

## Chapitre 3

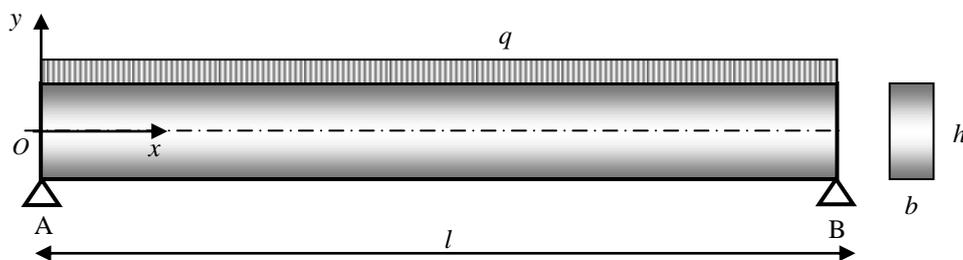
**Influence de l'axe neutre sur la déformation des poutres en matériaux à gradient de propriété****III.1 Introduction:**

La solution au problème d'analyse de flexion d'une poutre symétrique par FGM comprenant la déformation de la section transversale et l'effet de déformation de cisaillement.

Dans les études ci-dessus l'axe neutre est coïncidé avec géométrie mi-surface.

L'axe neutre de la poutre fonctionnellement graduée peut ne pas coïncider avec son géométrie mi-surface, en raison de la variation des biens matériels à travers l'épaisseur.

Dans le présent chapitre d'abord, la position de l'axe neutre pour la poutre fonctionnellement graduée est obtenue, alors l'Influence de la position neutre sur la surface de déviation de la poutre fonctionnellement graduée sous la charge uniformément répartie est étudiée.



**Figure III-1:** poutre fonctionnellement graduée supporte une charge uniformément répartie.

**III.2 Formulation théorique :**

Une poutre fonctionnellement graduée simplement appuyée de longueur  $l$ , la largeur  $b$ , l'épaisseur  $h$ , avec le système de coordonnées  $Oxyz$  ayant l'origine  $O$ , La poutre est soumise à une charge uniformément répartie.

Dans cette étude, on suppose que la poutre FGM est fait de céramique et de métal et les propriétés des matériaux efficaces du poutre dans le sens de l'épaisseur (direction de l'axe<sup>2</sup> z) selon une loi de puissance forme introduite par Praveen et Reddy [11].

$$E(z) = E_m + (E_c - E_m) \left[ \frac{z}{h} + \frac{1}{2} \right]^k \quad (\text{III.1})$$

k est l'indice de loi de puissance qui prend des valeurs supérieures ou égales à zéro, m et c reposer métal et de céramique constitue, respectivement La position de l'axe neutre: avant la détermination d'une solution souhaitable, l'emplacement de l'axe neutre doit être donné. Clairement, en raison des variations du module de Young de la poutre, l'axe neutre n'est plus au plan médian, mais décalé dans le plan médian moins pour une poutre de module de Young symétrique. Pour déterminer la position de l'axe neutre, on construit un nouveau système de coordonnées telle que le nouvel axe x est placé à l'axe neutre, qui sera déterminée ci-dessous. Ensuite, nous avons changeant l'intervalle de l'intégrale.

$$\text{Donc on a : } x=x_1, z=z_1+h_0 \quad (\text{III.2})$$

Ou h<sub>0</sub> est la distance entre l'axe neutre et le plan médian de la poutre, dans ce cas de même que la théorie d'Euler –Bernoulli, on peut écrire directement :

$$\varepsilon_{xx} = -\frac{y_1}{\rho} = -y_1 \frac{d^2 w}{dx^2} \quad (\text{III.3})$$

$$\sigma_{xx} = E(y_1) \varepsilon_{xx} \quad (\text{III.4})$$

Où w est la déviation du poutre à gradation fonctionnelle et ρ est le rayon de courbure de la surface neutre. de l'hypothèse faible déformation a été employé. La position de la surface neutre peut être déterminée par le choix de telle sorte que la force axiale totale à section transversale s'annule.

$$\Sigma F_x = 0 \quad (\text{III.5})$$

$$\int_{-\frac{h}{2}-h_0}^{\frac{h}{2}-h_0} \sigma_{xx} dA = 0$$

Remplacement (III.3) ensemble avec (III.4) dans (III.5) :

$$\int_{-\frac{h}{2}-h_0}^{\frac{h}{2}-h_0} b \cdot E(z_1) \cdot \frac{z_1}{\rho} dz_1 = 0 \quad (\text{III.6})$$

