

IV.1 Introduction :

L'objet de toute théorie est le calcul approché des grandeurs généralisées sur la base du système d'équations d'équilibre, de compatibilité, de conditions aux limites sur les bords, complété par une loi de comportement reliant les contraintes et les déformations généralisées. Ce chapitre est consacré à la modélisation du comportement thermomécanique des plaques sandwichs en matériaux à gradient de propriétés « FGM » en utilisant une nouvelle théorie à ordre élevé.

Le nombre de fonctions inconnues dans la présente théorie est cinq. La formulation de la théorie présentée repose sur le principe des travaux virtuels. Le type utilisé des plaques sandwichs dans la présente étude est celui où les couches (supérieure et inférieure) en FGM et la couche centrale en matériau homogène.

On suppose que les propriétés matérielles (module de Young et le coefficient de dilatation thermique) de la plaque sandwich varient sans interruption dans la direction de l'épaisseur selon une simple distribution de loi de puissance en fonction de la fraction volumique des matériaux constituants. Plusieurs configurations des plaques sandwichs sont utilisées à savoir (1-0-1), (3-1-3), (1-1-1) et (2-1-2).

IV.2 Formulations mathématiques :

Considérons une plaque rectangulaire sandwich composé de trois couches (métal-céramique, céramique, céramique-métal) comme illustré à la figure 1. Les coordonnées x et y définissent le plan de la plaque, tandis que l'axe z lancé sur la surface moyenne de la plaque est dans la direction de l'épaisseur. $[0, a] \times [0, b] \times [-h / 2, + h / 2]$. Le plan moyen est défini par $z = 0$ et ses plans de délimitation extérieures étant définies par $z = \pm h / 2$. Les couches de surface de la plaque sandwich sont réalisées en un matériau isotrope avec les propriétés variant en douceur suivant z (épaisseur). La couche centrale est faite d'un matériau homogène et isotrope. Les ordonnées verticales de la surface inférieure, des deux interfaces limitant la couche centrale, et de la surface supérieure de la plaque sont respectivement $h_0 = -h / 2$, h_1 , h_2 , $h_3 = h / 2$.

Les propriétés effective des matériaux pour chaque couche, comme le module d'Young, coefficient de Poisson, et coefficient de dilatation thermique, peut être exprimée par :

$$P(z) = p_m + (p_c - p_m)V^{(n)}, \quad (IV.1)$$

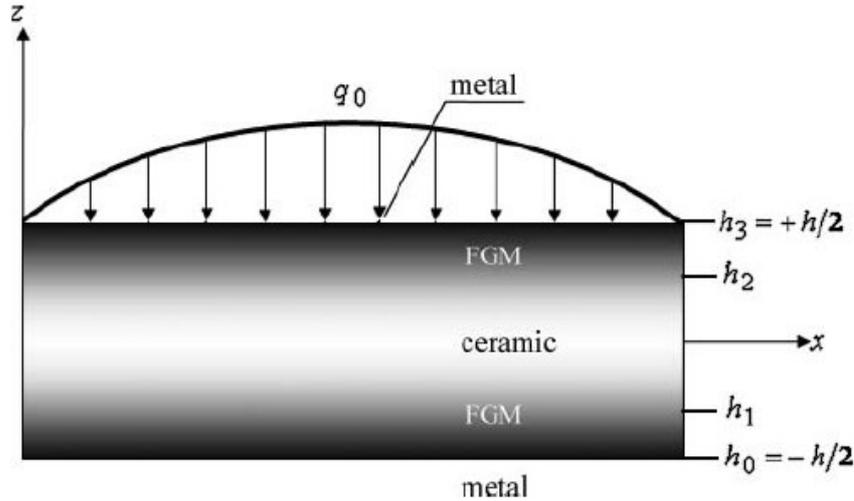


Figure IV.1 : La géométrie d'une plaque sandwich FGM rectangulaire

Où P_m et P_c les propriétés matérielles du métal et céramique respectivement. La fraction de volume $V(z)$ à travers l'épaisseur de la plaque sandwich suivant une simple loi de puissance. Comme suite [24], [25]:

$$\begin{aligned}
 & z \in [h_0, h_1], \quad V^{(1)} = \left(\frac{z-h_0}{h_1-h_0} \right)^k \\
 & z \in [h_1, h_2], \quad V^{(2)} = 1, \\
 & z \in [h_2, h_3], \quad V^{(3)} = \left(\frac{z-h_3}{h_2-h_3} \right)^k
 \end{aligned}
 \tag{IV.2}$$

Où k est un paramètre de matériau qui donne le profil de variation du matériau à travers l'épaisseur des couches de la plaque, qui prend des valeurs supérieures ou égales à zéro. La couche centrale de la plaque est indépendante de la valeur k puisque cette couche est entièrement en céramique. Cependant, lorsque la valeur k prend la valeur de zéro, on obtient une plaque entièrement en céramique. L'hypothèse de la loi de puissance donnée dans l'équation (IV.3) reflète une simple règle de mélanges utilisés pour obtenir les propriétés effectives des surfaces métal-céramique et céramique-métal de la plaque.

Le champ de déplacements d'un point matériel situé en (x, y, z) dans la plaque peut être écrite comme Zenkour [24], [26] :

$$\begin{cases} u_x(x, y, z) = u - z \frac{\partial w}{\partial x} + \Psi(z)\varphi_x \\ u_y(x, y, z) = v - z \frac{\partial w}{\partial y} + \Psi(z)\varphi_y \\ u_z(x, y, z) = w, \end{cases} \quad (IV.3)$$

Où :

u , v , w , φ_x et φ_y sont indépendants de z et représentent les déplacements et les rotations sur le plan $z = 0$, respectivement. La théorie de déformation de cisaillement sinusoïdale (SSDPT) de Zenkour [26], [27] est obtenue par :

$$\Psi(z) = \frac{h}{\pi} \sin\left(\frac{\pi z}{h}\right) \quad (IV.4)$$

$\Psi(z)$: la fonction de gauchissement qui représente la forme de distribution des contraintes et des déformations de cisaillement transverse dans l'épaisseur de la plaque.

Le déplacement dans la théorie classique (CLPT) s'obtient en mettant $\Psi(z) = 0$. Le déplacement de la théorie du premier ordre de déformation de cisaillement (FSDPT) est obtenu par $\Psi(z) = z$. En outre, le déplacement de la théorie du troisième ordre de déformation de cisaillement (TSDPT) de Reddy [3], est obtenu en fixant.

$$\Psi(z) = z \left[1 - \frac{4}{3} \left(\frac{z}{h} \right)^2 \right] \quad (IV.5)$$

Notez qu'aucun facteur de correction de cisaillement transversal n'est pas nécessaire pour la présente théorie parce que cette théorie donne une représentation correcte des contraintes de cisaillement transverse dans l'épaisseur de la plaque.

La présente théorie est donnée par Mechab et Al [7].

$$\psi(z) = \frac{z \cdot \cos\left(\frac{1}{2}\right)}{-1 + \cos\left(\frac{1}{2}\right)} - \frac{h \cdot \sin\left(\frac{z}{h}\right)}{-1 + \cos\left(\frac{1}{2}\right)} \quad (IV.6)$$

Cette théorie est simplifiée par l'application des conditions aux limites sur les surfaces supérieures et inférieures de la plaque. Il contient les mêmes inconnues en tant que théories du premier et troisième ordre de déformation de cisaillement.

Les composantes de déformation sont liées aux déplacements proposés dans l'équation (IV.3) peut être exprimé par :

$$(IV.7a) \quad \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} + z \begin{Bmatrix} \kappa_{xx} \\ \kappa_{yy} \\ \kappa_{xy} \end{Bmatrix} + \Psi(z) \begin{Bmatrix} \eta_{xx} \\ \eta_{yy} \\ \eta_{xy} \end{Bmatrix}$$

$$(IV.7b) \quad \begin{Bmatrix} \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{Bmatrix} = \Psi'(z) \begin{Bmatrix} \gamma_{yz}^0 \\ \gamma_{xz}^0 \end{Bmatrix}$$

Où (') indique la dérivée par rapport à z

$$(IV.8) \quad \begin{aligned} \varepsilon_{xx}^0 &= \frac{\partial u}{\partial x}, & \varepsilon_{yy}^0 &= \frac{\partial v}{\partial y}, & \gamma_{yz}^0 &= \varphi_y, & \gamma_{xz}^0 &= \varphi_x, \\ \gamma_{xy}^0 &= \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}, & \kappa_{xx} &= -\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}, & \kappa_{yy} &= -\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}, \\ \kappa_{xy} &= -2\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}, & \eta_{xx} &= \frac{\partial \varphi_x}{\partial x}, & \eta_{yy} &= \frac{\partial \varphi_y}{\partial y}, \\ \eta_{xy} &= \frac{\partial \varphi_y}{\partial x} + \frac{\partial \varphi_x}{\partial y}. \end{aligned}$$

Les relations de contrainte-déformation pour la déformation de cisaillement transversal et des effets thermiques pour la n ème couche, peut être exprimé par

$$(IV.9a) \quad \begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix}^{(n)} = \begin{bmatrix} \frac{E}{1-\nu^2} & \frac{\nu E}{1-\nu^2} & 0 \\ \frac{\nu E}{1-\nu^2} & \frac{E}{1-\nu^2} & 0 \\ 0 & 0 & G \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} - \alpha^{(n)}T \\ \varepsilon_{yy} - \alpha^{(n)}T \\ \gamma_{XY} \end{Bmatrix}$$

$$(IV.9b) \quad \begin{Bmatrix} \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \end{Bmatrix}^{(n)} = G^{(n)} \begin{Bmatrix} \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{Bmatrix}^{(n)}$$

Où $E^{(n)}(z)$ et $\nu^{(n)}(z)$ sont le module de Young et coefficient de Poisson caractérisant les propriétés élastiques dans le plan d'isotropie de la couche nième.

Le module de cisaillement $G^{(n)}(z)$ caractérisant la réponse du matériau sous une charge de cisaillement appliqué dans le plan de l'isotropie, prend la forme :

$$(IV.10) \quad G^{(n)} = \frac{E}{2(1+\nu^{(n)})}$$

IV.3 Les équations d'équilibre :

Afin d'établir de façon systématique l'ensemble des équations d'équilibre ainsi que les conditions au limites, le principe des travaux virtuels est appliquée, celui-ci indique que, pour tout champ de contrainte en équilibre avec les efforts extérieurs, la somme de travail des efforts internes et le travail des efforts externes est nulle pour tout champ virtuel. Ainsi, on peut obtenir les équations d'équilibre.

$$(IV.11a) \quad \frac{\partial N_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial y} = 0,$$

$$(IV.11b) \quad \frac{\partial N_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial N_{yy}}{\partial y} = 0,$$

$$(IV.11c) \quad \frac{\partial^2 M_{xx}}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_{yy}}{\partial y^2} + q = 0,$$

$$(IV.11d) \quad \frac{\partial S_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial S_{xy}}{\partial y} - Q_{xz} = 0,$$

$$(IV.11e) \quad \frac{\partial S_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial S_{yy}}{\partial y} - Q_{yz} = 0,$$

: Ou

$$(IV.12a) \quad \begin{Bmatrix} N_{xx}, N_{yy}, N_{xy} \\ M_{xx}, M_{yy}, M_{xy} \\ S_{xx}, S_{yy}, S_{xy} \end{Bmatrix} = \sum_{n=1}^3 \int_{h_{n-1}}^{h_n} (\sigma_{xx}^{(n)}, \sigma_{yy}^{(n)}, \tau_{xy}^{(n)}) \begin{Bmatrix} 1 \\ z \\ \Psi(z) \end{Bmatrix} dz,$$

$$(IV.12b) \quad (Q_{xz}, Q_{yz}) = \sum_{n=1}^3 \int_{h_{n-1}}^{h_n} (\tau_{xz}^{(n)}, \tau_{yz}^{(n)}) \Psi'(z) dz,$$

Où h_n et h_{n-1} sont le haut et le bas suivant z de la n ème couche.

