

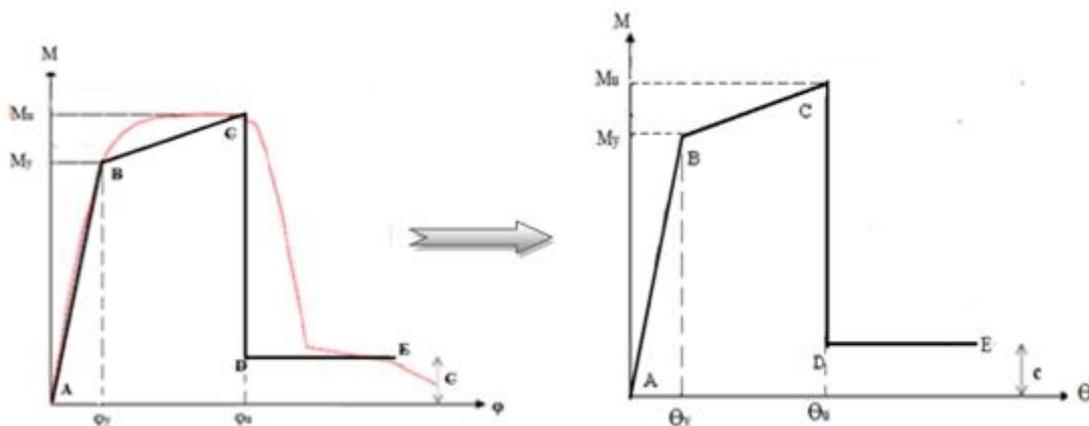
## II.1.Introduction :

Les phénomènes observés lors de la ruine par flexion de structures élancées montrent, au niveau local des sections endommagées, trois phases principales : la fissuration de la section, la plastification des aciers, et enfin la ruine de la section qui se traduit par l'écrasement du béton en compression, la rupture en traction ou le flambement des aciers sous charges cycliques. Une relation moment-courbure illustre très bien ces phénomènes, pourvu qu'elle tienne compte, d'une loi de comportement réaliste pour le béton et de l'influence du taux de confinement. La détermination des courbures de plastification, ultime ou de ruine peut même être améliorée en tenant compte du glissement acier-béton et de l'effort tranchant qui incline les fissures et qui augmente donc la longueur des rotules plastiques.

## II.2. Lois moment- rotation :

### II.2.1. Méthode de Priestley :

Priestley [11] utilise la notion de longueur de rotule plastique pour définir une rotation de ruine, Cette Longueur  $L_p$  étant définie comme la longueur permettant de retrouver la rotation de ruine plastique expérimentale si elle est multipliée par une courbure plastique ultime,



**Figure II.1** : diagramme (moment – courbure) et (moment – rotation).

Sur la base de cette hypothèse, la relation entre la courbure et la rotation d'écoulement est obtenu comme suit :

$$\theta_p = (\varphi_u - \varphi_y)L_p \quad (\text{II.1})$$

Avec :

$$L_p = 0.08H + 0.022f_y d_{bl} \quad (\text{II.2})$$

H : La hauteur du poteau.

$f_y$  : La contrainte de plastification des aciers.

$d_{bl}$  : Le diamètre des barres de flexion.

$\varphi_u$  et  $\varphi_y$  : Les courbures ultimes et de début de plastification.

D'autres formules empiriques peuvent être utilisées pour calculer la longueur des rotules plastiques, telle que celle proposée par :

$$L_p = \frac{H_p}{2} \quad (\text{II.3})$$

Où  $H_p$  est la hauteur plastifiée du poteau et qui vaut :

$$H_p = H \left( \frac{M_u - M_y}{M_u} \right) = \frac{H \cdot E_p (\varphi_u - \varphi_y)}{M_y + E_p (\varphi_u - \varphi_y)} \quad (\text{II.4})$$

### II.2.3. Méthode empirique :

Une autre approche basée sur une formule empirique validée sur de nombreux tests de poutres et poteaux a été utilisée par plusieurs auteurs comme Fardis et Arede [12]. La rotation ultime totale vaut :

$$\theta_u = 0.0634 \left( \frac{H}{D} \right)^{0.93} \left( \frac{\max(\rho_t, 0.004)}{\max(V_d, 0.05)} \right)^{0.48} W_t^{-0.27} f_c^{-0.15} \quad (\text{II.5})$$

Avec :

H : La hauteur du poteau.

