicitations :**

**a- Méthode de calcul :** (méthode des trois moments):

**Principe de la méthode:**

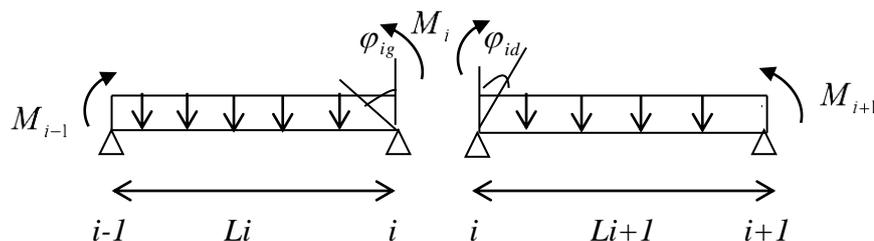
**\* En appui :**

Soit une poutre continue quelconque on considère l'appui (i), ou on cherche le moment d'appui  $M_i$  :



Dans la plus part des calculs les charges est uniformément répartie.

On decompose l'appui (i)



Avec:

$\varphi_{ig}$  : Rotation en (i) à gauche.

$\varphi_{id}$  : Rotation en (i) à droite.

$$\varphi_{ig} = \frac{M_{i-1} \cdot L_i}{6EI} + \frac{M_i \cdot L_i}{3EI} \dots \dots \dots (1).$$

$$\varphi_{id} = \frac{M_i \cdot L_{i+1}}{3EI} + \frac{M_{i+1} \cdot L_{i+1}}{6EI} \dots \dots \dots (2).$$

La somme (1) et (2) nous donne :

$$\frac{M_{i-1} \cdot L_i}{6EI} + \frac{M_i \cdot L_i}{3EI} + \frac{M_i \cdot L_{i+1}}{3EI} + \frac{M_{i+1} \cdot L_{i+1}}{6EI} = \varphi_{id} + \varphi_{ig}.$$

D'où ce résultat est comme suit :

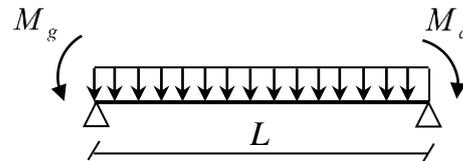
$$M_{i-1} \cdot L_i + 2 M_i (L_{i+1} + L_i) + M_{i+1} \cdot L_{i+1} = -6EI (\varphi_{id} + \varphi_{ig}).$$

**\* En travée :**

$$Ra = \frac{q \cdot L}{2} + \frac{M_g - M_d}{L}.$$

$$T = Ra - q \cdot x.$$

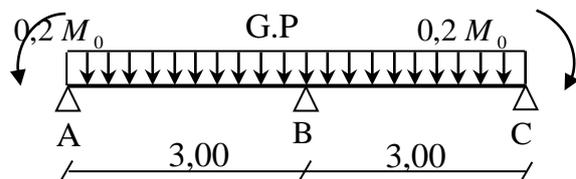
$$M_t^{\max} = Ra \cdot x - \frac{q \cdot x^2}{2} - M_g.$$



**III-2.5 Exemple de calcul :**

**Étage courant :**

Pour l'étage courant, on a le type 1



**1-ELU :**

$$q_u = 5,93 \text{ KN/ml.}$$

$$M_{0_u}^{AB} = q_u \frac{L^2}{8} = 5,93 \times \frac{(3,00)^2}{8} = 6,67 \text{ KN.m.}$$

$$M_{0_u}^{CD} = q_u \frac{L^2}{8} = 5,93 \times \frac{(3,00)^2}{8} = 6,67 \text{ KN.m.}$$

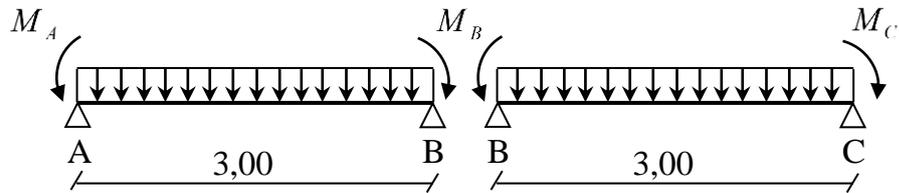
**Calcul des moments au niveau de l'appui :**

**\* En appui A :**

$$M_A = - 0,2. M_{0_u}^{AB} = - 0,2. 6,67 = - 1,33 \text{ KN.m.}$$

$$M_D = - 0,2 M_{0_u}^{CD} = - 0,2. 6,67 = -1,33 \text{ KN.m.}$$

\* **En appui B :**



$$\begin{cases} 3,00M_A + 2(3,00 + 3,00)M_B + 3,00M_C = -q_u \frac{[(3,00)^3 + (3,00)^3]}{4} \\ 12M_B = -72,075 \dots \dots \dots (1) \end{cases}$$

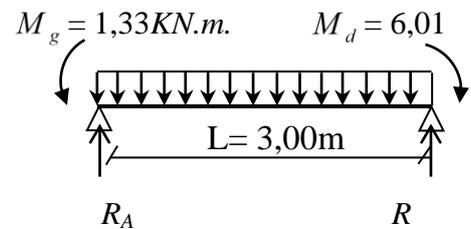
$$M_B = -6,01 \text{ KN.m.}$$

**Les efforts tranchants et les moments en travée:**

**Travée 1 : (A – B)**

$$q_u = 5,93 \text{ KN/ml.}$$

$$R_A = \frac{q \cdot L}{2} + \frac{M_g - M_d}{L}$$



$$R_A = \frac{q_u \cdot L}{2} + \frac{M_A - M_B}{L} = \frac{5,93 \times 3,00}{2} + \frac{1,33 - 7,34}{3,00} = 7,335 \text{ KN.}$$

$$R_{B1} = (5,93 \cdot 3,00) - 7,335 \longrightarrow R_{B1} = 10,455 \text{ KN.}$$

$R_A = 7,335 \text{ KN}$	$R_{B1} = 10,455 \text{ KN}$
--------------------------	------------------------------

$$T = R_A - q \cdot x = 7,335 - 5,93 \cdot x \text{ pour : } \begin{cases} x = 0 \longrightarrow T = 10,455 \text{ KN.} \\ x = 4,60 \longrightarrow T = -7,335 \text{ KN.} \end{cases}$$

$$T = 0 \longrightarrow x = \frac{R_a}{q} = \frac{6,89}{5,93} = 1,24 \text{ m.}$$

$$M_t^{\max} = R_A \cdot x - \frac{q \cdot x^2}{2} - M_g$$

$$M_t^{AB}(1,24) = 7,335 \cdot 1,24 - \frac{5,93 \cdot (1,24)^2}{2} - 1,33 = 3,21 \text{ KN.m}$$

**Travée 2 : (B -C)**

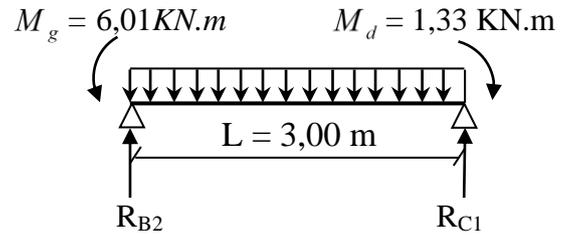
$R_{B2} = 10,455 \text{ KN}$        $R_{C1} = 7,335 \text{ KN}$

$T = 10,455 - 5,93 x.$

$$T \longrightarrow \begin{cases} x = 0 \longrightarrow T = 10,455 \text{ KN.} \\ x = 3 \longrightarrow T = - 7,335 \text{ KN.} \end{cases}$$

$T = 0 \longrightarrow x = R_{B2} / q = 10,455 / 5,93 = 1,76 \text{ m.}$

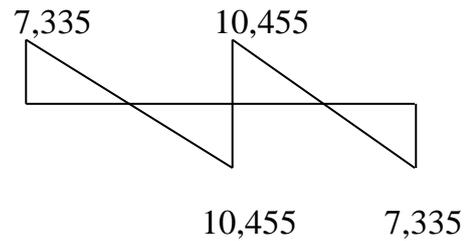
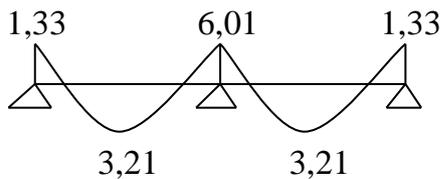
$M_t^{BC}(1,84) = 10,455 \cdot 1,76 - \frac{5,93 \cdot (1,76)^2}{2} - 6,01 = 3,21 \text{ KN.m.}$