En utilisant l'équation. (IV.9) dans l'équation. (IV.12), les résultantes des contraintes d'une plaque sandwich constituée de 3 couches peuvent être liées à l'ensemble

$$(IV.13) \quad \begin{Bmatrix} N \\ M \\ S \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B & B^a \\ B & D & D^a \\ B^a & D^a & F^a \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon \\ k \\ \eta \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} N^T \\ M^T \\ S^T \end{Bmatrix}, Q = A^a \gamma,$$

Ou :

$$\begin{aligned} N &= \{N_{xx}, N_{yy}, N_{xy}\}^t, M = \{M_{xx}, M_{yy}, M_{xy}\}^t, \\ S &= \{S_{xx}, S_{yy}, S_{xy}\}^t, N^T = \{N_{xx}^T, N_{yy}^T, 0\}^t, \\ M^T &= \{M_{xx}^T, M_{yy}^T, 0\}^t, S^T = \{S_{xx}^T, S_{yy}^T, 0\}^t, \\ \varepsilon &= \{\varepsilon_{xx}^0, \varepsilon_{yy}^0, \gamma_{xy}^0\}^t, \kappa = \{\kappa_{xx}, \kappa_{yy}, \kappa_{xy}\}^t, \\ \eta &= \{\eta_{xx}, \eta_{yy}, \eta_{xy}\}^t, \end{aligned}$$

(IV.14)

Avec:

$$\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & 0 \\ A_{12} & A_{22} & 0 \\ 0 & 0 & A_{66} \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & 0 \\ B_{12} & B_{22} & 0 \\ 0 & 0 & B_{66} \end{bmatrix} = A$$

$$\begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & 0 \\ D_{12} & D_{22} & 0 \\ 0 & 0 & D_{66} \end{bmatrix}, B^a = \begin{bmatrix} B_{11}^a & B_{12}^a & 0 \\ B_{12}^a & B_{22}^a & 0 \\ 0 & 0 & B_{66}^a \end{bmatrix} = D$$

$$D^a = \begin{bmatrix} D_{11}^a & D_{12}^a & 0 \\ D_{12}^a & D_{22}^a & 0 \\ 0 & 0 & D_{66}^a \end{bmatrix}, F^a = \begin{bmatrix} D_{11}^a & D_{12}^a & 0 \\ D_{12}^a & D_{22}^a & 0 \\ 0 & 0 & D_{66}^a \end{bmatrix},$$

$$(IV.15) \quad Q = \{Q_{xz}, Q_{yz}\}^t, \gamma = \{\gamma_{xz}^0, \gamma_{yz}^0\}^t, A^a \begin{bmatrix} A_{44}^a & 0 \\ 0 & A_{55}^a \end{bmatrix},$$

Où N résultantes en membrane et M résultantes en flexion pure, S sont les résultantes en flexion supplémentaire dû au cisaillement Q résultantes en cisaillement pure. Notez que t désigner-la transposée du vecteur donné. Les coefficients de rigidité A_{ij} et B_{ij} , . . . etc, sont définis comme suit:

$$(IV.16a) \quad \begin{pmatrix} A_{11}, B_{11}, D_{11}, B_{11}^a, D_{11}^a, F_{11}^a \\ A_{12}, B_{12}, D_{12}, B_{12}^a, D_{12}^a, F_{12}^a \\ A_{66}, B_{66}, D_{66}, B_{66}^a, D_{66}^a, F_{66}^a \end{pmatrix} = \sum_{n=1}^3 \int_{h_{n-1}}^{h_n} \frac{E^{(n)}}{1-\nu^{(n)}} (1, z, z^2, \Psi(z), z\Psi(z), \Psi^2(z)) \times \begin{pmatrix} 1 \\ \nu^{(n)} \\ \frac{1-\nu^{(n)}}{2} \end{pmatrix}$$

Et

$$(IV.16b) \quad (A_{22}, B_{22}, D_{22}, B_{22}^a, D_{22}^a, F_{22}^a) = (A_{11}, B_{11}, D_{11}, B_{11}^a, D_{11}^a, F_{11}^a),$$

$$(IV.16c) \quad A_{55}^a = A_{44}^a \sum_{n=1}^3 \int_{h_{n-1}}^{h_n} \frac{E^{(n)}}{2(1+\nu^{(n)})} [\Psi'(z)]^2 dz.$$

Les résultantes en membrane, $N_{xx}^T = N_{yy}^T$, les moments de flexion $M_{xx}^T = M_{yy}^T$ et les moments additionnel de cisaillement $S_{xx}^T = S_{yy}^T$ dues aux chargements thermiques sont définies par :

$$\begin{pmatrix} N_{xx}^T \\ M_{xx}^T \\ S_{xx}^T \end{pmatrix} = \sum_{n=1}^3 \int_{h_{n-1}}^{h_n} \frac{E^{(n)}}{1-\nu^{(n)}} \alpha^{(n)} T \begin{pmatrix} 1 \\ z \\ \Psi(z) \end{pmatrix} dz. \quad (IV.17)$$

La charge mécanique et le champ de température à travers l'épaisseur sont supposés être

$$q(x,y) = q_0 \sin(\lambda x) \sin(\mu y),$$

$$T(x,y,z) = T_1(x,y) + \frac{z}{h} T_2(x,y) + \frac{\Psi(z)}{h} T_3(x,y), \quad (IV.18)$$

Où q , T_1 , T_2 et T_3 sont des charges mécaniques et thermiques respectivement. La substitution de l'équation. (IV.13) dans l'équation (IV11), donne les équations suivantes :

$$(A_{11}d_{11} + A_{66}d_{22})u + (A_{12} + A_{66})d_{12}v - B_{11}d_{11}w - (B_{12} + 2B_{66})d_{12}w + (B_{11}^a d_{11} + B_{66}^a d_{22})\varphi_x + (B_{12}^a + B_{66}^a)d_{12}\varphi_y = f_1, \quad (IV.19a)$$

$$(A_{12} + A_{66})d_{12}u + (A_{66}d_{11} + A_{22}d_{22})v - B_{22}d_{22}w - (B_{12} + 2B_{66})d_{11}w$$

$$+ (B_{12}^a + B_{66}^a) d_{12} \varphi_x + (B_{66}^a d_{11} + B_{22}^a d_{22}) \varphi_y = f_2, \quad (IV.19b)$$

$$\begin{aligned} & -B_{11} d_{111} u - (B_{12} + 2B_{66}) d_{122} u - (B_{12} + 2B_{66}) d_{112} v - B_{22} d_{222} v \\ & + (D_{11} d_{1111} + 2(D_{12} + 2D_{66}) d_{1122} + D_{22} d_{2222}) w - D_{11}^a d_{111} \varphi_x - (D_{12}^a + 2D_{66}^a) d_{122} \varphi_x \\ & - (D_{12}^a + 2D_{66}^a) d_{112} \varphi_y - D_{22}^a d_{222} \varphi_y = f_3, \end{aligned} \quad (IV.19c)$$

$$\begin{aligned} & (B_{11}^a d_{11} + B_{66}^a d_{22}) u + (B_{12}^a + B_{66}^a) d_{12} v - D_{11}^a d_{111} w - (D_{12}^a + 2D_{66}^a) d_{122} w \\ & + (F_{11}^a d_{11} + F_{66}^a d_{22} - A_{44}^a) \varphi_x + (F_{12}^a + F_{66}^a) d_{12} \varphi_y = f_4, \end{aligned} \quad (IV.19d)$$

$$\begin{aligned} & (B_{12}^a + B_{66}^a) d_{12} u + (B_{22}^a d_{22} + B_{66}^a d_{11}) v - (D_{12}^a + 2D_{66}^a) d_{112} w - D_{22}^a d_{222} w \\ & + (F_{12}^a + F_{66}^a) d_{12} \varphi_x + (F_{66}^a d_{11} + F_{22}^a d_{22} - A_{55}^a) \varphi_y = f_5, \end{aligned} \quad (IV.19e)$$

Où $\{f\} = \{f_1, f_2, f_3, f_4, f_5\}$ est un vecteur de force généralisée, d_{ij}, d_{ijl} et d_{ijlm} sont les opérateurs différentiels suivants:

$$(IV.20) \quad d_{ij} = \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j}; \quad d_{ijl} = \frac{\partial^3}{\partial x_i \partial x_j \partial x_l}; \quad d_{ijlm} = \frac{\partial^4}{\partial x_i \partial x_j \partial x_l \partial x_m}$$

Avec : $(i, j, l, m=1, 2); x_1 = x, x_2 = y$

Les composantes du vecteur force généralisée $\{f\}$ sont données par :

$$f_1 = \frac{\partial N_{xx}^T}{\partial x}; \quad f_2 = \frac{\partial N_{yy}^T}{\partial y}; \quad f_3 = q - \frac{\partial M_{xx}^T}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 M_{yy}^T}{\partial y^2}; \quad f_4 = \frac{\partial S_{xx}^T}{\partial x}; \quad f_5 = \frac{\partial S_{yy}^T}{\partial y} \quad (IV.21)$$

Pour d'autres raisons de calcul, les expressions convertis des composantes de la contrainte sont également enregistrés, comme suite :

$$\begin{aligned} \sigma_{xx}^{(n)} = & \frac{E^{(n)}}{1 - \nu^{(n)2}} \left\{ \frac{\partial u}{\partial x} + \nu^{(n)} \frac{\partial v}{\partial y} - z \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu^{(n)} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) + \Psi(z) \left(\frac{\partial \varphi_x}{\partial x} + \nu^{(n)} \frac{\partial \varphi_y}{\partial y} \right) \right. \\ & \left. - (1 + \nu^{(n)}) \alpha^{(n)} T \right\}. \end{aligned} \quad (IV.22.a)$$

$$\sigma_{yy}^{(n)} = \frac{E^{(n)}}{1 - \nu^{(n)2}} \left\{ \nu^{(n)} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} - z \left(\nu^{(n)} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) + \Psi(z) \left(\frac{\partial \phi_y}{\partial y} + \nu^{(n)} \frac{\partial \phi_x}{\partial x} \right) - (1 + \nu^{(n)}) \alpha^{(n)} T \right\}, \quad (\text{IV.22.b})$$

$$\tau_{xy}^{(n)} = \frac{E^{(n)}}{2(1 + \nu^{(n)})} \left\{ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} - 2z \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + \Psi(z) \left(\frac{\partial \phi_x}{\partial y} + \frac{\partial \phi_y}{\partial x} \right) \right\}, \quad (\text{IV.22.c})$$

$$\tau_{yz}^{(n)} = \frac{E^{(n)}}{2(1 + \nu^{(n)})} \Psi'(z) \phi_y, \quad (\text{IV.22.d})$$

$$\tau_{xz}^{(n)} = \frac{E^{(n)}}{2(1 + \nu^{(n)})} \Psi'(z) \phi_x. \quad (\text{IV.22.e})$$

IV.4 La solutions exacte pour des plaques sandwiches FGM :

Les Plaques rectangulaires sont généralement classées en fonction du type de support utilisé. Nous sommes concernés par la solution exacte de l'équation (IV.19) pour une plaque FGM simplement appuyée. les conditions aux limites pour la présente théorie s'écrivent :

$$v = w = \varphi_y = N_{xx} = M_{xx} = S_{xx} = 0 \text{ en } x = 0, a$$

$$u = w = \varphi_x = N_{yy} = M_{yy} = S_{yy} = 0 \text{ en } y = 0, b \quad (\text{IV.23a})$$

