

# Chapitre I

## Revue de la littérature

## **I.1. Introduction :**

Le dimensionnement exact des poutres métalliques contenant des évidements dans l'âme est nécessaire en raison de l'utilisation fréquente de ces dernières dans la construction d'habitations et de bureaux. Ceci est dû aux différents avantages qu'offrent ce type de poutres en particulier le passage de la tuyauterie et la réduction en conséquence, de la hauteur globale de la construction qui peut devenir intéressante pour des bâtiments à plusieurs étages quant à la réduction des coûts de la construction.

Dans ce contexte, plusieurs travaux de recherches ont fourni des informations sur le comportement et le calcul de ce type de poutres. Ces travaux se sont basés sur deux types d'analyses à savoir l'analyse élastique et celle plastique (analyse sur la résistance ultime). Celle l'analyse élastique sera traitée dans ce chapitre.

## **I.2. Comportement élastique :**

Plusieurs travaux de recherche ont été consacrés à la vérification du comportement élastique des poutres ajourées. Cette vérification est basée sur l'analyse des contraintes et le calcul de la flèche.

### **I.2.1. Analyse des contraintes :**

La littérature sur l'analyse élastique de contraintes des poutres avec des ouvertures dans l'âme peut être décrite selon trois catégories à savoir :

- La théorie de l'élasticité.
- La méthode des éléments finis.
- La méthode approximative.

#### **I.2.1.a. Théorie de l'élasticité :**

En 1955, Wang et al. [25] ont fait une étude théorique sur les contraintes dans des panneaux carrés infiniment longs avec des ouvertures au centre de formes circulaires d'un diamètre jusqu'à 50% de la largeur du panneau, avec ou sans renforcement sous l'effet d'un cisaillement pur.

Les solutions obtenues ont été plus tard utilisées en 1963 par McCutcheon et al. [16], en les combinant avec celles obtenues sous l'effet de la flexion pure, afin de donner les contraintes autour d'un trou sous n'importe quelle combinaison du moment et du cisaillement. Ces résultats donnent des valeurs de contraintes légèrement plus élevées que les valeurs données par Heller et al. [12] et Bower [1], mais moins élevées que celles données par Gotoh [9]. En 1969, les résultats de Wang ont été également utilisés par Rockey et al. [20] pour vérifier une analyse par la méthode des éléments finis sur des panneaux soumis au cisaillement.

En 1956, Gibson et Jenkins [8] ont obtenu directement des fonctions de contraintes pour le cas d'une poutre chargée au droit d'une ouverture circulaire située à mi-hauteur. De plus, ils ont réalisé des expériences sur des poutres à sections rectangulaires et d'autres à sections en I, pour le cas où la charge n'est pas appliquée au droit de l'ouverture, les résultats expérimentaux comparent bien avec les valeurs théoriques. Vu la position de l'ouverture à mi-hauteur de la

poutre et l'endroit de l'application de la charge à une certaine distance, l'effort tranchant est nul au milieu (sur l'axe central vertical) de l'ouverture, et malgré son existence aux deux extrémités de l'ouverture, la situation présentée est une flexion pure. Ceci peut être justifié par la comparaison des résultats obtenus des distributions de contraintes avec les résultats de Bower. [1] ; Heller et al. [12] et Savin. [21].

En effet, des contributions significatives au traitement des ouvertures de forme elliptiques et rectangulaires avec des coins arrondis dans des plaques et des poutres en I ont été apportées dans une série de recherches faites par (Brock Heller. et al. [ 11] ,[12]), par Bower. ([1],[2]) et par Gotoh. [9], et beaucoup sont limités au traitement de petites ouvertures; néanmoins, et dans plusieurs cas les résultats utiles dans la pratique sont adaptés aux ouvertures avec une hauteur jusqu'à 50% de la hauteur de la poutre. En 1962, Heller et al. [12] ont donné des solutions adéquates sous forme d'expressions explicites pour les contraintes tangentielles et normales en un point quelconque sur le bord d'une ouverture qui peut être circulaire, elliptique ou rectangulaire avec des coins arrondis. En outre, en 1958 Heller et al. [11] avaient déjà donné une solution pour les contraintes planes aux bords d'une ouverture circulaire située excentriquement par rapport à l'axe neutre de la poutre.