**Diagrammes des moments et des efforts tranchants :  
Pour les étages courants :**

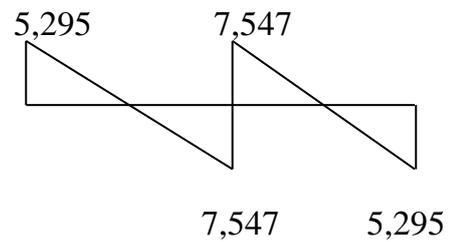
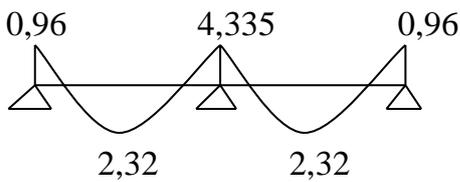
**1- ELU :**                      **Mf (KN.m)**                      et                      **T (KN)**

**Type 1:**



**1- ELS :**                      **Mf (KN.m)**                      et                      **T (KN)**

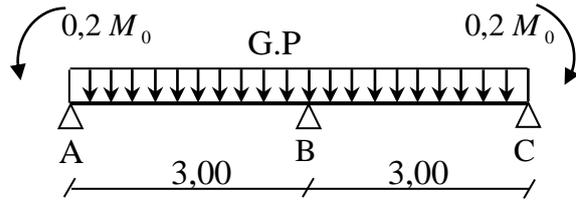
**Type 1:**





**Terrasse :**

Pour la terrasse, on a le type 1



**2-ELU :**

$q_s = 6,77 \text{KN/ml.}$

$$M_{0_u}^{AB} = q_u \frac{L^2}{8} = 6,77 \times \frac{(3,00)^2}{8} = 7,62 \text{KN.m.}$$

$$M_{0_u}^{BC} = q_u \frac{L^2}{8} = 6,77 \times \frac{(3,00)^2}{8} = 7,62 \text{KN.m.}$$

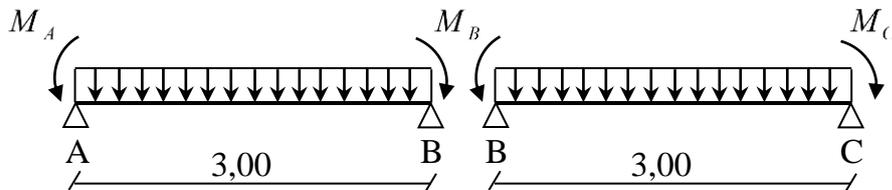
**Calcul des moments au niveau de l'appui :**

**\* En appui A :**

$$M_A = - 0,2. M_{0_u}^{AB} = - 0,2. 7,62 = - 1,52 \text{KN.m.}$$

$$M_C = - 0,2 M_{0_u}^{CD} = - 0,2. 7,62 = -1,52 \text{KN.m.}$$

**\* En appui B :**



$$\begin{cases} 3,00M_A + 2(3,00 + 3,0)M_B + 3,0M_C = -q_u \frac{[(3,00)^3 + (3,0)^3]}{4} \\ 12M_B = -82,275 \dots \dots \dots (1) \end{cases}$$

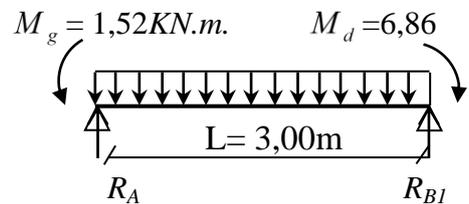
$$M_B = - 6,86 \text{KN.m.}$$

**Les efforts tranchants et les moments en travée:**

**Travée 1 : (A – B)**

$q_u = 6,77 \text{KN/ml.}$

$$R_A = \frac{q \cdot L}{2} + \frac{M_g - M_d}{L}.$$



$$R_A = \frac{q_u \cdot L}{2} + \frac{M_A - M_B}{L} = \frac{6,77 \times 3,00}{2} + \frac{1,52 - 6,86}{4,00} = 8,375 \text{KN.}$$

$$R_{B1} = (6,77 \cdot 3,00) - 8,375 \longrightarrow R_{B1} = 11,935 \text{KN.}$$

$R_A = 8,375 \text{ KN}$	$R_{B1} = 11,935 \text{ KN}$
--------------------------	------------------------------

$$T = R_A - q \cdot x = 8,375 - 6,77 \cdot x \quad \text{pour : } \begin{cases} x = 0 & T = 8,375 \text{ KN.} \\ x = 3,00 & \longrightarrow T = -11,935 \text{ KN.} \end{cases}$$

$$T = 0 \longrightarrow x = \frac{R_a}{q} = \frac{8,375}{6,77} = 1,24 \text{ m.}$$

$$M_t^{\max} = R_A \cdot x - \frac{q \cdot x^2}{2} - M_g$$

$$M_t^{AB}(1,24) = 8,375 \cdot 1,24 - \frac{6,77 \cdot (1,24)^2}{2} - 1,52 = 3,66 \text{ KN.m}$$

**Travée 2 : (B -C)**

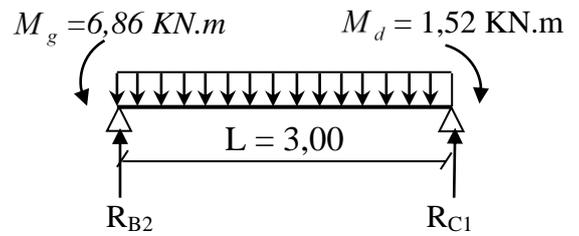
$$R_{B2} = 11,935 \text{ KN} \quad R_{C1} = 8,375 \text{ KN}$$

$$T = 11,935 - 6,77 x.$$

$$T \longrightarrow \begin{cases} x = 0 & \longrightarrow T = 11,935 \text{ KN.} \\ x = 3 & \longrightarrow T = -8,375 \text{ KN.} \end{cases}$$

$$T = 0 \longrightarrow x = R_{B2} / q = 11,935 / 6,77 = 1,76 \text{ m.}$$

$$M_t^{BC}(1,76) = 11,935 \cdot 1,76 - \frac{6,77 \cdot (1,76)^2}{2} - 6,86 = 3,66 \text{ KN.m.}$$



**Diagrammes des moments et des efforts tranchants :**

**Pour la terrasse:**

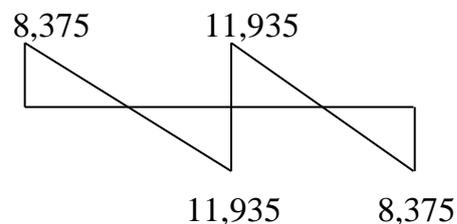
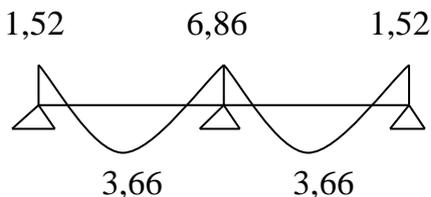
**1- ELU :**

**Mf (KN.m)**

et

**T (KN)**

**Type 1:**



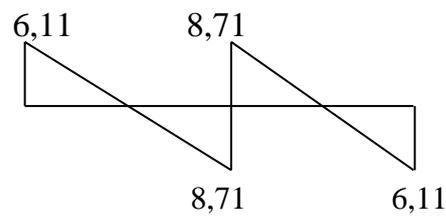
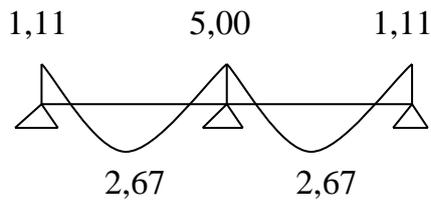
**1- ELS :**

**Mf (KN.m)**

et

**T (KN)**

**Type 1:**



**Tableau récapitulatif des résultats obtenus :**

Pour le plancher terrasse les mêmes étapes de calcul définies précédemment sont à suivre pour les autres types de poutrelles (E.L.U+E.L.S):