Pour CLPT, les conditions aux limites sont :

$$v = w = N_{xx} = M_{xx} = 0 \text{ en } x = 0, a$$

$$u = w = N_{yy} = M_{yy} = 0 \text{ en } y = 0, b \quad (\text{IV.23b})$$

Pour résoudre ce problème, Navier a présenté les charges transversales mécaniques et de la température, q , T_1 , T_2 et T_3 peuvent être étendus sous forme de doubles séries de Fourier :

$$\begin{pmatrix} q \\ T_1 \\ T_2 \\ T_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} q_0 \\ \bar{T}_1 \\ \bar{T}_2 \\ \bar{T}_3 \end{pmatrix} \sin(\lambda x) \sin(\mu y), \quad (\text{IV.24})$$

Où $q_0, \bar{T}_1, \bar{T}_2$ et \bar{T}_3 sont des constantes, $\lambda = \pi/a$, $\mu = \pi/b$

Suite à la procédure de solution Navier, nous supposons que la forme de la solution suivante pour $(u, v, w, \varphi_x, \varphi_y)$ qui satisfait les conditions aux limites :

$$\begin{pmatrix} u \\ v \\ w \\ \varphi_x \\ \varphi_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U \cos(\lambda x) \sin(\mu y) \\ V \sin(\lambda x) \cos(\mu y) \\ W \sin(\lambda x) \sin(\mu y) \\ X \cos(\lambda x) \sin(\mu y) \\ Y \sin(\lambda x) \cos(\mu y) \end{pmatrix}, \quad (\text{IV.25})$$

Où U, V, W, X et Y sont des paramètres arbitraires représentent l'amplitude de chacun des termes dans les séries pour la solution de Navier déterminés sous la condition de l'équation (IV.25) satisfait l'équation (IV.19). On obtient l'opérateur suivant :

$$[C]\{\Delta\} = \{F\}, \quad (\text{IV.26})$$

Où $\{\Delta\} = \{U, V, W, X, Y\}^t$, et $[C]$ est la matrice de rigidité symétrique donnée par :

$$C_{11} = -(A_{11}\lambda^2 + A_{66}\mu^2),$$

$$C_{12} = -\lambda\mu(A_{12} + A_{66}),$$

$$C_{13} = \lambda[B_{11}\lambda^2 + (B_{12} + 2B_{66})\mu^2],$$

$$C_{14} = -(B_{11}^a\lambda^2 + B_{66}^a\lambda^2),$$

$$C_{15} = -\lambda\mu(B_{12}^a + B_{66}^a),$$

$$\begin{aligned}
 C_{22} &= -(A_{66}\lambda^2 + A_{22}\mu^2), \\
 C_{23} &= \mu[(B_{12} + 2B_{66})\lambda^2 + B_{22}\mu^2], \\
 C_{24} &= C_{15}; C_{25} = -(B_{66}^a\lambda^2 + B_{22}^a\mu^2), \\
 C_{33} &= -[D_{11}\lambda^4 + 2(D_{12} + 2D_{66})\lambda^2\mu^2 + D_{22}\mu^4], \\
 C_{34} &= \lambda[D_{11}^a\lambda^2 + (D_{12}^a + 2D_{66}^a)\mu^2], \\
 C_{35} &= \mu[(D_{12}^a + 2D_{66}^a)\lambda^2 + D_{22}^a\mu^2], \\
 C_{44} &= -[F_{11}^a\lambda^2 + F_{66}^a\mu^2 + A_{44}^a], \\
 C_{45} &= -\lambda\mu[F_{12}^a + F_{66}^a], \\
 C_{55} &= -[F_{66}^a\lambda^2 + F_{22}^a\mu^2 + A_{55}^a], \tag{IV.27}
 \end{aligned}$$

Les composants du vecteur de force généralisée $\{F\} = \{F_1, F_2, F_3, F_4, F_5\}^t$ sont donnés par :

$$\begin{aligned}
 \{F\} &= \{f_1, f_2, f_3, f_4, f_5\}^t \\
 F_1 &= \lambda(A^T\bar{T}_1 + B^T\bar{T}_2 + {}^aB^T\bar{T}_3), \\
 F_2 &= \mu(A^T\bar{T}_1 + B^T\bar{T}_2 + {}^aB^T\bar{T}_3), \\
 F_3 &= -q_0 - h(\lambda^2 + \mu^2)[(B^T\bar{T}_1 + D^T\bar{T}_2 + {}^aD^T\bar{T}_3)], \\
 F_4 &= \lambda h({}^aB^T\bar{T}_1 + {}^aD^T\bar{T}_2 + {}^aF^T\bar{T}_3), \\
 F_5 &= \mu h({}^aB^T\bar{T}_1 + {}^aD^T\bar{T}_2 + {}^aF^T\bar{T}_3)
 \end{aligned} \tag{IV.28}$$

Avec:

$$\{A^T, B^T, D^T\} = \sum_{n=1}^3 \int_{h_{n-1}}^{h_n} \frac{E^{(n)}}{1-\nu^{(n)}} \alpha^{(n)} \{1, \bar{z}, \bar{z}^2\} dz, \tag{IV.29a}$$

$$\{{}^aB^T, {}^aD^T, {}^aF^T\} = \sum_{n=1}^3 \int_{h_{n-1}}^{h_n} \frac{E^{(n)}}{1-\nu^{(n)}} \alpha^{(n)} \bar{\Psi}(z) \{1, \bar{z}, \bar{\Psi}(z)\} dz, \tag{IV.29b}$$

Dans la quelle $\bar{z} = z/h$, et $\bar{\Psi} = \Psi(z)/h$.

Pour d'autres raisons de calcul les expressions convertis des composantes de la contrainte sont également enregistrés comme suite :

$$\sigma_{xx}^{(n)} = \frac{E^{(n)}}{1 - \nu^{(n)2}} \{ -(\lambda U + \nu^{(n)} \mu V) + z(\lambda^2 + \nu^{(n)} \mu^2) W - \Psi(z)(\lambda X + \nu^{(n)} \mu Y) - (1 + \nu^{(n)}) \alpha^{(n)} (\bar{T}_1 + \bar{z} \bar{T}_2 + \bar{\Psi} \bar{T}_3) \} \sin(\lambda x) \sin(\mu y), \quad (IV.30a)$$

$$\sigma_{yy}^{(n)} = \frac{E^{(n)}}{1 - \nu^{(n)2}} \{ -(\nu^{(n)} U + \mu V) + z(\nu^{(n)} \lambda^2 + \mu^2) W - \Psi(z)(\nu^{(n)} \lambda X + \mu Y) - (1 + \nu^{(n)}) \alpha^{(n)} (\bar{T}_1 + \bar{z} \bar{T}_2 + \bar{\Psi} \bar{T}_3) \} \sin(\lambda x) \sin(\mu y), \quad (IV.30b)$$

$$\tau_{xy}^{(n)} = \frac{E^{(n)}}{2(1 + \nu^{(n)})} \{ \mu U + \lambda V - 2z\lambda\mu W + \Psi(z)(\mu X + \lambda Y) \} \cos(\lambda x) \cos(\mu y), \quad (IV.30c)$$

$$\tau_{yz}^{(n)} = \frac{E^{(n)}}{2(1 + \nu^{(n)})} \Psi'(z) Y \sin(\lambda x) \cos(\mu y), \quad (IV.30d)$$

$$\tau_{xz}^{(n)} = \frac{E^{(n)}}{2(1 + \nu^{(n)})} \Psi'(z) X \cos(\lambda x) \sin(\mu y). \quad (IV.30e)$$

IV.5 Résultat et discussions :

L'analyse statique est effectuée pour une combinaison de métal et de céramiques. L'ensemble des matériaux choisis est en titane et zircon. Par souci de simplicité, le coefficient de poisson des deux matériaux ont la même valeur, $\nu = 1/3$. Le module de Young et le coefficient de dilatation thermique sont écrites comme suit :

Métal (Ti-6Al-4V) : $E_m = 66.2 \text{ GPa}$ et $\alpha_m = 10.3 \times (10^{-6}/\text{k})$.
 Céramique (ZrO_2) : $E_c = 117.0 \text{ Gpa}$ et $\alpha_c = 7.11 \times (10^{-6}/\text{k})$.

Plusieurs configurations des plaques sandwich sont représentées en fonction de l'épaisseur de la couche centrale. Dans la plaque (3-1-3) l'épaisseur de l'âme est égale à un tiers de l'épaisseur de la peau. Cela signifie, $h_1 = -h/14$ et $h_2 = h/14$. La plaque (2-1-2), $h_1 = -h/10$ et $h_2 = h/10$, la plaque (1-1-1), $h_1 = -h/6$ et $h_2 = h/6$, ainsi que la plaque

(1-0-1) sans noyau $h_1 = h_2 = 0$,

Différentes grandeurs sont utilisées pour le chargement thermomécanique comme :

Déflexion :

$$\hat{w} = \frac{10^3}{q_0 a^4 / (E_0 h^3) + 10^3 \alpha_0 \bar{T}_2 a^2 / h} W \left(\frac{a}{2}, \frac{b}{2} \right), \quad (IV.31.a)$$

Contrainte axiale

$$\hat{\sigma}_{xx} = \frac{10}{q_0 a^2 / h^2 + 10 E_0 \alpha_0 \bar{T}_2 a^2 / h^2} \sigma_{xx} \left(\frac{a}{2}, \frac{b}{2}, -\frac{h}{2} \right), \quad (IV.31.b)$$

Contrainte de cisaillement

$$\hat{\tau}_{xz} = \frac{1}{q_0 a / h + E_0 \alpha_0 \bar{T}_2 a / (10h)} \tau_{xz} \left(0, \frac{b}{2}, 0 \right), \quad (IV.31.c)$$

Les valeurs de référence sont $E_0 = 1 \text{ GPa}$ et $\alpha_0 = 10^{-6} / \text{K}$. Les résultats numériques sont rassemblés dans les tableaux IV.1- IV.4 et des graphes dans les figures IV.2-IV.8 utilisant la présente théorie Mechab et Al[7]. $a/h = 10$, $a/b = 1$, $\bar{T}_1 = 0$, et $q_0 = \bar{T}_2 = \bar{T}_2 = 100$.

Le facteur de correction de cisaillement de FSDPT est fixée $K = 5/6$.

Tableau IV.1 :

La déflexion avec les différentes plaques sandwichs carrés :

		\hat{w}			
K	Théories	1-0-1	3-1-3	2-1-2	1-1-1

Céramique	SSDPT	0.796783	0.796783	0.796783	0.796783
	TSDPT	0.808168	0.808168	0.808168	0.808168
	FSDPT	0.895735	0.895735	0.895735	0.895735
	CLPT	0.457873	0.457873	0.457873	0.457873
	Presente	0.807114	0.807114	0.807114	0.807114
1	SSDPT	1.062840	1.045026	1.036213	1.011263
	TSDPT	1.077690	1.059613	1.050672	1.025367
	FSDPT	1.190728	1.170533	1.160568	1.132449
	CLPT	0.610331	0.599853	0.594688	0.580125
	Presente	1.076316	1.058263	1.049334	1.024062
2	SSDPT	1.121608	1.105175	1.096094	1.068091
	TSDPT	1.137297	1.120582	1.111353	1.082911
	FSDPT	1.257304	1.238234	1.227765	1.195703
	CLPT	0.645223	0.635301	0.629860	0.613208
	Presente	1.135852	1.119159	1.109955	1.081519
3	SSDPT	1.141655	1.128080	1.119793	1.092312
	TSDPT	1.157693	1.143856	1.135420	1.107475
	FSDPT	1.280741	1.264724	1.255041	1.223232
	CLPT	0.657539	0.649211	0.644176	0.627647
	Presente	1.157592	1.135318	1.130713	1.082763
Metal	SSDPT	1.161450	1.161450	1.161450	1.161450
	TSDPT	1.177944	1.177944	1.177944	1.177944
	FSDPT	1.304797	1.304571	1.304571	1.304537
	CLPT	0.662909	0.655937	0.651345	0.635363
	Presente	1.176417	1.176417	1.176417	1.176417

Le tableau 1 représente la déflexion \hat{w} pour une plaque sandwich FGM soumis à des charges mécaniques et thermiques. Les déflexions sont calculées avec $k = 0, 1, 2,$ et 3 pour

les différents configurations des plaques sandwich FGM. Pour une plaque FGM, Les déflexions augmentent à mesure que l'épaisseur diminue alors que k augmente. La valeur maximal de la déflexion se produit pour la plaque FGM (1-0-1) et cela quelle que soit la valeur de k .

