III. Introduction :

Les planchers sont des éléments de la structure portante, destinée essentiellement à recevoir les actions variables d'exploitation afin de reporter sur les éléments porteurs verticaux qui les descendront aux fondations. Ils sont soit :

En corps-creux constitué par des poutrelles sur lesquelles reposent les corps-creux, l'ensemble est recouvert par une dalle de compression en béton légèrement armé.

A dalle plaine en béton armé.

III.1. Dimensionnement des planchers :

III.1. 1.Plancher à corps-creux (étage courant) :

Dimensionnement des poutrelles :

Les poutrelles travaillent, comme une section en T. Elles sont disposées suivant la plus petite portée pour réduire la flèche. Le plancher à corps creux est considéré comme un élément qui travaille à la flexion simple suivant une seule direction.

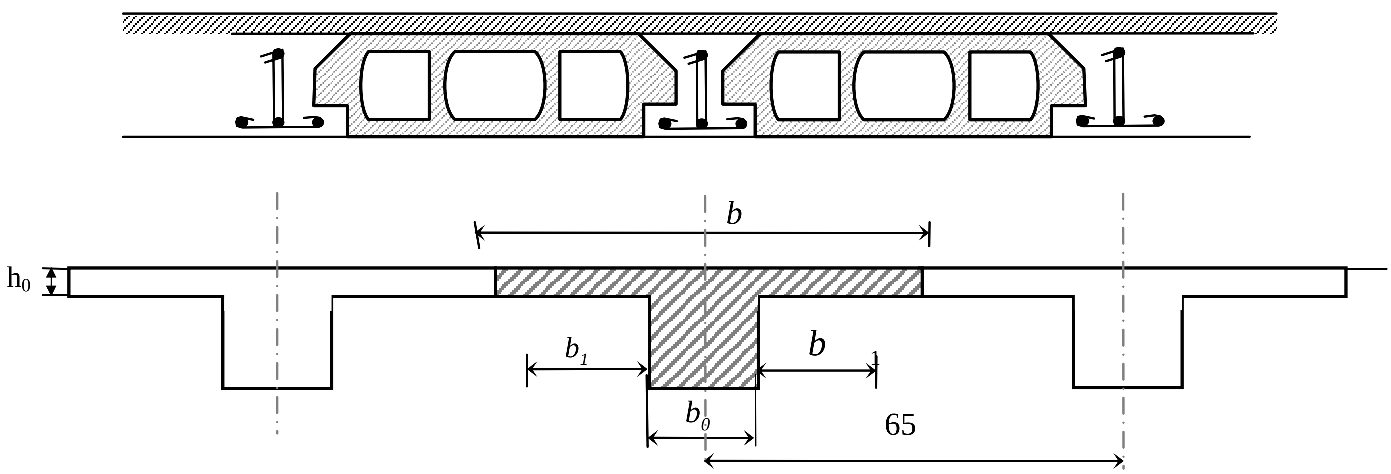


Figure III.1 - Schéma d'un plancher à corps creux

On a:

h_t = 20 = 20cm (hauteur de la nervure).

h_0 = 4cm (hauteur de la dalle de compression).

b_0 = 12cm (langueur de la nervure).

$L_0 = 2b_1$ (distance entre nus des nervures).

$b = 2b_1 + b_0$ (largeur de table de compression).

Calcul de la largeur (b) de la poutrelle

Le calcul de la largeur b se fait à partir des conditions suivantes:

$b = 2b_1+b_0$.................. (1)

L = 5 m L_1 = 65cm

$$b_1 = (b - b_0)/2 = \min\begin{cases} b_1 \le (L_1 - b_0)/2 \\ b_1 \le L/10 \\ 6h_0 \le b_1 \le 8h_0 \end{cases} \Rightarrow \min\begin{cases} b_1 \le (65-12)/2 = 26{,}5\ cm \\ b_1 \le (580/10) = 58\ cm \\ 24cm \le b_1 \le 32\ cm \end{cases}$$

On prend: b_1= 26,5 cm.

(1) $\Rightarrow$ b = 2 (26,5) +12 = 65cm.

Donc : **b = 65 cm**

Méthodes de calcul :

Il existe plusieurs méthodes pour calculer les poutrelles :

1. La méthode forfaitaire
2. La méthode des trois moments
3. La méthode de Caquot

Le règlement de calcul BAEL 91 propose une méthode de calcul " méthode forfaitaire " qui est applicable si les conditions suivantes sont vérifiées.

1-La surcharge d'exploitation est modérée Q $\le$ max (2.G ; 5 KN/ m^2).

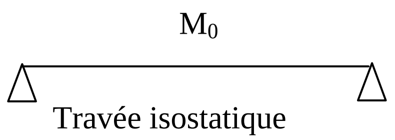
2-Les moments d'inscrite des sections transversales sont les même dans les différentes travées

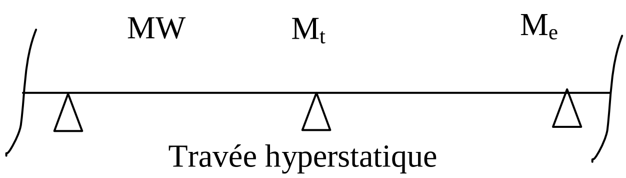
3-Le rapport des portées successives est compris entre 0,8 et 1,25.

4-La fissuration est considérée comme non préjudiciable.

- **Principe de calcul**

On exprime les moments maximaux en travée M_t et sur appuis, M_w, M_e en fonction du moment, fléchissant maximal de la travée, cette méthode s'applique pour les conditions courantes.





Selon le BAEL 91, les valeurs de Mw, Mt, Me doivent vérifier les conditions suivantes:

Les conditions d'application de la méthode forfaitaire

- $M_t \ge$ max [1,05M_0 ; (1+0,3α) M_0]- (M_w+M_e)/ 2
- $M_t \ge$ (1+ 0,3α) M_0 /2 dans une travée intermédiaire
- $M_t \ge$ (1,2+0,3α) M_0 /2 dans une travée de rive

M_0 : moment maximal dans la travée indépendante.

M_t : moment maximal dans la travée étudiée.

M_w : moment sur l'appui gauche de la travée.

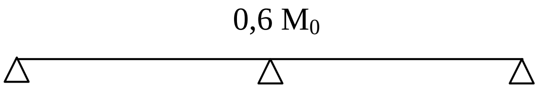
M_e : moment sur l'appui droit de la travée.

α : Q / (G + Q) rapport des charges d'exploitation à la somme des charges permanentes et d'exploitations.

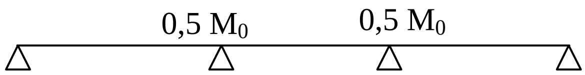
- **Valeurs des moments aux appuis**

Les valeurs absolues des moments sur appuis doivent être comme suit :

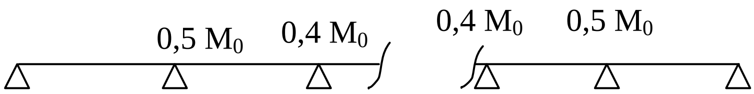
- cas de deux travées:



- cas de trois travées:



- cas de plus de trois



- **Effort tranchant**

L'étude de l'effort tranchant permet de vérifier l'épaisseur de l'âme et de déterminer les armatures transversales et l'épure d'arrêt des armatures longitudinales

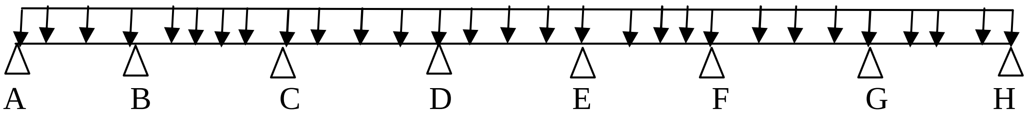
Le règlement BAEL 91, prévoit que seul l'état limite ultime est vérifié:

$$T_W = \frac{M_w - M_e}{L} + \frac{Q.L}{2}$$

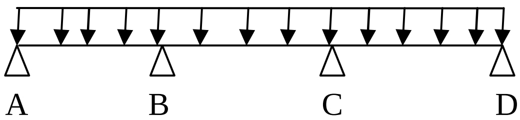
$$T_e = \frac{M_w - M_e}{L} - \frac{Q.L}{2}$$

- **Type de poutrelles**

Type1 :



Type2 :



- **Exemple de calcul**

Prenons le type 1 comme exemple de calcul (Plancher étage courant)

Vérification de la condition de la méthode forfaitaire

1-fissuration peut préjudiciable……………………………………………….....(vérifiée).

2- poutrelles à inerties transversales constantes………………………….. …...(vérifiée).

3-charge d'exploitation modérée Q $\leq \max(2G, 5KN/m^2)$

$$\begin{cases} Q = 1.5\ KN/m^2 \\ G = 5{,}21 KN/m^2 \end{cases} \Rightarrow Q = 1.5\ KN/m^2 < 10.88 KN/m^2$$ ....………….... (vérifiée).

4-les rapports des portées successives sont compris entre :

$$0{,}8 \leq \frac{L_i}{L_{i+1}} = (325/310) = 1{,}05 \leq 1{,}25$$ …………………………...(vérifiée).

Donc on peut appliquer la méthode forfaitaire.