Type de Poutrelle	travée	L(m)	E.L.U						E.L.S			
			M <sub>0</sub>	Mt	Mw	Me	Tw	Te	M <sub>0</sub>	Mt	Mw	Me
01	A-B	3,00	7,62	3,66	1,52	6,86	8,375	11,935	5,56	2,67	1,11	5,00
	B-C	3,00	7,62	3,66	6,86	1,52	11,935	8,375	5,56	2,67	5,00	1,11
02	A-B	4,60	17,91	10,16	3,58	12,46	13,64	17,50	13,07	7,42	2,61	9,09
	B-C	3,00	7,62	1,61	12,46	1,52	13,80	6,51	5,56	1,17	9,09	1,11
02	A-B	4,60	17,91	10,31	3,58	12,13	13,71	17,43	13,07	7,52	2,61	8,85
	B-C	3,00	7,62	0,59	12,13	3,22	13,125	7,185	5,56	0,43	8,85	2,35
	C-D	3,00	7,62	3,32	3,22	5,45	9,41	10,90	5,56	2,42	2,35	3,98
	D-E	3,00	7,62	2,17	5,45	5,45	10,155	10,155	5,56	1,58	3,98	3,98
	E-F	3,00	7,62	3,32	5,45	3,22	10,90	9,41	5,56	2,42	3,98	2,35
	F-G	3,00	7,62	0,59	3,22	12,13	7,185	13,125	5,56	0,43	2,35	8,85
	G-H	4,60	17,91	10,31	12,13	3,58	17,43	13,71	13,07	7,52	8,85	2,61

Les sollicitations maximales de calcul sont:

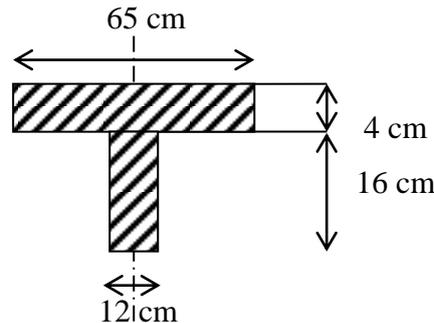
$$\text{E.L.U} \left\{ \begin{array}{l} M_{\text{travée max}} = 10,31 \text{ KN.m} \\ M_{\text{appui max}} = 12,46 \text{ KN.m} \\ T_{\text{max}} = 17,50 \text{ KN} \end{array} \right. \quad \text{E.L.S} \left\{ \begin{array}{l} M_{\text{travée max}} = 7,52 \text{ KN.m} \\ M_{\text{appui max}} = 9,09 \text{ KN.m} \end{array} \right.$$

**II.3-Calcul du ferrailage des poutrelles :(à l'ELU) :**

Les moments maximaux en travée tendent à comprimer les fibres supérieures et à tendre les fibres inférieures et par conséquent les armatures longitudinales seront disposées en bas pour reprendre l'effort de traction puisque le béton résiste mal à la traction.

Pour le calcul du ferrailage des poutrelles on prend le cas le plus défavorable.

Les poutrelles sont des sections en "T" dont les dimensions sont données comme suit:

**Données :**

- Largeur de la poutrelle  $b = 65$  cm.
- Largeur de la  $b_0 = 12$  cm.
- Hauteur de la section  $h_t = 20$  cm.
- Hauteur de la section  $h_0 = 4$  cm.
- Hauteur utile des aciers tendus  $d = 0,9h = 18$  cm

Et on a :

- contrainte des aciers utilisés  $f_e = 400$  Mpa
- contrainte du béton à 28 jours  $f_{c28} = 25$  Mpa
- Contrainte limite de traction du béton  $f_{t28} = 2,1$  Mpa.
- Fissuration peu préjudiciable

**III.3.1-Plancher étage courant:**

Pour le calcul de ferrailage on prend les sollicitations maximales suivantes:

$$E.L.U \left\{ \begin{array}{l} M_{travée_{max}} = 9,03 \text{ KN.m} \\ M_{appui_{max}} = 10,91 \text{ KN.m} \\ T_{max} = 15,33 \text{ KN} \end{array} \right.$$

**II.3.1.1-Calcul des armatures longitudinales à (l'E.L.U):****❖ En travée :**

Dans l'étude d'une section en T, il est nécessaire de savoir si la partie comprimée intéresse la table de compression ou si elle intéresse également la nervure

On calcule le moment équilibre par la table

$$M_t = b h_0 f_{bc} (d - h_0/2) = 65 \times 4 \times 14,17 (18 - 4/2) \times 10^{-3} = 58,95 \text{ KN.m}$$

$$M_{tmax} = 9,03 \text{ KN.m} < 58,95 \text{ KN.m}$$

Donc l'axe neutre tombe dans la table de compression, la section en T sera calculée en flexion simple comme une section rectangulaire de dimension (b x ht) = (65 x 20) cm<sup>2</sup> soumise à

$$M_{tmax} = 9,03 \text{ KN.m}$$

$$\mu = \frac{M_t}{f_{bc} \cdot d^2 \cdot b} = \frac{9,03 \cdot 10^3}{14,17 \cdot (18)^2 \cdot 65} = 0,030 < 0,392 \rightarrow A'_s = 0$$

$$\mu = 0,030 \xrightarrow{\text{Tableau}} \beta = 0,0309$$

$$\sigma_s = \frac{f_e}{\delta_s} = \frac{400}{1,15} = 348 \text{ MPa}$$

$$A_s = \beta \cdot b \cdot d \cdot \frac{f_{bc}}{\sigma_{su}} = 0,0309 \cdot 65 \cdot 18 \cdot \frac{14,17}{348} = 1,47 \text{ cm}^2$$

**Condition de non fragilité:**

$$A_{min} \geq 0,23 \cdot b \cdot d \cdot \frac{f_{t28}}{f_e} = 0,23 \cdot 65 \cdot 18 \cdot \frac{2,1}{400} = 1,41 \text{ cm}^2$$

Donc:  $A_{s\text{cal}} = 1,47 \text{ cm}^2 > A_{min} = 1,41 \text{ cm}^2$  .....condition vérifiée.

**Le choix: 3T10 = 2.35 cm<sup>2</sup>.**

**❖ sur appuis intermédiaire:**

la section de calcul est une section rectangulaire de dimension (b<sub>0</sub> x h)=(12x20)cm<sup>2</sup>

$$\mu = \frac{M_a}{f_{bc} \cdot d^2 \cdot b_0} = \frac{10,91 \cdot 10^3}{14,17 \cdot 18^2 \cdot 12} = 0,198 < 0,392 \rightarrow A'_s = 0$$

$$\mu = 0,198 \rightarrow \beta = 0,2228.$$

$$A_s = \beta \cdot d \cdot b \cdot \frac{f_{bc}}{\sigma_s} = 0,2228 \cdot 12 \cdot 18 \cdot \frac{14,17}{348} = 1,96 \text{ cm}^2$$

**Condition de non fragilité:**

$$A_{min} \geq 0,23 \cdot b \cdot d \cdot \frac{f_{t28}}{f_e} = 0,23 \cdot 12 \cdot 18 \cdot \frac{2,1}{400} = 0,26 \text{ cm}^2$$

Donc:  $A_{s\text{cal}} = 1,96 \text{ cm}^2 > A_{min} = 0,26 \text{ cm}^2$  .....condition vérifiée.

**Le choix:**  $2T12 = 2,26 \text{ cm}^2$ .

❖ **sur appuis de rive:**

la section de calcul est une section rectangulaire de dimension  $(b_0 \times h) = (12 \times 20) \text{ cm}^2$

$$\mu = \frac{M_a}{f_{bc} \cdot d^2 \cdot b_0} = \frac{3,14 \cdot 10^3}{14,17 \cdot 18^2 \cdot 12} = 0,057 < 0,392 \rightarrow A'_s = 0$$

$$\mu = 0,057 \rightarrow \beta = 0,0604.$$

$$A_s = \beta \cdot d \cdot b \cdot \frac{f_{bc}}{\sigma_s} = 0,0604 \cdot 12 \cdot 18 \cdot \frac{14,17}{348} = 0,53 \text{ cm}^2$$

**Condition de non fragilité:**

$$A_{min} \geq 0,23 \cdot b \cdot d \cdot \frac{f_{t28}}{f_e} = 0,23 \cdot 12 \cdot 18 \cdot \frac{2,1}{400} = 0,26 \text{ cm}^2$$

Donc:  $A_{s\text{cal}} = 0,53 \text{ cm}^2 > A_{min} = 0,26 \text{ cm}^2$  .....condition vérifiée.

**Le choix:**  $2T10 = 1,57 \text{ cm}^2$ .

### **II.3.1.2-Vérification des contraintes à L'E.L.S :**

**-étage courant :**

$$M_{\text{ser}} = 6,52 \text{ KN.m}$$

**-Position de l'axe neutre :**

Soit «y» la distance entre le centre de gravité de la section homogène «S» et la fibre la plus comprimée.

$$\frac{b y^2}{2} + \eta A' (y - c') - \eta A (d - y) = 0.$$

$$b = 65 \text{ cm} ; \eta = 15 ; A' = 0 , A = 2,35 \text{ cm}^2.$$

$$32,5 \cdot y^2 - 15 \cdot 2,35 \cdot (d - y) = 0$$

$$32,5 \cdot y^2 + 35,25 y - 634,5 = 0 \Rightarrow y = 3,91 \text{ cm}$$

$y = 3,91 \text{ cm} < 4 \text{ cm} \Rightarrow$  L'axe neutre tombe dans la table de compression.

