RÉPUBLIQUE ALGÉRIENNE DÉMOCRATIQUE ET POPULAIRE MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

## **UNIVERSITÉ IBN-KHALDOUN DE TIARET**

FACULTÉ DES SCIENCES APPLIQUEES DÉPARTEMENT DE GENIE MECANIQUE



# **MEMOIRE DE FIN D'ETUDES**

Pour l'obtention du diplôme de Master Domaine : Sciences et Technologie Filière : Génie Mécanique Spécialité : Énergétique

# THÈME

# Modélisation des écoulements turbulents dans les films minces et son application à la lubrification hydrostatique

### Préparé par : MIIe BOUKERFAHA HADJER

Nom et prénoms	Grade	Qualité			
Mr. Athmani Houari	MAA	Président			
Mr. Mazari Djamel	MCA	Examinateur			
Mr.ABOSHIGHIBA Hicham	MAA	Encadreur			
Mr. Benariba Aboubakeur	Doctorant	Invité			

want la lury

**PROMOTION 2017 /2018** 

### **Dédicaces**

Je dédie ce travail à mes très chers parents, votre courage, vos sacrifices ont été pour moi le meilleur soutien durant ce long parcours, veuillez trouver dans ce travail une grande reconnaissance pour ce que vous avez entrepris à mon égard, et un fruit de toutes vos prières et vos efforts.

A mes chers frères et sœur.

A tous mes amis.

A tous mes collègues.

A tous ma famille

### **Remerciements**

Le présent travail a été effectué à l'université de Tiaret, faculté de science et technologie département de génie Mécanique.

Tous mes remerciements vont à **ALLAH** de m'avoir donnée le courage, la volonté et la patience de mener à terminer ce présent travail, en premier lieu

Je tiens à remercier tous les membres de ma famille pour leur soutien moral et leurs encouragements durant toutes ces années

Je tiens à remercier vivement mon encadreur, Monsieur: **ABOUSHIGHIBA Hicham**, pour son suivi, son assistance et ses conseils précieux le long de ma formation. Leurs compétences ainsi que leurs expériences dans le domaine m'ont été d'une grande utilité.

J'exprime ma reconnaissance à tous les membres de jury d'avoir accepté de lire ce manuscrit et d'apporter les critiques nécessaires à la mise en forme finale de cette mémoire.

Enfin, mes remerciements vont aussi à tous mes collègues, comme je remercie tous ceux qui ont aidés de près ou de loin, à la réalisation de ce travail.

"واعلموا ان محمتكم ليست في ورقة تنالونها.. ولكن أمة تحيونها"

## TABLE DES MATIÈRES

Dédicace	<i>I</i>
Remerciement	II
Table des matières	III
Liste des figures	V
Nomenclature	
Introduction Générale	1

## **CHAPITRE I : Étude bibliographique**

I.1.Introduction Général	
I.2.Les paliers hydrostatiques	5
I.2.1. Principe de fonctionnement des paliers hydrostatiques	6
I.2.2. Caractéristiques des paliers hydrostatiques	7
I.3. Formulation théorique	8
I.3.1.Équation gouvernante	9
I.3.2.Épaisseur du film fluide	
I.3.3. Conditions aux limites	
I.3.4.Équation de continuité de flux	
I.4. Caractéristiques de performance	
I.4.1. Débit	14
I.4.2. Portant la capacité de charge	14
I.4.3. Rigidité dynamique et coefficients d'amortissement	14
I.5. Schéma de solution	15

## CHAPITRE II : Ecoulement turbulent avec effet d'inertie dans le palier hydrostatique

Un seul patin avec lubrifiant en régime laminaire avec effet d'inertie17	<b>II.1.</b>
II.1.1.Palier infiniment long17	
II.1.2.Recherche du gradient de pression dans le film mince	
II.1.3.Résolution du problème formulé par la configuration infiniment longue	

## TABLE DES MATIÈRES

II.2. Un seul patin avec lubrifiant en	régime turbulent avec effet d'inertie2	8
II.2.1.Palier infiniment long	2	28
II.3. Palier à 4 butées hydrostatiques		64

### **CHAPITRE III : Validation et étude paramétrique**

III.1. Validation	36
III.1.1. Profile de la pression en régime laminaire	36
III 2 Paliar à 4 nating hydrostatiques	12
111.2 I aner a 4 patins nyurostauques	42
III.2.1 Raideurs et amortissements équivalents : Validation	42
III.3 Etude paramétrique :	43
III.3.1 Influence de l'épaisseur du film mince sur la distribution du nombre de Reynolds local	44
III.3.2 Influence de la pression de l'alimentation sur les coefficients dynamiques K et C	47
Conclusion Générale	49
Références Bibliographies	52