- **Calcul des sollicitations**

A l'E.L.U.R

$$q_u = 1.35G + 1.5Q \Rightarrow q_u = 1,35 \times 5,21 + 1,5 \times 1,5 = 9,28KN/m^2$$

Pour une bande de 0.65 m on a : $q_u = 9,28 \times 0,65 = 6,02\ KN/m$

a. **Calcul des moments isostatiques**

b. $M_{0AB} = M_{0GH=}\ Q_u.L^2/8 = 6,02\ (3,25)^2/8 = 7,95$ KN.m

c. $M_{0BC} = M_{0FG=}\ Q_u.L^2/8 = 6,02\ (3,10)^2/8 = 7,23$ KN.m

d. $M_{0CD} = M_{0EF=}\ Q_u.L^2/8 = 6,02\ (3,00)^2/8 = 6,77$ KN.m

e. $M_{0DE} = Q_u.L^2/8 = 6,02\ (3,20)^2/8 = 7,70$ KN.m

f. **Calcul des moments sur appuis**

g. $M_A = M_H = 0,2\ M_{0AB} = 1,59$KN.m

h. $M_B = M_G = 0,5 \max (M_{0AB}, M_{0BC}) = 3,97$ KN.m

i. $M_C = M_F = 0,4 \max (M_{0BC}, M_{0CD}) = 2,89$ KN.m

j. $M_D = M_E = 0,4 \max(M_{0CD}, M_{0DE}) = 3,08$KN.m

Calcul des moments en travée

$$\begin{cases} \propto = \dfrac{Q}{Q+G} = \dfrac{1.5}{1,5+5,21} \Rightarrow \propto = 0,22 \\ 1 + 0,3 \propto = 1 + 0,3 \times 0,22 = 1,06 > 1,05 \\ \dfrac{1+0,3\propto}{2} = \dfrac{1+0,3\times 0,22}{2} = 0.53 \quad (\mathit{travée\ itermidiare}) \\ \dfrac{1,2+0,3\propto}{2} = \dfrac{1,2+0,3\times 0,63}{2} = 0.63 \quad (\mathit{travée\ de\ rive}) \end{cases}$$

- **Travée AB , GH**

$$\begin{cases} M_t^{AB} \geq 1.06 M_0^{AB} - \dfrac{M_A + M_B}{2} = 5,64\ KN.m \\ M_t^{AB} \geq 0,63 M_0^{AB} = 0.63 \times 16,17 = 4,95\ KN.m \end{cases} \Rightarrow M_t^{AB} \approx 5,64 KN.m$$

- **Travée BC , FG**

$$\begin{cases} M_t^{BC} \geq 1.06 M_0^{BC} - \dfrac{M_B + M_C}{2} = 4,23\ KN.m \\ M_t^{BC} \geq 0,53 M_0^{BC} = 3,83 KN.m \end{cases} \Rightarrow M_t^{BC} = 4,23\ KN.m$$

- **Travée CD , EF**

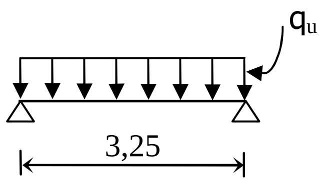
$$\begin{cases} M_t^{CD} \geq 1,06 M_0^{CD} - \dfrac{M_C + M_D}{2} = 4,19\ KN.m \\ M_t^{CD} \geq 0,53 M_0^{CD} = 3,58\ KN.m \end{cases} \Rightarrow M_t^{CD} \approx 4,19\ KN.m$$

- **Travée DE**

$$\begin{cases} M_t^{DE} \geq 1{,}06 M_0^{DE} - \dfrac{M_D + M_E}{2} = 5{,}08\ KN.m \\ M_t^{DE} \geq 0{,}53 M_0^{DE} = 4{,}08\ KN.m \end{cases} \Longrightarrow M_t^{CD} \approx 5{,}08 KN.m$$

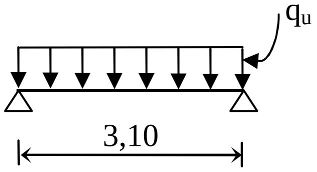
calcul des efforts tranchants

- **Travée AB , GH**



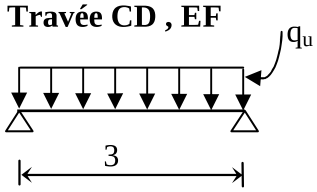
$$\begin{cases} T_A = \frac{M_A - M_B}{l} + \frac{ql}{2} = 9{,}05\ KN \\ T_B = \frac{M_A - M_B}{l} - \frac{ql}{2} = -10{,}51\ KN \end{cases}$$

- **Travée BC , FG**



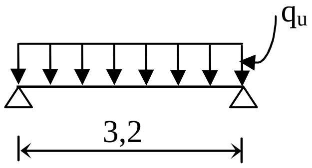
$$\begin{cases} T_B = \frac{M_B - M_C}{l} + \frac{ql}{2} = 9{,}65\ KN \\ T_C = \frac{M_B - M_C}{l} - \frac{ql}{2} = -9{,}01 KN \end{cases}$$

- **Travée CD , EF**



$$\begin{cases} T_C = \frac{M_C - M_D}{l} + \frac{ql}{2} = 8{,}98\ KN \\ T_D = \frac{M_C - M_D}{l} - \frac{ql}{2} = -9{,}09\ KN \end{cases}$$

- **Travée DE**



$$\begin{cases} T_D = \frac{M_D - M_E}{l} + \frac{ql}{2} = 9{,}63\ KN \\ T_E = \frac{M_D - M_E}{l} - \frac{ql}{2} = -9{,}63\ KN \end{cases}$$

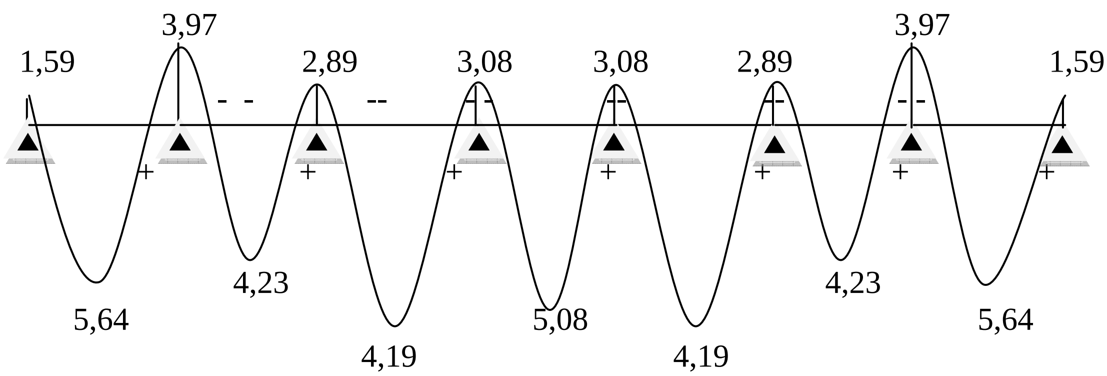


Figure III.2- Diagramme des moment fléchissant, M [KN.m]

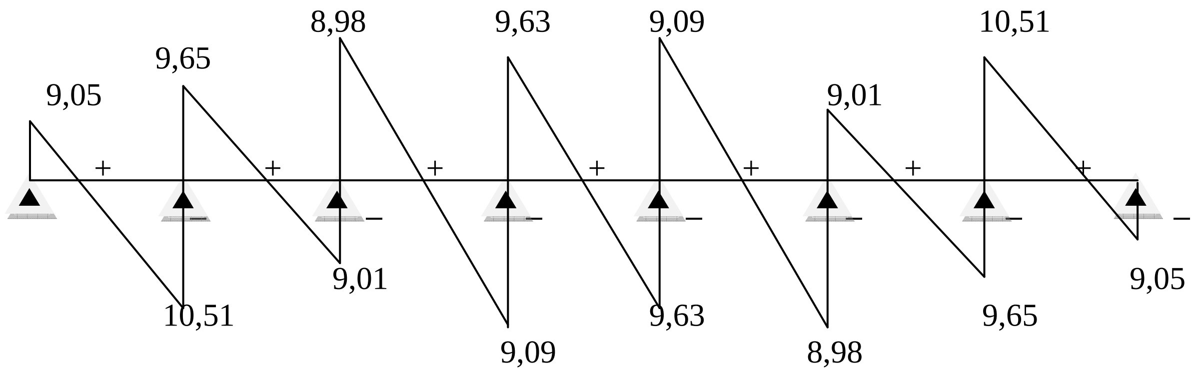


Figure III.3- Diagramme des efforts tranchants T [KN]

A l'E.L.S

Q_{ser} = G+Q = 4,36 KN/mL

a. Calcul des moments isostatiques

b. $M_{0AB} = M_{0GH} = Q_u.L^2/8 = 4,36\ (3,25)^2/8 = 5,76$ KN.m

c. $M_{0BC} = M_{0FG} = Q_u.L^2/8 = 4,36\ (3,10)^2/8 = 5,24$ KN.m

d. $M_{0CD} = M_{0EF} = Q_u.L^2/8 = 4,36\ (3,00)^2/8 = 4,90$ KN.m

e. $M_{0DE} = Q_u.L^2/8 = 4,36\ (3,20)^2/8 = 5,58$ KN.m

f. Calcul des moments sur appuis

g. $M_A = M_H = 0,2\ M_{0AB} = 1,15$ KN.m

h. $M_B = M_G = 0,5\ \max(M_{0AB}, M_{0BC}) = 2,62$ KN.m

i. $M_C = M_F = 0,4\ \max(M_{0BC}, M_{0CD}) = 1,96$ KN.m

j. $M_D = M_E = 0,4\ \max(M_{0CD}, M_{0DE}) = 2,23$ KN.m

k. Calcul des moments en travée

$$\begin{cases} \propto = \dfrac{Q}{Q+G} = \dfrac{1.5}{1.5+5.21} \Rightarrow \propto = 0,22 \\ 1+0,3\propto = 1+0,3\times 0,22 = 1,06 > 1,05 \\ \dfrac{1+0,3\propto}{2} = \dfrac{1+0,3\times 0,22}{2} = 0.53 \quad (\textit{travée itermidiare}\ ) \\ \dfrac{1,2+0,3\propto}{2} = \dfrac{1,2+0,3\times 0,22}{2} = 0.63 \quad (\textit{travée de rive}\ ) \end{cases}$$

- **Travée AB , GH**

$$\begin{cases} M_t^{AB} \geq 1.06 M_0^{AB} - \dfrac{M_A+M_B}{2} = 4,22\ KN.m \\ M_t^{AB} \geq 0,63 M_0^{AB} = 3,63 KN.m \end{cases} \Rightarrow M_t^{AB} \approx 4,22\ KN.m$$

- **Travée BC , FG**

$$\begin{cases} M_t^{BC} \geq 1.06M_0^{BC} - \dfrac{M_B + M_C}{2} = 3{,}26KN.m \\ M_t^{BC} \geq 0{,}53M_0^{BC} = 2{,}77\ KN.m \end{cases} \Rightarrow M_t^{BC} = 3{,}26\ KN.m$$

- **Travée CD , EF**

$$\begin{cases} M_t^{CD} \geq 1.06M_0^{CD} - \dfrac{M_C + M_D}{2} = 3{,}09\ KN.m \\ M_t^{CD} \geq 0{,}53M_0^{CD} = 2{,}59\ KN.m \end{cases} \Rightarrow M_t^{CD} \approx 3{,}09KN.m$$