**Le moment d'inertie:**

$$I_G = \frac{b \cdot y^3}{3} + \eta A' (y - c') + \eta A (d - y)^2.$$

$$I_G = \frac{65}{3} y^3 + \eta A (d - y)^2.$$

$$I_G = \frac{65}{3} (3,91)^3 + 15 \cdot 2,35 \cdot (18 - 3,91)^2 = 8293,27 \text{ cm}^4.$$

**II.4.3.3-Calcul des contraintes :****1- Contrainte maximale dans le béton comprimé  $\sigma_{bc}$  :**

$$\sigma_{bc} = \frac{M_{ser}}{I_G} \cdot y = \frac{6,52 \cdot 10^3}{8293,27} \cdot 3,91 = 3,07 \text{ MPa}$$

$$\bar{\sigma}_{bc} = 0,6f_{c28} = 15 \text{ MPa.}$$

$$\sigma_{bc} = 3,07 \text{ MPa} < \bar{\sigma}_{bc} = 15 \text{ MPa} \dots\dots\dots \text{c ondition vérifiée.}$$

**2-Contrainte de cisaillement :(effort tranchant)**

L'effort tranchant maximal  $T_{max}=15,33$  KN.

$$\tau_u = \frac{T_u}{b_0 \cdot d} = \frac{15,33 \cdot 10^{-3}}{0,12 \cdot 0,18} = 0,71 \text{ MPa}$$

Fissuration préjudiciable:

$$\bar{\tau}_u = \min(0,10f_{c28}; 4 \text{ MPa}) = 2,5 \text{ MPa.}$$

$$\tau_u = 0,71 \text{ MPa} < \bar{\tau}_u = 2,5 \text{ MPa} \dots\dots\dots \text{condition vérifiée}$$

On utilise des étriers perpendiculaires à la ligne moyenne

**3-Les armatures transversales  $A_t$ :**

$$\Phi_t \leq \min(h/35; b_0/10; \Phi_L) \text{ en "mm"}$$

**Diamètre:**  $\Phi_t \leq \min(200/35; 120/10; 10) = 5,71 \approx 6 \text{ mm.}$

on adopte :  $\Phi_t = 6 \text{ mm.}$

**4-Calcul des espacements :**

$$\left. \begin{array}{l} St \leq \min(0,9d; 40 \text{ cm}) \\ St \leq \min(16,2; 40 \text{ cm}) \end{array} \right\} St \leq 16,20 \text{ cm}$$

**5-La section des armatures transversales :**

$$\frac{A_t}{b_0 \cdot st} \cdot \frac{f_e}{\gamma_s} \geq \frac{\tau_u (h/2) - 0,3k \cdot f_{tj}^*}{0,9(\sin \alpha + \cos \alpha)} \dots\dots\dots (*)$$

$k=1$  (fissuration préjudiciable)

$$f_{tj}^* = \min(2,1; 3,3 \text{ Mpa}) = 2,1 \text{ Mpa}$$

$$\alpha=90^\circ \Rightarrow \sin \alpha + \cos \alpha = 1 \quad f_e = 235 \text{ Mpa}; \delta_s = 1,15$$

$$D'où: \tau_u (h/2) = \frac{T_u (h/2)}{b_0 \cdot d}$$

On calcule la valeur de l'effort tranchant  $T_u (h/2)$  par la méthode des triangles semblables

$$\frac{T_{max}}{X} = \frac{T_u(h/2)}{X - (h/2)} \Rightarrow T_u(h/2) = \frac{T_{max} \cdot [X - (h/2)]}{X}$$

On calcule la distance "X":

$$X = \frac{L}{2} + \frac{M_w - M_e}{q \cdot L}$$

$$X = 4,60/2 + (3,14 - 10,91)/5,93 \cdot 4,60 = 2,02 \text{ m}$$

$$h/2 = 0,2/2 = 0,1 \text{ m}$$

$$X - (h/2) = 2,02 - 0,1 = 1,92 \text{ m}$$

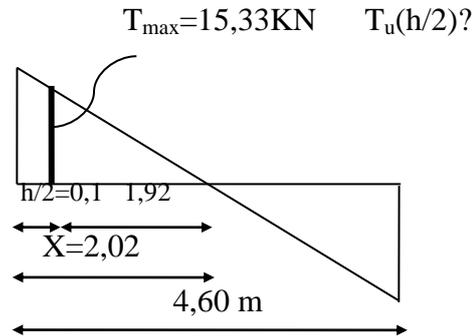
$$\text{Donc: } T_u(h/2) = 15,33 \cdot 1,92 / 2,02 = 14,57 \text{ KN}$$

$$T_u(h/2) = 14,57 \text{ KN}$$

$$\text{D'où: } \tau_u(h/2) = (14,57 \cdot 10^{-3}) / (0,12 \cdot 0,18) = 0,67 \text{ MPa}$$

$$\tau_u(h/2) = 0,67 \text{ MPa}$$

$$(*) \Rightarrow \left( \frac{A_t}{S_t} \right) \geq \frac{(0,67 - 0,3 \cdot 1,2,1) \cdot 12}{0,9 \cdot 1 \cdot \frac{235}{1,15}} = 2,61 \cdot 10^{-3} \dots \dots \dots (1)$$



**6-Pourcentage minimal des armatures transversales :**

$$\frac{A_t \times f_e}{b_0 \times s_t} \geq \max \left( \frac{\tau_u(h/2)}{2}; 0,4 \text{ Mpa} \right)$$

$$\frac{A_t \times f_e}{b \times s_t} \geq \max \left( \frac{0,58}{2}; 0,4 \text{ Mpa} \right) = 0,4 \text{ Mpa}$$

$$\left( \frac{A_t}{S_t} \right)_{\min} \geq \frac{0,4 \times b_0}{f_e} = \frac{0,4 \times 12}{235} = 0,020 \text{ cm} \dots \dots \dots (2)$$

On prend le max entre (1) et (2)  $\Rightarrow \left( \frac{A_t}{S_t} \right) \geq 0,020 \text{ cm}$  , on prend  $S_t = 15 \text{ cm}$

$$\Rightarrow A_t \geq 0,02 \cdot 15 = 0,30 \text{ cm}^2 \Rightarrow \begin{cases} 2\phi 6 = 0,57 \text{ cm}^2/\text{ml} \\ S_t = 15 \text{ cm} \end{cases}$$

**-Zone nodale :**

$$S_t \leq \min (10\Phi_L; 15 \text{ cm})$$

$$S_t \leq 10 \text{ cm}$$

**-Zone courante:**

$$S_t \leq 15 \text{ cm}$$

$$S_t = 15 \text{ cm}$$

On adopte  $\begin{cases} St=10\text{cm} & \text{Zone nodale.} \\ St= 15\text{cm} & \text{Zone courante.} \end{cases}$

**7-Ancrage des armatures aux niveaux des appuis :**

$T_u = 15,33 \text{ KN}$

$M_{\text{appui}} = 10,91 \text{ KN.m}$

$F_u = \frac{M_{\text{appui}}}{z} = \frac{10,91}{0,9.18.10^{-2}} = 67,35\text{KN} > T_u = 15,33\text{KN}$

Les armatures longitudinales inférieures ne sont pas soumises à un effort de traction.

