

VII.1. Introduction :

Le procédé utilisé pour la mise en tension des câbles est la « post-tension ». Ce type de précontrainte consiste à la mise en tension dans les câbles déjà enfilés dans des gaines après le coulage et le durcissement du béton à l'aide d'un vérin appuyé sur le béton, une fois que la tension voulue est atteinte, les câbles ainsi tendus sont bloqués avec un système d'ancrage à travers lequel on injecte un coulis de mortier pour protéger les câbles contre la corrosion et assurer l'adhérence entre les câbles et le béton.

VII.2. Calcul de la précontrainte :

La détermination de la force de précontrainte exercée en permanence par un câble doit tenir compte de deux phases successives :

- **Phase de mise en tension :**

Le calcul de la contrainte de traction de l'acier du câble sur toute sa longueur permet de déterminer la valeur à obtenir pour les allongements à la mise en tension ; complétée par la prise en compte des rentrées de clavettes aux ancrages et le raccourcissement instantané du béton, il fournit la valeur initiale de la force de précontrainte le long du câble.

- **Variation dans le temps de la tension dans le câble :**

Le calcul de la valeur finale de cette tension doit tenir compte des raccourcissements différés du béton dus au retrait et au fluage ainsi que de la relaxation d'acier. Cette valeur est à introduire dans le calcul de l'ouvrage.

VII.3. Mise en œuvre des câbles et ancrages :

Les cloches d'ancrage et les trompettes avec le frettage sont fixés au coffrage au moyen de deux vis de la plaque d'about préfabriquée. L'utilisation des plaques d'ancrages préfabriquées a pour rôle d'assurer la diffusion de la précontrainte. Les pièces sont exécutées avec un béton de haute qualité. La zone d'ancrage des câbles de précontrainte doit être spécialement conçue pour que les forces de précontrainte soient transmises à l'ouvrage en toute sécurité, et pour que les mises en tension puissent se faire facilement.

Les fiches sur les ancrages et celles sur les dispositions constructives contiennent les informations et recommandations valables pour chaque type et notamment : la distance minimale admissible entre axes des ancrages et entre ces axes et le parement le plus proche, ainsi que les dégagements à prévoir derrière l'ancrage pour la mise en place du vérin de mise en tension.

Le tracé du câble doit répondre aux indications du calcul et aux exigences d'une bonne exécution. Il faut éviter des variations brusques de courbures. Pour le respect de ses limites, on procède à la fixation de la gaine car il est important de la maintenir sur des supports à intervalles suffisamment rapprochés pour que le tracé reste régulier malgré les sollicitations exercées sur la gaine par le bétonnage.

VII.4. Programme de mise en tension des câbles :

Un câble de précontrainte est mis en tension en exerçant, à l'aide d'un vérin une force donnée, à chaque extrémité (deux ancrages actifs) ou à une seule extrémité seulement (un

ancrage actif et un autre passif). Cette force est généralement choisie égale au maximum admissible en fonction des prescriptions du fournisseur et de la section d'acier.

L'ordre de mise en tension des câbles fait partie de l'étude. Il doit être mis au point après vérification des phases provisoires de construction. Une attention particulière sera portée aux résistances du béton nécessaires, en fonction des sections les plus sollicitées de l'ouvrage et des zones d'ancrage des câbles. Lors de la mise en tension à 100%, le béton sous les plaques d'ancrage doit avoir une résistance min de $0,9 f_{c28min}$.

VII.5. Montage de la précontrainte :

En général, les câbles sont mis en place par tirage. Les différentes phases d'exécution sont les suivantes :

- Pose de gaines ;
- Montage des ancrages ;
- Mise en place des torons. (Par tirage, par enfilage) ;
- Pré blocage des ancrages fixés ;
- Bétonnage ;
- Mise en tension des câbles ;
- Coupe des sur longueurs ;
- Injection ;
- Cachetage des ancrages.

Les torons sont tendus à l'aide d'un vérin hydraulique actionné par une pompe. Le vérin prend appui sur la « plaque d'about ». Les torons seront tendus jusqu'à ce que la pression manométrique requise soit atteinte. Pour contrôler la force de tension produite, on mesure l'allongement du câble. Après l'opération de précontrainte, l'intérieur de la gaine doit être injecté au coulis de ciment dans le but d'assurer une adhérence entre l'acier et le béton de même que la protection de l'acier contre la corrosion. L'injection est effectuée au moyen des coiffes d'injection fixées aux ancrages ou de raccords d'injection fixés aux gaines de raccordement (trompette) après réalisation du cachetage définitif.

VII.6. Injection des câbles :

Pour assurer une meilleure adhérence (acier - béton) et par conséquent une bonne transmission de contraintes ; Ainsi qu'une protection du câble de précontrainte, ce dernier est injecté par un coulis de ciment. Cette injection se fait à partir de tubes ou événements dont la position est choisie en fonction de la géométrie et de la longueur du câble. Dans le cas courant, il y a un événement à chaque ancrage et à chaque point haut du câble, ces derniers ayant aussi pour fonction de permettre l'évacuation de l'air repoussée par le coulis d'injection.

La recette d'un coulis de ciment :

25 kg de ciment + **6 kg** de sable **0/2** mm (tamisé) + **12 litre** d'eau+ Plastifiant.

Les câbles sont lavés et soufflés à l'air comprimé pour :

- Laver la gaine, débarrasser éventuellement les fils de l'huile souvent employée pour diminuer les frottements ;
- Mouiller la gaine et les fils pour éviter le bourrage du mortier d'injection et faciliter son écoulement à l'avancement ;

- Vérifier qu'aucun obstacle ne rend difficile l'injection du coulis.

VII.7. Dimensionnement de la précontrainte :

Le calcul se fera pour la poutre la plus sollicitée.

VII.7.1. Calcul du nombre des câbles :

VII.7.1.a. Les caractéristiques de la poutre :

NB : les caractéristiques géométriques prises en compte sont celles de la poutre avec hourdis à mi travée.

$$B_{\text{nette}} = 9462 \text{ cm}^2$$

$$V' = S/\Delta / B = 111,83 \text{ cm.}$$

$$V = h - V' = 53,17 \text{ cm} / h = 165 \text{ cm.}$$

$$I_G = I_{\Delta} - B \times V'^2 = 27862765,6 \text{ cm}^4$$

$$I_{GN} = 0,9 \times I_G = 25076489,04 \text{ cm}^4$$

$$\rho = I_{GN} / (V \times V' \times B_n) = 0,445$$

$$\rho = 44,5 \%. \text{ Donc correspond à une section légère.}$$

Données :

F_{peg} : Contrainte limite conventionnelle d'élasticité = 1660 Mpa.

F_{prg} : Contrainte maximale de rupture garantie = 1860 Mpa.

M_{max} = 7,74 MN.m.

M_{min} = 3,21 MN.m.

ΔM = 4,53 MN.m.

$A_p = 140 \text{ mm}^2$ Section droite d'un toron .

VII.7.1.b. Dimensionnement :

Calcul d' A_p :

La précontrainte doit reprendre 100 % du poids propre donc :

$$\frac{1,35 g l^2}{8} = A_p Z_p f_{yp} \quad \text{d'où} : A_p = \frac{1,35 g l^2}{8 Z_p f_y}$$

$$A_p = \frac{1,35 \times 3,024 \times (28,1)^2}{1,3 \times 1860 \times 8}$$

$A_p = 1666 \text{ mm}^2$ soit 12T15 dont $A_p = 1668 \text{ mm}^2$.

Calcul de C' , C , d' :

$$C' = \rho \times V' = 0,445 \times 1,118 = 0,49 \text{ m.}$$

$$C = \rho \times V = 0,445 \times 0,53 = 0,23 \text{ m.}$$

$$d' = 1,5 \times \phi_{\text{gaine}} = 1,5 \times 0,081 = 0,1215 \text{ m.}$$

Avec : $\phi_{\text{gaine}} = 8,1 \text{ cm.}$

$$e_0 = -(v' - d') = -(1,118 - 0,1215) = -0,996 \text{ m.}$$

La valeur minimale de précontrainte est donnée par l'expression :

$$P_{\min} = \text{Sup} (P_I ; P_{II}) .$$

$$\text{Avec: } \begin{cases} P_I = \frac{\Delta M}{\rho h} + B_n \times \sigma_m \\ P_{II} = \frac{\sigma_m \times \frac{l}{V'} + M_{\max}}{C + V' + d'} . \end{cases}$$

- Si $P_{\min} = P_I$: le fuseau de passage est situé hors de la zone d'enrobage, section sous critique.
- Si $P_{\min} = P_{II}$: le fuseau de passage a une de ces frontières qui coupe la zone d'enrobage, section sur critique.

Par l'application numérique on trouve :

$$\begin{cases} P_I = \frac{4,53}{0,445 \times 1,65} + 0,9462 \times (-2,7) = 3,614 \text{ MN} . \\ P_{II} = \frac{(-2,7) \times \frac{0,2507}{1,118} + 7,74}{0,23 + 1,118 + 0,1215} = 4,861 \text{ MN} \end{cases}$$

$P_{II} > P_I$: Alors notre section est sur critique, le fuseau de passage du câble à une de ses frontières qui coupe la zone d'enrobage, donc l'effort de précontrainte économique P_I n'est plus suffisant.