Plusieurs analyses concernant l'étude des contraintes autour des ouvertures dans des plaques larges, sollicitées à la traction ou à la compression (uni -axiale ou bi-axiale), sont présentées en 1961 par Savin. [21]. Savin a donné un certain nombre de solutions pour des poutres métalliques de sections rectangulaires comportant des ouvertures renforcées ou des ouvertures non renforcées de forme elliptique, rectangulaire et triangulaire équilatérale soumises à l'effet de la flexion et du cisaillement.

En 1966, Bower. [1] a considéré des contraintes dans toute l'âme et non pas simplement aux bords de l'ouverture, et en comparant les contraintes résultantes aux conditions d'équilibre il a établi un hauteur d'ouverture au-dessus de la quelle des erreurs sérieuses apparaissent. Il propose que pour un intervalle de rapports efforts tranchant -moments appropriés à la construction de bâtiments, un rapport d'hauteur environ de 50% devrait être favorable à la solution d'élasticité, et ceci a été confirmé par une série d'essais sur des poutres métalliques W410 X 54 (ceci est équivalent à une section en I avec une hauteur nominale 410 mm et une masse de  $54 \text{ kg m}^{-1}$ ) (Bower, [2]). Il clarifie la signification relative des contraintes dues au moment de flexion et à l'effort de cisaillement, et démontre que le rapport de la hauteur de l'ouverture sur la hauteur totale de la poutre augmente sous l'effet des contraintes dues à l'effort de cisaillement. Cette analyse forme la base des diagrammes d'interaction de calcul ( Bower, [2]).

En 1968, Deresiewicz [5] s'est limité sur certains résultats donnés par Savin [21] et il a présenté une solution permettant l'analyse des poutres comportant des ouvertures de formes générales. Les résultats montrent une bonne concordance pour des ouvertures circulaires des poutres à sections rectangulaires soumises à la flexion pure quand la hauteur de l'ouverture est de 60% de la hauteur de la poutre, et en flexion et au cisaillement quand le rapport des hauteurs est de 50%.

En 1971, Mandel et al.[15] ont résolu l'équation différentielle régissant le comportement des contraintes planes des poutres cellulaires par la méthode des différences finies. Une comparaison avec des résultats expérimentaux donne une bonne corrélation dans l'âme seulement dans l'axe central de l'ouverture, mais sans donné des résultats pour les contraintes dans la zone des coins d'ouverture.

En 1975, Gotoh [9] a donné une méthode générale pour l'analyse des plaques avec des ouvertures en utilisant la théorie de la variable complexe, et en la comparant à l'analyse de Bower il a montré que les contraintes résultantes donnent des résultats concordants avec les résultats d'essai sur des poutres à ouvertures circulaires d'un diamètre égal à 50 % de la hauteur de la poutre. Gotoh, [10] a trouvé également, par cette méthode sous la flexion pure, les contraintes aux bords de l'ouverture dans les poutres cellulaires.

### **I.2.1.b. Analyse par éléments finis :**

Un certain nombre d'études a été fait par la méthode des éléments finis sur le comportement des poutres comportant des évidements. Parmi ces études on trouve celles faites par Redwood [18] sur l'analyse des contraintes planes dans des poutres en I dont les semelles et les plaques de renforcement sont modélisées en épaisseurs par un maillage très fin. Pour le cas d'une ouverture non excentrique et non renforcée d'un diamètre égal à environ la moitié de la hauteur de la poutre, les contraintes élastiques autour de l'ouverture ont été vérifiées par comparaison avec des résultats de la théorie de l'élasticité. Redwood [18] a aussi étudié l'interaction de divers espacements entre deux ouvertures circulaires et il a montré que l'effet des contraintes dépend des rapports efforts tranchant - moments (l'interaction augmentant avec ce rapport). Un espacement suffisant de centre à centre doit être respecté afin d'éviter tous les effets d'interaction entre les ouvertures dans la distribution des contraintes. Ces résultats ont été confirmés expérimentalement pour des poutres avec ouvertures d'un diamètre égal à 57% de la hauteur de la poutre.