D: Largeur du poteau.

$V_d = \left( \frac{\sigma_n}{f_c} \right)$  : Effort normal réduit.

$\rho_t$ : Ratio volumique de cadres.

$W_t$  : Ratio mécanique d'acier longitudinal  $\left( \frac{A_s f_y}{f_c} \right)$  et  $f_c$  : résistance en compression du béton [11].

#### II.2.4. Méthode de Park et Paulay :

La procédure utilisée par Park et Paulay [13] a été utilisée pour déterminer les relations moment-rotation des éléments des relations moment-courbure. Dans cette procédure, on assume que le moment varie linéairement le long des poutres et des poteaux avec un point d'inflexion au milieu des éléments. Sur la base de cette hypothèse, la relation entre la courbure et la rotation d'écoulement est obtenu comme suit :

$$\theta_y = \phi_y \frac{l_v}{6} \quad (\text{II.6})$$

$\theta_y$  : Rotation de plastification.

$l_v$  : Portée du cisaillement.

$\phi_y$  : Courbure nominale de plastification estimée comme suit :

$$\phi_y = 2,5 \left( \frac{\varepsilon_{es}}{l_s} \right) \quad (\text{II.7})$$

$\varepsilon_{es}$  : Valeur caractéristique de l'allongement de plastification de l'acier.

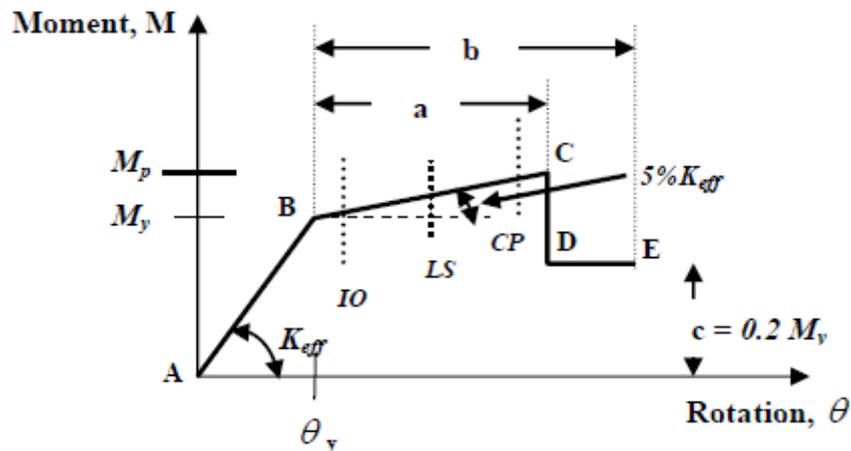
$l_s$  : Longueur de la section de poteau ou poutre.

Pour répondre aux besoins de modéliser les rotules plastiques aux extrémités des éléments linéaires poteaux et poutres ; le **FEMA356** [9] recommande des valeurs caractérisant les différents états de déformation de la rotule.

## II.2. 5. Méthode simplifiée de l'ATC40 – FEMA 356 [9] :

### II.2. 5. 1-Loi moment – rotation associée aux poutres :

#### II.2. 5. 1.1-Plastification par flexion – rotule plastique :



**Figure II.2** : diagramme **moment - rotation** associée à la plastification des poutres par flexion [9]

Les paramètres présentés sur la figure sont définis comme suit :

- $K_{eff}$  : rigidité initiale à la flexion de la section de béton de la poutre. Elle est donnée par la formule suivante [9] :

$$K_{eff} = 0.5E_c I_g \quad (II.8)$$

Avec :

$I_g$  : moment d'inertie de la section de béton de la poutre

$E_c$  : module d'élasticité du béton.