La précontrainte doit reprendre 100 % du poids propre donc :

$$P_{\text{MIN}} = \text{sup} (P_I, P_{II}) = 4,861 \text{ MN} .$$

VII.7.1.c. Détermination du nombre de câbles :

L'évaluation de la force exercée par un câble est comme suit :

$$P_0 = \min \begin{cases} 0,8 \times f_{\text{prg}} \times A_p = 2,481 \text{ t} . \\ 0,9 \times f_{\text{peg}} \times A_p = 2,491 \text{ t} . \end{cases}$$

$$P_0 = \min \begin{cases} 2,481 \text{ t} . \\ 2,491 \text{ t} . \end{cases}$$

$$P_0 = 2,491 \text{ MN} .$$

Nous estimons des pertes de précontrainte à 25% de P_0 :

$$\text{On aura : } P_{\min} \leq 0,75n P_0 \Rightarrow n \geq \frac{4,861}{0,75 \times 2,491} = 2,6$$

D'où : $n = 3$ câbles de 12T15.

VII.7.1.d. Vérification de la borne supérieure de la précontrainte :

On estime les pertes à 25% de P_0 , donc :

$$P_{\min} = P_0 - \Delta P = 0,75 P_0$$

$$\sigma_b = 0,6 f_{c28} \quad \text{En construction.}$$

$$P_{\min} \cdot n \leq \sigma_{bc} \times B - \frac{\Delta M}{\rho h}$$

$$0,75 \times 2,491 \times 3 \leq 21 \times 0,9462 - \frac{4,53}{0,445 \times 1,65}$$

$5,6 \leq 13,7$ c'est vérifiée.

VII.7.1.e. Détermination du nombre de câbles à l'about :

NB : les Caractéristiques géométriques à prendre en compte sont celles de la poutre seule à mi travée.

Ces câbles sont tirés à 100% avant la mise en place de la dalle.

$$B_{nette} = 5890 \text{ cm}^2.$$

$$V' = S/\Delta / B = 85,65 \text{ cm.}$$

$$V = h - V' = 59,35 \text{ cm} / h = 145 \text{ cm}$$

$$I_G = I/\Delta - B \times V'^2 = 16476081,96 \text{ cm}^4$$

$$L_{GN} = 0,9 \times I_G = 14828473,76 \text{ cm}^4$$

$$\rho = I_{GN} / (V \times V' \times B_N) = 0,495.$$

$\rho = 49,5 \%$. Donc correspond à une section légère.

$$e_0 = -(v' - d') = -(0,8565 - 0,1215) = -0,735 \text{ m.}$$

- Fibre supérieure : $\sigma_{sup} \geq \sigma_{bt}$

- Fibre inférieure : $\sigma_{inf} \leq \sigma_{bc}$

$$\begin{cases} \sigma_{sup} = \frac{M_g \cdot V}{I_n} + P \left(\frac{1}{B_n} + \frac{e_0 V}{I_n} \right) \geq \sigma_{bt} = -1,5 f_{tj} \quad (\text{BPEL 91}) \\ \sigma_{inf} = \frac{M_g \cdot V'}{I_n} + P \left(\frac{1}{B_n} + \frac{e_0 V'}{I_n} \right) \leq \sigma_{bc} = 0,6 f_{cj} \end{cases}$$

Application numérique:

$$\begin{cases} \sigma_{sup} = 12,86 + P(-1,24) \geq -4,05. \\ \sigma_{inf} = 18,55 + P(-2,55) \leq 21. \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sigma_{sup} \rightarrow P = 13,63 \text{ MN.} \\ \sigma_{inf} \rightarrow P = 0,96 \text{ MN.} \end{cases}$$

$$\sigma_{sup} \rightarrow P = 13,63 \text{ MN.}$$

$$\sigma_{inf} \rightarrow P = 0,96 \text{ MN.}$$

Donc : $P = 5,6 \text{ MN.}$ et $P_0 = 2,491 \text{ MN.}$

$$N = P / P_0 = 2,24.$$

Donc on place 3 de 12T15 câbles à l'about

- Pour le cas des poutres préfabriquées par post tension, les pertes sont données par l'expression suivante :

$$P(x, t) = 1,02 P_0 - 0,80 \Delta P_0(x, t) \quad (\text{BPEL 91})$$

VII.8. Vérification des contraintes :

VII.8.1. Vérification des contraintes à court terme :

NB : Les caractéristiques géométriques à prendre sont la section à mi travée de la poutre seule.

Après le septième jour, la mise en tension est 50 %.
Les pertes considérées sont de 10 %.

$$P = 1,02 P_0 - 0,8x (0,1P_0)$$

$$P = 0,94 x P_0$$

Vérification des contraintes au 7^{ème} jour :

$$f_{c7} = \frac{j \times f_{c28}}{4,76 + 0,83j} = 23,178 \text{ Mpa. (BAEL 91)}$$

$$f_{t7} = 0,6 + 0,06f_{c7} = 1,99 \text{ Mpa.}$$

$$\sigma_{bc} = 13,907 \text{ Mpa } (\sigma_{bc} = 0,6f_{c7}) \text{ En construction.}$$

$$\sigma_{bt} = -1,5 f_{t7} = 2,985 \text{ Mpa.}$$

$$\begin{cases} f_{c7} = 23,178 \text{ Mpa.} \\ f_{t7} = 1,99 \text{ Mpa.} \end{cases} \quad \begin{cases} \sigma_m = 1,99 \text{ Mpa.} \\ \sigma_M = 13,907 \text{ Mpa} \end{cases}$$

$$P = 0,94 x 0,5 x n x P_0 = 0,94 x 0,5 x 3 x 2,491 = 3,51 \text{ MN.}$$

$$\begin{cases} \sigma_s = (3,21 \times 0,593) / (0,1482) + 3,51 \left((1/0,589) + (-0,735 \times 0,593) / (0,1482) \right) \geq -1,99 \\ \sigma_I = (3,21 \times (-0,8565)) / (0,1482) + 3,51 \left((1/0,589) + (-0,735) \times (-0,8565) / (0,1482) \right) \leq 13,90 \end{cases}$$

D'où:

$$\begin{cases} \sigma_s = 8,48 \geq -1,99 & \text{vérifiée.} \\ \sigma_I = 2,31 \leq 13,907 & \text{vérifiée.} \end{cases}$$

Vérification des contraintes au 28^{ème} jour :

Les trois câbles sont tirés à 100%.

Les pertes considérées sont de 20%.

$$\begin{cases} f_{c28} = 35 \text{ Mpa} \\ f_{t28} = 2,7 \text{ Mpa} \end{cases} \quad \begin{cases} \sigma_M = 21 \text{ Mpa} \\ \sigma_m = -4,05 \text{ Mpa.} \end{cases}$$

$$P = 1,02 P_0 - 0,8x (0,2P_0)$$

$$P = 0,86x P_0$$

$$p = 0,86 x n x l x P_0 = 6,42 \text{ MN.}$$

$$\begin{cases} \sigma_s = 4,86 \geq -4,05 & \text{vérifiée.} \\ \sigma_I = 19,61 \leq 21 & \text{vérifiée.} \end{cases}$$

Conclusion : toutes les contraintes sont vérifiées, les 3 câbles seront donc tirés comme indiqué ci-dessus.

VII.8.2. Vérification des contraintes à long terme :

$$\begin{cases} f_{c28} = 35 \text{ Mpa} \\ f_{t28} = 2,7 \text{ Mpa} \end{cases} \quad \begin{cases} \sigma_M = 21 \text{ Mpa} \\ \sigma_m = -4,05 \text{ Mpa} \end{cases}$$

On considère la section médiane (poutre + dalle) de caractéristiques géométriques nettes :

$$B_{\text{nette}} = 9462 \text{ cm}^2.$$

$$V' = S/\Delta / B = 111,83 \text{ cm}.$$

$$V = h - V' = 53,17 \text{ cm} / h = 165 \text{ cm}.$$

$$I_G = I_{\Delta} - B \times V'^2 = 27862765,6 \text{ cm}^4.$$

$$I_{GN} = 0,9 \times I_G = 25076489,04 \text{ cm}^4.$$

$$\rho = I_{GN} / (V \times V' \times B_n) = 0,445.$$

$\rho = 44,5 \%$. Donc correspond à une section légère.

$$e_0 = -(v' - d') = -(1,118 - 0,1215) = -0,996 \text{ m}.$$

On estime les pertes totales à 25% de la précontrainte initiale :

$$P = 1,02 P_0 - 0,8 \times (0,25 P_0)$$

$$P = 0,82 \times n \times P_0$$

$$P = 0,82 \times 3 \times 2,491 = 6,12 \text{ MN}.$$

$$\{\sigma_s : (3,21 \times 0,5317) / (0,2507) + 6,12((1/0,9462) + (-0,996 \times 0,5317) / (0,2507)) \geq -4,05$$

$$\{\sigma_t : (3,21 \times (-1,1183)) / (0,2507) + 6,12((1/0,9462) + (-0,996) \times (-1,1183)) / (0,2507) \leq 21$$

$$\{\sigma_s = 0,34 \geq -4,05. \quad \text{Vérifiée.}$$

$$\{\sigma_t = 19,33 \leq 21. \quad \text{Vérifiée.}$$

Les contraintes sont donc vérifiées à long terme (exploitation).