On change l'intervalle de l'intégrale on obtient :

$$\int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} b \cdot E(z) \cdot \frac{z - h_0}{\rho} dz = 0 \quad (\text{III.7})$$

Et

$$\left( \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} E(z) \cdot z dz - h_0 \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} E(z) dz \right) \frac{b}{\rho} = 0 \quad (\text{III.8})$$

La position de la surface neutre peut être déterminée à partir de l'équation ci-dessous.

$$h_0 = \frac{\int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} E(z) \cdot z dz}{\int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} E(z) dz} \quad (\text{III.9})$$

En substituant l'équation. (III.1) dans l'équation. (III.9) et d'intégration donne:

$$\frac{h_0}{h} = \frac{(E_c - E_m) \frac{k}{(k+2)(2k+2)}}{E_m + \frac{E_c - E_m}{k+1}} \quad (\text{III.10})$$

En outre, la valeur de k qui maximisent  $h_0/h$ , est calculée à partir de l'équation ci-dessous.

$$k = \sqrt{2 \frac{E_c}{E_m}} \quad (\text{III.11})$$

Flexion à l'équilibre peut être exprimée comme une intégrale en termes de contraintes internes.

$$M = \int_{-\frac{h}{2}-h_0}^{\frac{h}{2}-h_0} \sigma_{xx} z dA \quad (\text{III.12})$$

On remplace (III.3) et (III.4) dans l'équation (III.12)

$$\frac{d^2 w}{dx^2} = \frac{M(x)}{D} \quad (\text{III.13})$$

Où D représente la rigidité de flexion de la poutre, FGM définie par:

$$D = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} b \cdot E(z) (z - h_0)^2 dz \quad (\text{III.14})$$

Pour le cas de poutre soumise à une charge uniformément répartie q nous avons:

$$M = \frac{qLx}{2} - \frac{qx^2}{2} \quad (\text{III.15})$$

Les conditions aux limites pour poutre simplement pris en charge est:

$$W=0 \text{ ou extrémité } x=0, L \quad (\text{III.16})$$

Après avoir inséré (III.15) dans (III.13), nous intégrons les deux côtés (III.15) par rapport à x deux fois et en appliquant les conditions Boundry (III.16) nous obtenons:

$$w = \frac{q}{24D} (L^3 x - 2Lx^3 + x^4) \quad (\text{III.17})$$

La flexion maximale est survenue au milieu de la poutre:

$$w_{\max} = \frac{5qL^4}{384D} \quad (\text{III.18})$$

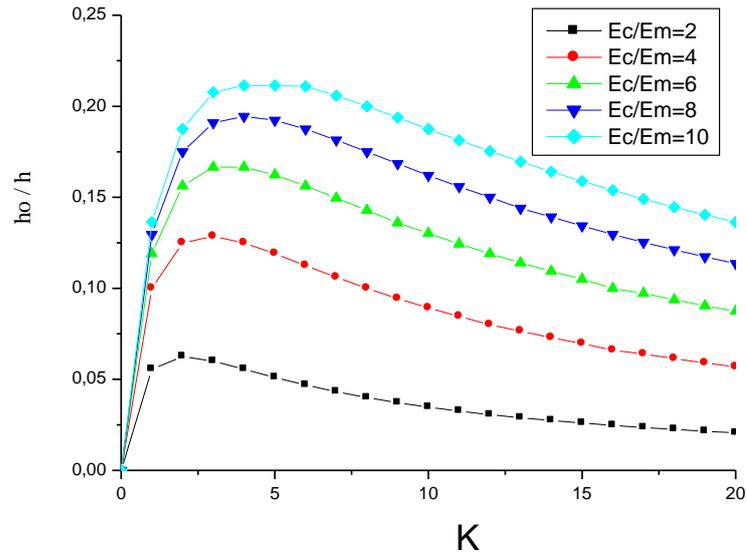


Figure III.2: l'effet de gradients sur la position de l'axe neutre de la poutre FGM