- **Travée DE**

$$\begin{cases} M_t^{DE} \geq 1.06M_0^{DE} - \dfrac{M_D + M_E}{2} = 3{,}68\ KN.m \\ M_t^{DE} \geq 0{,}53M_0^{DE} = 2{,}96KN.m \end{cases} \Rightarrow M_t^{CD} \approx 3{,}68KN.m$$

		E. L.U.R						**E. L. S**		
Type	Travée	L (m)	M_T(K.m)	M_W (KN.m)	M_E (KN.m)	T_W (KN)	T_E (KN)	M_T (KN)	M_W (KN.m)	M_E (KN.m)
	A-B	3,25	5,64	1,59	3,97	9,05	10,51	4,22	1,15	2,62
	B-C	3,1	4,23	3,97	2,89	9,65	9,01	3,26	2,62	1,96
	C-D	3	4,19	2,89	3,08	8,98	9,09	3,09	1,96	2,23
	D-E	3,2	5,08	3,08	3,08	9,63	9,63	3,68	2,23	2,23
	E-F	3	4,19	3,08	2,89	8,98	9,09	3,09	2,23	1,96
	F-G	3,1	4,23	2,89	3,97	9,65	9,01	3,26	1,96	2,62
	G-H	3,25	5,64	3,97	1,59	9,05	10,51	4,22	2,62	1,15

Tableaux III.1- récapitulation des sollicitations du plancher étage courant

Les moments maximaux en travée tendent à comprimer les fibres supérieures et à tendre les fibres inférieures et par conséquent les armatures longitudinales seront disposées en bas pour reprendre l'effort de traction puisque le béton résiste mal à la traction.

Pour le calcul du ferraillage des poutrelles on prend le cas le plus défavorable.

Les poutrelles sont des sections en "T" dont les dimensions sont données comme suit:

Géométrie

- Largeur de la poutrelle b = 65 cm.
- Largeur de la nervure b_0 = 12 cm.
- Hauteur de la section h_t =20cm.
- Hauteur de la section h_0 = 4 cm.
- Hauteur utile des aciers tendus d = 0,9h =18 cm.

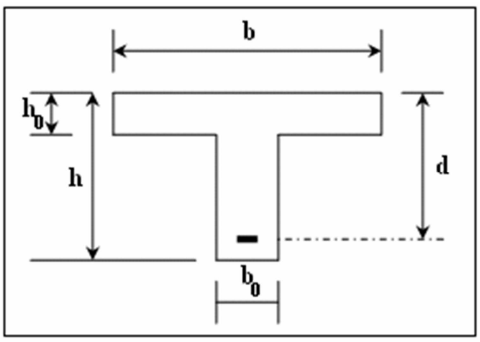


Figure III .4- Géométrie des poutrelles

Moment d'inertie

Matériaux

- contrainte des aciers utilisés : feE40 = 400 Mpa
- contrainte du béton à 28 jours : f_{c28} = 22 Mpa
- Contrainte limite de traction du béton : f_{t28}=1,92 Mpa.
- Fissuration peu préjudiciable.

Sollicitations de calcul

$$\begin{cases} M_{t\,max} = 5{,}64\ kN.m \\ M_{rive\,max} = 1{,}59\ kN.m \\ M_{inter\,max} = 3{,}97\ kN.m \\ T_{max} = 9{,}65\ kN \end{cases}$$

E.L.U

$$\begin{cases} M_{t\,max} = 4{,}22\ kN.m \\ M_{rive\,max} = 1{,}15\ kN.m \\ M_{inter\,max} = 2{,}62\ kN.m \end{cases}$$

E.L.S

- **Calcul des armatures longitudinales à (l'E.L.U)**

Calcul des armatures longitudinales

On doit calculer le moment d'équilibre de la table M_t, pour déterminer la position de l'axe neutre.

$Mt=b.h_{0}.F_{bc}(d-h_0/2)$

$M_t = 65x4x12{,}47(18-4/2)x10^{-3} = 51{,}87$ KN.m

$M_{t\,max} = 5{,}64\ kN.m < M_t = 51{,}87\ kN.m$

Donc l'axe neutre tombe dans la table de compression, la section en T sera calculée en flexion simple comme une section rectangulaire de dimension (b x h_t) = (65 x 20) cm² soumise à :

$M_{t\,max} = 5{,}64\ kN.m.$

$$\mu = \frac{M_{t\,max}}{b \times d^2 \times f_{bc}} = \frac{5{,}64 \times 10^3}{65 \times 18^2 \times 12{,}47} = 0{,}021 < \mu_l = 0{,}392 \ \rightarrow\ A'_s = 0$$

$\mu = 0{,}021 \ \rightarrow\ \beta = 0{,}9895$; β est tirée du tableau.

$$\sigma_s = \frac{f_e}{\gamma_s} = \frac{400}{1{,}15} = 348\ MPa$$

$$A_s = \frac{M_{t\,max}}{\beta \times d \times \sigma_s} = \frac{5{,}64 \times 10^3}{0{,}9895 \times 18 \times 348} = 0{,}91\ cm^2$$

Condition de non fragilité (section en Té)

$$A_{min} = \frac{I}{0{,}81.ht.V'}.\frac{f_{t28}}{fe}$$

$$\text{Avec}: I = b_0.\frac{ht^3}{3} + (b-b_0).\frac{h_0}{3} - [b_0.ht + (b-b_0).h_0].V^2$$

$$V' = ht - V$$

$$V = \frac{b_0.h^2 + (b-b_0).h_0^2}{2[b_0.h + (b-b_0).h_0]}$$

$$V = \frac{12x(20)^2 + (65-12)x(4)^2}{2[12x20 + (65-12)x4]} = 6{,}24cm$$

I =18406,88 cm^4

V' = ht-V = 20-6,24 = 13,76 cm

A_{min}=0,43 cm²

Donc: A_{scal} =0,91 cm² > A_{min}=0,43 cm² Condition v

On prend : 3T10 ; $A_s = 2{,}36\ cm^2$

Sur appui intermédiaire (armatures supérieurs)

$$\mu = \frac{M_a}{b \times d^2 \times f_{bc}} = \frac{3{,}97 \times 10^3}{65 \times 18^2 \times 12{,}47} = 0{,}015 < \mu_l = 0{,}392 \ \rightarrow \ A'_s = 0$$

$\mu = 0{,}015 \ \rightarrow \ \beta = 0{,}9925$; β est tirée du tableau.

$$A_s = \frac{M_a}{\beta \times d \times \sigma_s} = \frac{3{,}97 \times 10^3}{0{,}9925 \times 18 \times 348} = 0{,}64\ cm^2$$

Condition de non fragilité (section en Té)

$$A_{min} = \frac{I \times f_{t28}}{0{,}81 \times h_t \times V_1 \times fe} = \frac{18406{,}88 \ \times 2{,}10}{0{,}81 \times 20 \times 6{,}24 \times 400} = 0{,}95\ cm^2$$

Donc : $A_{s\,cal} = 0{,}64\ cm^2 > A_{min} = 0{,}95\ cm^2$; Condition non vérifiée

On prend : 2T10 ; $A_s = 1{,}57\ cm^2$

Sur appui de rive :

La section calculée est une section rectangulaire de dimension (12 x 24) cm².

$$\mu = \frac{M_a}{b \times d^2 \times f_{bc}} = \frac{1{,}59 \times 10^3}{65 \times 18^2 \times 12{,}47} = 0{,}006 < \mu_l = 0{,}392 \ \rightarrow \ A'_s = 0$$

$\mu = 0{,}006 \ \rightarrow \ \beta = 0{,}997$; β est tirée du tableau.

$$A_s = \frac{M_a}{\beta \times d \times \sigma_s} = \frac{1{,}59 \times 10^3}{0{,}997 \times 18 \times 348} = 0{,}25\ cm^2$$

Condition de non fragilité (section en Té) :

$$A_{min} = \frac{I \times f_{t28}}{0{,}81 \times h_t \times V_1 \times fe} = \frac{18406{,}88 \ \times 2{,}10}{0{,}81 \times 20 \times 6{,}24 \times 400} = 0{,}95\ cm^2$$

Donc : $A_{s\,cal} = 0{,}25\ cm^2 < A_{min} = 0{,}95\ cm^2$; Condition non vérifiée ; On prend $A_{min} = 0{,}95\ cm^2$

On prend : 1T12 ; $A_s = 1{,}13\ cm^2$

Vérification des contraintes à l'E.L.S

Position de l'axe neutre

Soit «y» la distance entre le centre de gravité de la section homogène «S» et la fibre la plus comprimée.

$$\frac{by^2}{2} + \eta A'(y-c') - \eta A(d-y) = 0.$$

b = 65cm ; η = 15 ; A'= 0 , A = 2,36 cm^2.

y = 3,91cm

Le moment d'inertie

$$I_G = \frac{b.y^3}{3} + \eta A'(y - c') + \eta A(d - y)^2.$$

$$I_G = \frac{65}{3} y^3 + \eta A(d - y)^2.$$

$$I_G = \frac{65}{3}(3{,}91)^3 + 15 \times 2{,}36(18 - 3{,}91)^2 = 8323{,}05 \ \ cm^4.$$

$$\sigma_{bc} = \frac{M_{ser}}{I_G} y = \frac{3{,}97 \times 10^3}{8323{,}05} \times 3{,}91 = 1{,}86 \, MPa$$

$$\bar{\sigma}_{bc} = 0{,}6 f_{c28} = 13{,}2 \, MPa.$$

$$\sigma_{bc} = 1{,}86 \, MPa < \bar{\sigma}_{bc} = 13{,}2 \, MPa \text{.............condition vérifiée.}$$

Sur appuis

Position de l'axe neutre

$$\frac{by^2}{2} + \eta A'(y - c') - \eta A(d - y) = 0.$$

$$b = 65 \ \ cm \quad ; \quad \eta = 15 \quad ; \quad A' = 0 \quad ; \quad A = 1{,}13 \ \ cm^2$$

$$32{,}5 y^2 - 15.1{,}13 \ (d - y) = 0 \quad \Rightarrow \quad y = 2{,}81 \ \ cm$$