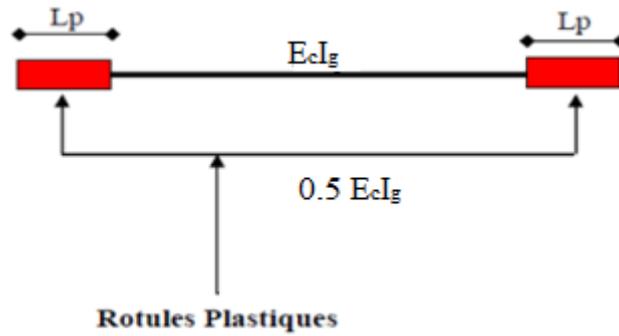


Figure II.3 : Poutre à rotule plastique

La longueur de la rotule plastique est donnée par :

$$L_p = 0.5h \quad (\text{II.9})$$

Avec :

$h$  : la hauteur de la section en béton armé

$M_y$  : moment élastique limité de section de béton armé de la poutre. il est donné par la relation suivante [] :

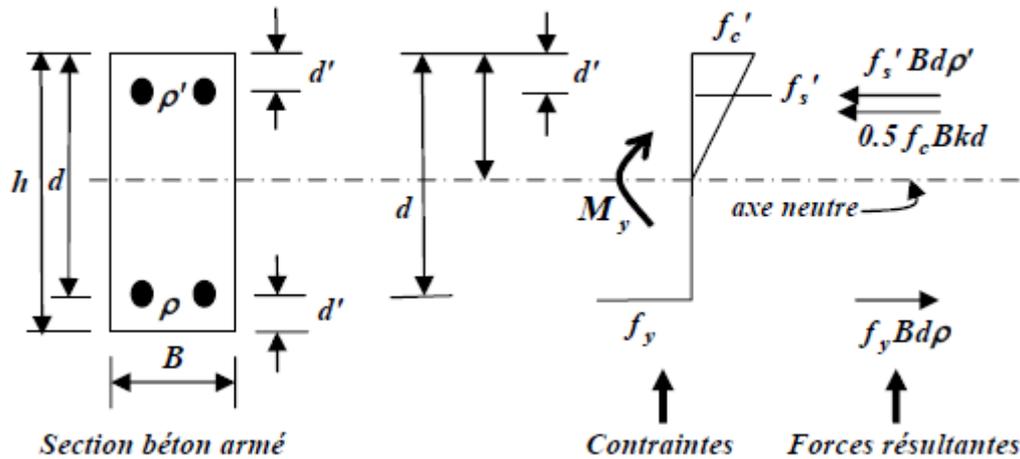
$$M_y = 0.5 f_c' B K d \cdot \left( \frac{Kd}{3} - d' \right) + f_y B d \cdot (d - d') \quad (\text{II.10})$$

$\rho$  et  $\rho'$  Sont les pourcentages des armatures longitudinales tendues et comprimées, respectivement.

$K$  est le facteur de la hauteur de l'axe neutre correspondant à l'état élastique limite, et est donné par la formule suivante [14] :

$$K = \sqrt{(\rho + \rho')^2 \eta_{sc}^2 + 2 \left( \rho + \rho' \frac{d'}{d} \right) \eta_{sc} + (\rho + \rho') \eta_{sc}} \quad (\text{II.11})$$

Formule dans laquelle  $\eta_{sc} = \frac{E_s}{E_c}$  ou  $E_c$  et  $E_s$  sont respectivement les modules d'élasticité du béton et de l'acier, avec  $E_{acier} = E_c = 2.10^5$  Mpa.



**Figure II.4 :** section doublement armé à son état élastique limite.

$\theta_y$  : Rotation élastique limite de section en béton armé de la poutre. Elle est calculée sur la base d'une hypothèse utilisée par Saidi et Sozen [15]. Dans cette hypothèse, le moment est supposé avoir une variation linéaire le long de la poutre avec un point d'inflexion au milieu de cette dernière.

$\theta_y$  est donnée par la formule suivante :

$$\theta_y = \frac{M_y}{E_c I_g} \cdot \frac{L}{6} \quad (\text{II.12})$$

Où :

L : La longueur de la poutre.