VII.9. Disposition constructive des câbles :

A l'about on prendra un espacement de 50cm entre deux câbles successifs, et on détermine d de telle sorte que le point d'application de résultante des forces de précontrainte sortant sur la face d'about doit coïncider avec le centre de gravité de la section (moment nul à l'appui).

$$\sum M_{\text{Fibre inférieure}} = 0.$$

On prend une distance entre câbles égale à 50cm. (D = 50 cm).

$$\sum M_{\text{Fibre inférieure}} = 0 \text{ donc :}$$

$$(P_1 + P_2) V' = P_1 \cdot (D + A) + P_2 \cdot A$$

Avec : D = 50 cm.

$$P_1 = P_2 = P$$

$$V' = 85,65 \text{ cm}.$$

$$2 \times P \times 0,8565 = P \times (0,5 + A) + P \times A$$

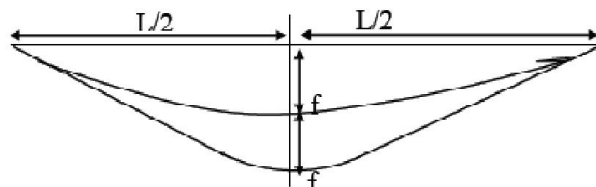


Figure: VII.1. Disposition des câbles.

$$2 \times A = 1,213$$

$$D'où: A = 0,606 \text{ m.}$$

$$A + D + B = 1,45 \text{ m.}$$

$$B = 0,344 \text{ m.}$$

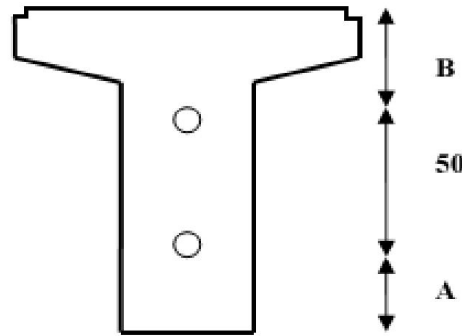


Figure : VII.2. Disposition des câbles < Section d'about >.

NB : A mi travée, le moment est maximum, donc l'excentricité des câbles doit être aussi maximale et négative.

VII.9.1. Tracé des câbles : (angles de relevages)

A l'extrémité, les contraintes de cisaillements sont généralement importantes. Ainsi, le meilleur tracé est celui qui minimise l'intensité de ces contraintes.

Soit α l'angle de relevage du câble moyen au niveau de l'appui.

Les conditions liées à l'effort tranchant imposent sur appui :

$$-V \leq V_{red} \leq V$$

V : étant l'effort tranchant limite que peut supporter la section d'appui.

$V_{red} = V_m - P \sin \alpha$: sous l'effet minimale des charges.

$V_{red} = V_M - P \sin \alpha$: sous l'effet maximale des charges.

c.à.d.

$V = V_m - P \sin \alpha$; (V_m : effort tranchant minimum à l'appui sous le poids propre la poutre seule)

$V = V_M - P \sin \alpha$; (V_M : effort tranchant maximum à l'appui sous la combinaison la plus défavorable à E.L.S)

Donc on peut agir sur α de façon à ne pas créer de cisaillement excessif :

V est estimé égale à : $V = \tau \cdot b_n \cdot 0,8h$

$$\tau = \sqrt[2]{0,4f_{ij}(f_{ij} + \sigma_x)}$$

τ = contrainte tangentielle limite à l'E.L.S.

$$f_{ij} = f_{t28} = 2,7 \text{ Mpa}$$

$$\sigma_x = P/B_n$$

$$\text{Avec : } P = 0,75 \times 3 \times 2,491 = 5,6 \text{ Mpa}$$

$$B_n = 9462 \text{ cm}^2$$

$$\sigma_x = 5,6/0,9462 = 5,9 \text{ Mpa}$$

$$\tau = \sqrt[2]{0,4 \times 2,7(2,7 + 5,9)} = 3,04 \text{ Mpa}$$

$$b_n = b_0 - m.k.\Phi$$

$m = 1$ (nombre de gaine par lit)

$k = 0,5$ (câble injecté de coulis de ciment)

$\Phi = 0,081\text{m}$, (diamètre de la gaine)

$b_n = 0,5 - (1 \times 0,5 \times 0,081) = 0,45\text{ m}$

$h = h_p + h_d = 1,45 + 0,20 = 1,65\text{ m}$

$V = \tau \cdot b_n \cdot 0,8h = 1,8\text{MN}$

$V_M = 0,9531\text{ MN}$. (V_M : effort tranchant maximum à l'appui sous la combinaison la plus défavorable à E.L.U)

$V_m = 0,2356\text{ MN}$. (V_m : effort tranchant minimum à l'appui sous le poids propre de la poutre seule)

D'après les conditions imposées sur appui on aura :

$$\text{Arsin} \frac{(V_M - V)}{P} \leq \alpha \leq \text{Arsin} \frac{(V_m + V)}{P}$$

$$-8,69^\circ \leq \alpha \leq 21,31^\circ$$

La valeur optimale de α est donnée par :

$$\alpha_{\text{opt}} = \text{Arsin} \frac{(V_m + V_M)}{P} = 13,19^\circ$$

$\alpha_{\text{opt}} = 13,19^\circ$, cet angle donne la valeur minimale de V_{red}

Tracé individuel des câbles :

Pour les tracés individuels des câbles, chaque câble inclue une partie parabolique de longueur sur l'axe X de X_k et une partie rectiligne sur une longueur de X_d .

L'équation de la parabole de chaque câble est donnée par : $Y = ax^2$

Et ses dérivées sont :

$$\text{Tg}\alpha = dx / dy = 2ax$$

$$\begin{cases} x = x_k & y_k = ax_k^2 \\ a = y_k / x_k^2 \end{cases}$$

$$\text{Tg}\alpha = 2ax_k = (2y_k / x_k^2) x_k = 2y_k / x_k$$

$$\begin{cases} x_k = 2y_k / \text{tg}\alpha \\ x_d = L/2 - x_k \quad \text{avec } L = 28,1\text{m} \end{cases}$$

$$y_k = y_i - t_i$$

Avec : $t_i = 1,5 \Phi_{\text{gaine}}$

$$t_i = 12,15\text{ cm.}$$

Diamètre de la gaine : $\Phi = 8\text{cm}$.

$$d_1 - 2 = \Phi + \Phi / 2 = 12\text{ cm.}$$

$$d_3 = 3 \Phi = 24\text{ cm.}$$

• Câble n°1 :

On fixe $\alpha_1 = 16^\circ$.

$$y_k = 1,1 - 0,12 = 0,98\text{ m.}$$

$$x_k = (2 \times 0,98) / \text{tg}16 = 6,83\text{ m.}$$

$$x_d = (28,1/2) - 6,83 = 7,22\text{m.}$$

$$a = 0,98 / 6,83^2 = 0,021\text{ m}^{-1}.$$

$$y = 0,021 x^2.$$

- **Câble n°2 :**

On doit déterminer α_2 de telle manière que l'angle de relevage du câble moyen (α_{opt}) soit respecté :

$$\alpha_2 = 2 \alpha_{opt} - \alpha_1 = 2 \times 13,19 - 16 = 10,38^\circ.$$

$$\alpha_2 = 10,38^\circ.$$

$$y_k = 0,6 - 0,12 = 0,48 \text{ m.}$$

$$x_k = (2 \times 0,48) / \text{tg} 10,38 = 5,24 \text{ m.}$$

$$x_d = (28,1/2) - 5,24 = 8,81 \text{ m}$$

$$a = 0,48 / 5,24^2 = 0,017 \text{ m}^{-1}$$

$$y = 0,017 x^2.$$

- **Tracé du câble n° 3 sortant de l'extrados :**

Pour la mise en place du vérin, le câble à l'extrados a une inclinaison de $\alpha = 24^\circ$ (**standard**)

On fixe $a = 24^\circ$.

$$y_k = 1,45 - 0,24 = 1,21 \text{ m.}$$

$$x_k = (2 \times 1,21) / \text{tg} 24^\circ = 5,43 \text{ m.}$$

$$x_d = (28,1/2) - 5,43 = 8,62 \text{ m.}$$

$$a = 1,21 / 5,43^2 = 0,041 \text{ m}^{-1}$$

$$y = 0,041 x^2.$$

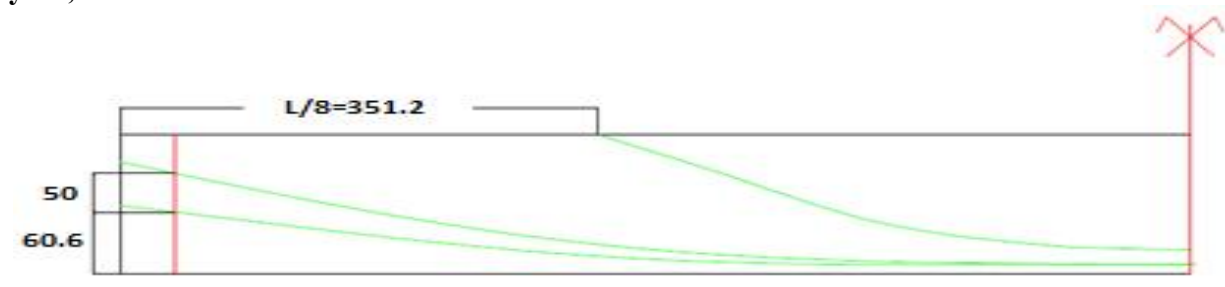


Figure : VII.3. Vue en plan du câblage.

Tableau récapitulatif des résultats obtenus :

Câble	α	$Y_k (m)$	$X_k (m)$	$X_d (m)$	$A (m^{-1})$
1	16	0,98	6,83	7,22	0,021
2	10,38	0,48	5,24	8,81	0,017
3	24	1,21	5,43	8,62	0,041

Tableau : VII.1. Récapitulatif des résultats obtenus.