: **Tableau IV.2**

Effet du rapport a / b sur la déflexion des plaques sandwichs FGM (k = 3)

	Théories	\hat{w}				
		a/b=1	a/b=2	a/b=3	a/b=4	a/b=5
1-0-1	SSDPT	1.141655	0.447872	0.222403	0.130406	0.085094
	TSDPT	1.157693	0.454308	0.225639	0.132324	0.086360
	FSDPT	1.280741	0.503607	0.225639	0.146917	0.095948
	CLPT	0.657539	0.254326	0.125715	0.073599	0.048009
	Presente	1.156611	0.454004	0.225001	0.131828	0.086320
3-1-3	SSDPT	1.128080	0.442695	0.219904	0.128992	0.084212
	TSDPT	1.143856	0.449019	0.223077	0.130867	0.085446
	FSDPT	1.264724	0.497383	0.247274	0.145112	0.094770
	CLPT	0.649211	0.251177	0.124171	0.072698	0.047422
	Presente	1.144331	0.447831	0.220457	0.127197	0.084381
2-1-2	SSDPT	1.119793	0.439521	0.218366	0.128116	0.083662
	TSDPT	1.135420	0.445781	0.221504	0.129968	0.084879
	FSDPT	1.255041	0.493613	0.245406	0.144017	0.094055
	CLPT	0.644176	0.249267	0.123233	0.072151	0.047066
	Presente	1.142998	0.453244	0.224447	0.133224	0.887581
1-1-1	SSDPT	1.092312	0.428955	0.213223	0.125175	0.081803
	TSDPT	1.107475	0.435020	0.216255	0.126958	0.082969
	FSDPT	1.223232	0.481212	0.239259	0.140414	0.091704
	CLPT	0.627647	0.242978	0.120142	0.140414	0.045890
	Presente	1.090703	0.422577	0.204966	0.114275	0.076305

Le tableau 2 compare les déflexions de différentes configurations des plaques sandwichs rectangulaire en FGM avec k = 3. La déflexion diminue à la mesure que le

rapport a/b augmente et une fois de plus les valeurs maximales de la déflexion se produisent pour la plaque FGM (1-0-1) rectangulaire.

Tableau IV.3 :

Les valeurs de la contrainte de cisaillement transversal \hat{t}_{xz} pour les déférentes plaques sandwich carrés :

		\hat{t}_{xz}				
k	Théories	1-0-1	3-1-3	2-1-2	1-1-1	
céramique	SSDPT	0.171603	0.171603	0.171603	0.171603	
	TSDPT	0.174481	0.174481	0.174481	0.174481	
	FSDPT	0.173624	0.173624	0.173624	0.173624	
	presente	0.174275	0.174272	0.174275	0.174272	
	1	SSDPT	0.277018	0.278534	0.280890	0.289195
		TSDPT	0.272347	0.272511	0.274133	0.280495
		FSDPT	0.221768	0.213318	0.210115	0.203004
		presente	0.272820	0.273106	0.274803	0.281387
	2	SSDPT	0.272583	0.271861	0.275130	0.289157
		TSDPT	0.270952	0.268314	0.270427	0.281157
		FSDPT	0.244354	0.230915	0.225945	0.215140
		presente	0.270965	0.268224	0.273521	0.277852
Metal	SSDPT	0.181014	0.181014	0.181014	0.181014	
	TSDPT	0.182126	0.182126	0.182126	0.182126	
	FSDPT	0.155840	0.155816	0.155021	0.153197	
	Presente	0.182075	0.182071	0.182074	.0.182072	

:Tableau IV.4

: Les valeurs de la contrainte axiale $\hat{\sigma}_{xx}$ pour les déférentes plaques sandwichs carrés

		$\hat{\sigma}_{xx}$			
K	Théories	1-0-1	3-1-3	2-1-2	1-1-1
céramique	SSDPT	2.388909–	2.388909–	2.388909–	2.388909–
	TSDPT	2.461177–	2.461177–	2.461177–	2.461177–

1	FSDPT	3.597007-	3.597007-	3.597007-	3.597007-
	CLPT	1.706393-	1.706393-	1.706393-	1.706393-
	presente	2.454368-	2.454369-	2.454369-	2.454369-
	SSDPT	2.406797-	2.494126-	2.537365-	2.659816-
	TSDPT	2.473903-	2.562491-	2.606343-	2.730494-
2	FSDPT	3.471099-	3.569762-	3.618476-	3.756017-
	CLPT	1.658265-	1.709610-	1.734921-	1.806283-
	presente	2.467592-	2.556063-	2.599857-	2.723851-
	SSDPT	2.118721-	2.199231-	2.243800-	2.381343-
	TSDPT	2.181780-	2.263627-	2.308903-	2.448528-
3	FSDPT	3.145662-	3.238636-	3.289757-	3.446485-
	CLPT	1.487285-	1.535904-	1.562571-	1.644167-
	presente	2.175825-	2.257545-	2.302759-	2.442198-
	SSDPT	2.020416-	2.086818-	2.127487-	2.262512-
	TSDPT	2.081815-	2.149449-	2.190823-	2.328042-
métal	FSDPT	3.031284-	3.109180-	3.156414-	3.311823-
	CLPT	1.426935-	1.467745-	1.492417-	1.573414-
	presente	2.075609-	2.150420-	2.212817-	2.426650-
	SSDPT	1.924551-	1.924551-	1.924551-	1.924551-
	TSDPT	1.983808-	1.983808-	1.983808-	1.983808-
	FSDPT	2.915143-	2.915143-	2.915143-	2.915143-
	CLPT	1.400620-	1.434783-	1.457288-	1.535602-
	presente	1.978226-	1.978226-	1.978226-	1.978226-

Tableaux 3 et 4, représente la contrainte de cisaillement transversale $\hat{\tau}_{xz}$ et la contrainte axiale $\hat{\sigma}_{xx}$ pour $k = 0, 1, 2,$ et 3 . La contrainte axiale $\hat{\sigma}_{xx}$ diminue à mesure que l'épaisseur diminue. La valeur minimum de la contrainte axiale se produit pour la plaque FGM (1-0-1). Cependant, la valeur minimum de la contrainte de cisaillement se produit pour la plaque FGM (3-1-3).

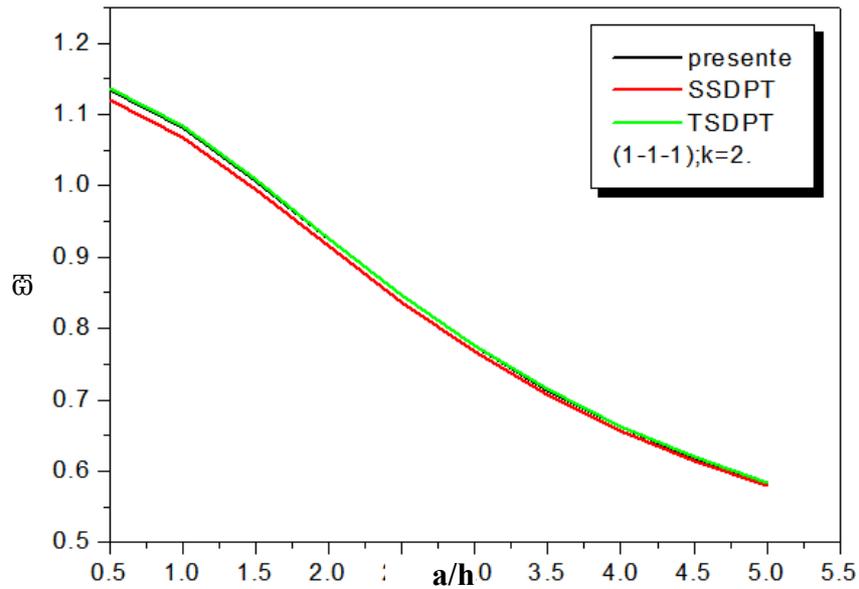


Figure IV.2.a : La déflexion \hat{w} en fonction du rapport a/h pour les différentes théories (Présente, SSDPT, TSDPT) de la plaque sandwich : (1-1-1) pour $k=2$.

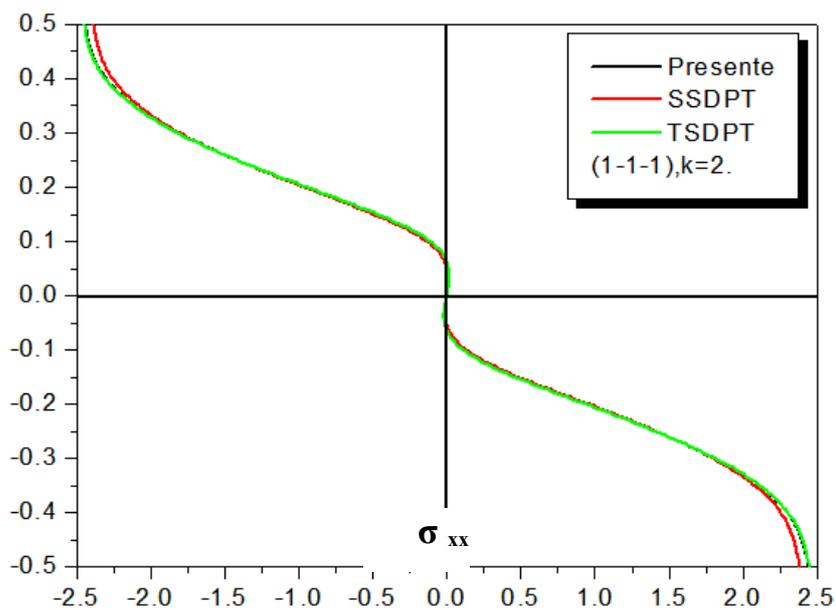


Figure IV .2.b

: La variation de la contrainte axiale $\hat{\sigma}_{xx}$ à travers l'épaisseur pour les différentes théories (Présente, SSDPT, TSDPT) de la plaque sandwich : (1-1-1) pour $k=2$.