Le moment d'inertie

$$I_G = \frac{b.y^3}{3} + \eta A'(y - c') + \eta A(d - y)^2.$$

$$I_G = \frac{65}{3} y^3 + \eta A(d - y)^2.$$

$$I_G = \frac{65}{3}(2{,}81)^3 + 15 \times 1{,}13(18 - 2{,}81)^2 = 4391{,}72 \ \ cm^4.$$

$$\sigma_{bc} = \frac{M_{a\,ser}}{I_G} y = \frac{2{,}62 \times 10^3}{4391{,}72} \times 2{,}81 = 1{,}68 \ \ MPa$$

$$\bar{\sigma}_{bc} = 0{,}6 \ f_{c28} = 13{,}2 \ MPa \ .$$

$$\sigma_{bc} = 1{,}68 \ MPa < \bar{\sigma}_{bc} = 13{,}2 \ MPa \text{ .... condition vérifiée .}$$

Contrainte de cisaillement :(effort tranchant)

L'effort tranchant maximal T_{max}=17.44 KN.

$$\tau_u = \frac{T_u}{b_0.d} = \frac{9{,}65 \times 10^{-3}}{0{,}12 \times 0{,}18} = 0.45 \quad MPa$$

Fissuration peu préjudiciable

$$\bar{\tau}_u = \min(0{,}13 f_{c28} ; 5 \ MPa) = 2{,}86 \ \ MPa.$$

$$\tau_u = 0{,}45 \ \ MPa < \bar{\tau}_u = 2{,}86 \ \ MPa\text{...................condition vérifieé}$$

Les armatures transversales A_t

$\phi_t \leq \min(h/35; b_0/10; \phi_l)$

$\phi_t \leq \min(240/35; 140/10; 8) = 6{,}86\,mm.$

on adopte: $\phi_t = 8$ mm.

Calcul des espacements

St ≤ min (0,9d ; 40cm)

St ≤ min (16,2 ; 40cm) St ≤ 16,2cm

La section des armatures transversales

$$\frac{At}{b_0.st} \times \frac{fe}{\gamma s} \geq \frac{\tau_u(h/2) - 0{,}3k.f_{tj}^{*}}{0{,}9(\sin\alpha + \cos\alpha)} \text{............(*)}$$

k =1 (fissuration non préjudiciable)

f_{tj}^{*} = min (2,1; 3,3 MPa) =2,1 MPa

α =90° ⇒ sinα +cos α = 1

fe =400 MPa ; δ_s =1,15

D'où: $\tau_u(h/2) = \dfrac{T_u(h/2)}{b_0.d}$

On calcul la valeur de l'effort tranchant T_u (h/2) par la méthode des triangles semblables:

$$\frac{T_{max}}{X} = \frac{T_u(h/2)}{X - (h/2)} \Rightarrow T_u(h/2) = \frac{T_{max}.[X - (h/2)]}{X}$$

On calcul la distance "X":

$$X = \frac{L}{2} + \frac{M_w - M_e}{q.L}$$

X=3,25/2+ (3,97-1,59)/6,02x3,25 = 1,75 m

h/2 = 0,20/2 = 0,10 m

X-(h/2)= 1,75 -0,10 = 1,65 m

Donc: $T_u(h/2) = \dfrac{9{,}65.1{,}65}{1{,}75} = 9{,}1\ KN$

D'où: τ_u(h/2) = (9,1x10^{-3})/(0,12x0,18) = 0,42 MPa

τ_u (h/2) = 0,42 MPa

$$(*) \Leftrightarrow \left(\frac{At}{s_t}\right)_{cal} \geq \frac{(0{,}42 - 0{,}3\times1\times2{,}1)\times12}{0{,}9\times1\times\dfrac{235}{1{,}15}} = 0{,}013\ cm\text{........(1)}$$

Pourcentage minimal des armatures transversales

$$\frac{A_t \times fe}{b \times S_t} \geq \max\left(\frac{\tau_u}{2};0,4\ MPa\right)$$

$$\frac{A_t \times fe}{b \times S_t} \geq \max\left(\frac{0,42}{2};0,4\ MPa\right) = \ 0,4\ MPa$$

$$\left(\frac{At}{S_t}\right)_{\min} \geq \frac{0,4 \times b_0}{fe} = \frac{0,4 \times 12}{400} = 0,012\ \ cm.............................(2)$$

On prend le max entre (1) et (2)

$$\Rightarrow \left(\frac{A_t}{S_t}\right) \geq 0,012\ \text{cm} \qquad ;\text{onprend } S_t = 12\text{cm}$$

$$\Rightarrow A_t \geq 0,012.12 = 0,144\ \ cm^2 \Rightarrow \begin{cases} 2\phi\ 6 = 0,57\ \ cm^2 / ml \\ S_t = 12\ \ cm \end{cases}$$

Zone nodal:

$S_t \leq$ min ($10\phi_l$; 15cm)

$S_t \leq$ 10cm

-Zone courante

$S_t \leq$15cm

S_t =15 cm

$$On\ adopte \begin{cases} S_t = 10\ \ cm.........Zone\ nodale \\ S_t = 15\ \ cm.........Zone\ courante \end{cases}$$

Ancrage des armatures aux niveaux des appuis

T_u = 9,65 kn

M_{appui} = 3,97 KN.m

$$F_u = \frac{M_{\ appui}}{z} = \frac{3,97}{0,9 \times 18 \times 10^{-2}} = 24,51\ \text{KN} > T_u = 9,65\ \text{KN}$$

Les armatures longitudinales inférieures ne sont pas soumises à un effort de traction

Compression de la bille d'about :

La contrainte de compression dans la biellette est:

$$\bar{\sigma}_b = \frac{F_b}{S} \quad \text{Avec} \quad \begin{cases} F_b = T\sqrt{2} \\ S = \dfrac{ab_0}{\sqrt{2}} \end{cases}$$

D'où $\bar{\sigma}_b = \dfrac{2T}{ab_0}$

a: la longueur d'appui de la biellette

On doit avoir $\bar{\sigma}_b < f_{c28}/\gamma_b$

Mais pour tenir compte du fait que l'inclinaison de la biellette est légèrement différente de 45^0 donc on doit vérifier que :

$$\bar{\sigma}_b \leq 0{,}8 f_{c28}/\gamma_b$$

$$\frac{2T}{a.b_0} \leq \frac{0{,}8.f_{c28}}{\gamma_b} \Rightarrow a \geq \frac{2T\gamma_b}{0{,}8.b_0.f_{c28}}$$

$$\Rightarrow a \geq \frac{2x9{,}65x1{,}5}{0{,}8.12.22.\ 10} = 0{,}014m \quad =1{,}4\ cm$$

a = min (a' ; 0,9 d)

a = min (31cm; 16,2 cm) = 16,2 > 1,4 cm………………condition vérifiée.

Entraînement des armatures

$$\boldsymbol{\tau_{user} = T/0{,}9d.\mu.n \leq \bar{\tau}_{u\,ser} = \psi s.\ f_{t28}}$$

ψs: coefficient de cisaillement ψs=1,5 pour H.A

T: effort tranchant max T=9,65 KN

n : nombre d'armatures longitudinales tendues n = 3

μ : périmètre d'armature tendue $\mu = \pi\phi$ = 3,14 x1,2 = 3,76 cm

τu_{ser} = 1.22 MPa

$\bar{\tau}_{u\,ser}$ =1,5 x 2,1 = 3,15MPa

τ_{user} = 1.22 MPa ≤ $\bar{\tau}_{u\,ser}$ = 3,15 MPa……………condition vérifiée

Ancrage des armatures tendues

La longueur de scellement droit "$\mathbf{L_s}$" est la longueur que doit avoir une barre droite de diamètre ϕ pour équilibrer une contrainte d'adhérence τ_s.

La contrainte d'adhérence τ_s est supposée constante est égale à la valeur limite ultime.

$\tau_s = 0{,}6\ \psi_s^2.f_{t28} = 0{,}6\ (1{,}5)^2.2{,}1 = 2{,}835$ MPa.

La longueur de scellement droit $L_s = \phi\ f_e /4\tau_s$.

ϕ : Diamètre d'une barre égale 1cm

L_s = 1,2.400 /4.2,835 =42,32 cm.

Cette longueur dépasse la largeur de la poutre b = 35cm

Nous somme obligés de courber les armatures de telle sorte que

r = 5,5ø = 5,5.1,2 = 6,6 cm.

Vérification de la flèche

Il faut que les conditions suivantes soient vérifiées:

$$\begin{cases} \left(\frac{h_t}{L} \geq \frac{1}{22,5}\right) \Rightarrow \left(\frac{20}{325} = 0,061 \geq 0,044\right) \text{.................................condition vérifiée.} \\ \left(\frac{h_t}{L} \geq \frac{M_{ser}}{15.M_{0ser}}\right) \Rightarrow \left(\frac{20}{325} = 0,061 \geq \frac{4,22}{15.5,76} = 0,049\right) \text{......................condition vérifiée.} \\ \left(\frac{A_s}{b_0.d} \leq \frac{3,6}{f_e}\right) \Rightarrow \left(\frac{2,36}{12.18} = 0,010 \leq \frac{3,6}{400} = 0,009\right) \text{...........................condition non vérifiée.} \end{cases}$$

La troisième condition n'est pas vérifiée, on procède au calcul de la flèche

On va calculer

$$Fi = \frac{Mi.L^2}{10Ei.If_I} \quad ; Fv = \frac{Mv.L^2}{10Ev.If_V}$$

Fi: flèche due aux charges de faible durée d'application.