Les équations paraboliques des différents câbles :

$$Y_1 = 0,021 X^2$$

$$Y_2 = 0,017 X^2$$

$$Y_3 = 0,041 X^2$$

Position et angles de relevage des câbles et de câble moyen différentes sections:

$$Y_i = a_i (X_{ki} - X_{in})^2 + d_i$$

$$\text{tg } \alpha_i = 2a_i (X_{ki} - X_{in})$$

n : sections

Tableau des Positions et des angles de chaque câble dans les différentes positions :

Câbles	X _i	-0,5	0	L/8	L/4	3L/8	L/2
		-0,5	0	3,51	7,02	10,53	14,05
1	Y _i	1,21	1,10	0,35	0,12	0,12	0,12
	α _i	/	16	7,93	0	0	0
2	Y _i	0,68	0,58	0,17	0,12	0,12	0,12
	α _i	/	10,38	3,36	0	0	0
3	Y _i	/	/	1,45	0,27	0,24	0,24
	α _i	/	/	24	7,42	0	0
Câble moyen	Y _{i(1+2)}	0,945	0,84	0,26	0,12	0,12	0,12
	α _i	/	13,19	5,64	0	/	/
	Y _{i3}	/	/	1,45	0,27	0,24	0,24

Tableau : VII.2. Positions et angles de chaque câble dans les différentes positions.

VII.9.2. Calcul des caractéristiques nettes :

$$B_n = B_{br} - nB_g.$$

$$I_n = I_{br} + (V'_{br} - V'_n)^2 B_{br} - (nI_g + B_g \cdot \sum (V'_n - Y_i)^2).$$

$$V'_n = \frac{B_{br} \cdot V'_{br} - B_g \sum Y_i}{B_n}.$$

$$\rho_n = \frac{I_n}{V_n \cdot V'_n \cdot B_n}.$$

n: nombre de câble;

D: diamètre de la gaine=8cm

Positions		-0,5	0,125L+0,5	0,25L	0,5L
B _n	P	0,9362	0,6100	0,605	0,605
	P+D	1,3122	0,9860	0,981	0,981
V' _n	P	0,826	0,858	0,855	0,855
	P+D	0,478	1,122	1,121	1,121
V _n	P	0,623	0,591	0,594	0,594
	P+D	1,171	0,527	0,528	0,528
I _n	P	0,1902	0,1639	0,1633	0,1633
	P+D	1,4338	0,2764	0,2764	0,2764
ρ _n	P	0,394	0,529	0,530	0,530
	P+D	1,950	0,473	0,475	0,475

Tableau : VII.3. Caractéristiques nettes.

VII.9.3. Caractéristiques homogène :

$$B_h = B_n - nNA_p.$$

$$I_h = I_n + (V'_h - V'_n)^2 B_n - nNA_p \cdot \sum (V'_h - Y_i)^2.$$

$$V'_h = \frac{B_n \cdot V'_n - NA_p \sum Y_i}{B_h}.$$

$$\rho_n = \frac{I_h}{V_h \cdot V'_h \cdot B_h}$$

Positions		-0,5	0,125L+0,5	0,25L	0,5L
B_h	P	0,9411	0,6255	0,616	0,616
	P+D	1,3133	0,991	0,992	0,992
V'_h	P	0,813	0,844	0,840	0,840
	P+D	0,468	1,111	1,108	1,108
V_h	P	0,637	0,606	0,610	0,610
	P+D	1,182	0,539	0,542	0,542
I_h	P	0,1602	0,1339	0,1303	0,1303
	P+D	1,3766	0,2134	0,2114	0,2114
ρ_h	P	0,343	0,486	0,477	0,477
	P+D	1,883	0,408	0,415	0,415

Tableau : VII.4. Caractéristiques homogène.

VII.10. Calcul des pertes :

De façon générale, on désigne sous le nom de perte de précontrainte toute différence entre la force exercée par le vérin lors de sa mise en tension, et la force (inférieure) qui s'exerce en un point donné d'une armature à une époque donnée. Le calcul des valeurs initiales et finales de la force précontrainte exige donc une évolution précise des pertes de précontrainte. Pour cette évaluation, les pertes doivent être rangées en deux catégories :

Les pertes instantanées :

- Pertes dues au frottement ;
- Pertes dues au recul à l'ancrage ;
- Pertes dues au raccourcissement instantané du béton.

Les pertes différées :

- Pertes dues au retrait du béton ;
- Pertes dues au fluage ;
- Pertes dues à la relaxation des aciers.

VII.10.1. Pertes instantanées :

a. Pertes dues au frottement du câble sur la gaine :

$$\Delta\sigma_f = \sigma_{p0} (1 - e^{-(f\alpha + \varphi l)})$$

α : L'angle de relevage du câble en rad.

l : Longueur en courbe des câbles.

f : Coefficient de frottement du câble dans les courbes, tel que $f = 0,18/\text{rad}$. (BPEL 91 révisé 99).

φ : Perte relative de tension par mètre, telle que $\varphi = 0,002/\text{m}$. (BPEL 91 révisé 99).

σ_{p0} : Contrainte de tension à l'encrage $\sigma_{p0} = 1488 \text{ Mpa}$. ($\sigma_{p0} = \text{Min}(0.8f_{prg} ; 0.9f_{peg}$)

l : la longueur du câble calculée à l'aide du logiciel AUTOCAD.

Section	N° câble	L (m)	α (rad)	$f\alpha+\phi$	$\Delta\sigma_f$ (MN/m ²)	$\Delta\sigma_f$ moy (MN/m ²)
0,25L	1	7,125	0,279	0,0644	92,806	79,851
	2	7,083	0,181	0,0460	66,897	
	3	3,643	0,418	0,0825	117,832	126,814
0,5L	1	14,150	0,279	0,0785	112,340	99,987
	2	14,081	0,181	0,0607	87,634	
	3	10,394	0,418	0,0960	136,205	145,623

Tableau : VII.5. Pertes dues au frottement du câble sur la gaine.

b. Pertes dues au recul à l'ancrage :

$$X = \sqrt{\frac{g \cdot E_a}{\sigma_{p0} \left(f \cdot \frac{\alpha}{L} + \Phi \right)}} \cdot (\text{BPEL 91}).$$

Avec : g : l'intensité du recul d'ancrage = 6 mm.
 E_a: module d'élasticité de l'acier = 2 10⁵ Mpa.
 L : longueur du câble.

N° de câble	L (m)	α (rad)	$f\alpha/L + \Phi$ (rad)	X (m)
1	28,38	0,279	0,003	16,395
2	28,18	0,181	0,003	16,395
3	20,275	0,418	0,005	12,700

Tableau : VII.6. Calcul de X.

NB : Puisque $X_{1,2,3} < \frac{L}{2}$, On peut mis la tension par les deux cotés sans avoir des valeurs de tension notables.

Calcul des pertes dues au recul d'ancrage :

$$\sigma(X) = \sigma_{p0} (1 - f \cdot \theta_d(X) - \Phi \cdot (X)).$$

N° de câble	θ_d	X	σ_{p0}	$(1 - f \cdot \theta_d - \Phi \cdot (X))$	$\sigma(X)$
1	0,279	16,395	1488	0,916	1364,481
2	0,181	16,395	1488	0,934	1390,729
3	0,418	12,700	1488	0,899	1338,247

Tableau : VII.7. Pertes dues au recul d'ancrage.

$$\Delta\sigma_{\text{recul}} = 2\sigma_{p0} \left(f \frac{\alpha}{L} + \Phi \right) \cdot X.$$

Pour le calcul des pertes aux différentes sections, on utilise le théorème de THALES appliqué aux diagrammes des tensions :

$$\Delta\sigma_{\text{recul}} = \Delta\sigma_{\text{recul}} \left(1 - \frac{X_i}{X} \right).$$

N de câble	$f\alpha/L + \Phi$ (rad)	d (m)	$\Delta\sigma$ recul à 0L	$\Delta\sigma$ recul à L/8+0,5	$\Delta\sigma$ recul à 0,25L	$\Delta\sigma$ recul à 0,5L
1	0,003	16,395	146,374	110,550	83,650	20,936
2	0,003	16,395	146,374	110,550	83,650	20,936
3	0,005	12,700	/	129,270	84,444	0

Tableau : VII.8. Pertes aux différentes sections.

Valeurs moyennes des pertes par câble :

Désignation	$\Delta\sigma$ recul à 0L	$\Delta\sigma$ recul à L/8+0,5	$\Delta\sigma$ recul à 0,25L	$\Delta\sigma$ recul à 0,5L
Câble à l'about	146,374	110,550	83,650	20,936
Câble à l'extrados	/	129,270	84,444	0

Tableau : VII.9. Valeurs moyennes des pertes par câble.

c. Pertes dues au raccourcissement instantané du béton :

$$\Delta\sigma_a = \frac{E_a}{2E_i} \sigma'_{bj} \quad (\text{BPEL 91}).$$

σ'_{bj} : contrainte parabole du béton.

E_a : module d'élasticité de l'acier = $2 \cdot 10^5$ Mpa.

E_i : module de déformation longitudinale instantanée du béton.

$$E_i = 11000^3 \sqrt{f_{cj}}$$

Pertes dues à la mise en tension de la première série de câbles (deux câbles de l'about) :

La section considérée est la section de la poutre seule.

A 7 jours : $f_{c7} = \sigma_j = 23,178$ Mpa.

$$\begin{cases} E_i = 3,13 \cdot 10^4 \text{ Mpa.} \\ E_a = 2 \cdot 10^5 \text{ Mpa.} \end{cases} \rightarrow \Delta\sigma_a = 3,188 \sigma'_{bj}.$$

A 28 jours : $f_{c28} = \sigma_j = 35$ Mpa.

$$\begin{cases} E_i = 3,59 \cdot 10^4 \text{ Mpa.} \\ E_a = 2 \cdot 10^5 \text{ Mpa.} \end{cases} \rightarrow \Delta\sigma_a = 2,779 \sigma'_{bj}.$$

Effet de première famille sur elle-même au 28ème jour :

$$\Delta\sigma_{rac} = k \frac{E_a}{E_{bij}} \sigma_{bcj}.$$

$K=0,5$.

$$\Delta\sigma'_{rb} = E_a \frac{1}{2} \frac{n-1}{n} \frac{\sigma_{cj}(x)}{E_{bij}}.$$

σ'_{cj} : contrainte initiale du béton adjacent.