**8-Compression de la bille d'about :**

La contrainte de compression dans la bielle est:

$\bar{\sigma}_b = \frac{F_b}{S} \quad \text{Avec} \quad \begin{cases} F_b = T\sqrt{2} \\ S = \frac{ab_0}{\sqrt{2}} \end{cases}$

D'où  $\bar{\sigma}_b = \frac{2T}{ab_0}$

a: longueur d'appui de la bielle

On doit avoir  $\bar{\sigma}_b < f_{c28}/\gamma_b$

Mais pour tenir compte du fait que l'inclinaison de la bielle est légèrement différente de  $45^0$  donc on doit vérifier que :

$\bar{\sigma}_b \leq 0,8f_{c28}/\gamma_b$   
 $\frac{2T}{a.b_0} \leq \frac{0,8.f_{c28}}{\gamma_b} \Rightarrow a \geq \frac{2T\gamma_b}{0,8.b_0.f_{c28}}$   
 $\Rightarrow a \geq \frac{2.15,33.15}{0,8.12.25.10} = 0,019\text{m}=1,90 \text{ cm}$

$a = \min (a' ; 0,9 d)$

$a = \min (41\text{cm}; 16,2\text{cm}) = 16,2 \text{ cm} > 1,90 \text{ cm} \dots\dots\dots \text{condition vérifiée.}$

**9-Entraînement des armatures :**

**Vérification de la contrainte d'adhérence :**

$\tau_{u\text{ser}} = T/0,9d.\mu.n \leq \bar{\tau}_{u\text{ser}} = \psi s. f_{t28}$

$\tau_{u\text{ser}} = 15,33 \times 10^3 / 0,9 \times 18 \times 3,14 \times 3 \times 10^2 = 1,00 \text{ Mpa}$

$\bar{\tau}_{u\text{ser}} = 1,5 \times 2,1 = 3,15 \text{ Mpa}$

$\tau_{u\text{ser}} = 1,00 \text{ Mpa} \leq \bar{\tau}_{u\text{ser}} = 3,15 \text{ Mpa} \dots\dots\dots \text{condition vérifiée}$

**-Ancrage des armatures tendues :**

La contrainte d'adhérence  $\tau_s$  est supposée constante est égale à la valeur limite ultime.

$$\tau_s = 0,6 \psi_s^2 \cdot f_{t28} = 0,6 (1,5)^2 \cdot 2,1 = 2,835 \text{ MPa.}$$

La longueur de scellement droit  $L_s = \phi f_c / 4\tau_s$ .

$$L_s = 1.400 / 4 \cdot 2,835 = 35,27 \text{ cm.}$$

Cette longueur dépasse la largeur de la poutre  $b = 30\text{cm}$

Nous sommes obligés de courber les armatures de telle sorte que

$$r = 5,5\phi = 5,5 \cdot 1 = 5,5 \text{ cm.}$$

**10-Vérification de la flèche :**

Il faut que les conditions suivantes soient vérifiées:

$$\left\{ \begin{array}{l} \left( \frac{h_t}{L} \geq \frac{1}{22,5} \right) \Rightarrow \left( \frac{20}{460} = 0,043 < 0,0444 \right) \dots\dots\dots \text{condition. vérifiée.} \\ \left( \frac{h_t}{L} \geq \frac{M_{ser}}{15 \cdot M_{0ser}} \right) \Rightarrow \left( \frac{20}{460} = 0,043 > \frac{6,52}{15 \cdot 11,32} = 0,038 \right) \dots\dots \text{condition vérifiée} \\ \left( \frac{A_s}{b_0 \cdot d} \leq \frac{4,2}{f_c} \right) \Rightarrow \left( \frac{2,35}{12,18} = 0,0109 > \frac{4,2}{400} = 0,0105 \right) \dots\dots\dots \text{condition non vérifiée} \end{array} \right.$$

la 3<sup>ème</sup> condition et 2<sup>ème</sup> condition ne sont pas vérifiées; on procédera donc au calcul de la flèche.

On va calculer:

$$F_i = \frac{M_i \cdot L^2}{10E_i \cdot I_{f_i}} ; F_v = \frac{M_v \cdot L^2}{10E_v \cdot I_{f_v}}$$

$F_i$ : flèche due aux charges de faible durée d'application.

$F_v$ : flèche due aux charges de longue durée d'application

Avec:  $E_i = 11000(f_{c28})^{1/3} = 32164,2 \text{ MPa}$

$E_v = 3700(f_{c28})^{1/3} = 10818,87 \text{ MPa}$

$$I_{f_i} = \frac{1,1 \cdot I_0}{1 + \lambda_i \cdot \mu_i} ; I_{f_v} = \frac{1,1 \cdot I_0}{1 + \lambda_v \cdot \mu_g} \quad I_0 : \text{moment d'inertie de la section totale rendue homogène /à}$$

l'axe passant par son C.D.G

$I_{f_i}$  : moment d'inertie fictif pour les déformations instantanées

$I_{f_v}$  : moment d'inertie fictif pour les déformations de longue durée

**a- Détermination du centre de gravité :**

$$y_G = \frac{\sum A_i \cdot y_i}{\sum A_i} = \frac{(b \cdot h_0) \cdot (h_0/2 + h - h_0) + [(h - h_0)b_0 \cdot (h - h_0)/2] + \eta \cdot A_s \cdot c}{(b \cdot h_0) + (h - h_0)b_0 + \eta \cdot A_s}$$

$$y_G = \frac{(65 \cdot 4)(2 + 20 - 4) + [(20 - 4) \cdot 12 \cdot (20 - 4)/2] + 15 \cdot 2,35 \cdot 2}{(65 \cdot 4) + (20 - 4) \cdot 12 + 15 \cdot 2,35}$$

$$y_G = 12,90 \text{ cm}$$

**b- Détermination du moment d'inertie:**

$$I_g = \frac{b y_G^3}{3} - \frac{(b - b_0)(y_G - h_0)^3}{3} + \frac{b_0 (h_t - y_G)^3}{3} + 15 A_s (d - y_G)^2$$

$$I_g = \frac{65 \cdot (12,90)^3}{3} - \frac{(65 - 12) \cdot (12,9 - 4)^3}{3} + \frac{12 \cdot (20 - 12,90)^3}{3} + 15 \cdot 2,35 \cdot (18 - 12,90)^2$$

$$I_g = 36405,64 \text{ cm}^4$$

**c- Charges prises en comptes :**

1-charge avant mise de revêtement :  $j = 2,8 \times 0,65 = 1,82 \text{ KN/m}$ .

2-charge après mise de revêtement :  $G = 5,09 \times 0,65 = 3,31 \text{ KN/m}$

3-charge total à l'E.L.S :  $P = (G+Q)$ :  $P = (5,09 + 1,5) \times 0,65 = 4,28 \text{ KN/m}$

**d- Calcul des moments correspondants :**

$$M_j = 0,85 \cdot j \cdot L^2/8 = 0,85 \cdot 1,82 \cdot (4,60)^2/8 = 4,09 \text{ KN.m}$$

$$M_G = 0,85 \cdot G \cdot L^2/8 = 0,85 \cdot 3,31 \cdot (4,60)^2/8 = 7,44 \text{ KN.m}$$

$$M_p = 0,85 \cdot P \cdot L^2/8 = 0,85 \cdot 4,28 \cdot (4,60)^2/8 = 9,62 \text{ KN.m}$$

**e- calcul des contraintes:**

$$\sigma_{sJ} = \frac{M_j}{A_s \cdot Z} = \frac{4,09 \times 10^3}{2,35 \times 0,9 \times 18} = 107,43 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{sG} = \frac{M_G}{A_s \cdot Z} = \frac{7,44 \times 10^3}{2,35 \times 0,9 \times 18} = 195,43 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{sP} = \frac{M_p}{A_s \cdot Z} = \frac{9,62 \times 10^3}{2,35 \times 0,9 \times 18} = 252,69 \text{ MPa}$$

**f- Calcul des coefficients:**

$$f = \frac{A_s}{b_0 \cdot d} = \frac{2,35}{12 \times 18} = 0,011$$

$$f; \lambda_i; \lambda_v \quad \lambda_i = \frac{0,05 f_{t28}}{(2 + 3b_0/b)f} = \frac{0,05 \times 2,1}{(2 + 3 \times 12/65)0,011} = 3,74$$

$$\lambda_v = (2/5)\lambda_i = (2/5)3,74 = 1,50$$

**g- Calcul des coefficients ( $\mu_i$ ) :**

$$\diamond \mu_i = 1 - \frac{1,75 \cdot f_{t28}}{(4 \cdot f \cdot \sigma_{si}) + f_{t28}}$$

$$* \mu_j = 1 - \left[ \frac{(1,75 \times 2,1)}{(4 \times 0,011 \times 107,43) + 2,1} \right] = 0,46$$

$$* \mu_G = 1 - \left[ \frac{(1,75 \times 2,1)}{(4 \times 0,011 \times 195,43) + 2,1} \right] = 0,66$$

$$* \mu_p = 1 - \left[ \frac{(1,75 \times 2,1)}{(4 \times 0,011 \times 252,69) + 2,1} \right] = 0,72$$

**h- Calcul des moments d'inertie après fissuration :**

$$I_{Fi} = \frac{1,1 \cdot I_0}{(1 + \lambda_i \cdot \mu_i)} : I_0 = I_G = 36405,64 \text{ cm}^4.$$

$$I_{Fj} = \frac{1,1 \times 36405,64}{(1 + 3,74 \times 0,46)} = 14720,70 \text{ m}^4.$$

$$I_{FG} = \frac{1,1 \times 36405,64}{(1 + 3,74 \times 0,66)} = 11546,02 \text{ cm}^4.$$

$$I_{FP} = \frac{1,1 \times 36405,64}{(1 + 3,74 \times 0,72)} = 10844,40 \text{ cm}^4.$$

$$I_{FV} = \frac{1,1 \times 36405,64}{(1 + 1,5 \times 0,66)} = 20123,72 \text{ cm}^4.$$