Des études sont faites par la méthode des éléments finis sur trois types de renforcement (a), (b) et (c) représentés dans la figure. I.1 ; pour le cas d'une ouverture circulaire, le type du renforcement horizontal (Fig. I.1 (a)) étudié par Lupien et Redwood [14] permet de réduire les contraintes seulement sous l'influence d'un effort tranchant très petit; le type du renforcement incliné (Fig. I.1 (c)) autour d'une ouverture rectangulaire étudié par Segner [22] s'est avéré efficace afin de réduire les contraintes aux bords de l'ouverture sous l'effet du cisaillement.

Cependant, la concentration des contraintes est très élevée aux extrémités du renforcement horizontal. Cependant la réalisation de ce type de renforcement plaques inclinées est difficile.

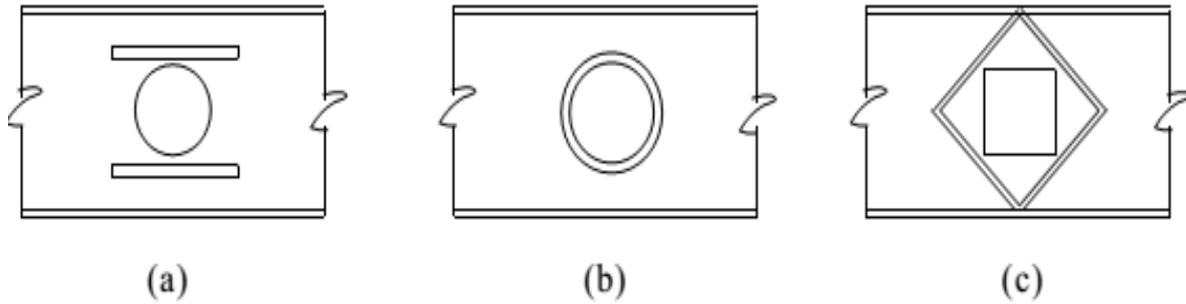


Fig. I.1 : Type de renforcement d'ouverture

Des trois types considérés, le renforcement circulaire (Fig. I.1(b)) pour le cas de l'ouverture circulaire étudié par Redwood [18] est le plus efficace. Ceci donne une bonne concordance avec des résultats expérimentaux

L'analyse par la méthode des éléments finis a été utilisée pour étudier la contrainte ultime dans les poutres avec des ouvertures non renforcées en 1972 par Uenoya et Ohmura [24], avec des ouvertures excentriques renforcées en 1977 par Cooper et al [4]. Une bonne concordance a été obtenue sur la diffusion de la plasticité dans des essais sous un chargement croissant.

En 1999, Silvio Hong Tiing Ta [23] a calculé les contraintes dans une poutre de grandes dimensions (30.6m avec 12 ouvertures) en utilisant la méthode des éléments finis. Il a montré que la précision des résultats dépendait de la finesse du maillage utilisé.

La méthode des éléments finis s'est avérée être utile dans ces recherches, son utilisation comme méthode de calcul est évidemment limitée à prévoir le comportement des structures dans leurs zones critiques. Les études décrites ci-dessus s'avèrent plus efficaces si l'analyse en zone des contraintes planes utilise un maillage plus fin.

### I.2.1.c. Analyse Approximative :

Cette analyse est basée sur les hypothèses émises par la théorie élémentaire des poutres (approche de Vierendeel). Il en résulte que les membrures sont soumises:

- A la contrainte locale (flexion locale vers les appuis) dues à l'effort tranchant agissant au droit de la section indiquée au milieu d'une membrure à mi-longueur de l'ouverture.
- A l'effort normal maximal déterminé à partir du moment de flexion agissant sur l'ensemble de la poutre (moment de flexion primaire).

Cette approche a été appliquée par Bower [2] aux ouvertures rectangulaires à mi-hauteur de la poutre (Segner [22] et Bower [1]), excentrique à l'axe de la poutre et avec les barres de renforcement horizontales. Les résultats obtenus sont satisfaisants, mais les concentrations de contraintes aux coins de l'ouverture sont ignorées.