$M_p$  : moment plastique (moment résistant) de la section de béton armé de la poutre. Il est calculé par la formule suivante [9]:

$$M_p = M_y + 5\% K_{eff} a \quad (\text{II.13})$$

Où : **a** est la portion de la partie plastique avec écrouissage du diagramme **moment-rotation**.

- **Paramètre a, b et c et critères d'acceptation IO, LS, et CP :**

Les paramètres a et b représentent les valeurs de rotation plastique et c celui de la résistance résiduelle (en flexion) de la poutre.

Les critères d'acceptation et les niveaux de performance **IO, LS, et CP** seront définis au paragraphe (III.14). Les paramètres **a, b et c** ainsi que les critères d'acceptation **IO, LS, et CP** sont donnés dans le tableau II.1 par du code **FEMA 356** [9] :

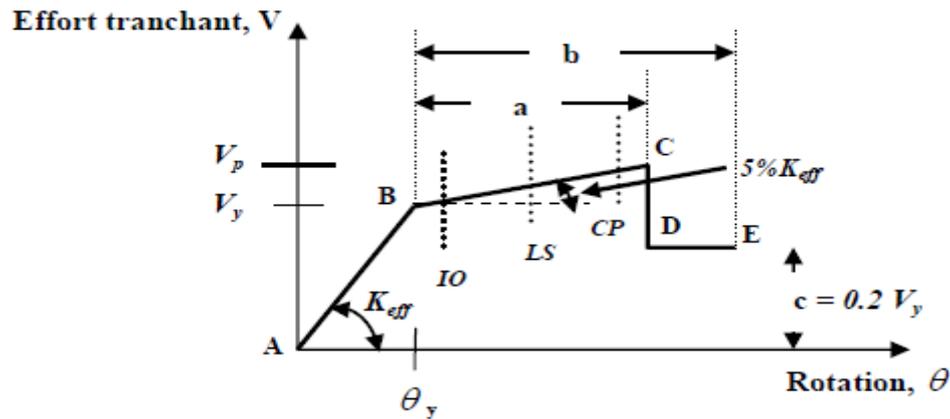
**Table 6-6 Modeling Parameters and Numerical Acceptance Criteria for Nonlinear Procedures— Reinforced Concrete Beams**

Conditions	Modeling Parameters <sup>3</sup>			Acceptance Criteria <sup>3</sup>						
	Plastic Rotation Angle, radians		Residual Strength Ratio	Plastic Rotation Angle, radians						
				Component Type						
			Primary		Secondary					
			Performance Level							
	a	b	c	IO	LS	CP	LS	CP		
<b>i. Beams controlled by flexure<sup>1</sup></b>										
$\frac{\rho - \rho'}{\rho_{bal}}$	Trans. Reinf. <sup>2</sup>	$\frac{V}{b_w d \sqrt{f'_c}}$								
≤ 0.0	C	≤ 3	0.025	0.05	0.2	0.005	0.02	0.025	0.02	0.05
≤ 0.0	C	≥ 6	0.02	0.04	0.2	0.005	0.01	0.02	0.02	0.04
≥ 0.5	C	≤ 3	0.02	0.03	0.2	0.005	0.01	0.02	0.02	0.03
≥ 0.5	C	≥ 6	0.015	0.02	0.2	0.005	0.005	0.015	0.015	0.02
≤ 0.0	NC	≤ 3	0.02	0.03	0.2	0.005	0.01	0.02	0.02	0.03
≤ 0.0	NC	≥ 6	0.01	0.015	0.2	0.0	0.005	0.01	0.01	0.015
≥ 0.5	NC	≤ 3	0.01	0.015	0.2	0.005	0.01	0.01	0.01	0.015
≥ 0.5	NC	≥ 6	0.005	0.01	0.2	0.0	0.005	0.005	0.005	0.01

**Tableau II.1:** critère de rotation et niveaux de performance pour les poutres selon le **FEMA 356**

**II.2. 5. 1.2. Plastification par cisaillement :**

La figure II.5 présente le diagramme effort tranchant – rotation associe à la plastification par cisaillement pour les poutres [9] .