**i- Calcul des valeurs de la flèche correspondantes:**

$$F_i = \frac{M_i L^2}{10 E_i \cdot I_{Fi}}$$

$$.F_{ij} = \frac{4,09 \times (4,60)^2 \times 10^7}{(10 \times 32164,2 \times 14720,70)} = 0,18 \text{ cm.}$$

$$- F_{ig} = \frac{7,44 \times (4,60)^2 \times 10^7}{(10 \times 32164,2 \times 11546,02)} = 0,42 \text{ cm.}$$

$$F_{ip} = \frac{9,62 \times (4,60)^2 \times 10^7}{(10 \times 32164,2 \times 10844,40)} = 0,58 \text{ cm.}$$

$$F_{vg} = \frac{7,44 \times (4,60)^2 \times 10^7}{(10 \times 10818,87 \times 20123,72)} = 0,72 \text{ cm.}$$

$$F_{\text{total}} = F_{vg} - F_{ij} + F_{ip} - F_{ig}$$

$$F_{\text{total}} = 0,72 - 0,18 + 0,58 - 0,42 = 0,70 \text{ cm}$$

$$F_{\text{total}} = 0,70 \text{ cm}$$

$$F_{\text{adm}} = L/500 = 460/500 = 0,92 \text{ cm.}$$

$$F_{\text{adm}} = 0,92 \text{ cm}$$

$$F_{\text{total}} = 0,70 \text{ cm} < F_{\text{adm}} = 0,92 \text{ cm} \dots\dots\dots \text{condition vérifiée}$$

**II.3.2-Plancher terrasse:**

Pour le calcul de ferrailage on prend les sollicitations maximales suivantes:

$$E.L.U \begin{cases} M_{travée_{max}} = 10,31 \text{ KN.m} \\ M_{appui_{max}} = 12,46 \text{ KN.m} \\ T_{max} = 17,50 \text{ KN} \end{cases}$$

**II.3.2.1-Calcul des armatures longitudinales à l'E.L.U:****❖ En travée :**

Dans l'étude d'une section en T il est nécessaire de savoir si la partie comprimée intéresse la table de compression ou si elle intéresse également la nervure

On calcule le moment équilibre par la table

$$M_t = b h_0 f_{bc} (d - h_0/2) = 65 \times 4 \times 14,17 (18 - 4/2) \times 10^{-3} = 58,95 \text{ KN.m}$$

$$M_{tmax} = 10,31 \text{ KN.m} < 58,95 \text{ KN.m}$$

Donc l'axe neutre tombe dans la table de compression, la section en T sera calculée en flexion simple comme une section rectangulaire de dimension (b x ht) = (65 x 20) cm<sup>2</sup> soumise à

$$M_{tmax} = 10,31 \text{ KN.m}$$

$$\mu = \frac{M_t}{f_{bc} \cdot d^2 \cdot b} = \frac{10,31 \cdot 10^3}{14,17 \cdot (18)^2 \cdot 65} = 0,035 < 0,392 \rightarrow A's = 0$$

$$\mu = 0,035 \xrightarrow{\text{Tableau}} \beta = 0,0372$$

$$\sigma_s = \frac{f_e}{\delta_s} = \frac{400}{1,15} = 348 \text{ MPa}$$

$$A_s = \beta \cdot b \cdot d \cdot \frac{f_{bc}}{\sigma_{bc}} = 0,0372 \cdot 65 \cdot 18 \cdot \frac{14,17}{348} = 1,77 \text{ cm}^2$$

**Condition de non fragilité:**

$$A_{min} \geq 0,23 \cdot b \cdot d \cdot \frac{f_{t28}}{f_e} = 0,23 \cdot 65 \cdot 18 \cdot \frac{2,1}{400} = 1,41 \text{ cm}^2$$

Donc:  $A_{s_{cal}} = 1,77 \text{ cm}^2 > A_{min} = 1,41 \text{ cm}^2$ .....condition vérifiée.

**Le choix:** 3T10 = 2,35 cm<sup>2</sup>.

❖ sur appuis intermédiaire:

La section de calcul est une section rectangulaire de dimension  $(b_0 \times h) = (12 \times 20) \text{ cm}^2$

$$\mu = \frac{Ma}{f_{bc} \cdot d^2 \cdot b_0} = \frac{12,46 \cdot 10^3}{14,17 \cdot (18)^2 \cdot 12} = 0,226 < 0,392 \rightarrow A's = 0$$

$$\mu = 0,226 \xrightarrow{\text{Tableau}} \beta = 0,2597$$

$$A_s = \beta \cdot b \cdot d \cdot \frac{f_{bc}}{\sigma_s} = 2,26 \text{ cm}^2$$

Condition de non fragilité:

$$A_{min} \geq 0,23 \cdot b \cdot d \cdot \frac{f_{t28}}{f_e} = 0,23 \cdot 12 \cdot 18 \cdot \frac{2,1}{400} = 0,26 \text{ cm}^2$$

Donc:  $A_{s\text{cal}} = 2,26 \text{ cm}^2 > A_{min} = 0,26 \text{ cm}^2$  .....condition vérifiée.

**Le choix: 2T12 = 2,26 cm<sup>2</sup>.**

❖ sur appuis de rive:

La section de calcul est une section rectangulaire de dimension  $(b_0 \times h) = (12 \times 20) \text{ cm}^2$

$$\mu = \frac{Ma}{f_{bc} \cdot d^2 \cdot b_0} = \frac{6,86 \cdot 10^3}{14,17 \cdot (18)^2 \cdot 12} = 0,125 < 0,392 \rightarrow A's = 0$$

$$\mu = 0,125 \xrightarrow{\text{Tableau}} \beta = 0,1359$$

$$A_s = \beta \cdot b \cdot d \cdot \frac{f_{bc}}{\sigma_s} = 1,19 \text{ cm}^2$$

Condition de non fragilité:

$$A_{min} \geq 0,23 \cdot b \cdot d \cdot \frac{f_{t28}}{f_e} = 0,23 \cdot 65 \cdot 18 \cdot \frac{2,1}{400} = 0,26 \text{ cm}^2$$

Donc:  $A_{s\text{cal}} = 1,19 \text{ cm}^2 > A_{min} = 0,26 \text{ cm}^2$  .....condition non vérifiée ;

**Le choix: 2T10 = 1,57 cm<sup>2</sup>.**

II.3.2.2-Vérification des contraintes à L.E.S :-Position de l'axe neutre :

Soit «y» la distance entre le centre de gravité de la section homogène «S» et la fibre la plus comprimée.

$$\frac{by^2}{2} + \eta A'(y - c') - \eta A(d - y) = 0.$$

$$b = 65 \text{ cm} ; \eta = 15 ; A' = 0 , A = 2,35 \text{ cm}^2.$$

$$32,5 \cdot y^2 - 15 \cdot 2,35 \cdot (d - y) = 0$$

$$32,5.y^2 + 35,25y - 634,5 = 0 \Rightarrow y = 3,91 \text{ cm}$$

$y = 3,91 \text{ cm} < 4 \text{ cm} \Rightarrow$  L'axe neutre tombe dans la table de compression.

### Le moment d'inertie:

$$I_G = \frac{b.y^3}{3} + \eta A'(y - c') + \eta A(d - y)^2.$$

$$I_G = \frac{65}{3} y^3 + \eta A(d - y)^2.$$

$$I_G = \frac{65}{3} (3,91)^3 + 15.2,35.(18 - 3,91)^2 = 8293,27 \text{ cm}^4.$$

### II.3.2.3-Calcul des contraintes :

#### 1- Contrainte maximale dans le béton comprimé $\sigma_{bc}$ :

$$\sigma_{bc} = \frac{M_{ser}}{I_G} . y = \frac{7,52.10^3}{8293,27} . 3,91 = 3,55 \text{ MPa}$$

$$\bar{\sigma}_{bc} = 0,6f_{c28} = 15 \text{ MPa}.$$

$$\sigma_{bc} = 3,55 \text{ MPa} < \bar{\sigma}_{bc} = 15 \text{ MPa} \dots \dots \dots \text{c ondition vérifiée.}$$

Lorsque la fissuration est peu préjudiciable, il n'est pas nécessaire de vérifier la

Contrainte maximale dans l'acier tendu  $\sigma_{st}$ .