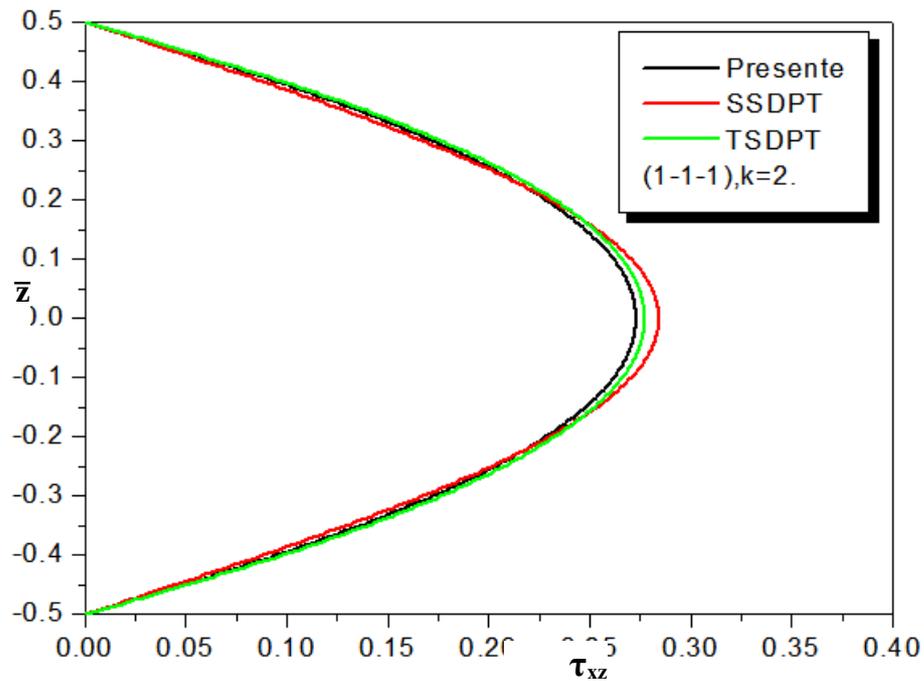


Figure IV .2.c : La variation de la contrainte de cisaillement transversal $\hat{\tau}_{xz}$ à travers l'épaisseur pour les différentes théories (Présente, SSDPT, TSDPT) de la plaque sandwich : (1-1-1) pour $k=2$.

Les figures IV.2.(a,b,c) montrent une comparaison entre la présente théorie Mechab et Al [7] et les autres théories d'ordre élevé de la variation des déflexion \bar{W} et la contrainte axial $\bar{\sigma}_{xx}$, et la contrainte de cisaillement $\bar{\tau}_{xz}$, pour une plaque sandwich FGM(1-1-1) et avec ($k=2$), soumis à une charge thermomécanique

La présente théorie donne des résultats presque identique aux deux autres théories SSDPT et TSDPT .

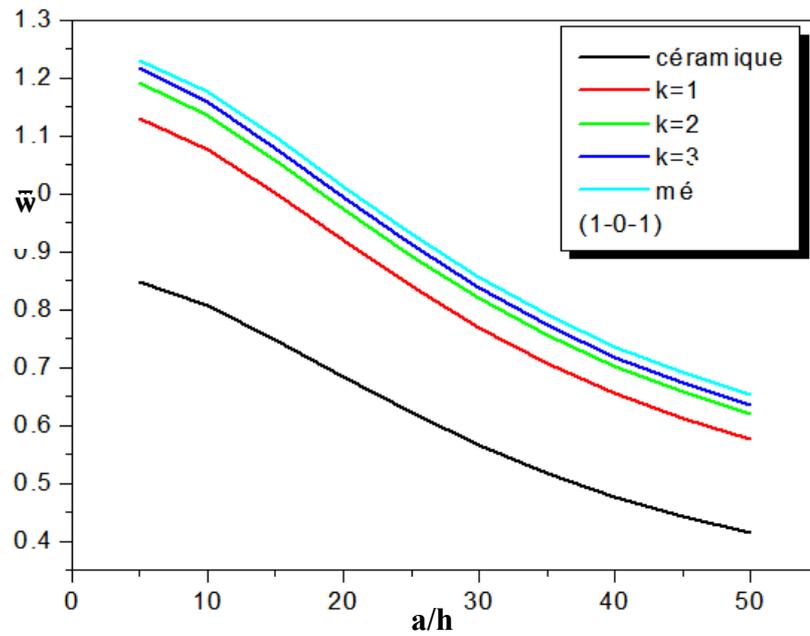


Figure IV.3.a : La déflexion \hat{w} en fonction du rapport a/h pour la plaque sandwich : (1-0-1).

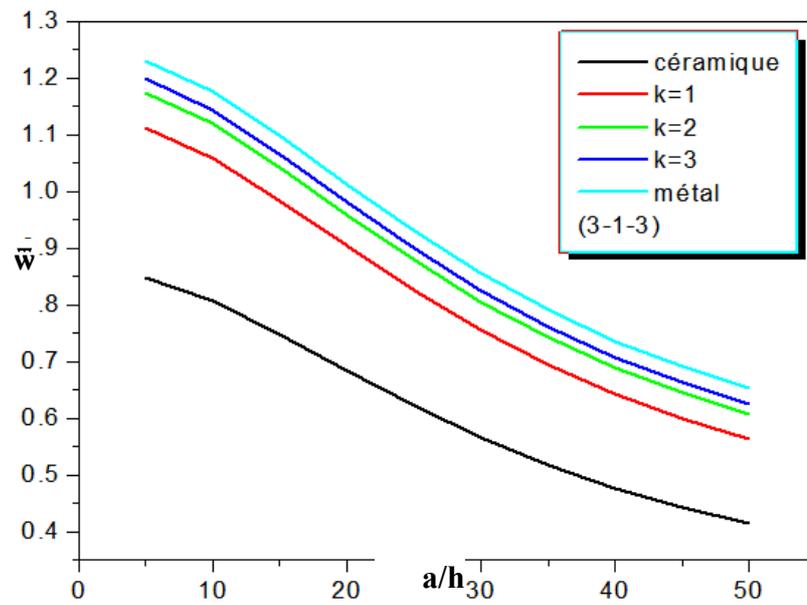


Figure IV.3.b: La déflexion \hat{w} en fonction du rapport a/h pour la plaque sandwich : (3-1-3).

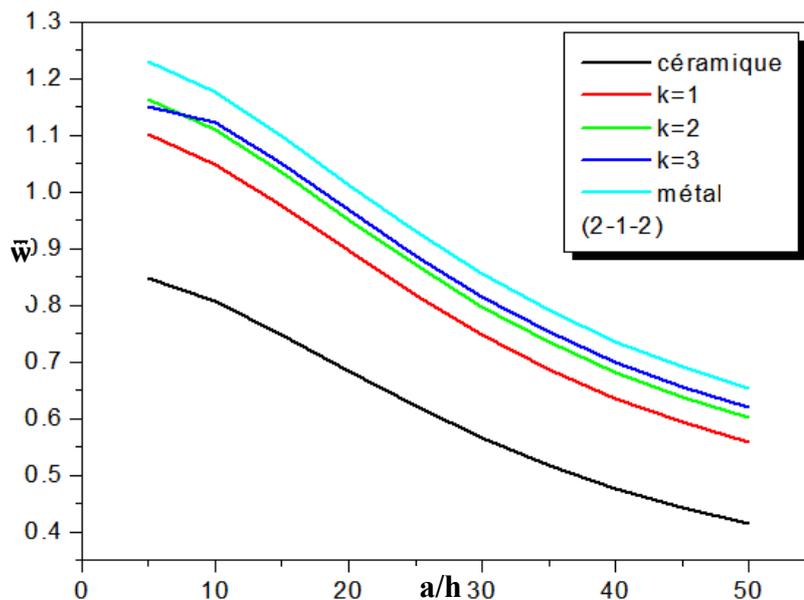


Figure IV.3.c : La déflexion w en fonction du rapport a/h pour la plaque sandwich : (2-1-2) .

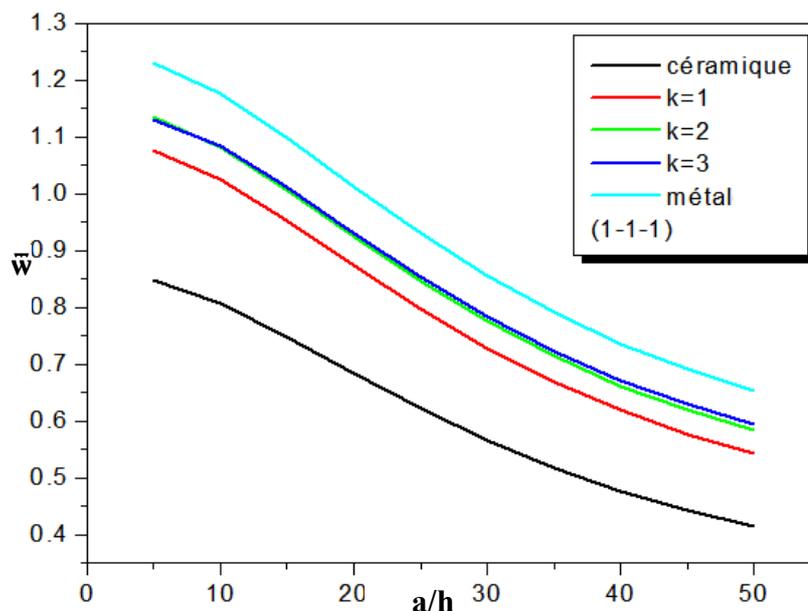


Figure IV.3.d : La déflexion w en fonction du rapport a/h pour de la plaque sandwich : (1-1-1).

Les figure IV.3(a.b.c.d) montres la variation de la déflexion \hat{w} avec un rapport d'épaisseur a/h pour les différentes configurations des plaques sandwichs. La déflexion de la plaque métallique se trouve à la plus grande amplitude et celle de la plaque céramique se trouve à la plus petite amplitude. Les déflexions des plaques sandwichs en FGM diminuer a mesure que le rapport a / h augmente.

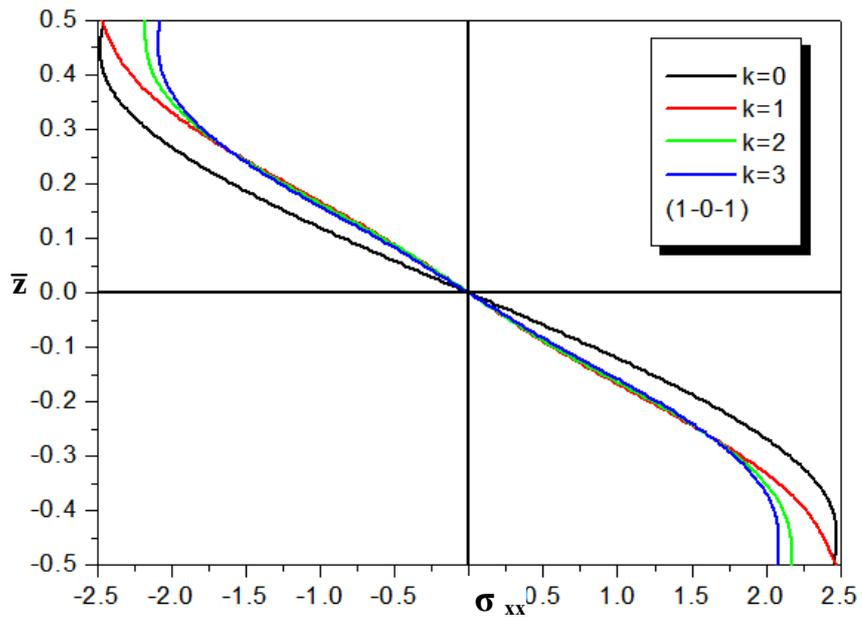


Figure IV .4.a : La variation de la contrainte axiale $\hat{\sigma}_{xx}$ à travers l'épaisseur pour la plaque sandwich FGM : (1-0-1).