Dans le cas d'une ouverture rectangulaire excentrique, l'effort tranchant total doit être distribué dans les membrures au-dessus et au-dessous de l'ouverture. Dans le cas contraire, l'effort tranchant est repris à parts égales par chacune des membrures.

Il est plus difficile d'analyser des ouvertures circulaires de cette façon parce que la variation de la hauteur des sections en T (membrures) au-dessus et au-dessous de l'ouverture complique le comportement de la poutre sous l'effet du moment de flexion et de l'effort tranchant. Cependant, les méthodes d'analyse des contraintes aux bords d'une ouverture hexagonale (Olander, 1953 [17]) peuvent être utilisées en présence de l'inflexion à mi-longueur de l'ouverture sous l'effet du cisaillement pur (Chan et Redwood.[3] en 1974 qui ont traité des ouvertures non renforcées excentriques et non excentriques de la même façon, ont trouvé que cette approche donne une bonne évaluation de contraintes autour de grandes ouvertures. Il a été démontré par Heller et al. [12] et Bower. [1] que dans le cas des ouvertures de petites hauteurs, la théorie de l'élasticité donne des résultats précis.

### **I.2.2. Calcul basé sur les contraintes élastiques :**

Des aides de calcul basées sur les analyses des contraintes décrites précédemment, permettent de relier les niveaux des contraintes de cisaillement et les contraintes normales grâce à des diagrammes d'interaction, ou donnent des équations basées sur l'analyse de Vierendeel pour la détermination de ces contraintes. Il est pris en considération dans tous ces aides de calcul que les contraintes maximales peuvent se produire à un point dans la semelle de la poutre et non pas au bord de l'ouverture.

### **I.2.3. Déformation (flèche):**

La déformation totale d'une poutre métallique à âme évidée (Dougherty [6]) est égale à la somme de deux déformations, la première est la flèche ( $\delta$ ) de la poutre à âme pleine due aux moments de flexion primaires, et la deuxième correspond à la flèche due à l'effet de l'effort tranchant (effet de Vierendeel). Cette dernière est composée de deux parties, l'une est due à la flexion de l'ouverture dans sa partie au-dessus ( $\Delta_f$ ) (Fig. I.2.b) et l'autre est due aux déformations de cisaillement entre les extrémités d'un T ( $\Delta_c$ ) (Fig. I.2.c).

Des ouvertures circulaires d'un diamètre supérieur à 60% de la hauteur de la poutre peuvent causer une déformation (flèche) supplémentaire très petite, et il a été suggéré que la présence d'une ou de deux ouvertures circulaires isolées n'a aucune influence sur le comportement de la poutre. Les ouvertures rectangulaires isolées causeront rarement des déformations supplémentaires significatives dans une poutre.