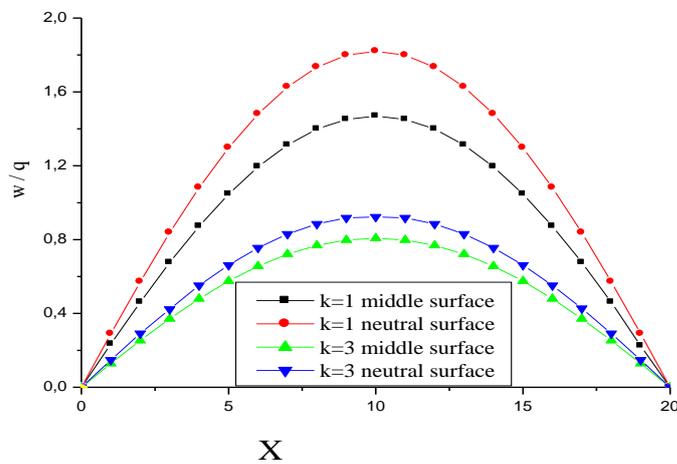


Figure III.3: l'influence de l'axe neutre sur la flexion de la poutre FGM

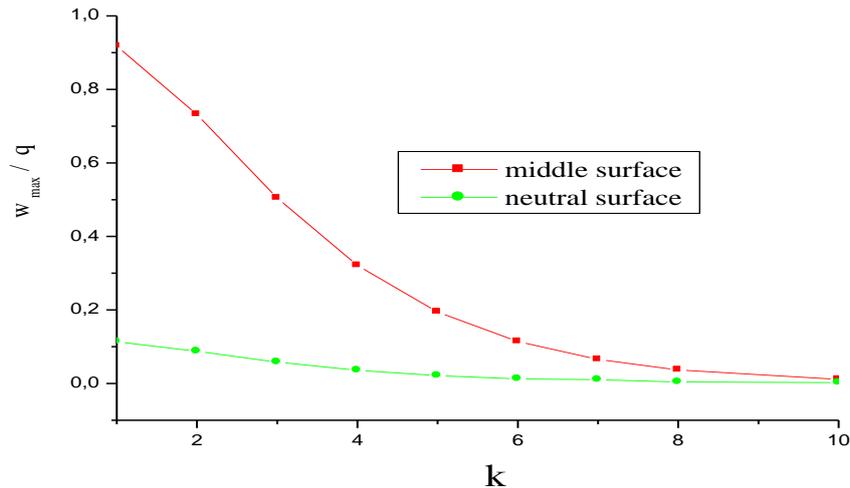


Figure III-4: flexion maximale en fonction de k

### III.3 Résultats numériques:

La poutre fonctionnellement graduée (céramique, métal) doit être classée est considéré. La combinaison de matériaux est constituée de céramique et métal. Le module d'Young de métal et céramique sont  $E_m = 70\text{GPa}$ ,  $E_c = 380\text{GPa}$ . Les conditions aux limites sont supposées être tout simplement prises en charge. Le changement de ( $h_0$ ) de l'axe neutre de la géométrie surface médiane est calculée en utilisant l'équation. (III.10) et représentée dans la Figure (III.2) On peut noter sur cette figure que le passage non dimensionnel ( $h_0/h$ ) augmente avec l'augmentation de k et atteint une valeur maximale pour k qui est déterminée à partir de l'équation (III.11), et après la courbe descend et atteint zéro asymptotiquement. Il peut être vu que le décalage non dimensionnel est de zéro pour les plaques isotropes, c'est à dire pour la poutre pur céramique ( $k=0$ ) ainsi que pour la poutre métallique pur ( $k=\infty$ ).

La figure (III.3) montre la déviation du poutre fonctionnellement graduée sous une charge uniformément répartie pour  $k = 1,3$ ,  $L = 20\text{m}$  et deux état de surface neutre et le respect surface moyenne de x. Nous pouvons voir que les valeurs de déviation pour l'axe neutre sont plus de surface moyenne. Fig(III.4) Différence de 4 spectacles de la déviation maximale de surface neutre et le respect surface moyenne de k pour  $L = 10\text{m}$ . Lorsque l'exposant de loi de puissance est augmentée, la déviation maximale du poutre FGM est augmenté différence maximale pour les deux cas se produit  $k = 3,295$ , puis elle est diminuée Pour tous des cas ci-dessus  $b = h = 1\text{ m}$ .

### **III.4 conclusion :**

Dans ce chapitre, d'abord meurent la position de l'axe neutre pour la poutre fonctionnellement graduée est obtenu alors l'influence de la position de surface neutre sur la déviation de la poutre FGM sous la charge uniformément répartie est étudiée. Il est conclu que:

- L'axe neutre pour une poutre fonctionnellement graduée se déplace vers la surface riche en céramique. La distance entre la surface neutre et à mi-surface augmente avec l'augmentation de gradient d'indice  $k$ , atteint une valeur maximale, après descend et atteint zéro asymptotiquement.
- Lorsque la différence entre le module de Young de la céramique et le métal est diminué, le passage non dimensionnel ( $h_0/h$ ) est diminué.
- Les valeurs de déviation pour la surface neutre sont plus de surface moyenne.
- Lorsque l'exposant de loi de puissance est augmentée, la déviation maximale de la poutre FGM est augmenté.