E_p : module d'élasticité de l'acier = $2 \cdot 10^5$ MPa.

E_{bij} : module de déformation longitudinale instantanée du béton.

$$\Delta\sigma_{rb} = \frac{1}{2} \frac{n-1}{n} \frac{E_p}{E_{bi28}} \left[\frac{Mg(x)}{I_n} e_{pn1} + X.n.1.A_p \left(\frac{1}{B_n} + \frac{e_{pn1}^2}{I_n} \right) \right]$$

n : nombre de câbles de la 1er famille (n1=3)

$M_{g/appui}(x) = g_p \cdot x \cdot (L-x)/2$ avec $g=1,677T/ml$.

$F_{c28} = 35Mpa$.

$E_{bi28} = 11000 \sqrt[3]{f_{c28}}$

$E_{bi28} = 3,59 \cdot 10^4 Mpa$

$E_p = 2 \cdot 10^5 Mpa$.

$X = \sigma_{p0} - (\Delta\sigma_{pf} + \Delta\sigma_{pg})$

On prend les caractéristiques géométriques nettes de la poutre seule

section	0	L/8+0,5	0,25L	0,5L
Désignation				
I (m⁴)	0,1602	0,1339	0,1303	0,1303
B (m²)	0,9411	0,6255	0,6160	0,616
e(m)	0,173	-0,757	-0,946	-0,95
Mg (MN,m)	0	1,256	2,410	3,210
X (Mpa)	1269,130	1227,123	1266,575	1311,530
$\Delta\sigma$ à 28 jours	6,907	20,156	23,382	21,190

Tableau : VII.10. Pertes dues au raccourcissement instantané du béton à 28 jours.

Tableau récapitulatif des pertes instantanées (Mpa) :

Désignation	Section	Frottement	Recul	Raccourcissement	Totale
Câbles de l'about	0,00L	0	146,870	6,907	153,777
	0,5+0,125L	85,887	102,989	-3,277	185,599
	0,25L	81,314	68,109	53,961	203,385
	0,5L	104,469	0	47,900	152,369
Câble de l'extrados	0,00L	0	0	0	0
	0,5+0,125L	0	184,994	4,289	189,284
	0,25L	125,604	60,223	-6,503	179,324
	0,5L	145,454	0	-9,727	135,726

Tableau : VII.11. Récapitulatif des pertes instantanées (Mpa).

VII.10.2. Pertes différées :

a. Retrait du béton :

Le retrait se développe dès le durcissement du béton alors que les câbles ne sont tendus que lorsque celui-ci a obtenu la résistance nécessaire, donc les câbles ancrés sur le béton ne subissent que la part du raccourcissement du au retrait effectué après leur mise en tension.

L'expression des pertes par retrait est donnée par le BPEL :

$$\Delta\sigma_{p0} = E_p \cdot \varepsilon_r \cdot (1 - r(j))$$

$\varepsilon_r = 3 \cdot 10^{-4}$ « Nord d'ALGERIE »

$r(j) = j / (j + 9r_m)$

j : jour de mise en tension.

r(j) : fonction traduisant l'évolution du retrait en fonction du temps exprimée en (cm).

$r_m = \text{Aire de section nette} / \text{Périmètre de cette section}$.

Avec : $E_p = 2 \times 10^5 Mpa$

1^{ère} famille : j = 7 jours.

NB : les caractéristiques à prendre en compte sont celles de la poutre.

Section	0	0,125L+0,5	0,25L	0,5L
r_m (cm)	17,051	10,275	10,188	10,188
r (j)	0,043	0,070	0,070	0,070
$\Delta\sigma_r$ (Mpa)	57,382	55,778	55,744	55,744

Tableau : VII.12.

1^{ère} famille : j = 28 jours.

NB : les caractéristiques à prendre en compte sont celles de la poutre.

Section	0	0,125L+0,5	0,25L	0,5L
r_m (cm)	17,051	10,275	10,188	10,188
r (j)	0,154	0,232	0,2339	0,2339
$\Delta\sigma_r$ (Mpa)	50,742	46,055	45,964	45,964

Tableau : VII.13.

2^{ème} famille : j = 28 jours.

NB : les caractéristiques à prendre en compte sont celles de la poutre+dalle.

Section	0	0,125L+0,5	0,25L	0,5L
r_m (cm)	0	13,161	13,102	13,102
r (j)	0	0,191	0,191	0,191
$\Delta\sigma_r$ (Mpa)	0	48,528	48,486	48,486

Tableau : VII.14.

b. Pertes par relaxation des câbles :

La relaxation de l'armature tendue a diminué la tension des câbles ; cette perte est donnée par la formule suivante :

$$\Delta \sigma_p = 0,06 \cdot \rho_{1000} \cdot (\mu - \mu_0) \cdot \sigma_{pi}(x)$$

$$\rho_{1000} = 2,5\%$$

$$\mu_0 = 0,43 \text{ (pour les armatures à très basse relaxation.TBR). (BPEL 91 révisé 99).}$$

$$\mu(x) = \frac{\sigma_{pi}(x)}{f_{prg}} \quad 0,55 \leq \mu \leq 0,75 .$$

1^{ère} famille:

$$\Delta \sigma_{pi} = \sigma_{p0} - (\Delta\sigma_f(x) + \Delta\sigma_g(x) + \Delta\sigma_r(x))_1$$

Section	0	0,125L+0,5	0,25L	0,5L
$\sigma_{pi}(x)$	1262,222	1230,400	1212,614	1263,630
μ	0,713	0,695	0,685	0,7139
$\Delta\sigma_p(x)$	53,604	48,934	46,39	53,814

Tableau : VII.15.

2^{ème} famille :

$$\Delta \sigma_{pi} = \sigma_{p0} - (\Delta\sigma_f(x) + \Delta\sigma_g(x) + \Delta\sigma_r(x))_2$$

Section	0	0,125L+0,5	0,25L	0,5L
$\sigma_{pi}(x)$	0	1226,715	1236,675	1280,273
μ	0	0,693	0,698	0,723
$\Delta\sigma_p(x)$	0	48,404	49,841	56,329

Tableau : VII.16.

c. Pertes par fluage :

Le fluage du béton est une déformation, due essentiellement a une contrainte constante et permanente

Étant donnée que les câbles sont ancrés dans le béton ; ils vont subir la même déformation.

$$\Delta\sigma_{flu} = (\sigma_M + \sigma_b) \cdot \frac{E_p}{E_{bij}} \quad (\text{BPEL 91}).$$

σ_M : contrainte maximal dans le béton au niveau de câble moyen a la mise en tension ;

σ_b : contrainte finale après toutes les pertes dans le béton au niveau du câble moyen sous les charges de longue durée d'application.

1^{ère} famille : 28^{ème} jours.

$$\sigma_M = \sigma_{gp} + \sigma_{pi} \quad \text{au 28^{ème} jours.}$$

$$\sigma_M(x) = \frac{M_{gp}(x)}{I_n} \cdot e_{n1} + n_1 \cdot A_p \cdot (\sigma_{p0} - \Delta\sigma_{inst})_1 \cdot \left[\frac{1}{B_n} + \frac{e_n^2}{I_n} \right]_1$$

$$\sigma_b = \sigma_{gT} + \sigma_{pfinal}.$$

$$\sigma_b(x) = \frac{M_{gT}(x)}{I_n} \cdot e_{n1} + n_1 \cdot A_p \cdot (\sigma_{p0} - \Delta\sigma_T)_1 \cdot \left[\frac{1}{B_n} + \frac{e_n^2}{I_n} \right]_1 + n_2 \cdot A_p \cdot (\sigma_{p0} - \Delta\sigma_T)_2 \cdot \left[\frac{1}{B_n} + \frac{e_{n1} \cdot e_{n2}}{I_n} \right]_2$$

σ_M : les caractéristiques nettes de la poutre seule ;

σ_b : les caractéristiques nettes de la poutre+la dalle.

Section	0	0,125L+0,5	0,25L	0,5L
σ_M	5,184	12,399	14,118	12,936
σ_b	4,596	2,100	5,002	1,190
$\Delta\sigma_{flu} \text{ (Mpa)}$	54,491	80,780	106,525	78,701

Tableau : VII.17.

Tableau récapitulatif des pertes totales : (instantanées+différées) :

	Section	0	0,125L+0,5	0,25L	0,5L
1^{ère} famille	$\Delta\sigma_{inst}$ (Mpa)	153,777	185,599	203,385	152,369
	$\Delta\sigma_d$ (Mpa)	149,903	167,615	191,156	169,511
	$\Delta\sigma_T$ (Mpa)	303,681	353,214	394,542	321,881
	$\% \Delta\sigma_T$	21,446	24,944	23,863	22,731
2^{ème} famille	$\Delta\sigma_{inst}$ (Mpa)	0	189,284	179,324	135,726
	$\Delta\sigma_d$ (Mpa)	0	166,363	124,917	111,280
	$\Delta\sigma_T$ (Mpa)	0	355,648	304,241	247,007
	$\% \Delta\sigma_T$	0	25,116	21,485	17,444

Tableau : VII.18. Récapitulatif des pertes totales : (instantanées+différées).**VII.10.3. Calcul justificatif des poutres :**

La vérification des contraintes revient à montrer qu'en tous points de la poutre les contraintes totales ne dépassent pas les limites admissibles :

$$\sigma_{min} \leq \sigma \leq \sigma_{max}$$

Justification de la poutre a l'ELS :**• Vis avis des contraintes normales :**

On considère la section médiane.