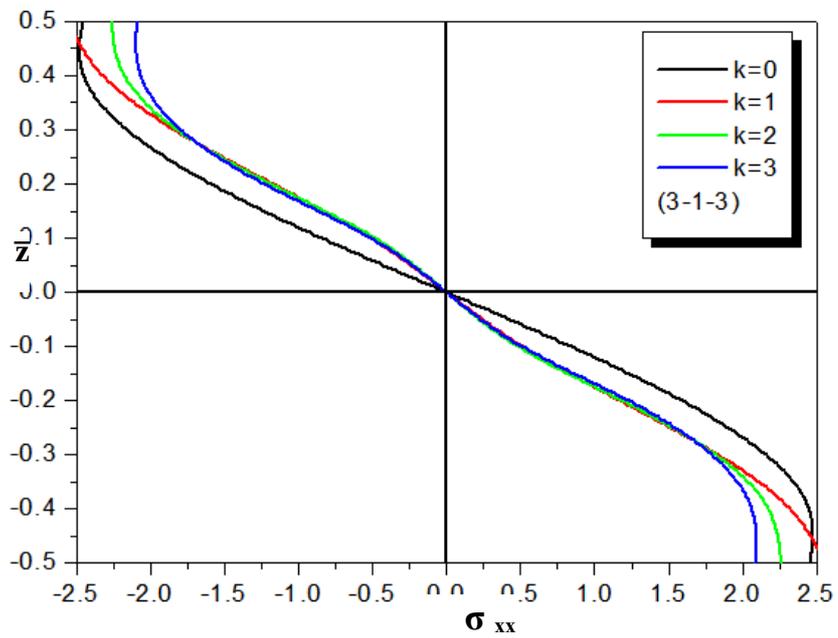


Figure IV .4.b : La variation de la contrainte axiale $\hat{\sigma}_{xx}$ à travers l'épaisseur pour la plaque sandwich FGM :(3-1-3).

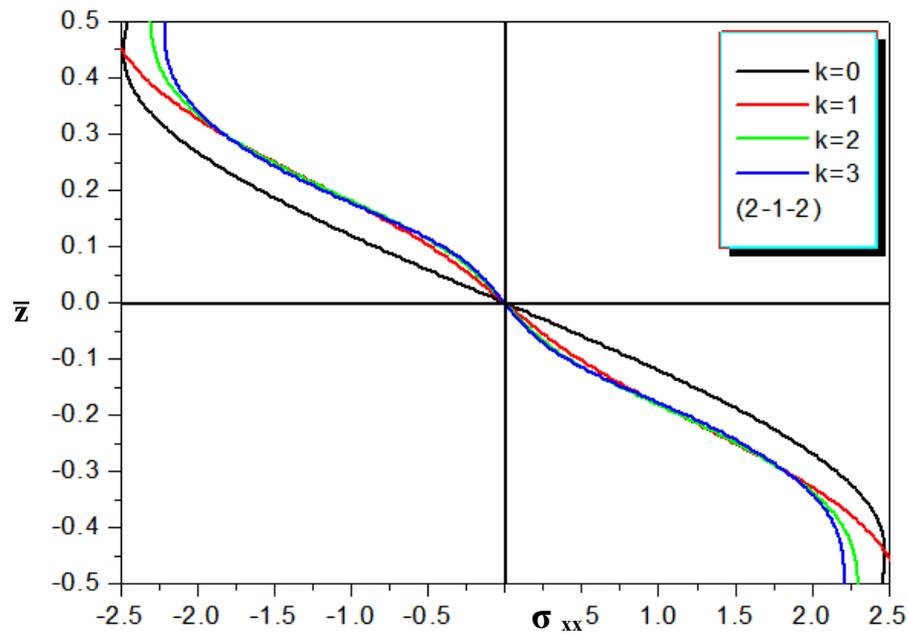


Figure IV .4.c : La variation de la contrainte axiale $\hat{\sigma}_{xx}$ à travers l'épaisseur pour la plaque sandwich FGM : (2-1-2).

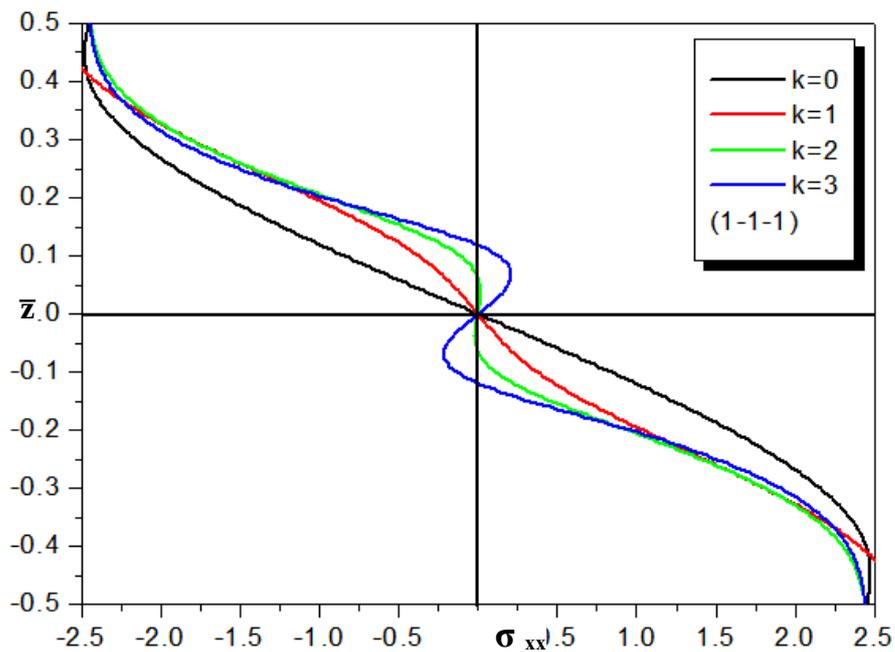


Figure IV .4.d : La variation de la contrainte axial $\hat{\sigma}_{xx}$ à travers l'épaisseur pour la plaque sandwich FGM : (1-1-1).

Les Figures IV.4(a.b.c.d) contient les graphes de la contrainte axiale $\hat{\sigma}_{xx}$ traversant l'épaisseur de la plaque céramique homogène et la plaques sandwichs FGM. Les

contraintes de traction sont en dessous du plan médian et les contraintes de compression au-dessus du plan médian. Notez que pour les différentes fractions de volumes k , la plaque correspondant au céramique on obtient respectivement, la contrainte de traction maximale et la contrainte de compression minimale sur les surfaces supérieures et inférieure de la couche homogène, Les contraintes axiales pour la plaque céramique homogènes restent toujours maximales sur les surfaces supérieure et inférieure de la plaque sauf pour la plaque sandwich FGM(1-1-1).

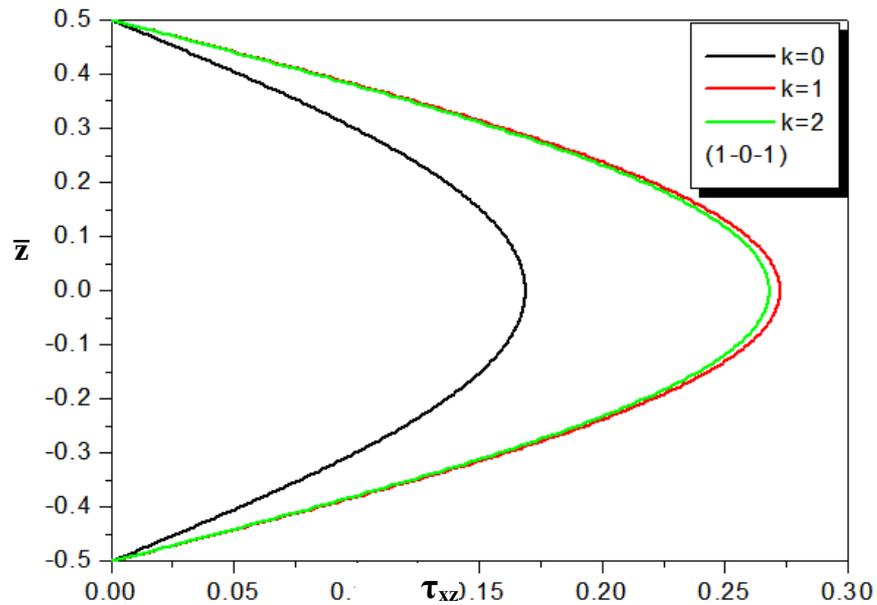


Figure IV .5.a: La variation de la contrainte de cisaillement transversal $\hat{\tau}_{xz}$ à travers l'épaisseur pour la plaque sandwich FGM : (1-0-1).

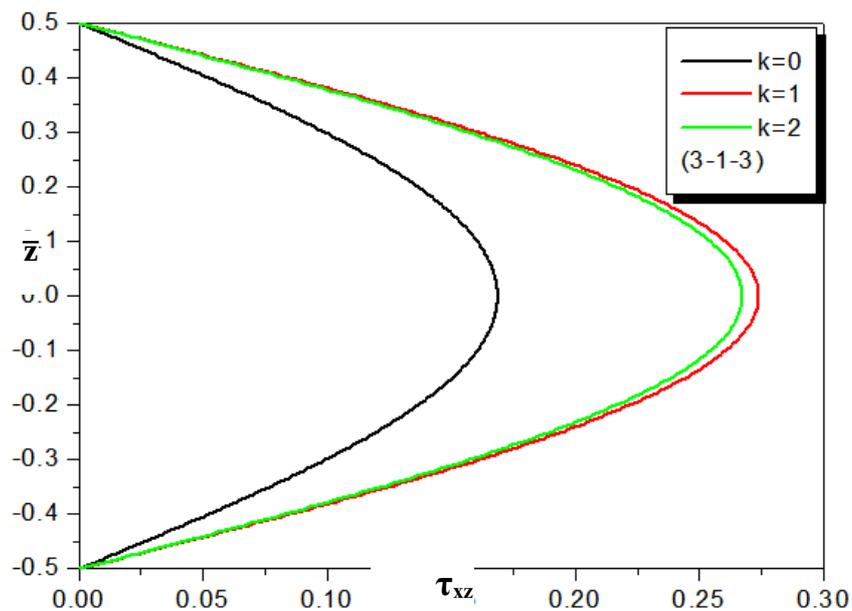


Figure IV .5.b : La variation de la contrainte de cisaillement transversal $\hat{\tau}_{xz}$ à travers l'épaisseur pour la plaque sandwich FGM : (3-1-3).

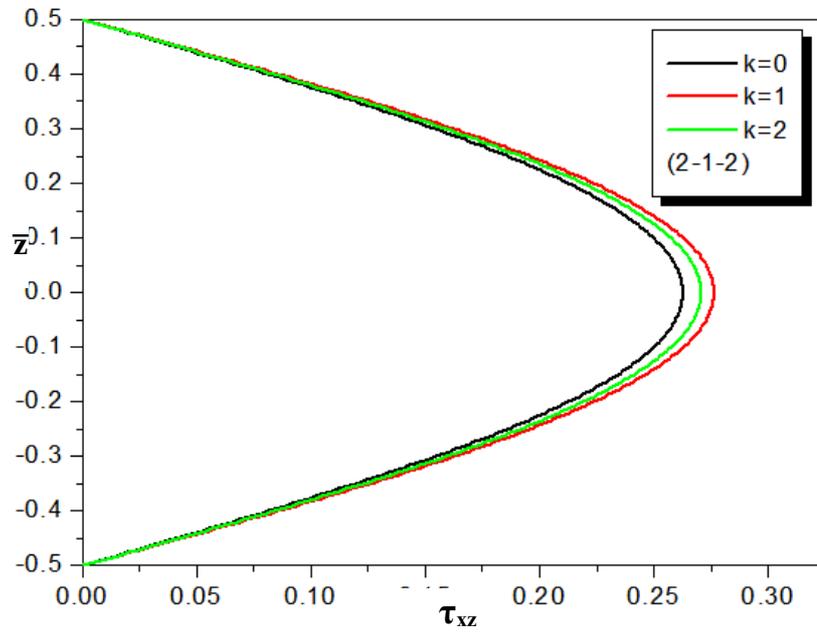


Figure IV .5.c : La variation de la contrainte de cisaillement transversal $\hat{\tau}_{xz}$ à travers l'épaisseur pour la plaque sandwich FGM : (2-1-2) .