**Figure II.5 :** diagramme effort tranchant – rotation associé à la plastification des poutres par cisaillement. [9]

Les paramètres présentés sur la figure sont définis comme suit :

$K_{eff}$ : rigidité initiale au cisaillement de la section de béton de la poutre. Elle donnée par la formule suivante [9] :

$$K_{eff} = 0.4E_C A_w \quad (II.14)$$

Où :

$A_w$  : aire de la section de béton de la poutre.

$0.4E_C$ : Module de cisaillement transversal,  $G$ , de la section de béton.

$V_Y$  : Effort tranchant élastique limite de la section de béton armé de la poutre. il est donné par

La formule suivante [17] :

$$V_Y = \frac{A_t f_Y d}{S_t} + \frac{\sqrt{f_Y' + B d}}{6} \quad (II.15)$$

$\theta_Y$  : rotation élastique limite de la section de béton armé de la poutre :

$$\theta_Y = \frac{V_Y}{K_{eff}} \quad (II.16)$$

$V_P$  : Effort tranchant plastique de la section de béton armé. il est calculé par la relation suivante :

$$V_P = V_Y + 5\% K_{eff} a \quad (II.17)$$

Où  $a$  est la portion de la partie plastique avec écrouissage du diagramme effort tranchant – rotation.

### Paramètre $a$ , $b$ et $c$ et critères d'acceptation IO, LS, et CP :

Les paramètres  $a$  et  $b$  représentent les valeurs de rotation plastique et  $c$  celui de la résistance résiduelle(en cisaillement) de la poutre. Les paramètres  $a$ ,  $b$  et  $c$  ainsi que les critères d'acceptation IO, LS, et CP sont donnés par le code **FEMA 356** [9] (voir tableau II.2).

**Table 6-6 Modeling Parameters and Numerical Acceptance Criteria for Nonlinear Procedures—Reinforced Concrete Beams**

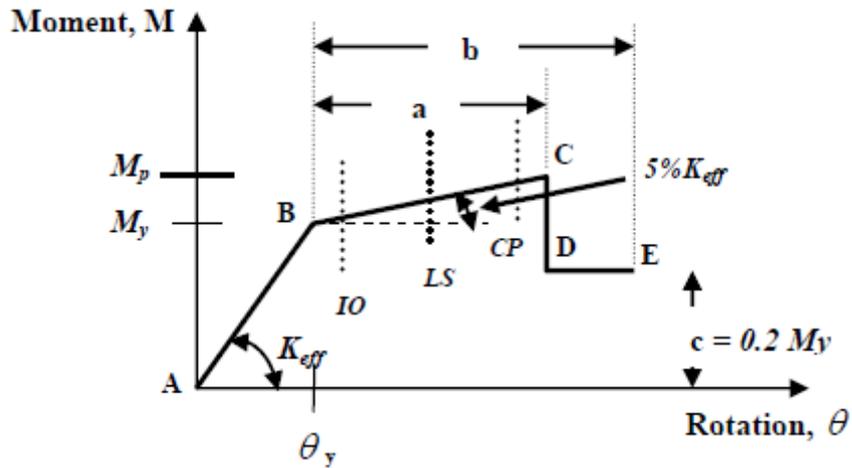
Conditions	Modeling Parameters <sup>3</sup>			Acceptance Criteria <sup>3</sup>				
	Plastic Rotation Angle, radians		Residual Strength Ratio	Plastic Rotation Angle, radians				
				Component Type				
			Primary		Secondary			
			Performance Level					
	a	b	c	IO	LS	CP	LS	CP
<b>ii. Beams controlled by shear<sup>1</sup></b>								
Stirrup spacing $\leq d/2$	0.0	0.02	0.2	0.0	0.0	0.0	0.01	0.02
Stirrup spacing $> d/2$	0.0	0.01	0.2	0.0	0.0	0.0	0.005	0.01

**Tableau II.2:** Les paramètres de modélisation et les critères d'acceptation pour les procédures non-linéaires (poutres en béton armé)

## II.2. 5. 2-Loi moment – rotation associée aux poteaux:

### II.2. 5. 2.1 Plastification par flexion – rotule plastique :

La figure II.6 présente le diagramme moment – rotation associé à la plastification par flexion pour les poteaux [9]