La contrainte normale s'exerçant dans la section d'ordonnée « y » :

$$\sigma(y) = \frac{P}{B} + (P.e + M) \frac{y}{I}$$

Les pertes de tension différées en fonction du temps, évaluées j^{ème} jours après la mis en tension sont données par :

$$\Delta\sigma_{dg} = r(j) \cdot \Delta\sigma_d$$

$$\text{Avec : } r(j) = \frac{j}{j + 9r_m}$$

Phase de construction à vide :

$$P_1 = 0,5x(1,02 \sigma_{p0} - 0,8\Delta\sigma_p) \cdot n \cdot A_p$$

1^{ère} phase (7^{ème} jour) :

La poutre est sur banc de préfabrication.

Les câblé 1 et 2 sont tirés au 7eme jour a 50% de p₀.

Ces câbles sont consommés 50% des pertes instantanées :

- Section résistante section nette de la poutre seule.
- Le moment du au poids propre de la poutre seule.

2^{ème} phase (28^{ème} jour) :

La poutre est toujours sur le banc de préfabrication.

Les 2 câbles sont tirés à 100% de P₀ ; et ils consomment 100%des pertes instantanées.

3^{ème} phase (30^{ème} jour) :

La poutre est posée sur les appuis et la dalle est coulée.

Les câbles 1 et 2 consomment en plus des pertes instantanées, des pertes différées qui valent :

$$\Delta\sigma_{dg} = r(2) \cdot \Delta\sigma_d$$

4^{ème} phase (56^{ème} jour) :

Après durcissement de la dalle le câble de l'extrados est tiré à 100% de p_0 et consomment 100% des pertes instantanées, les câbles de l'about consomment des pertes différées qui valent :

$$\Delta\sigma_{dg} = r(28) \cdot \Delta\sigma_d$$

Section résistante section nette de la poutre +dalle.

5^{ème} phase (60^{ème} jour) :

Mise en place des éléments de tabliers.

Les câbles 1 et 2 consomment des pertes différées qui valent :

$$\Delta\sigma_{dg} = r(32) \cdot \Delta\sigma_{d1}$$

$$\Delta\sigma_{dg} = 0,213 \times 169,51$$

$$\Delta\sigma_{dg} = 36,1 \text{ Mpa.}$$

Le câble 3 consomme des pertes différées qui valent :

$$\Delta\sigma_{dg} = r(4) \cdot \Delta\sigma_{d2}$$

$$\Delta\sigma_{dg} = 0,032 \times 111,28$$

$$\Delta\sigma_{dg} = 3,56 \text{ Mpa}$$

Section résistante poutre+dalle (caractéristiques nettes)

6^{ème} phase (en service) :

Mise en service de l'ouvrage ; les câbles consomment la totalité des pertes :

- Section résistante : poutre +dalle (caractéristiques homogènes)
- Moment du au G+ D240

1^{ère} phase (7^{ème} jour) :

$$P_1 = 0,5 \times (1,02 \sigma_{p0} - 0,8(0,5 \Delta\sigma_p)) \cdot n \cdot A_p$$

$$P_1 = 2,49 \text{ MN.}$$

$$M_{gp} = 2,57 \text{ MN.m.}$$

$$\sigma_M = 0,6 f_{c7} = 13,907 \text{ Mpa.}$$

$$\sigma_m = -1,5 f_{t7} = -2,985 \text{ Mpa.}$$

$$\sigma(y) = P_1/0,6271 + (P_1(-0,95) + 2,57)(y)/0,244175$$

$$3,97 + 0,837y = \begin{cases} \sigma(v') = \sigma(-1,07) = 3,07 \text{ Mpa} < 13,907 \text{ Mpa. Vérifiée.} \\ \sigma(v) = \sigma(0,73) = 4,58 \text{ Mpa} < 13,907 \text{ Mpa. Vérifiée.} \end{cases}$$

2^{ème} phase (28^{ème} jour) :

$$P_1 = (1,02 \sigma_{p0} - 0,8(0,5 \Delta \sigma_p)) \cdot n \cdot A_p$$

$$P_1 = 4,98 \text{ MN.}$$

$$M_{gp} = 2,57 \text{ MN.m.}$$

$$\begin{cases} \sigma_M = 0,6 f_{c28} = 21 \text{ Mpa.} \\ \sigma_m = -1,5 f_{t28} = -4,05 \text{ Mpa} \end{cases}$$

$$\sigma(y) = P_1/0,6271 + (P_1(-0,95) + 2,57)(y)/0,244175$$

$$7,94 - 8,85 y = \begin{cases} \sigma(v') = \sigma(-1,07) = 17,4 \text{ Mpa} < 21 \text{ Mpa. Vérifiée.} \\ \sigma(v) = \sigma(0,73) = 1,48 \text{ Mpa} < 21 \text{ Mpa. Vérifiée.} \end{cases}$$

3^{ème} phase (30^{ème} jour) :

$$\Delta \sigma_{dg} = r(2) \cdot \Delta \sigma_d$$

$$\Delta \sigma_{dg} = 0,021 \times 169,51$$

$$\Delta \sigma_{dg} = 3,559 \text{ Mpa}$$

$$P_1 = (1,02 \sigma_{p0} - 0,8(\Delta \sigma_{p \text{ inst}} + \Delta \sigma_{dg})) \cdot n \cdot A_p$$

$$P_1 = 4,76 \text{ MN.}$$

$$M_{gp+d} = 4,44 \text{ MN.m.}$$

$$\sigma(y) = 4,76 / 0,6271 + (4,76 (-0,95) + 4,44)(y)/0,244175$$

$$\sigma(y) = 7,59 - 0,335y = \begin{cases} \sigma(v') = \sigma(-1,07) = 7,94 \text{ Mpa} < 21 \text{ Mpa. Vérifiée.} \\ \sigma(v) = \sigma(0,73) = 7,34 \text{ Mpa} < 21 \text{ Mpa. Vérifiée.} \end{cases}$$

4^{ème} phase (56^{ème} jour) :

$$\Delta \sigma_{dg} = r(28) \cdot \Delta \sigma_d$$

$$\Delta \sigma_{dg} = 0,191 \times 169,51$$

$$\Delta \sigma_{dg} = 32,37 \text{ Mpa}$$

$$P = (1,02 \sigma_{p0} - 0,8(\Delta \sigma_{p \text{ inst}} + \Delta \sigma_{dg})) \cdot n \cdot A_p$$

$$\begin{cases} P_1 = 4,68 \text{ MN.} \\ P_2 = 2,41 \text{ MN.} \end{cases}$$

$$P_2 = 2,41 \text{ MN.}$$

$$M_{gp+d} = 4,44 \text{ MN.m.}$$

$$\sigma(y) = (4,68+2,41)/1,147119 + (4,68(-1,318) + 2,41 (-1,185) + 4,44)(y)/0,43575531$$

$$\sigma(y) = 6,18 - 10,51 y = \begin{cases} \sigma(v') = \sigma(-1,44) = 21,31 \text{ Mpa} < 21 \text{ Mpa. Vérifiée.} \\ \sigma(v) = \sigma(0,56) = 0,29 \text{ Mpa} < 21 \text{ Mpa. Non vérifiée} \end{cases}$$

Donc on ajoute un contre poids pour soulager la poutre.

On évalue la valeur du contre poids comme suit :

$$\sigma(V') + \frac{M_c}{I_n} V' \leq 21 \Leftrightarrow 21,31 + \frac{M_c}{0,43575531} (-1,44) \leq 21 \Leftrightarrow M_c \geq 0,01 \text{ MN.m}$$

On prend: $M_c = 0,1 \text{ MN.m.}$

$$\sigma(y) = (4,68+2,41)/1,147119 + (4,68 (-1,318) + 2,41 (-1,185) + 4,44+0,02)(y)/0,43575531$$

$$\sigma(y) = 6,18 - 10,29 y \quad \begin{cases} \sigma(v') = \sigma(-1,44) = 21,31 \text{ Mpa} < 21 \text{ Mpa. Vérifiée.} \\ \sigma(v) = \sigma(0,56) = 0,4 \text{ Mpa} < 21 \text{ Mpa. Vérifiée.} \end{cases}$$

5^{ème} phase (60^{ème} jour) :

$$\begin{aligned} \Delta\sigma_{dg1} &= r(32) \cdot \Delta\sigma_{d1} \\ \Delta\sigma_{dg1} &= 0,213 \times 169,51 \\ \Delta\sigma_{dg1} &= 36,1 \text{ Mpa.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta\sigma_{dg2} &= r(4) \cdot \Delta\sigma_{d2} \\ \Delta\sigma_{dg2} &= 0,032 \times 111,28 \\ \Delta\sigma_{dg2} &= 3,56 \text{ Mpa} \end{aligned}$$

$$P_1 = (1,02 \sigma_{p0} - 0,8(\Delta\sigma_{p \text{ inst}} + \Delta\sigma_{dg})) \cdot n \cdot A_p$$

$$\begin{cases} P_1 = 4,67 \text{ MN} \\ P_2 = 2,4 \text{ MN.} \end{cases}$$

$$M_{GT} = 5,34 \text{ MN.m.}$$

$$\sigma(v') = (4,67+2,4)/1,147119 + (4,67(-1,318) + 2,4(-1,185) + 5,34)(y) / 0,43575531$$

$$\sigma(y) = 6,16 - 8,39 y = \begin{cases} \sigma(v') = \sigma(-1,44) = 18,25 \text{ Mpa} < 21 \text{ Mpa. Vérifiée.} \\ \sigma(v - 0,2) = \sigma(0,36) = 3,13 \text{ Mpa} < 21 \text{ Mpa. Vérifiée.} \\ \sigma(v) = \sigma(0,56) = 1,46 \text{ Mpa} < 21 \text{ Mpa. Vérifiée.} \end{cases}$$