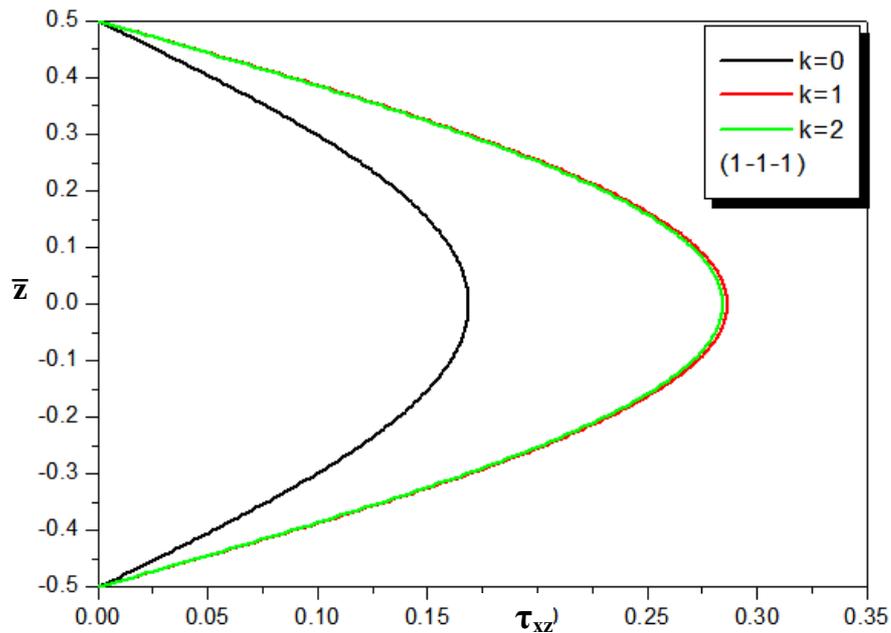


Figure IV .5.d : La variation de la contrainte de cisaillement transversal $\hat{\tau}_{xz}$ à travers l'épaisseur pour la plaque sandwich FGM : (1-1-1).

Les figures IV.5 (a.b.c.d) montrent les graphes représentant la distribution de la contrainte de cisaillement transversal $\hat{\tau}_{xz}$ à travers l'épaisseur pour $k = 0, 1$ et 2 . La valeur maximale se produit à un point situé sur le plan médian de la plaque et son amplitude est plus grande pour une plaque homogène en céramique.

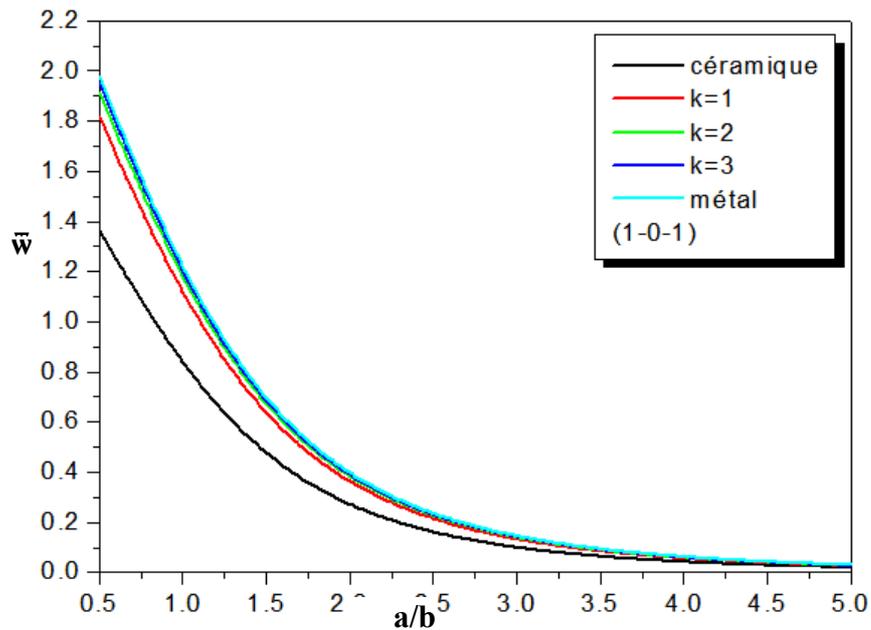


Figure IV .6.a : L'effet du rapport a/b sur la déflexion pour la plaque sandwich FGM : (1-0-1)

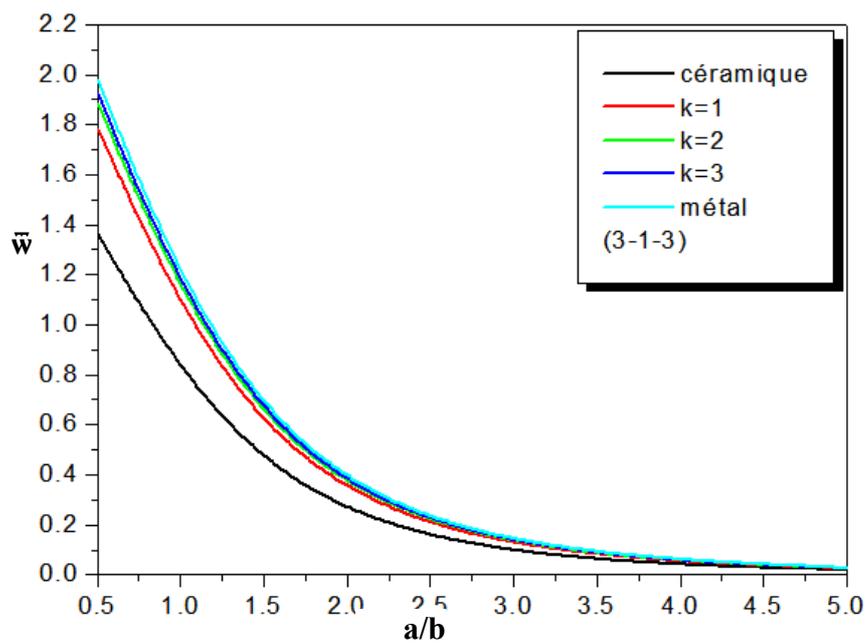


Figure IV .6.b : L'effet du rapport a/b sur la déflexion pour la plaque sandwich FGM : (3-1-3).

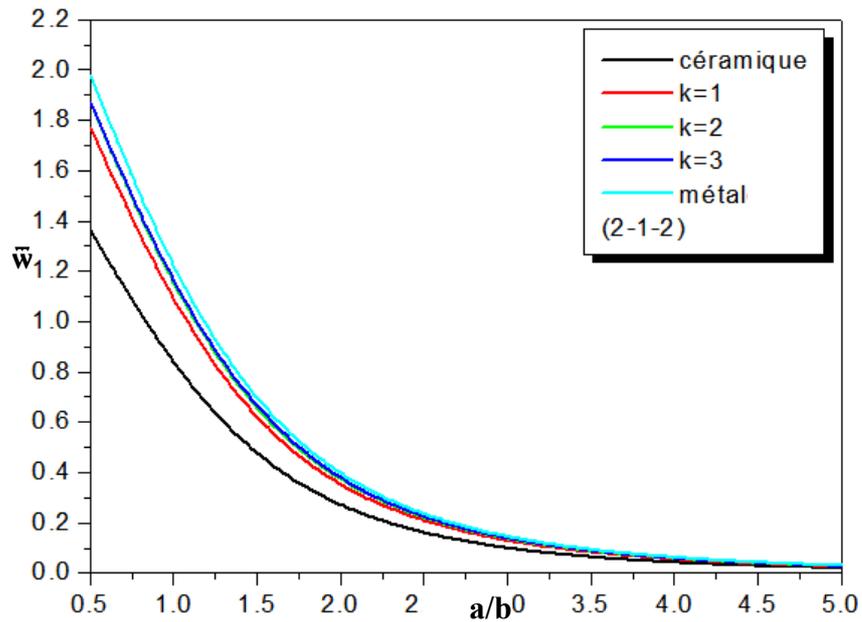


Figure IV .6.c : L'effet du rapport a/b sur la déflexion pour la plaque sandwich FGM : (2-1-2).

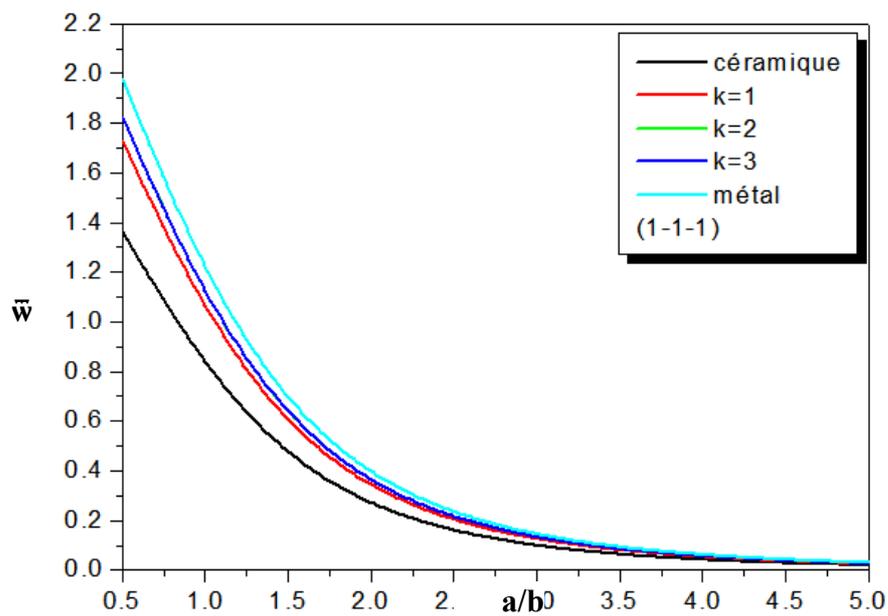
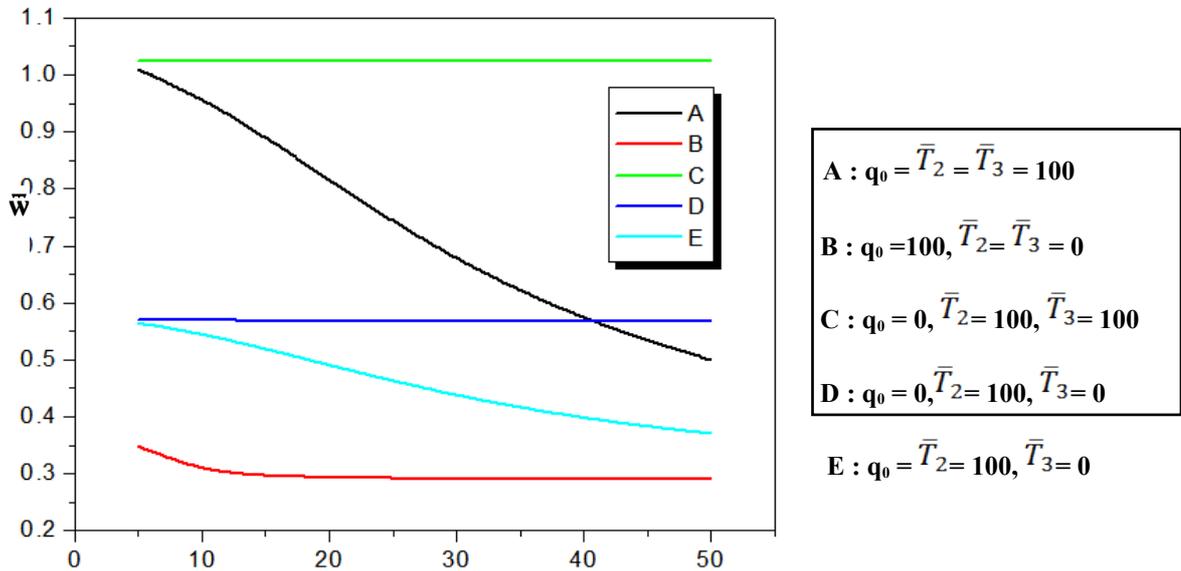


Figure IV .6.d : L'effet du rapport a/b sur la déflexion pour la plaque sandwich FGM :(1-1-1).