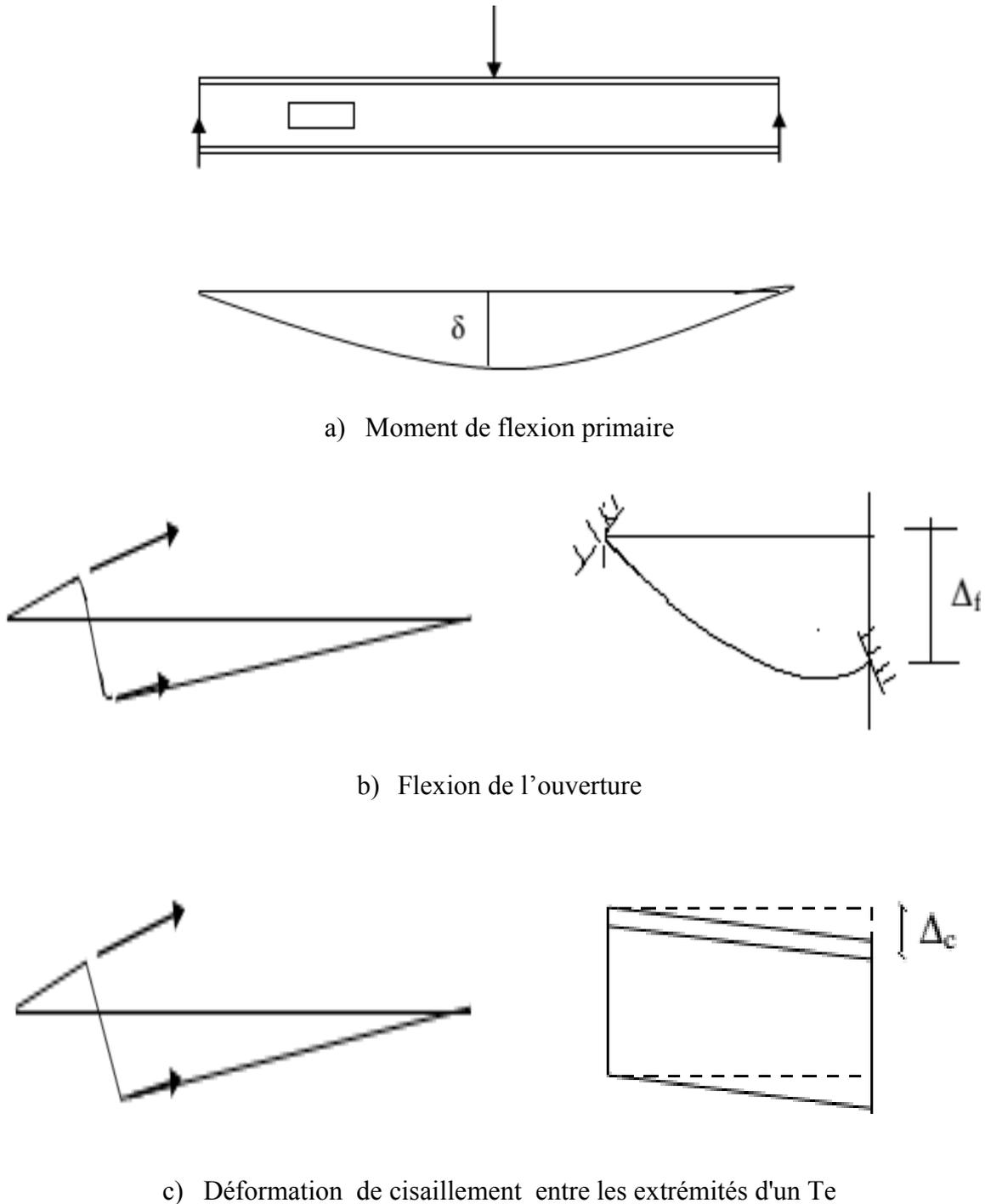


Fig. I.2. Composantes de la déformation.

### I.3. Critères de calcul des poutres avec ouvertures d'âme :

Ces critères sont basés sur les résultats théoriques et expérimentaux . Plusieurs critères ont été développés pour les poutres métalliques (Redwod et Shrivastava [19]). Ces critères aident à obtenir les états limites sur les quels les formules de calcul sont basées.

Dans ce paragraphe on cite uniquement les critères appropriés aux poutres métalliques non renforcées.

**I.3.1. Instabilité de l'âme :**

Pour empêcher l'instabilité (flambement) de l'âme, le paramètre d'ouverture  $\left[ P_0 = \frac{a_0}{h_0} + 6 \left( \frac{h_0}{d} \right) \right]$  issu d'un résultat d'essai, doit respecter la condition suivante :  $P_0 \leq 5.6$

**I.3.2. Hauteur d'ouverture :**

Les limitations sur la longueur et la hauteur de l'ouverture sont basées sur une considération pratique, que les longueurs et les hauteurs de l'ouverture n'excèdent pas  $2d$  et 70% de la hauteur de la poutre respectivement. Il faut que les deux conditions ( $a_0 \leq 2d$ ) et ( $h_0 \leq 0.7d$ ) soient respectées.