Fv: flèche due aux charges de longue durée d'application

Avec: $Ei = 11000(fc_{28})^{1/3} = 32164,2$ MPa

$Ev = 3700(fc_{28})^{1/3} = 10818,86$ MPa

$If_i = \frac{1,1.I_0}{1+\lambda_i.\mu_i} \quad ; If_v = \frac{1,1.I_0}{1+\lambda_v.\mu_g}$ I_0 : moment d'inertie de la section totale rendue homogène /à l'axe passant par son C.D.G

If_i : moment d'inertie fictif pour les déformations instantanées

If_v : moment d'inertie fictif pour les déformations de longue durée

Détermination du centre de gravité

$$y_G = \frac{\sum A_i.y_i}{\sum A_i} = \frac{(b.h_0).(h_0/2 + h - h_0) + [(h - h_0)b_{0.}(h - h_0)/2] + \eta.A_s.c}{(b.h_0) + (h - h_0)b_0 + \eta.A_s}$$

$$y_G = \frac{(65.4)(2 + 16) + [(20 - 4).12.(20 - 4)/2] + 15.x2,36x2}{(65.4) + (20 - 4).12 + 15.x2,36}$$

$$y_G = 12,89\text{cm}$$

Détermination du moment d'inertie

$$I_g = \frac{by_G^3}{3} - \frac{(b-b_0)(y_G - h_0)^3}{3} + \frac{b_0(h_t - y_G)^3}{3} + 15A_s(d - y_G)^2$$

$$I_g = 36353,076\text{cm}^4$$

Charges prises en comptes

1-charge avant mise de revêtement : j = 3.36x0, 65 = 2.18 KN/m.

2-charge après mise de revêtement : G = 5.21x0, 65 = 3,39KN/m

3-charge total à l'E.L.S : P = (G+Q): P = (5,21+1,5) x0, 65 = 4,36 KN/m

Calcul des moments correspondants

Mj = 0,85.J.L²/8 = 2,45 KN.m

MG = 0,85.G.L²/8 = 3,8 KN.m

Mp = 0,85.P.L²/8 = 4,89 KN.m

Calcul des contraintes

$$\sigma_{SJ} = \frac{M_J}{A_S.Z} = 64{,}08 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{SG} = \frac{M_G}{A_S.Z} = 99{,}39 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{SP} = \frac{M_P}{A_S.Z} = 127{,}90 \text{ MPa}$$

Calcul des coefficients

$$f = \frac{A_S}{b_0.d} = \frac{2{,}36}{12 \times 18} = 0{,}01$$

$$\lambda_i = \frac{0{,}05 f_{t28}}{(2 + 3b_0/b)f} = 3{,}3$$

$$\lambda_V = (2/5) = 1{,}024$$

Calcul des coefficients (μ_i)

$$\mu j = 1 - \frac{1{,}75.f_{t28}}{(4.f.\ \sigma_{si}) + f_{t28}}$$

$$\mu_j = 1 - [(1{,}75 \times 2{,}1)/(4 \times 0{,}01 \times 64{,}08) + 2{,}1] = 0{,}21$$

$$\mu_G = 1 - [(1{,}75 \times 2{,}1)/(4 \times 0{,}01 \times 99{,}39) + 2{,}1] = 0{,}39$$

$$\mu_P = 1 - [(1{,}75 \times 2{,}1)/(4 \times 0{,}01 \times 127{,}90) + 2{,}1] = 0{,}49$$

Calcul des moments d'inertie après fissuration

$$I_{Fi} = \frac{1{,}1.I_0}{(1 + \lambda_i . \mu_i)} \quad : I_0 = I_G = 36353{,}06.cm^4.$$

$$I_{FJ} = 23619{,}83\ cm^4.$$

$$I_{FG} = 17485{,}07\ cm^4.$$

$$I_{FP} = 15280{,}23\ cm^4.$$

$$I_{FV} = 28576{,}18\ cm^4.$$

Calcul des valeurs de la flèche correspondantes

$$F_i = \frac{M_i L^2}{10E_i.I_{FI}}$$

$$.F_{ij} = 0{,}034\ cm.$$

$$F_{ig} = 0.071\ cm.$$

$$F_{ip} = 0{,}105\ cm.$$

$$F_{vg} = 0{,}13\ cm.$$

$F_{total} = F_{vg} - F_{ij} + F_{ip} - F_{ig.}$

Ftotal = 0.13-0.034+0,105-0.071=0.13

Fadm = L/500 = 325/500 =0,65 cm.

Ftotal= 0,13 cm < Fadm = 0,65 cm ……………………..condition vérifiée

	FERRAILLAGE	
TRAVEE	APPUI RIV	APPUI INTER
3T10=2,36	1T12 =1,13 cm²	2T10=1.57cm²

Tableaux III.2- récapitulation du ferraillage du plancher étage courant

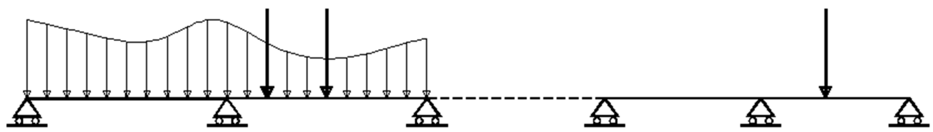
Plancher à corps-creux (terrasse)

Méthodes de calcul

Puisque la fissuration est très préjudiciable dans ce plancher, on peu pas utiliser la méthode forfaitaire pour calculer les poutrelles, alors on doit utiliser une autre méthode appelée la méthode des trois moments.

Hypothèses

Prenons le cas d'une poutre droite posée sur (N+2) appuis simples chargée par des forces concentrées ou réparties dont la direction est perpendiculaire à l'axe de la poutre.



Le problème posé possède une mobilité correspondant à la translation suivant l'axe de la poutre.

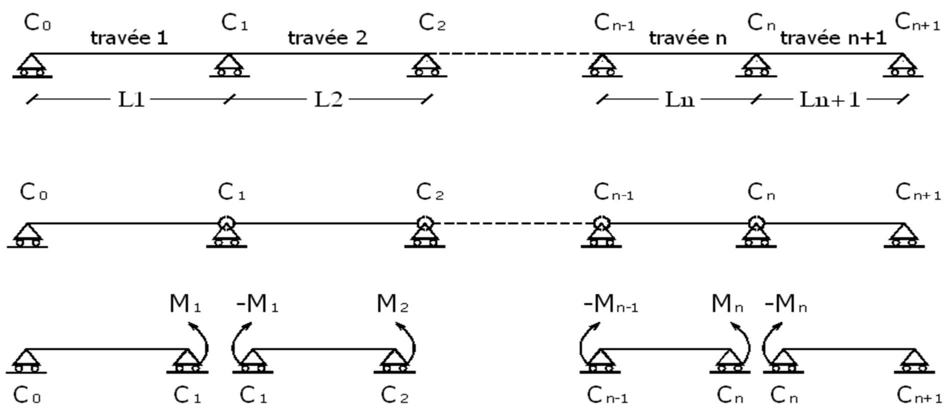
Si cette mobilité est gênante, il suffit de remplacer une liaison Ponctuelle par une rotule.

Le problème se situe dans le plan (x, y) et est à flexion dominante. L'inertie de section et le module d'élasticité sont constants sur la poutre.

Notations des appuis

Les appuis sont notés C_0, C_1, ..., C_{n+1} .

La portion de poutre = [$C_{i-1,}$ C_i] est la travée i de longueur Li



Le problème est hyperstatique d'ordre **N**, on utilise la méthode des forces avec une décomposition particulière.

Décomposition du problème

Plutôt que de considérer que le problème isostatique associé est une poutre sur deux appuis-dans ce cas les inconnues. Hyperstatiques seraient N réactions d'appuis-on introduit une rotule entre chaque Travée au doit des appuis C_1 à C_n.

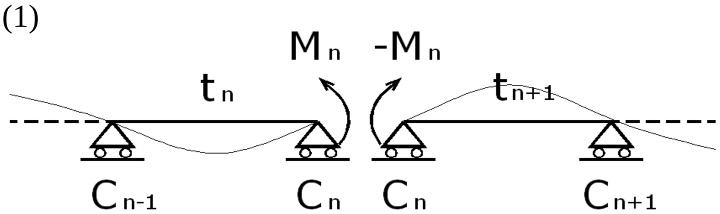
Le problème isostatique associé correspond à N + 1 poutres sur deux appuis correspondant à chaque travée. Les inconnues hyperstatiques sont les moments M_i exercés par la travée i+1 Sur la travée i. Le moment exercé par la travée i sur la travée i+1 étant $-M_i$

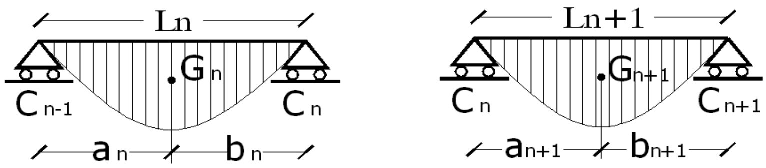
Les moments M_i sont également les moments fléchissant du problème hyper statique au droit des appuis.

Equations de continuité de la rotation

Les inconnues M_i sont calculés de façon à ce que la rotation de section soit continue

$(\theta'=\theta'')$…………………..(1)





G_n , G_{n+1} :les centre d'inertie des aires de diagramme des moments.

a_n ,b_n , a_{n+1} ,b_{n+1} : sont des distances entre centres de gravités et les appuis adjacent.

S_n et S_{n+1} : les Aires des diagrammes des moments pour les travées L_n et L_{n+1}

$\theta'=\theta'(M_{n-1})+\theta'(M_n)+\theta'(q)$

D'où : q : le chargement des travées.