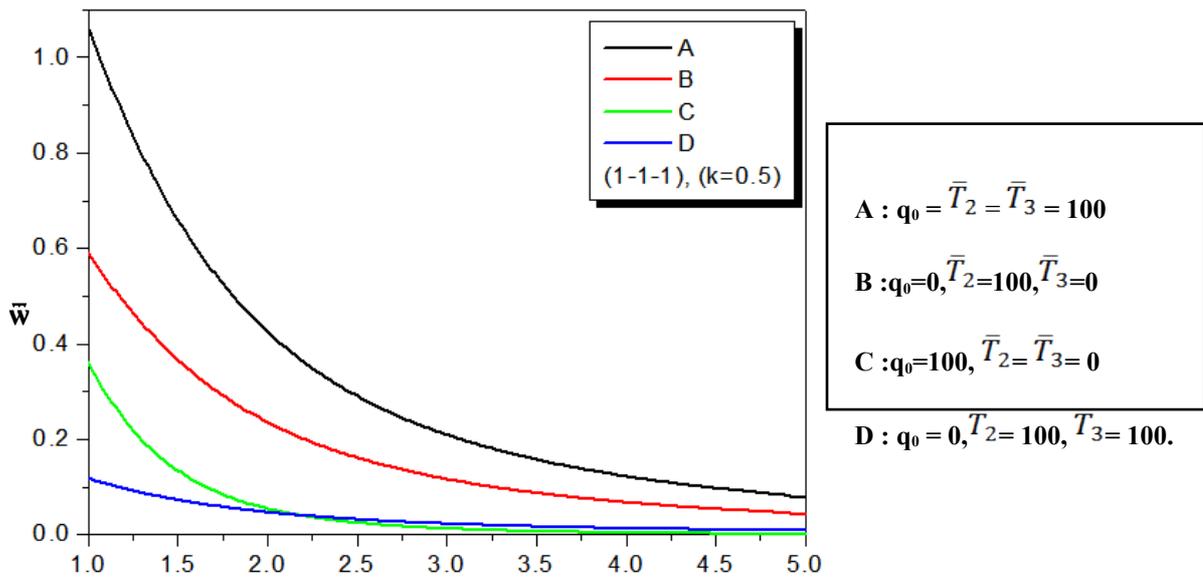
Les figures IV.6 (a,b,c,d) montrent l'effet du rapport a/b sur les valeurs de la déflexion. La déflexion de la plaque en céramique est considérée de la plus petite amplitude et de

celle de la plaque métallique, de la plus grande amplitude. Les déflexions diminuent à mesure que le rapport a/b augmente.



a/h

Figure IV.7.a : L'effet de la charge mécanique et thermique sur la déflexion pour une plaque sandwich FGM (1.1.1) et ($k=0.5$). a/h.



a/b

Figure IV.7.b : L'effet de la charge mécanique et thermique sur la déflexion pour une plaque sandwich FGM (1.1.1) et $(k= 0.5)$ a/b

La figure (IV.7.a) montre l'effet du rapport a/h sur la déflexion \hat{w} pour la Plaque sandwich FGM (1-1-1) ($k = 0,5$). L'effet de la charge mécanique et la charge thermique sont pris en considération.

La déflexion est plus grande pour les plaques soumis à une charge thermique en revanche elle est plus petite pour des plaques soumises à une charge mécanique. Avec l'inclusion de toutes les charges ($q_0 = \bar{T}_2 = \bar{T}_3 = 100$), la déflexion diminue à mesure que les rapports a/h et a/b augmente. Pour les plaques FGM soumis à une charge thermique, la déflexion peut être stable pour Toutes les valeurs de $a/h \geq 5$. On constate que pour $q_0 \neq 0$ avec n'importe quelles valeurs de \bar{T}_2 et \bar{T}_3 , l'effet de l'épaisseur est plus important sur la déflexion. La déflexion avec la combinaison ($q_0 = \bar{T}_2 = \bar{T}_3 = 100$) prend une valeur modérée entre les deux cas ($q_0 = 0, \bar{T}_2 = \bar{T}_3 = 100$) et ($q_0 = 0, \bar{T}_2 = 100, \bar{T}_3 = 0$). En outre, la déflexion avec la combinée ($q_0 = \bar{T}_2 = 100, \bar{T}_3 = 0$) prend une valeur modérée entre les deux cas ($q_0 = 0, \bar{T}_2 = 100, \bar{T}_3 = 0$) et ($q_0 = 100, \bar{T}_2 = \bar{T}_3 = 0$).

La figure (IV.7.b) montre l'effet du rapport a/b sur la déflexion \hat{w} pour la plaque sandwich FGM (1-1-1) ($k = 0,5$). Il se trouve que l'effet du rapport est plus important sur la déflexion \hat{w} avec ($q_0 = \bar{T}_2 = \bar{T}_3 = 100$) de la plaque sandwich FGM (1-1-1).

\bar{z}

- A : $q_0 = \bar{T}_2 = \bar{T}_3 = 100$
- B : $q_0 = 100, \bar{T}_2 = \bar{T}_3 = 0$
- C : $q_0 = \bar{T}_2 = 100, \bar{T}_3 = 0$
- D : $q_0 = 0, \bar{T}_2 = \bar{T}_3 = 100$

$\bar{\sigma}_{xx}$

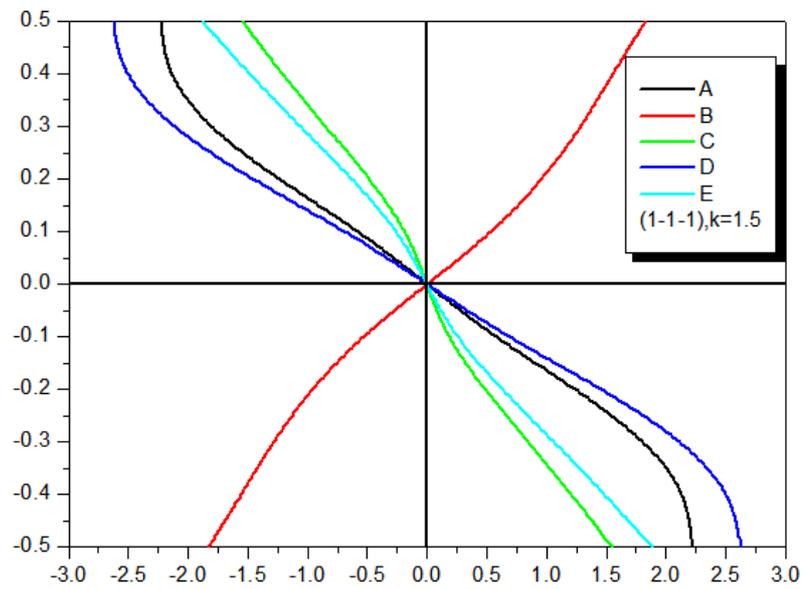


Figure IV.8.a : L'effet de la charge thermique sur la contrainte axiale pour la plaque (1-1-1), (k=1.5)

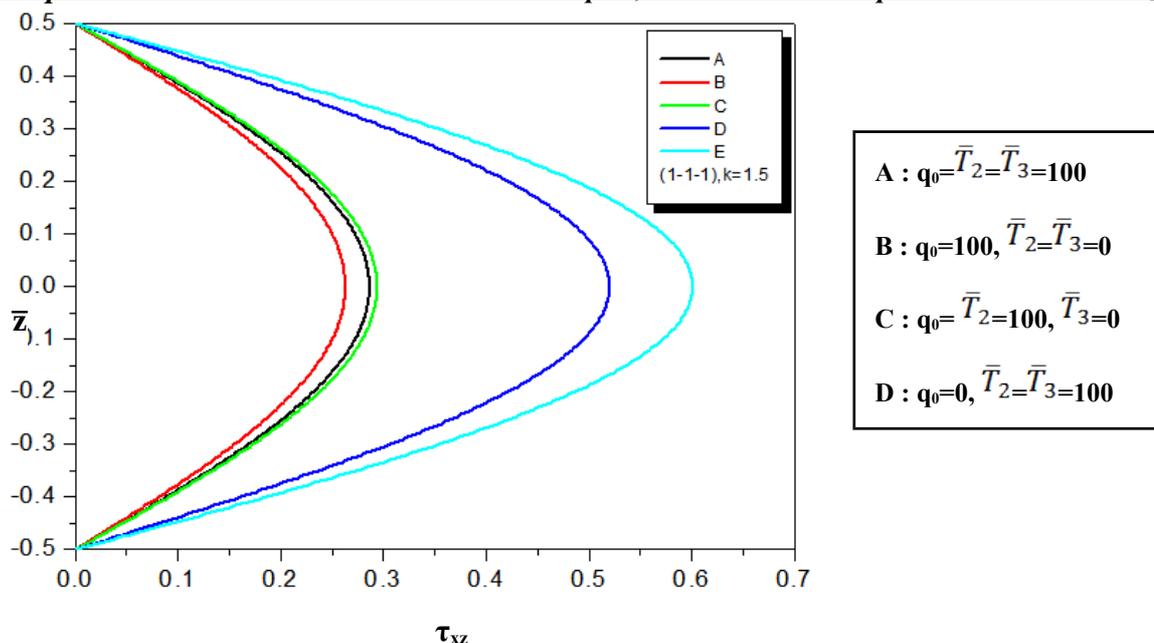


Figure IV.8.b : L'effet de la charge thermique sur la contrainte de cisaillement transversal de la plaque (1-1-1) ($k=1.5$)

Dans les figures (IV.8.a, b) nous avons tracé les graphes qui représentent la distribution de la contrainte axiale $\hat{\sigma}_{xx}$ et la contrainte de cisaillement transversal $\hat{\tau}_{xz}$ à travers l'épaisseur de la plaque FGM (1-1-1) pour $k = 1,5$. Les valeurs obtenues insistent sur la grande influence jouée par les charges thermiques sur l'analyse des contraintes axiale et les contraintes de cisaillement transversal.

IV.6 Conclusion :

Dans ce chapitre, nous avons atteint les résultats d'analyse de l'influence de cisaillement transverse sur le comportement statique des structures en matériaux à gradient de propriétés « FGM », on a utilisé la théorie de Mechab et Al [7] avec les différentes théories d'ordre élevé.

Un type de plaques sandwiches en FGM est utilisé celui ou les couches (supérieure et inférieure) en FGM et la couche centrale en matériau homogène.

La théorie de Mechab et Al [7] offre des résultats presque identiques à la théorie de déformation de cisaillement de troisième ordre (TSDPT) puisque pour une plaque soumise a une charge thermomécanique, la déflexion se diminue alors que le rapport a/h augmente. Par contre, si la plaque est soumis iniquement à une charge thermique, la déflexion sera stable et plus grande.

La contrainte de cisaillement axial reste toujours maximale sur les surfaces supérieures et inférieure de la plaque FGM, et la valeur de la contrainte de cisaillement transversale se trouve à un point situé sur le plan médian de la plaque. Les valeurs de contraintes obtenues insistent sur la grande influence jouée par les charges thermiques.

En fin, on peut dire que la présente théorie est simple et facile pour étudier l'influence de cisaillement transverse sur le comportement statique des plaques sandwiches FGM.