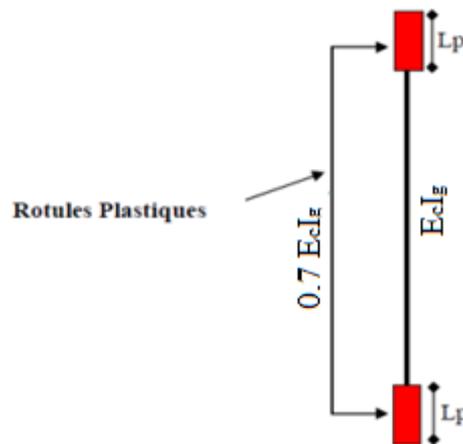
**Figure II.6 :** diagramme moment – rotation associé à la plastification des poteaux par flexion [9] .

$K_{eff}$  : rigidité initiale à la flexion de la section de béton du poteau. Elle est donnée par la formule suivante [9] :

$$K_{eff} = 0.7 E_c I_g \tag{II.18}$$

$I_g$  : Moment d’inertie de la section de béton du poteau.

$E_c$  : Module d’élasticité du béton. Dans les analyses push over :  $E_c = 11000 \sqrt[3]{f_{c28}}$



**Figure II.7 :** Poteau à rotule plastique.

$M_y$ : moment élastique limite de la section de béton armé du poteau. Les valeurs des moments élastiques limites des poteaux sont calculées par le programme **ETABS 9.7**[16] en tenant compte de l'interaction moment de flexion (M) – effort normal(N).

$\theta_y$  : rotation élastique limite de la section de béton armé du poteau. Elle est calculée avec la même formule que pour les poutres.

$$\theta_y = \frac{M_y}{E_c I_g} \cdot \frac{L}{6} \quad (\text{II.19})$$

Où :  $L$  est la longueur du poteau.

$M_p$ : moment plastique de la section de béton armé du poteau, donné par la relation suivante :

$$M_p = M_y + 5 \left/ \begin{matrix} 0 \\ 0 \end{matrix} \right. K_{eff} a \quad (\text{II.20})$$

Avec  $a$  la portion de la partie plastique avec écrouissage du diagramme moment – rotation.

### Paramètre $a$ , $b$ et $c$ et critères d'acceptation IO, LS, et CP :

Les paramètres  $a$  et  $b$  représentent les valeurs de rotation plastique et  $c$  celui de la résistance résiduelle(en flexion) du poteau. Les paramètres  $a$ ,  $b$  et  $c$  ainsi que les critères d'acceptation IO, LS, et CP sont donnés par le code **FEMA356** [9]. (Voir tableau II.3)

**Table 6-7 Modeling Parameters and Numerical Acceptance Criteria for Nonlinear Procedures—Reinforced Concrete Columns**

			Modeling Parameters <sup>4</sup>			Acceptance Criteria <sup>4</sup>				
			Plastic Rotation Angle, radians		Residual Strength Ratio	Plastic Rotation Angle, radians				
						Component Type				
						Primary		Secondary		
Conditions			a	b	c	IO	LS	CP	LS	CP
<b>i. Columns controlled by flexure<sup>1</sup></b>										
$\frac{P}{A_g f'_c}$	Trans. Reinf. <sup>2</sup>	$\frac{V}{b_w d \sqrt{f'_c}}$								
≤ 0.1	C	≤ 3	0.02	0.03	0.2	0.005	0.01	0.02	0.015	0.03
≤ 0.1	C	≥ 6	0.015	0.025	0.2	0.005	0.01	0.015	0.01	0.025
≥ 0.4	C	≤ 3	0.015	0.025	0.2	0.0	0.005	0.015	0.010	0.025
≥ 0.4	C	≥ 6	0.01	0.015	0.2	0.0	0.005	0.01	0.01	0.015
≤ 0.1	NC	≤ 3	0.01	0.015	0.2	0.005	0.005	0.01	0.005	0.015
≤ 0.1	NC	≥ 6	0.005	0.005	–	0.005	0.005	0.005	0.005	0.005
≥ 0.4	NC	≤ 3	0.005	0.005	–	0.0	0.0	0.005	0.0	0.005
≥ 0.4	NC	≥ 6	0.0	0.0	–	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0