#### 2-Contrainte de cisaillement :(effort tranchant)

L'effort tranchant maximal  $T_{max} = 17,50 \text{ KN}$ .

$$\tau_u = \frac{T_u}{b_0.d} = \frac{17,50.10^{-3}}{0,12.0,18} = 0,81 \text{ MPa}$$

Fissuration peu préjudiciable:

$$\bar{\tau}_u = \min(0,13f_{c28}; 5 \text{ MPa}) = 3,25 \text{ MPa}.$$

$$\tau_u = 0,81 \text{ MPa} < \bar{\tau}_u = 3,25 \text{ MPa} \dots \dots \dots \text{conition vérifié}$$

On utilise des étriers perpendiculaires à la ligne moyenne

#### 3-Les armatures transversales $A_t$ :

$$\Phi_t \leq \min(h/35; b_0/10; \Phi_L) \text{ en " mm"}$$

**Diamètre :**  $\Phi_t \leq \min(200/35; 120/10; 10) = 5,71 \approx 6 \text{ mm}.$

on adopte:  $\Phi_t = 6 \text{ mm}.$

**4-Calcul des espacements :**

$$\left. \begin{aligned} St &\leq \min (0,9d ; 40\text{cm}) \\ St &\leq \min (16,2 ; 40\text{cm}) \end{aligned} \right\} St \leq 16,20\text{cm}$$

**5-La section des armatures transversales :**

$$\frac{At}{b_0 \cdot st} \cdot \frac{f_e}{\gamma_s} \geq \frac{\tau_u (h/2) - 0,3k \cdot f_{tj}^*}{0,9(\sin\alpha + \cos\alpha)} \dots\dots\dots (*)$$

k=1 (fissuration non préjudiciable)

$$f_{tj}^* = \min (2,1; 3,3 \text{ Mpa}) = 2,1 \text{ Mpa}$$

$$\alpha = 90^\circ \Rightarrow \sin\alpha + \cos\alpha = 1$$

$$f_e = 235 \text{ Mpa} ; \delta_s = 1,15$$

$$D'o\grave{u}: \tau_u (h/2) = \frac{T_u (h/2)}{b_0 \cdot d}$$

On calcule la valeur de l'effort tranchant  $T_u(h/2)$  par la méthode des triangles semblables

$$\frac{T_{max}}{X} = \frac{T_u (h/2)}{X - (h/2)} \Rightarrow T_u (h/2) = \frac{T_{max} \cdot [X - (h/2)]}{X}$$

- On calcule la distance "X":

$$X = \frac{L}{2} + \frac{M_w - M_e}{q \cdot L}$$

$$X = 4,60/2 + (3,58 - 12,46)/6,77 \cdot 4,60 = 2,01 \text{ m}$$

$$h/2 = 0,2/2 = 0,1 \text{ m}$$

$$X - (h/2) = 2,01 - 0,1 = 1,91 \text{ m}$$

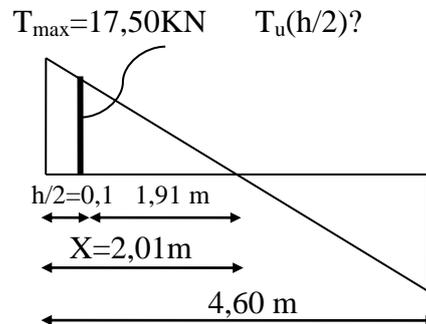
$$\text{Donc: } T_u(h/2) = 17,50 \cdot 1,91 / 2,01 = 16,63 \text{ KN}$$

$$T_u(h/2) = 16,63 \text{ KN}$$

$$D'o\grave{u}: \tau_u (h/2) = (16,63 \cdot 10^{-3}) / (0,12 \cdot 0,18) = 0,77 \text{ MPa}$$

$$\tau_u (h/2) = 0,77 \text{ MPa}$$

$$(*) \Rightarrow \left( \frac{At}{s_t} \right)_{cal} \geq \frac{(0,77 - 0,3 \cdot 1 \cdot 2,1) \cdot 12}{0,9 \cdot 1 \cdot \frac{235}{1,15}} = 9,13 \cdot 10^{-3} \text{ cm} \dots\dots\dots (1)$$



**6-Pourcentage minimal des armatures transversales :**

$$\frac{At \times fe}{b_0 \times s_t} \geq \max \left( \frac{\tau_u (h/2)}{2}; 0,4 \text{ Mpa} \right)$$

$$\frac{At \times fe}{b \times s_t} \geq \max \left( \frac{0,78}{2}; 0,4 \text{ Mpa} \right) = 0,4 \text{ Mpa}$$

$$\left( \frac{At}{S_t} \right)_{\min} \geq \frac{0,4 \times b_0}{fe} = \frac{0,4 \times 12}{235} = 0,02 \text{ cm} \dots \dots \dots (2)$$

On prend le max entre (1) et (2)  $\Rightarrow \left( \frac{At}{S_t} \right) \geq 0,02 \text{ cm}$  , on prend  $S_t=15 \text{ cm}$

$$\Rightarrow At \geq 0,02.15 = 0,30 \text{ cm}^2 \Rightarrow \begin{cases} 2\phi 6 = 0,56 \text{ cm}^2/\text{ml} \\ S_t=15 \text{ cm} \end{cases}$$

**-Zone nodale :**

$$St \leq \min (10\Phi_L; 15\text{cm})$$

$$St \leq 10\text{cm}$$

**-Zone courante:**

$$St \leq 15\text{cm}$$

$$St=15\text{cm}$$

On adopte  $\begin{cases} St=10\text{cm} & \text{Zone nodale.} \\ St= 15\text{cm} & \text{Zone courante.} \end{cases}$

**7-Ancrage des armatures aux niveaux des appuis :**

$$T_u = 17,50 \text{ KN}$$

$$M_{\text{appui}} = 12,46 \text{ KN.m}$$

$$F_u = \frac{M_{\text{appui}}}{z} = \frac{12,46}{0,9.18.10^{-2}} = 76,91 \text{ KN} > T_u = 17,55 \text{ KN}$$

Les armatures longitudinales inférieures ne sont pas soumises à un effort de traction.

**8-Compression de la bille d'about :**

la contrainte de compression dans la bielle est:

$$\bar{\sigma}_b = \frac{F_b}{S} \quad \text{Avec} \quad \begin{cases} F_b = T\sqrt{2} \\ S = \frac{ab_0}{\sqrt{2}} \end{cases}$$

$$\text{D'où} \quad \bar{\sigma}_b = \frac{2T}{ab_0}$$

a: longueur d'appui de la biellette

On doit avoir  $\bar{\sigma}_b < f_{c28}/\gamma_b$

Mais pour tenir compte du fait que l'inclinaison de la biellette est légèrement différente de  $45^0$  donc on doit vérifier que :

$$\bar{\sigma}_b \leq 0,8f_{c28}/\gamma_b$$

$$\frac{2T}{a.b_0} \leq \frac{0,8.f_{c28}}{\gamma_b} \Rightarrow a \geq \frac{2T \gamma_b}{0,8.b_0.f_{c28}}$$

$$\Rightarrow a \geq \frac{2.17,50.1,5}{0,8.12.25.10} = 0,022m = 2,2cm$$

$$a = \min(a'; 0,9 d)$$

$$a = \min(41cm; 16,2cm) = 16,2 cm > 2,2 cm \dots \dots \dots \text{condition vérifiée.}$$

**9-Entraînement des armatures :**

**-Vérification de la contrainte d'adhérence :**

$$\tau_{u_{ser}} = T/0,9d.\mu.n \leq \bar{\tau}_{u_{ser}} = \psi_s . f_{t28}$$

$$\tau_{u_{ser}} = 17,50 \times 10^3 / 0,9 \times 18 \times 3,14 \times 3 \times 10^2 = 1,15 \text{ Mpa}$$

$$\bar{\tau}_{u_{ser}} = 1,5 \times 2,1 = 3,15 \text{ Mpa}$$

$$\tau_{u_{ser}} = 1,15 \text{ Mpa} \leq \bar{\tau}_{u_{ser}} = 3,15 \text{ Mpa} \dots \dots \dots \text{condition vérifiée}$$

**-Ancrage des armatures tendues :**

La contrainte d'adhérence  $\tau_s$  est supposée constante est égale à la valeur limite ultime.

$$\tau_s = 0,6 \psi_s^2 . f_{t28} = 0,6 (1,5)^2 . 2,1 = 2,835 \text{ MPa.}$$

La longueur de scellement droit  $L_s = \phi f_e / 4\tau_s$ .