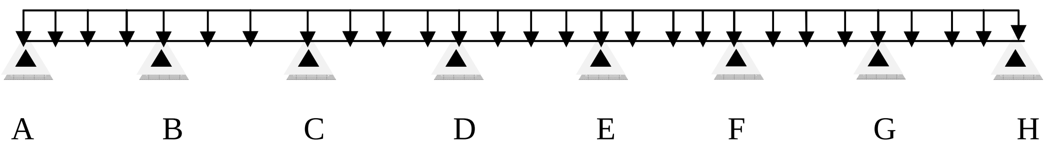
Selon le théorème des Aires des moments, on aura :

$$\theta'=\frac{S_n.a_n}{L_n.E_I}+\frac{M_{n-1}.L_n}{6.E_I}+\frac{M_n.L_n}{3.E_I}$$

$$\theta''=\frac{S_{n+1}.b_{n+1}}{L_{n+1}.E_I}+\frac{M_n.L_{n+1}}{3.E_I}+\frac{M_{n+1}.L_{n+1}}{6.E_I}$$

$$\theta'=\theta''\Rightarrow M_{n-1}.L_n+2M_n(L_n+L_{n+1})+M_{n+1}.L_{n+1}=-6\left[\frac{S_n.a_n}{L_n}+\frac{S_{n+1}.b_{n+1}}{L_{n+1}}\right]$$

Etude des poutrelles plancher terrasse



Exemple de calcul

Pour La plancher terrasse : $G = 6{,}28\ KN/m^2$

$Q = 1{,}00\ KN/m^2$

- **Sollicitation à l'E.L.U**

$q_u = (1{,}35G+1{,}5Q) \times 0{,}65 = (1{,}35\times6{,}28)+(1{,}5\times1{,}00) \times 0{,}65$ ……… $\Rightarrow$ **q_u = 6,48 KN/ml**

- **Sollicitation à l'E.L.S**

$q = (G+Q) \times 0{,}65 = (6{,}28+1{,}00) \times 0{,}65$ ………………………….... $\Rightarrow$ **q = 4,73 KN/ml**

Type (01) : poutrelles à 4 travées

Le calcul se fait selon la formule:

$$M_{(n-1)}.L_n + 2M_n\left(L_n + L_{(n+1)}\right) + M_{(n+1)}.L_{(n+1)} = -6\left[\frac{S_n.a_n}{L_n} + \frac{S_{(n+1)}.b_{(n+1)}}{L_{(n+1)}}\right] \text{..........(1)}$$

En isolant deus travées adjacentes, on prend A-B et B-C

- **Partie AB et BC**

$M_0^{AB} = Ql^2/8 = 8{,}55$ KN.m

$a_n = b_n = 1{,}625$ m

$S_n = 2/3.L_n \,.\, M_0^{AB} = 18{,}52\ m^2$

$M_0^{BC} = Ql^2/8 = 7{,}78$ KN.m

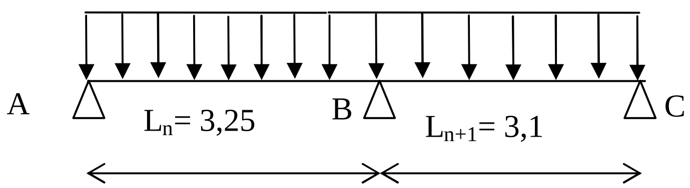
$a_{n+1} = b_{n+1} = 1{,}55$ m

$S_{n+1} = 2/3.L_{n+1} \,.\, M_0^{BC} = 16{,}08\ m^2$

$M_A = -0{,}2M_0^{AB} = -0{,}2 \times 8{,}55 = -1{,}71$ KN.m

$12{,}7M_B+3{,}1M_C+98{,}25=0$…………(1)

$Q_t = 6{,}48$ KN/ml



- **Partie BC et CD**

$M_0^{BC} = Ql^2/8 = 7{,}78$ KN.m

$a_n = b_n = 1{,}55$ m

$S_n = 2/3.L_n \,.\, M_0^{BC} = 16{,}08\ m^2$

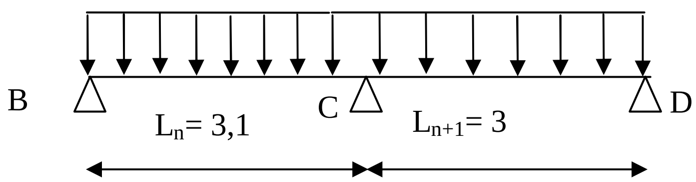
$M_0^{CD} = Ql^2/8 = 7{,}29$ KN.m

$a_{n+1} = b_{n+1} = 1{,}5$ m

$S_{n+1} = 2/3.L_{n+1} \,.\, M_0^{CD} = 14{,}58\ m^2$

$3{,}1M_B+12{,}2M_C+3M_D+91{,}98=0$…………….(2)

$Q_t = 6{,}48$ KN/ml



- **Partie CD et DE**

$M_0^{CD} = Ql^2/8 = 7{,}29$ KN.m

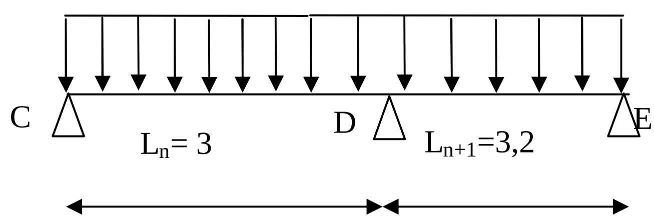
$a_n = b_n = 1{,}5$ m

$S_n = 2/3.L_n \,.\, M_0^{CD} = 14{,}58\ m^2$

$M_0^{DE} = Ql^2/8 = 8{,}29$ KN.m

$a_{n+1} = b_{n+1} = 1{,}6$ m

$Q_t = 6{,}48$ KN/ml

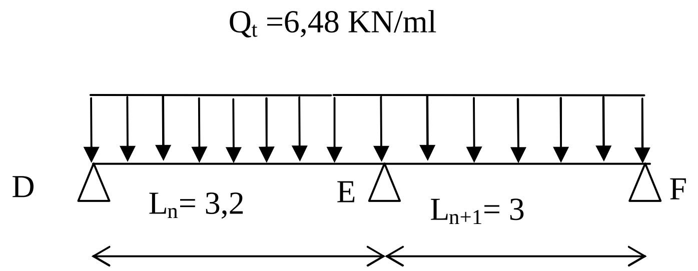


$S_{n+1} = 2/3.L_n \cdot M_0^{DE} = 17{,}68\ m^2$

$3M_C + 12{,}4M_D + 3{,}2M_E + 96{,}78 = 0$……………(3)

Apres résolution des trois équations (1 ; 2 et 3) on obtient

- **Partie DE et EF**



$M_0^{DE} = Ql^2/8 = 8{,}29$ KN.m

$a_n = b_n = 1{,}6$ m

$S_n = 2/3.L_n \cdot M_0^{DE} = 17{,}68\ m^2$

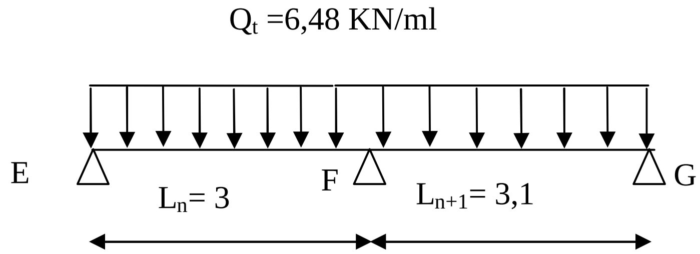
$M_0^{EF} = Ql^2/8 = 7{,}29$ KN.m

$a_{n+1} = b_{n+1} = 1{,}5$ m

$S_{n+1} = 2/3.L_{n+1} \cdot M_0^{EF} = 14{,}58\ m^2$

$3{,}2M_D + 12{,}4M_E + 3M_F + 96{,}78 = 0$……………(4)

Partie EF et FG



$M_0^{EF} = Ql^2/8 = 7{,}29$ KN.m

$a_n = b_n = 1{,}5$ m

$S_n = 2/3.L_n \cdot M_0^{EF} = 14{,}58\ m^2$

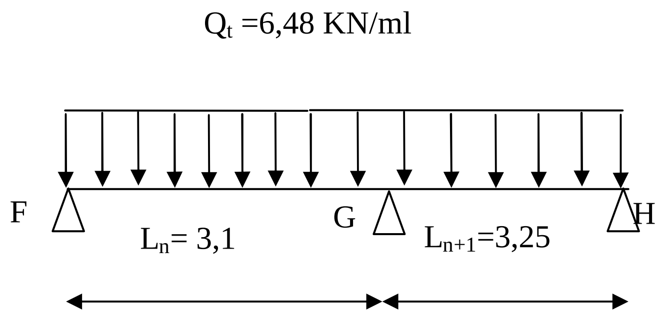
$M_0^{FG} = Ql^2/8 = 7{,}78$ KN.m

$a_{n+1} = b_{n+1} = 1{,}55$ m

$S_{n+1} = 2/3.L_{n+1} \cdot M_0^{FG} = 16{,}08\ m^2$

$3M_E + 12{,}2M_F + 3{,}1M_G + 91{,}98 = 0$……………(5)

Partie FG et GH



$M_0^{FG} = Ql^2/8 = 7{,}78$ KN.m

$a_n = b_n = 1{,}55$ m

$S_n = 2/3.L_n \cdot M_0^{FG} = 16{,}08\ m^2$

$M_0^{GH} = Ql^2/8 = 8{,}55$ KN.m

$a_{n+1} = b_{n+1} = 1{,}625$ m

$S_{n+1} = 2/3.L_n \cdot M_0^{GH} = 18{,}52\ m^2$

$M_H = -0{,}2M_0^{GH} = -0{,}2 \times 8{,}55 = -1{,}71$ KN.

$3{,}1M_F + 12{,}7M_G + 98{,}25 = 0$………(6)

Apres résolution des trois équations (1 ; 2 et 3) on obtient

Les moments sur appuis

$M_A = -1{,}71$ KN.m

$M_B = -6{,}77$ KN.m

$M_C = -3{,}93$ KN.m

$M_D = -5{,}45$ KN.m

$M_E = -5{,}45$ KN.m

$M_F = -3{,}93$ KN.m

M_G = -6,77 KN.m

M_H= -1,71 KN.m

Les moments en travées

$M_t^{AB}=[(M_A+M_B)/2]+M_0^{AB}=4,31$ KN.m

$M_t^{BC}=[(M_B+M_C)/2]+M_0^{BC}=2,43$ KN.m

$M_t^{CD}=[(M_C+M_D)/2]+M_0^{CD}=2,6$ KN.m

$M_t^{DE}=[(M_D+M_E)/2]+M_0^{DE}=2,84$ KN.m

$M_t^{EF}=[(M_E+M_F)/2]+M_0^{EF}=2,6$ KN.m

$M_t^{FG}=[(M_F+M_G)/2]+M_0^{FG}=2,43$ KN.m

$M_t^{GH}=[(M_G+M_H)/2]+M_0^{GH}=4,31$ KN.m

Efforts tranchants

Travée (A-B) : $\begin{cases} T_W = \frac{M_A-M_B}{l}+\frac{ql}{2}=12,09\ KN \\ T_E = \frac{M_A-M_B}{l}-\frac{ql}{2}=-8,97KN \end{cases}$

Travée (B-C) : $\begin{cases} T_W = \frac{M_B-M_C}{l}+\frac{ql}{2}=9,12\ KN \\ T_E = \frac{M_B-M_C}{l}-\frac{ql}{2}=-10,96\ KN \end{cases}$