6^{ème} phase(en service) :

- Section résistante : poutre + dalle (caractéristiques homogènes)
- Moment du au G+ D240

A vide :

$$P_1 = (1,02 \sigma_{p0} - 0,8(\Delta\sigma_{p \text{ inst}} + \Delta\sigma_{p \text{ diff}})) \cdot n \cdot A_p$$

$$\begin{cases} P_1 = 4,28 \text{ MN.} \\ P_2 = 2,25 \text{ MN.} \end{cases}$$

$$M_G = 3,21 \text{ MN.m.}$$

$$\sigma(v') = (4,28+2,25) / 1,174224 + (4,28 (-1,258) + 2,25 \times (-1,14) + 3,21)(y) / 0,35942201 = 4,58 < 21 \text{ Mpa.}$$

$$\sigma(y) = 5,56 - 7,25 y = \begin{cases} \sigma(v') = \sigma(-1,38) = 15,56 \text{ Mpa} < 21 \text{ Mpa. Vérifiée.} \\ \sigma(v - 0,2) = \sigma(0,41) = 2,58 \text{ Mpa} < 21 \text{ Mpa. Vérifiée.} \\ \sigma(v) = \sigma(0,61) = 1,13 \text{ Mpa} < 21 \text{ Mpa. Vérifiée.} \end{cases}$$

En charge :

$$P_1 = (0,98 \sigma_{p0} - 1,2(\Delta\sigma_{p \text{ inst}} + \Delta\sigma_{p \text{ diff}})) \cdot n \cdot A_p$$

$$\begin{cases} P_1 = 3,61 \text{ MN.} \\ P_2 = 1,97 \text{ MN.} \end{cases}$$

$$M_{G+D240} = 7,74 \text{ MN.m.}$$

$$\sigma(v') = (3,61+1,97) / 1,174224 + (3,61 (-1,258) + 1,97 (-1,14) + 7,74)(y) / 0,35942201.$$

$$\sigma(y) = 4,75 + 4,93 y = \begin{cases} \sigma(v') = \sigma(-1,38) = -2,01 \text{ Mpa} < 21 \text{ Mpa. Vérifiée.} \\ \sigma(v - 0,2) = \sigma(0,41) = 6,75 \text{ Mpa} < 21 \text{ Mpa Vérifiée.} \\ \sigma(v) = \sigma(0,61) = 7,73 \text{ Mpa} < 21 \text{ Mpa Vérifiée.} \end{cases}$$

Conclusion :

Les contraintes normales sont toutes vérifiées en construction et en service.

Vis avis des contraintes tangentielles :

On considère la section d’about en particulier l’appui (1ère famille)

On vérifiée les inégalités suivantes :

$$\tau^2 \leq 0,4 f_{tj} \left(f_{tj} + \frac{2}{3} \sigma_x \right) \dots \dots \dots (1)$$

$$\tau^2 \leq 2 \frac{f_{tj}}{f_{cj}} (0.6 f_{cj} - \sigma_x) \left(f_{tj} + \frac{2}{3} \sigma_x \right) \dots \dots \dots (2)$$

D’où : σ_x : Contrainte normale longitudinale
 τ : Contrainte tangentielle de cisaillement.

Détermination de la contrainte normale :

Largeur de la table de compression :

$$L = b_0 + 2.y = 50 + 2 \times 0,5 \times 2/3 = 1,17 < 2,3 \text{ m.}$$

On prend : $L = 1,17 \text{ m.}$

Le calcul se fait au niveau de centre de gravité, suivant la formule suivante :

$$\sigma_x = \frac{\sum P_i \cos \alpha_i}{B}$$

Détermination des contraintes tangentielles :

$$\tau = \frac{V_{red} \cdot S(y)}{I_n \cdot b_n}$$

V_{red} : effort tranchant réduit ; ($V_{red} = V_{ser} - \sum P \cdot \sin \alpha_i$)

S : Moment statique par rapport à l’axe horizontal passant par le C.D.G de la section situé au dessus de l’axe neutre, (pour les étapes 1, 2, 3 on prend le moment statique de la poutre seule, et pour les étapes 4 et 5 on prend celle de la poutre + hourdis).

b_n : Épaisseur nette de l’âme (cm).

$$b_n = b_0 - 0,5 \times \Phi_{gaine} \text{ (cm).}$$

I : Moment d’inertie de la section considérée (cm⁴).

Pour la vérification, il convient de calculer la contrainte de résistance du béton.

Les valeurs de V_{ser} sont résumées dans le tableau suivant :

Phase	1	2	3	4	5	6
V_{ser} (MN)	0,3026	0,3026	0,464	0,464	0,624	0,690

Tableau : VII.19. Les valeurs de V_{ser} .

On résume les caractéristiques géométriques des deux sections précédentes dans le tableau suivant :

Section		B	V'	In	Ix	S
Pour le calcul de τ	P	/	/	/	0,148	0,246
	P+d	/	/	/	0,564	0,711
pour le calcul de σ_x	P	1,007	0,990	0,310	/	/
	P+d	1,527	1,297	0,586	/	/

Tableau : VII.20.

Tableau de vérification des contraintes tangentielles :

Phase	1	2	3	4	5	6
P_1/c	1,245	2,49	2,38	2,34	2,335	1,97
$\sum P_1 \cdot \cos \alpha_1$	2,421	4,842	4,628	4,550	4,540	3,830
$\sum P_1 \cdot \sin \alpha_1$	0,568	1,137	1,087	1,068	1,066	0,899
V_{red}	-0,266	-0,834	-0,623	-0,604	-0,442	-0,209
τ^2	0,971	9,560	5,325	2,863	1,530	0,001
σ_x	2,403	4,890	14,896	2,979	3,500	2,479
Formule 1	2,859	6,437	14,946	5,69	6,103	5,310
Formule 2	7,391	15,708	15,867	17,649	17,931	17,346

Tableau : VII.21.

VII.11. Ferrailage passif longitudinal :

Deux sortes d'armatures passives sont à prévoir dans les ouvrages précontraints.

VII.11.1. Armatures longitudinales de peau :

Leur but est de répartir les effets de retraits et des variations de températures. Elles sont disposées dans les zones périphériques de la pièce parallèlement à la fibre moyenne.

$A_{min} \geq \text{Max} \begin{cases} 3 \text{ cm}^2/\text{m de longueur mesuré sur la section droite de l'ouvrage.} \\ 0.1\% \text{ de la section de la poutre.} \end{cases}$

$B_n = 6542,24 \text{ cm}^2$ (section médiane homogène)

$0,1 \times 6542,24 = 6,54 \text{ cm}^2$.

On choisit une armature de 6HA12 avec une $A_s = 6,79 \text{ cm}^2$.

VII.11.2. Armatures longitudinales dans les zones tendues :

C'est une section conventionnelle minimale d'armatures que l'on doit placer longitudinalement dans les zones tendues des structures en béton précontraint :

$$A_s = \frac{B_t}{1000} + \frac{N_{Bt} \cdot f_{tj}}{f_e \cdot \sigma_{bt}}$$

B_t : Air de la partie de béton tendu.

On a :

$$\frac{2,01}{6,75} = \frac{X}{1,45-X}$$

$$X=0,413 \text{ m.}$$

$$B_t = 0,1497\text{m}^2.$$

σ_{bt} : contrainte maximale de traction dans la section tendue.

$$\sigma_{bt} = 2,01 \text{ Mpa.}$$

$N B_t$: Intensité de la résultante des efforts de traction.

$$N B_t = 1/2 \times \sigma_{bt} \times B_t = 0,15 \text{ MN.}$$

f_e : limite élastique des armatures utilisées $f_e = 400\text{Mpa}$.

f_{tj} : contrainte caractéristique de traction du béton à j jour.

$$A_s = \frac{0,1497}{1000} + \frac{0,15 \times 2,7}{400 \times 2,01}$$

$$A_s = 6,53 \text{ cm}^2$$

Donc, on prend : 6HA12 avec $A_s=6,79 \text{ cm}^2$.

VII.11.3. Vérification a la rupture :

Vis a vis de contraintes normales : (on considère la section médiane)

Cette justification assure la résistance de la structure a la ruine .Les calculs consistent a Montrer que le point correspondant aux sollicitations de calcul (N_u, M_u) est a l'intérieur de la courbe d'interaction (N_u, M_u)

ε_{bc} : déformation du béton

ε_{pm} : allongement préalable (du a la précontrainte et les pertes) au jour de la vérification ;

σ_{pm} : contrainte préalable, calculée sous les actions permanentes

$\Delta\varepsilon'_p$: un accroissement d'allongement du au retour a zéro de la contrainte au niveau du câble moyen

σ_{bpm} : contrainte dans le béton au niveau du câble moyen sous les action permanentes et la précontrainte

$\Delta\varepsilon''_p$: une variation complémentaire accompagnant la déformation du béton au delà de 0

N_{bc} : effort normal de compression.

ε_s : déformation des aciers passifs.

La résultante du problème consiste a :

-Calculer N_u puis supposer que ; $N_u=N_u$ et par suite trouver M_u .

-On utilise P_m la précontrainte probable a l'ELU.