$\phi$  : Diamètre d'une barre égale 1 cm

$$L_s = 1.400 / 4.2,835 = 35,27 \text{ cm.}$$

Cette longueur dépasse la largeur de la poutre  $b = 30cm$

Nous sommes obligés de courber les armatures de telle sorte que

$$r = 5,5\phi = 5,5.1 = 5,5 \text{ cm.}$$

**10-Vérification de la flèche :**

Il faut que les conditions suivantes soient vérifiées:

$$\left\{ \begin{array}{l} \left( \frac{h_t}{L} \geq \frac{1}{22,5} \right) \Rightarrow \left( \frac{20}{460} = 0,043 < 0,0444 \right) \dots\dots\dots \text{condition. non vérifiée.} \\ \left( \frac{h_t}{L} \geq \frac{M_{ser}}{15.M_{0ser}} \right) \Rightarrow \left( \frac{20}{460} = 0,043 > \frac{7,52}{15.13,07} = 0,038 \right) \dots\dots \text{condition vérifiée} \\ \left( \frac{A_s}{b_0.d} \leq \frac{4,2}{f_e} \right) \Rightarrow \left( \frac{2,35}{12.18} = 0,0109 > \frac{4,2}{400} = 0,0105 \right) \dots\dots\dots \text{condition non vérifiée} \end{array} \right.$$

la 1<sup>ème</sup> condition et 3<sup>ème</sup> condition ne sont pas vérifiées; on procédera donc au calcul de la flèche.

On va calculer:

$$F_i = \frac{M_i.L^2}{10E_i.If_i} ; F_v = \frac{M_v.L^2}{10E_v.If_v}$$

F<sub>i</sub>: flèche due aux charges de faible durée d'application.

F<sub>v</sub>: flèche due aux charges de longue durée d'application

Avec: E<sub>i</sub>=11000(f<sub>c28</sub>)<sup>1/3</sup> =32164,2 MPa

E<sub>v</sub>=3700(f<sub>c28</sub>)<sup>1/3</sup> =10818,87 MPa

$$I_f^i = \frac{1,1.I_0}{1 + \lambda_i \cdot \mu_i} ; I_f^v = \frac{1,1.I_0}{1 + \lambda_v \cdot \mu_g} \quad I_0 : \text{moment d'inertie de la section totale rendue homogène /à}$$

l'axe passant par son C.D.G

I<sub>f<sub>i</sub></sub> : moment d'inertie fictif pour les déformations instantanées

I<sub>f<sub>v</sub></sub> : moment d'inertie fictif pour les déformations de longue durée

**a- Détermination du centre de gravité :**

$$y_G = \frac{\sum A_i \cdot y_i}{\sum A_i} = \frac{(b.h_0).(h_0/2 + h - h_0) + [(h - h_0)b_0.(h - h_0)/2] + \eta.A_s.c}{(b.h_0) + (h - h_0)b_0 + \eta.A_s}$$

$$y_G = \frac{(65.4)(2+ 20 - 4) + [(20 - 4).12.(20 - 4)/2] + 15.2,36.2}{(65.4) + (20 - 4).12 + 15.2,36}$$

$$y_G = 12,90\text{cm}$$

**b- Détermination du moment d'inertie:**

$$I_g = \frac{by_G^3}{3} - \frac{(b - b_0)(y_G - h_0)^3}{3} + \frac{b_0(h_t - y_G)^3}{3} + 15A_s(d - y_G)^2$$

$$I_g = \frac{65.(12,90)^3}{3} - \frac{(65 - 12).(12,9 - 4)^3}{3} + \frac{12.(20 - 12,90)^3}{3} + 15.2,35.(18 - 12,90)^2$$

$$I_g = 36405,64\text{cm}^4$$

**c- Charges prises en comptes :**

1-charge avant mise de revêtement :  $j = 2,8 \times 0,65 = 1,82 \text{ KN/m}$ .

2-charge après mise de revêtement :  $G = 6,6 \times 0,65 = 4,29 \text{ KN/m}$

3-charge total à l'E.L.S :  $P = (G+Q)$ :  $P = (6,60+1) \times 0,65 = 4,94 \text{ KN/m}$

**d- Calcul des moments correspondants :**

$$M_j = 0,85 \cdot j \cdot L^2 / 8 = 0,85 \cdot 1,82 \cdot (4,60)^2 / 8 = 4,09 \text{ KN.m}$$

$$M_G = 0,85 \cdot G \cdot L^2 / 8 = 0,85 \cdot 4,29 \cdot (4,60)^2 / 8 = 9,64 \text{ KN.m}$$

$$M_p = 0,85 \cdot P \cdot L^2 / 8 = 0,85 \cdot 4,94 \cdot (4,60)^2 / 8 = 11,11 \text{ KN.m}$$

**e- calcul des contraintes:**

$$\sigma_{sJ} = \frac{M_j}{A_s \cdot Z} = \frac{4,09 \times 10^3}{2,35 \times 0,9 \times 18} = 107,43 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{sG} = \frac{M_G}{A_s \cdot Z} = \frac{9,64 \times 10^3}{2,35 \times 0,9 \times 18} = 253,22 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{sP} = \frac{M_p}{A_s \cdot Z} = \frac{11,11 \times 10^3}{2,35 \times 0,9 \times 18} = 291,83 \text{ MPa}$$

**f- Calcul des coefficients:**

$$f = \frac{A_s}{b_0 \cdot d} = \frac{2,35}{12 \times 18} = 0,011$$

$$f; \lambda_i; \lambda_v \quad \lambda_i = \frac{0,05 f_{t28}}{(2 + 3b_0/b)f} = \frac{0,05 \times 2,1}{(2 + 3 \times 12/65)0,011} = 3,74$$

$$\lambda_v = (2/5)\lambda_i = (2/5)3,74 = 1,50$$

**g- Calcul des coefficients ( $\mu_j$ ) :**

$$\diamond \mu_i = 1 - \frac{1,75 \cdot f_{t28}}{(4 \cdot f \cdot \sigma_{si}) + f_{t28}}$$

$$* \mu_j = 1 - [(1,75 \times 2,1) / (4 \times 0,011 \times 107,43) + 2,1] = 0,46$$

$$* \mu_G = 1 - [(1,75 \times 2,1) / (4 \times 0,011 \times 253,22) + 2,1] = 0,72$$

$$* \mu_p = 1 - [(1,75 \times 2,1) / (4 \times 0,011 \times 291,83) + 2,1] = 0,75$$

**h- Calcul des moments d'inertie après fissuration :**

$$I_{Fi} = \frac{1,1 \cdot I_0}{(1 + \lambda_i \cdot \mu_i)} : I_0 = I_G = 36405,64 \text{ cm}^4.$$

$$I_{Fj} = \frac{1,1 \times 36405,64}{(1 + 3,74 \times 0,46)} = 14720,70 \text{ m}^4.$$

$$I_{FG} = \frac{1,1 \times 36405,64}{(1 + 3,74 \times 0,72)} = 10844,40 \text{ cm}^4.$$

$$I_{FP} = \frac{1,1 \times 36405,64}{(1 + 3,74 \times 0,75)} = 10524,63 \text{ cm}^4.$$

$$I_{FV} = \frac{1,1 \times 36405,64}{(1 + 1,5 \times 0,72)} = 19252,98 \text{ cm}^4.$$

**i- Calcul des valeurs de la flèche correspondantes:**

$$F_i = \frac{M_i L^2}{10 E_i \cdot I_{Fi}}$$

$$F_{ij} = \frac{4,09 \times (4,60)^2 \times 10^7}{(10 \times 32164,2 \times 14720,70)} = 0,18 \text{ cm}.$$

$$F_{ig} = \frac{9,64 \times (4,60)^2 \times 10^7}{(10 \times 32164,2 \times 10844,40)} = 0,58 \text{ cm}.$$

$$F_{ip} = \frac{11,11 \times (4,60)^2 \times 10^7}{(10 \times 32164,2 \times 10524,63)} = 0,69 \text{ cm}.$$

$$F_{vg} = \frac{9,64 \times (4,60)^2 \times 10^7}{(10 \times 10818,87 \times 19252,98)} = 0,98 \text{ cm}.$$

$$F_{\text{total}} = F_{vg} - F_{ij} + F_{ip} - F_{ig}.$$

$$F_{\text{total}} = 0,98 - 0,18 + 0,69 - 0,58 = 0,91 \text{ cm}$$

$$F_{\text{total}} = \mathbf{0,91 \text{ cm}}$$

$$F_{\text{adm}} = L/500 = 460/500 = 0,92 \text{ cm}.$$

$$F_{\text{adm}} = \mathbf{0,92 \text{ cm}}$$

$$F_{\text{total}} = \mathbf{0,91 \text{ cm}} < F_{\text{adm}} = \mathbf{0,92 \text{ cm}} \dots\dots\dots \text{condition vérifiée}$$