Travée (C-D) : $\begin{cases} T_W = \frac{M_C-M_D}{l}+\frac{ql}{2}=10,23\ KN \\ T_E = \frac{M_C-M_D}{l}-\frac{ql}{2}=-9,21KN \end{cases}$

Travée (D-E) : $\begin{cases} T_W = \frac{M_D-M_E}{l}+\frac{ql}{2}=10,37\ KN \\ T_E = \frac{M_D-M_E}{l}-\frac{ql}{2}=-10,37\ KN \end{cases}$

Travée (E-F) : $\begin{cases} T_W = \frac{M_E-M_F}{l}+\frac{ql}{2}=9,21\ KN \\ T_E = \frac{M_E-M_F}{l}-\frac{ql}{2}=-10,23\ KN \end{cases}$

Travée (F-G) : $\begin{cases} T_W = \frac{M_F-M_G}{l}+\frac{ql}{2}=10,96\ KN \\ T_E = \frac{M_F-M_G}{l}-\frac{ql}{2}=-9,12KN \end{cases}$

Travée (G-H) : $\begin{cases} T_W = \frac{M_G-M_H}{l}+\frac{ql}{2}=8,97KN \\ T_E = \frac{M_G-M_H}{l}-\frac{ql}{2}=-12,09KN \end{cases}$

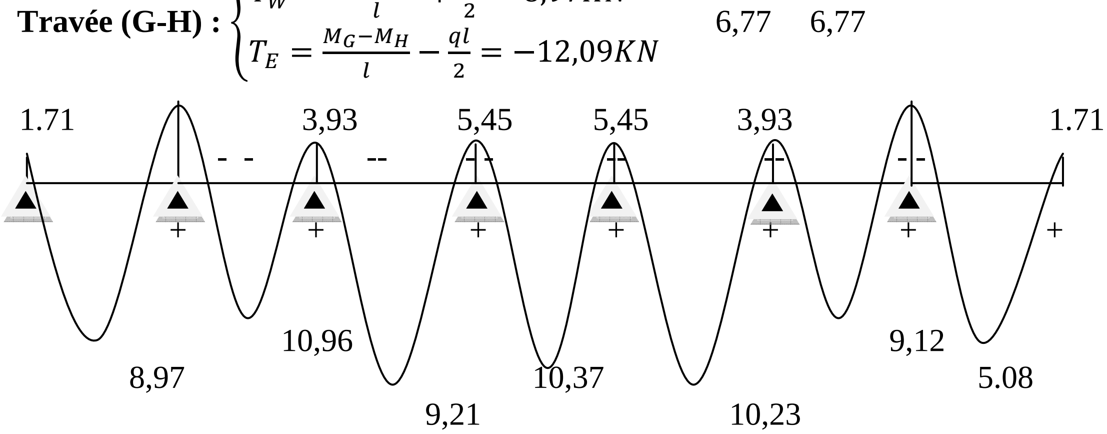


Figure III.4- Diagramme des moment fléchissant, M [KN.m]

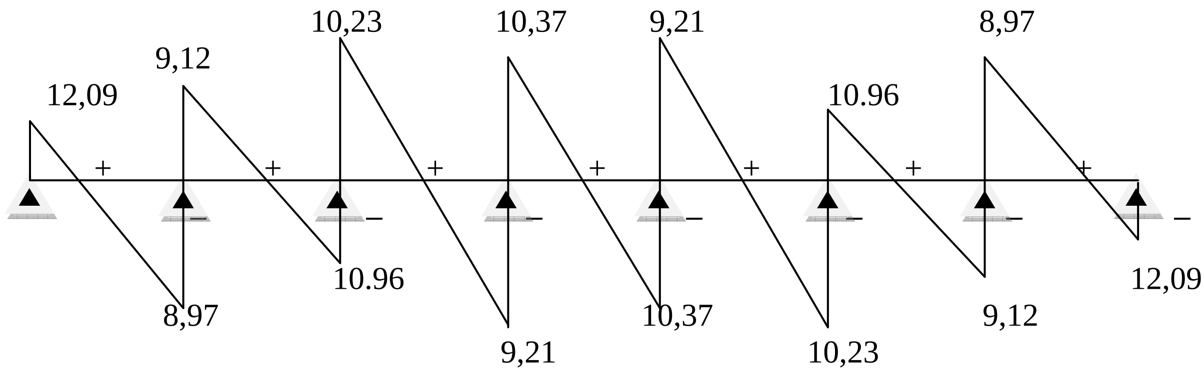


Figure III.5- Diagramme des efforts tranchants T [KN]

Usage	E.L.U				E.L.S		
	$M_{a\text{-rive}}$ (KN.m)	$M_{a\text{-inter}}$ (KN.m)	M_t (KN.m)	T_u (KN)	$M_{a\text{-rive}}$ (KN.m)	$M_{a\text{-inter}}$ (KN.m)	M_t (KN.m)
Terrasse inaccessible	1,71	6,77	4,31	12,09	1,25	4,83	3,2

Tableaux III.3- récapitulation des résultats du plancher terrasse

Calcul du ferraillage des poutrelles

Le ferraillage des poutrelles se fait pour une section en **Té** soumise à la flexion simple à l'E.L.U.R.

En suit la vérification du béton et les sections d'armatures se fait à l'E.L.S

Sollicitations de calcul:

E.L.U : $\begin{cases} M_{travée} = 4,31 \text{ KN.m} \\ M_{appui\text{-}rive} = 1,71 \text{ KN.} \\ M_{appui\text{-}inter} = 6,77 \text{ KN.m} \\ T_{max} = 12,09 \text{ KN} \end{cases}$ **E.L.S :** $\begin{cases} M_{travée} = 3,2 \text{ KN.m} \\ M_{appui\text{-}rive} = 1,25 \text{ KN.m} \\ M_{appui\text{-}inter} = 4,83 \text{ KN.m} \end{cases}$

E.L.U.R

- **En travée**

Moment équilibré par la table « Mt »

$Mt=b.h_{0}.F_{bc}(d-h_0/ 2)$

Avec : $\begin{cases} d=0,9h=0,9x20=18 \text{ cm} \\ F_{bc}=0,85fc_{28}/\gamma_b=12,47 \text{ MPa} \\ h_0= 4 \text{ cm} \\ b= 65 \text{ cm} \end{cases}$

M_t = 65x4x12,47(18-4/2)x10^{-3} = 51,87 KN.m

M_{tmax} = 4,31 KN.m < 51,87 KN.m

Donc l'axe neutre tombe dans la table de compression, la section en T sera calculée en flexion simple comme une section rectangulaire de dimension (bxh) = (65 x24) cm².

$$\mu = \frac{Mt}{f_{bc}.d^2.b} = \frac{4{,}31.10^3}{65.(18)^2.12{,}47} = 0{,}016 < 0{,}392 \rightarrow A's = 0$$

$$\beta = 0{,}962$$

$$\sigma_S = \frac{fe}{\gamma_s} = \frac{400}{1{,}15} = 348MPa$$

$$As = \frac{Mt}{\beta.d.\sigma_S} = \frac{4{,}31.10^3}{0{,}962.18.348} = 0{,}71\,cm^2$$

Condition de non fragilité (section en Té)

$$A_{min} = \frac{I}{0{,}81.ht.V'}.\frac{f_{t28}}{fe}$$

$$\text{Avec}: I = b_0.\frac{ht^3}{3} + (b-b_0).\frac{h_0}{3} - [b_0.ht + (b-b_0).h_0].V^2$$

$$V' = ht - V$$

$$V = \frac{b_0.h^2 + (b-b_0).h_0{}^2}{2[b_0.h + (b-b_0).h_0]}$$

$$V = \frac{12x(24)^2 + (65-12)x(4)^2}{2[12x24 + (65-12)x4]} = 6{,}24cm$$

I =18406,88 cm^4

V' = ht-V = 20-6,24 = 13,76 cm

$$A_{min} = 0{,}43\ cm^2$$

Donc: A_{scal} =0,71 cm² > A_{min}= 0,43 cm²..............condition vérifiée.

Le choix: **3T10 = 2,36 cm²/ml**

- **Sur appui intermédiaire**

La section de calcul est une section rectangulaire de dimension (b_0 x h)= (12 x 24) cm²

$$\mu = \frac{Ma}{f_{bc}.d^2.b_0} = \frac{6{,}77 \times 10^3}{12{,}47 \times (18)^2 \times 12} = 0{,}14 < 0{,}392 \rightarrow A's = 0$$

$$\mu = 0{,}14 \xrightarrow{\text{Tableau}} \beta = 0{,}924$$

$$\sigma_S = \frac{fe}{\delta_s} = \frac{400}{1{,}15} = 348MPa$$

$$As = \frac{Mt}{\beta.d.\sigma_S} = \frac{6{,}77 \times 10^3}{0{,}924 \times 18 \times 348} = 1{,}17\ cm^2$$

Condition de non fragilité (section en Té)

$$A_{min} = \frac{I \times f_{t28}}{0{,}81 \times h_t \times V_1 \times fe} = \frac{18406{,}88 \times 2{,}10}{0{,}81 \times 20 \times 6{,}24 \times 400} = 0{,}96\ cm^2$$

$A_{min} = 0,96 \quad cm^2$

Donc : $A_{s\,cal} = 0,96\,cm^2 < A_{min} = 1,17\,cm^2$ .... *condition vérifiée* .

Le choix: **1T12= 1,13cm²/ml**

- **Sur appuis de rive**

$$\mu = \frac{Ma}{f_{bc}.d^2.b_0} = \frac{1,71 \times 10^3}{12,47 \times (18)^2 \times 12} = 0,035 < 0,392 \rightarrow A's = 0$$

$$\mu = 0,035 \xrightarrow{\text{Tableau}} \beta = 0,9825$$

$$\sigma_S = \frac{fe}{\delta_s} = \frac{400}{1,15} = 348MPa$$

$$As = \frac{Mt}{\beta.d.\sigma_S} = \frac{1,71 \times 10^3}{0,9825 \times 18 \times 348} = 0,28\,cm^2$$

$A_{min} = 0,96 \quad cm^2$

Donc : $A_{s\,cal} = 0,28\,cm^2 < A_{min} = 0,96\,cm^2$ .... *condition non vérifiée* .