**I.3.3. Proportions des membrures :**

La limitation sur les hauteurs des membrures (sections en Té) supérieure et inférieure doit respecter les deux conditions suivantes:

- Le rapport  $V = \frac{a_0}{S_{t1}} \leq 12$ .
- Le rapport  $\frac{S_{t1}}{d} > 0.15d$ .

$$\text{Avec} \quad S_{t1} = S_t - S_f$$

**I.3.4. Charges concentrées:**

Il faut éviter d'appliquer des charges concentrées au droit des ouvertures parce qu'on a pas d'informations suffisantes sur l'effet de la flexion locale et du cisaillement dû à ces charges concentrées sur un Té. Si une charge concentrée est placée au droit d'une ouverture, alors une analyse précise sera nécessaire pour déterminer l'effet de la charge sur la résistance de l'ouverture.

L'effet de l'ouverture sur la résistance aux charges concentrées est négligeable si la distance d'application de ces charges respecte les deux conditions suivantes :

$$\frac{d - 2t_f}{t_w} \leq \frac{1100}{\sqrt{f_y}} \quad \text{et} \quad \frac{b_f}{t_f} \leq \frac{140}{\sqrt{f_y}} \quad \Rightarrow \quad \frac{d}{2}$$

$$\frac{d - 2t_f}{t_w} \leq \frac{1350}{\sqrt{f_y}} \quad \text{et} \quad \frac{b_f}{t_f} \leq \frac{170}{\sqrt{f_y}} \quad \Rightarrow \quad d$$

**I.3.5. Position des ouvertures :**

Pour éviter la zone de l'appui, la condition nécessaire est de respecter une distance égale au moins la hauteur de la poutre ( $d$ ) entre l'extrémité de l'ouverture et l'appui.

**I.3.6. Espacement entre les ouvertures :**

Les espacements entre les ouvertures doivent être suffisamment grandes pour éviter la formation d'un mécanisme plastique impliquant l'interaction entre les ouvertures et aussi

pour éviter que ne se produira pas l'instabilité des montants "parties pleines de l'âme entre les ouvertures".

Donc, pour éviter l'interaction entre les ouvertures dans la distribution des contraintes, l'espacement minimum à respecter entre bords d'ouvertures doit être le suivant :

- pour les ouvertures rectangulaires :  $e_0 \geq 1.5 a_0$
- pour les ouvertures circulaires :  $e_0 \geq 1.5d_0$

Dans ce cas on peut considérer chaque ouverture isolée des autres. Dans le cas contraire, il peut y avoir interaction entre les ouvertures.

### **I.3.7. Déformations :**

Les ouvertures d'âme réduisent le moment d'inertie local de la poutre ce qui résulte en une augmentation de la flèche maximale. Les ouvertures provoquent également une diminution locale de la rigidité d'effort de cisaillement, ce qui entraîne des déformations à travers la longueur de l'ouverture.

Cependant, dans la plupart des cas, l'effet d'une seule ouverture d'âme sur la flèche est négligeable.

### **I.4. Conclusion :**

Les méthodes théoriques citées ci-dessus font souvent appel à un développement mathématique complexe dont la solution n'est pas simple. Néanmoins, avec la puissante capacité de traitement qu'offrent actuellement les ordinateurs, la modélisation par différentes méthodes numériques a permis d'une part d'aborder et de résoudre des problèmes de plus en plus nombreux et difficiles et d'autre part a permis de réduire le temps de résolution et d'augmenter la précision des résultats.

Les développements présentés ci-dessus ne sont pas utilisables directement par les ingénieurs. C'est pourquoi que les règles fondamentales [13] ont présenté une méthode très simple pour le calcul de la résistance des poutres métalliques avec ouvertures d'âme

Cette méthode de calcul fait partie de la revue de la littérature, mais comme il est important de traiter cette méthode afin de pouvoir comparer les résultats obtenus par des formules qu'elle propose pour permettre par exemple le calcul des efforts internes des poutres métalliques avec ouvertures d'âme non renforcées avec les résultats obtenus par le programme informatique (Castem2000) suite à une étude paramétrique qui fera l'objet du chapitre IV, il nous a paru très intéressant de consacrer tout un chapitre II pour présenter cette règle de calcul.