Sollicitations externes :

$$N_u = P_m \cdot \gamma_p$$

$$\text{Avec : } P_m = P_0 - \Delta P_T = (\sigma_{p0} - \Delta \sigma_{PT}) \cdot n \cdot A_p$$

$$1^{\text{ère}} \text{ famille : } P_{m1} = (1416-321,88) \times 2 \times 0,001807 = 3,95 \text{ MN.}$$

$$2^{\text{ème}} \text{ famille : } P_{m2} = (1416-247,007) \times 0,001807 = 2,11 \text{ MN.}$$

D'où :

$$N_u = (P_{m1} + P_{m2}) \cdot \gamma_b \text{ avec : } \gamma_b = 1,15$$

$$N_u = 6,97 \text{ MN.}$$

$$M_u = 1,35 (M_G + M_{D240}) = 7,74 \text{ MN.m.}$$

$$d_p = 2 - 0,16 = 1,84 \text{ m.}$$

$$d_s = 2 - 0,05 = 1,95 \text{ m.}$$

1^{ère} itération :

On suppose que le diagramme de déformation passé par le pivot A et B :

$$\varepsilon_{bc} = 3,5\text{‰} ; \varepsilon_s = 10\text{‰}$$

$$\frac{\varepsilon_s}{\varepsilon_{bc}} = \frac{d_s - y}{y} \Leftrightarrow y = 0,5185 \text{ m.}$$

$$\mathbf{0,8y = 0,414 \text{ m.}}$$

$$B(y) = 0,7827 \text{ m}^2 .$$

$$\frac{\Delta \varepsilon''_p}{\varepsilon_{bc}} = \frac{d_p - y}{y} \Leftrightarrow \Delta \varepsilon''_p = 8,92\text{‰} .$$

$$\varepsilon_{pm} = \frac{\sigma_{pm}}{E_p} = \frac{P_m}{A_p \cdot E_p} = \frac{6,06}{3 \times 0,001807 \times 2 \times 10^5} = 5,58\text{‰} .$$

$$\Delta \varepsilon'_p = \frac{\Delta \sigma_p}{E_b} = n \cdot \frac{\sigma_{pm}}{E_p} .$$

$$\text{Avec : } E_b = \frac{E_p}{5}$$

$$\sigma_{bpm} = \frac{P_m}{B_n} + (P_m \cdot e_0 + M_G) \frac{y}{I_n} .$$

Elle est calculée au niveau du câble moyen donc $y = e_0$

$$e_0 = -(V'n - y_{CM}) = -(1,44 - 0,16) = -1,28 \text{ m}$$

D'où :

$$\sigma_{bpm} = \frac{6,06}{1,147119} + (6,06 \times (-1,28) + 4,44) \frac{-1,28}{0,433575531}$$

$$\sigma_{bpm} = 15,07 \text{ MPa.}$$

$$\text{Alors : } \Delta \varepsilon'_p = 5 \cdot \frac{15,07}{2 \times 10^5} = 0,376\text{‰}$$

$$\Delta \varepsilon''_p + \varepsilon_{mp} + \Delta \varepsilon'_p = 15,206\text{‰}$$

On utilise le diagramme affecté aux files trempés et revenus (BPEL91)

$$\frac{f_{peg}}{\gamma_p} = 1365,21$$

$$\frac{f_{peg}}{\gamma_p \cdot E_p} = 6,82\text{‰}$$

$$\sigma_p (\Delta \varepsilon''_p + \varepsilon_{mp} + \Delta \varepsilon'_p) = 1365,21$$

$$\sigma_p (\varepsilon_{mp}) = \varepsilon_{mp} \times E_p = 1116$$

$$\Delta \sigma_p = \sigma_p (\Delta \varepsilon''_p + \varepsilon_{mp} + \Delta \varepsilon'_p) - \sigma_p (\varepsilon_{mp}) = 249,21 \text{ Mpa.}$$

$$\sigma_s = f_e / \gamma_s = 400 / 1,15 = 347,82 \text{ Mpa.}$$

$$N_u = 0,7827 \times (0,85 \times 35) / 1,5 - 3 \times 0,001807 \times 249,21 - 0,000679 \times 347,82$$

$$N_u = 13,93 \text{ MN.}$$

$$N_u = 6,97 \text{ MN} < N_u = 13,93 \text{ MN.}$$

$$M_u = B(y) \cdot \sigma_{bc} \cdot z(y) + A_s \cdot \sigma_s \cdot (d_s - d_p)$$

$$\text{Avec } Z(y) = d_p - 0,4y.$$

La partie comprimée est importante; on fait pivoter le diagramme de la déformation autour du pivot A. $\rightarrow \epsilon_{bc} < 3,5\text{‰}$; $\epsilon_s = 10\text{‰}$

Ce pivotement entraîne une légère variation dans les valeurs de ϵ_{pm} ; $\Delta\epsilon''_p$ et $\Delta\epsilon'_p$.

$$\Delta\sigma_p = 249,21 \text{ MPa.}$$

On recherche B(y) avec $N_u = N_u$

$$6,97 = B(y) \times (0,85 \times 35) / 1,5 - 3 \times 0,001807 \times 249,21 - 0,000679 \times 347,82$$

$$B(y) = 0,4314 \text{ cm}^2.$$

$$0,8y = 0,15 \text{ m.}$$

$$Y = 0,1875 \text{ m.}$$

$$\frac{\epsilon_s}{\epsilon_{bc}} = \frac{d_s - y}{y} \Rightarrow \epsilon_{bc} = 1,06 \text{ ‰.}$$

$$Z(y) = 1,84 - 0,4(0,1875) = 1,765 \text{ m.}$$

$$M_u = 0,4314 \frac{0,85 \times 35}{1,5} 1,765 + 0,000679 \times 347,82 \times (1,95 - 1,84) = 15,12 \text{ MN.m.}$$

$$M_u = 15,12 \text{ MN.m} \geq M_u = 11,55 \text{ MN.m.}$$

Vis-à-vis des contraintes tangentielles :

On considère la section d'about.

- **Armature transversale de peau :**

La section de ses armatures est fixée au moins à 2 cm^2 (soit 1 cadre HA12) par mètre linéaire de parement avec un écart 25cm.

- **Minimum d'armature transversale :**

$$\frac{A_t \cdot f_e}{b_n \cdot S_t \cdot 1,15} \geq 0,4 \text{ MPa.} \quad (\text{BPEL 91})$$

$$S_t \leq \inf(1 \text{ m}; 0,8 \cdot h; 3 \cdot b_0)$$

$$\text{Avec: } h = 2 \text{ m}; b_0 = 0,5 \text{ m.}$$

$$S_t \leq 1 \text{ m.}$$

$$b_n = 0,42 \text{ m.}$$

$$S_t \leq 0,6 \text{ m.}$$

$$S_t \leq \frac{A_t \cdot f_e}{0,4 b_n \times 1,15}$$

On fixe $A_t = 2,26 \text{ cm}^2$ (1 cadre HA12)

$$S_t \leq 46,79 \text{ cm.}$$

On prend : $S_t = 45 \text{ cm.}$

Justification des armatures transversales en zone d'appui:

- Le but est de montrer que ces armatures sont suffisantes pour assurer la résistance des parties tendues.
- Lanon rupture en traction des A_t

On doit vérifier que $\tau_{ured} \leq \tau_u$

$$\text{Avec } \tau_u \leq \frac{A_t \cdot f_e}{S_t \cdot b_n \cdot 1,15} \cotg \beta_u + \frac{f_{tj}}{3}$$

On considère que l'âme ne comporte que des armatures passives perpendiculaires à la fibre moyenne de la poutre et l'inclinaison β_u des bielles de béton est calculée au niveau du CDG de la section (BPEL91).

$1/3 f_{tj}$: part de résistance du béton comprimé au cisaillement.

On a :

$$\text{tg} 2\beta_u = \frac{2\tau_{ured}}{\sigma_{xu} - \sigma_{yu}} \quad ; \quad \text{Pas d}'A_t \text{ Précontrainte.}$$

$$\sigma_{xu} = \gamma_b \cdot \sigma_{xser}$$

$$\sigma_{xser} = \frac{\sum P_i \cdot \cos \alpha_i}{B_h}$$

$$P_i / \text{câble} = P_0 - \Delta P_T = 2,553 - 303,68 \times 0,001807 = 2 \text{ MN/c.}$$

$$\text{D'où } \sigma_{xser} = \frac{2 \times (\cos 16 + \cos 10,44)}{1,1703} = 3,32 \text{ Mpa.}$$

$$\tau_{u \text{ red}} = \frac{V_{red} \cdot S}{I \cdot b_n} \quad ;$$

$$V_{u \text{ red}} = V_{u \text{ max}} - \sum P_i \cdot \sin \alpha_i$$

$$V_{u \text{ max}} = 1,35 \cdot V_G + 1,6(V_{Bc} + V_{Tr}) = 0,9308 \text{ MN.}$$

$$V_{u \text{ red}} = 0,9308 - 2 \cdot (\sin 16^\circ + \sin 10,44^\circ) = 0,17 \text{ MN.}$$

$$\tau_{u \text{ red}} = \frac{0,017 \times 0,7111}{0,5648 \times 0,42} = 0,51 \text{ MPa.}$$

$$\sigma_{xu} = 1,5 \times 3,32 = 4,98 \text{ MPa.}$$

$$\text{tg} 2\beta_u = \frac{2 \times 0,51}{4,98 - 3,32} = 0,61 \quad \Leftrightarrow \beta_u = 15,69^\circ < 30^\circ$$

On prend : $\beta_u = 30^\circ$

$$\text{Donc : } \bar{\tau}_u = 0,72 + 0,9 = 1,62 \text{ Mpa.}$$

D'où :

$$\tau_{u \text{ red}} = 0,693 \text{ MPa.} < \overline{\tau_u} = 1,62 \text{ Mpa.}$$

Justification de la compression des bielles de béton découpées dans l'élément par les fissures :

Il suffit de vérifier que :

$$\tau_{u \text{ red}} = \frac{f_{cj}}{4 \cdot \gamma_b} \text{ (BPEL 91) pour } \beta_u = 30^\circ$$

$$\tau_{u \text{ red}} = \frac{35}{6} = 5,83 > 0,693 \text{ MPa. Vérifiée.}$$