**Tableau II.3:** critère de rotation et niveaux de performance pour les poteaux selon le **FEMA 356**

**II.2. 5. 2.2 Plastifications par cisaillement :**

La modélisation de la plastification des poteaux par cisaillement est effectuée de la même manière que pour les poutres, sauf que les paramètres a, b, et c ainsi que les critères d’acceptation **IO, LS, CP** qui sont données par le code **FEMA356**. (Voir tableau II.4)

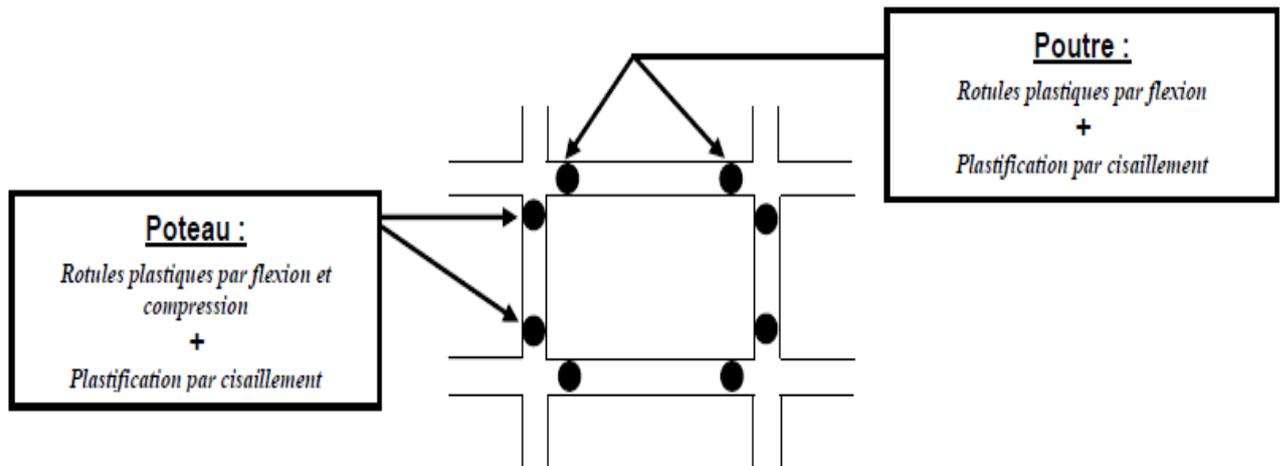
**Table 6-7 Modeling Parameters and Numerical Acceptance Criteria for Nonlinear Procedures—Reinforced Concrete Columns**

			Modeling Parameters <sup>4</sup>			Acceptance Criteria <sup>4</sup>				
			Plastic Rotation Angle, radians		Residual Strength Ratio	Plastic Rotation Angle, radians				
						Component Type				
						Primary		Secondary		
Conditions			a	b	c	IO	LS	CP	LS	CP
<b>ii. Columns controlled by shear<sup>1,3</sup></b>										
Hoop spacing ≤ d/2, or $\frac{P}{A_g f'_c} \leq 0.1$			0.0	0.015	0.2	0.0	0.0	0.0	0.01	0.015
Other cases			0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0

**Tableau II.4:** Les paramètres de modélisation et les critères d’acceptation pour les procédures non-linéaires (poteaux en béton armé)

### II.3. Récapitulation des rotules plastiques Attribuées aux poutres et poteaux :

La figure II.8 récapitule les différentes rotules plastiques attribuées aux poutres et poteaux du portique.



**Figure II.8 :** rotules plastiques attribuées aux poutres et poteaux

#### Conclusion :

Nous avons dans ce chapitre les quelques qui décrivent les lois moment-rotation des poteaux et des poutres et qui seront utilisées par la suite pour calculer la rotation dans les rotules plastiques des éléments constitutifs du système porteur (poteau -poutre) des structures en BA. En effet, ces méthodes sont essentielles pour un calcul push over.

Dans notre étude, on a choisit deux méthodes (Méthode simplifiée de l'ATC40 – FEMA 356, Priestley).