Le choix:**1T12= 1,13 cm²/ml**

Vérification a l'E.L.S :

En travées

Position de l'axe neutre :

$$\frac{by^2}{2} + \eta A'(y - c') - \eta A(d - y) = 0.$$

y =3,91 cm

Le moment d'inertie

$$I_G = \frac{b.y^3}{3} + \eta A'(y - c') + \eta A(d - y)^2.$$

$$I_G = \frac{65}{3} y^3 + \eta A(d - y)^2.$$

$$I_G = \frac{65}{3} (3,91)^3 + 15 \times 2,36(18 - 3,91)^2 = 8323,05 \ cm^4.$$

$$\sigma_{bc} = \frac{M_{ser}}{I_G} y = \frac{3,2 \times 10^3}{8323,05} \times 3,91 = 1,50 \quad MPa$$

$$\overline{\sigma}_{bc} = 0,6 f_{c28} = 13,2\,MPa.$$

$$\sigma_{bc} = 1,50\,MPa < \overline{\sigma}_{bc} = 13,2\,MPa \text{.............condition vérifiée.}$$

Sur appuis

Position de l'axe neutre

$$\frac{by^2}{2} + \eta A'(y - c') - \eta A(d - y) = 0.$$

$b = 65 \ cm \quad ; \quad \eta = 15 \quad ; \quad A' = 0 \quad ; \quad A = 1,13 \ cm^2$

$y = 2,81 \ cm$

Le moment d'inertie

$$I_G = \frac{b.y^3}{3} + \eta A'(y - c') + \eta A(d - y)^2.$$

$$I_G = \frac{65}{3} y^3 + \eta A(d - y)^2.$$

$$I_G = \frac{65}{3}(2{,}81)^3 + 15 \times 1{,}13(18 - 2{,}81)^2 = 4391{,}72 \ cm^4.$$

$$\sigma_{bc} = \frac{M_{a\,ser}}{I_G} y = \frac{1{,}25 \times 10^3}{4391{,}72} \times 2{,}81 = 0{,}8 \text{ MPa}$$

$$\overline{\sigma}_{bc} = 0{,}6 \ f_{c28} = 13{,}2 \text{ MPa} .$$

$$\sigma_{bc} = 0{,}8 \text{ MPa} < \overline{\sigma}_{bc} = 13{,}2 \text{ MPa} \text{ .... condition vérifiée .}$$

Contrainte de cisaillement :(effort tranchant)

L'effort tranchant maximal T_{max}=12,09 KN.

$$\tau_u = \frac{T_u}{b_0.d} = \frac{12{,}09 \times 10^{-3}}{0{,}12 \times 0{,}18} = 0.56\text{MPa}$$

Fissuration peu préjudiciable

$$\overline{\tau}_u = \min(0{,}13 f_{c28}; 5 \text{ MPa}) = 2{,}86 \text{ MPa}.$$

$$\tau_u = 0{,}56 \text{ MPa} < \overline{\tau}_u = 2{,}86 \text{ MPa....... ....condit ion vérifieé}$$

Les armatures transversales A_t

$$\phi_t \le \min(h/35; b_0/10; \phi_l)$$

$$\phi_t \le \min(325/35; 40/10, 8) = 6{,}86 \text{ mm}.$$

$$\text{on adopte}: \ \phi_t = 8 \text{ mm}.$$

Calcul des espacements

$$\left.\begin{array}{l} St \le \min(0{,}9d \ ; 40\text{cm}) \\ St \le \min(16{,}2 \ ; 40\text{cm}) \end{array}\right\} \ St \le 16{,}2\text{cm}$$

La section des armatures transversales

$$\frac{At}{b_0.st} \times \frac{fe}{\gamma s} \ge \frac{\tau_u(h/2) - 0{,}3k.f_{tj}^*}{0{,}9(\sin\alpha + \cos\alpha)} \text{............(*)}$$

k =1 (fissuration non préjudiciable)

f_{tj}^* = min (2,1; 3,3 MPa) =2,1 MPa

α =90° $\Rightarrow$ sinα +cos α = 1

fe =400 MPa ; δ_s =1,15

D'où: $$\tau_u(h/2) = \frac{T_u(h/2)}{b_0.d}$$

On calcul la valeur de l'effort tranchant T_u (h/2) par la méthode des triangles semblables:

$$\frac{T_{max}}{X}=\frac{T_u(h/2)}{X-(h/2)}\Rightarrow T_u(h/2)=\frac{T_{max}.[X-(h/2)]}{X}$$

On calcul la distance "X":

$$X=\frac{L}{2}+\frac{M_w-M_e}{q.L}$$

X=3,25/2+ (6,77-1,71)/6,48x3,25= 1,87 m

h/2 = 0,20/2 = 0,10 m

X-(h/2)= 1,87 -0,10 = 1,77 m

Donc: $T_u(h/2)=\frac{12{,}09.1{,}77}{1{,}87}=11{,}44KN$

D'où: τ_u(h/2) = (11,44x10^{-3})/(0,12x0,18) = 0,53 MPa

τ_u (h/2) = 0,53 MPa

$$(*)\Leftrightarrow\left(\frac{At}{s_t}\right)_{cal}\geq\frac{(0{,}53-0{,}3\times1\times2{,}1)\times12}{0{,}9\times1\times\frac{235}{1{,}15}}=0{,}0065\ cm........(1)$$

Pourcentage minimal des armatures transversales

$$\frac{A_t\times fe}{b\times S_t}\geq\max\left(\frac{\tau_u}{2};0{,}4\ MPa\right)$$

$$\frac{A_t\times fe}{b\times S_t}\geq\max\left(\frac{0{,}53}{2};0{,}4\ MPa\right)=\ 0{,}4\ MPa$$

$$\left(\frac{At}{S_t}\right)_{min}\geq\frac{0{,}4\times b_0}{fe}=\frac{0{,}4\times12}{400}=0{,}012\ cm..................................(2)$$

On prend le max entre (1) et (2) $\Rightarrow\left(\frac{A_t}{S_t}\right)\geq0{,}012\text{ cm}\qquad;\text{onprend }S_t=12\text{cm}$

$$\Rightarrow A_t\geq0{,}012.12=0{,}144\ cm^2\Rightarrow\begin{cases}2\phi\ 6=0{,}57\ cm^2/ml\\S_t=12\ cm\end{cases}$$

Zone nodal:

$S_t\leq$ min (10ϕ_l ; 15cm)

$S_t\leq$ 10cm

-Zone courante

$S_t\leq$15cm

S_t =15 cm

$$On\ adopte \begin{cases} S_t = 10\ cm........Zone\ nodale \\ S_t = 15\ cm........Zone\ courante \end{cases}$$

Ancrage des armatures aux niveaux des appuis

T_u = 12,09 kn

M_{appui} = 6,77 KN.m

$$F_u = \frac{M_{appui}}{z} = \frac{6,77}{0,9 \times 18 \times 10^{-2}} = 41,79\ KN > T_u = 12,09\ KN$$

Les armatures longitudinales inférieures ne sont pas soumises à un effort de traction

Compression de la bielle d'about

$\bar{\sigma}_b \leq 0,8 f_{c28} / \gamma_b$

$$\frac{2T}{a.b_0} \leq \frac{0,85 f_{c28}}{\gamma_b} \Rightarrow a \geq \frac{2T\gamma_b}{0,8 b_0 . f_{c28}}$$

$$\Rightarrow a \geq \frac{2 \times 12,09 \times 1,5}{0,8 \times 12 \times 22 \times 10} = 0,017 m = 1,7\,cm$$

a = min (a' ; 0,9 d)

a = min (31cm; 16,2cm) = 16,2> 1,7 cm………………condition vérifiée

Entraînement des armatures

τ_{user}=T/0,9d.µ.n≤ $\bar{\tau}_{u\,ser}$ = ψs. f_{t28}

ψs: coefficient de cisaillement ψs=1,5 pour H.A

T: effort tranchant max T=12,09 KN

n : nombre d'armatures longitudinales tendues n = 3

µ : périmètre d'armature tendue µ =πϕ = 3,14 x1,2 = 3,76 cm

τu_{ser} = 0,05 MPa

$\bar{\tau}_{u\,ser}$ =1,5 x 2,1 = 3,15MPa

τ_{user} = 0,05 MPa ≤ $\bar{\tau}_{u\,ser}$ = 3,15 MPa……………condition vérifiée

Ancrage des armatures tendues

La longueur de scellement droit "$\mathbf{L_s}$" est la longueur que doit avoir une barre droite de diamètre ϕ pour équilibrer une contrainte d'adhérence τ_s.

La contrainte d'adhérence τ_s est supposée constante est égale à la valeur limite ultime.

$\tau_s = 0,6\ \psi_s^2.f_{t28} = 0,6\ (1,5)^2.2,1 = 2,835$ MPa.

La longueur de scellement droit $L_s = \phi\ f_e / 4\tau_s$.

ϕ : Diamètre d'une barre égale 1cm

L_s = 1,2.400 /4.2,835 =42,32 cm.

Cette longueur dépasse la largeur de la poutre b = 35cm

Nous sommes obligés de courber les armatures de telle sorte que

r = 5,5ø = 5,5.1,2 = 6,6 cm.

Vérification de la flèche

Il faut que les conditions suivantes soient vérifiées:

$$\begin{cases} \left(\frac{h_t}{L} \geq \frac{1}{22{,}5}\right) \Rightarrow \left(\frac{20}{325} = 0{,}062 \geq 0{,}044\right) \text{......................................condition vérifiée.} \\ \left(\frac{h_t}{L} \geq \frac{M_{ser}}{15.M_{0ser}}\right) \Rightarrow \left(\frac{20}{325} = 0{,}062 \geq \frac{3{,}2}{15.5{,}91} = 0{,}036\right) \text{.......................condition vérifiée.} \\ \left(\frac{A_s}{b_0.d} \leq \frac{3{,}6}{f_e}\right) \Rightarrow \left(\frac{2{,}36}{12.18} = 0{,}01 \leq \frac{3{,}6}{400} = 0{,}009\right) \text{............................condition non vérifiée.} \end{cases}$$

TRAVEE	APPUI	
	RIVE	INTERMEDIAIRE
3T10 = 2,36 cm²/ml	**1T12= 1,13 cm²/ml**	**1T12=1,13cm²/ml**

<u>Tableaux III.3- récapitulation du ferraillage du plancher terrasse</u>