### **LISTE DES FIGURES**

Figure I.1 : (a) HSFD à quatre patins chargé entre les patins; (b) la section transversale et les
détails géométriques d'un palier hydrostatique à quatre patins
Figure I.2 : Système de coordonnées du journal10
Figure I.3 : Force hydrostatiques des roulements13
Figure II.1 : Paramètres géométriques du patin18
Figure II.2 : Paramètres géométriques du patin 3D20
Figure II.3 : Position du repère et différentes conditions aux limites
Figure II.4 : Palier à butées hydrostatiques25
Figure II.5: Discrétisation 1D du film mince
Figure II.6: Organigramme de résolution itérative32
Figure II.7: Géométrie du palier à 4 butées hydrostatiques
Figure III.1: Repère et conditions aux limites
Figure III.2: Validation du modèle numérique turbulent
Figure III.3: Beta0 (Ps/Palv) en fonction de la pression d'alimentation
Figure III.4: Champ de pression à travers le patin à Ps=0.01 <sup>E</sup> 6 pa37
Figure III.5: Champ de pression à travers le patin à Ps=0.1E6 pa
<b>Figure III.6:</b> Champ de pression à travers le patin à Ps=1E6 pa <b>38</b>
Figure III.7: Champ de pression à travers le patin à Ps=5E6 pa
Figure III.8: Champ de pression à travers le patin à Ps=10E6 pa
Figure III.9: L'épaisseur du film mince en fonction du rapport de pression Beta041
Figure III.10: Le nombre de Reynolds Moyen le long du film mince en fonction de l'épaisseur du
film mince

Figure III.11: Le nombre de Reynolds maximum le long du film mince en fonction de l'épaisseur
du film mince
Figure III.12: Coefficient de raideur équivalent en fonction de la perturbation
Figure III.13 : Influence de l'épaisseur h sur le nombre de Reynolds Rp44
Figure III.14 : Variation du nombre de Reynolds moyen en fonction de l'épaisseur45
Figure III.15 : Variation du nombre de Reynolds le long du film mince45
Figure III.16 : Variation du nombre de Reynolds moyen en fonction de l'épaisseur et de la
viscosité46
Figure III.17 : Influence de la pression de l'alimentation sur la raideur K
Figure III.18 : Influence de la pression de l'alimentation sur l'amortissement C

### Nomenclature

C <sub>pi</sub>	Amortissement par rapport à chaque coussinet hydrostatique	[N.s m-1]
$d_{cap}$	diamètre du capillaire	[m]
F <sub>pi</sub>	Force hydrostatique par rapport à chaque coussinet hydrostatique	[N]
h	épaisseur du film mince	[m]
HSFD	hydrostatic film damper	
'n	la vitesse de compression par rapport à chaque hydrostatique co	oussin d'appui
		[m s-1]
G <sub>p</sub>	coefficient turbulable modifié	
K <sub>pi</sub>	Rigidité par rapport à chaque coussinet hydrostatique	[N m-1]
L <sub>alv</sub>	Longueur de l'alvéole	[m]
L <sub>c</sub>	Longueur du capillaire	[m]
$\mathbf{L}_{\mathbf{x}}$	Longueur dans la direction x	[m]
$\mathbf{L}_{\mathbf{z}}$	Largueur dans la direction z	[m]
$m_m$	Masse du fluide entrant par la résistance capillaire	[m <sup>3</sup> /s]
<b>m</b> out	Masse du fluide sortant de l'alvéole	[m <sup>3</sup> /s]
P <sub>0</sub>	Pression sortie de l'alvéole	[Pa]
Ps	Pression d'alimentation (entrée du capillaire)	[Pa]
P <sub>ri</sub>	Pression de renfoncement par rapport à chaque hydrostatique co	oussin d'appui
		[Pa]
$oldsymbol{Q}_{capillaire}$	Débits volumiques entrant par le capillaire	[m <sup>3</sup> /s]
$Q_{Entre}$	Débit volumique entrant à la section 1	[m <sup>3</sup> /s]
$oldsymbol{Q}_{Sortie}$	Débit volumique sortant de la section 2	[m <sup>3</sup> /s]
Qoi,Qoxi;Qoy	$\mathbf{x}; \mathbf{Q}_{ozi}$ exigence de débit dans les directions x, y et z respectivement	par rapport à
chaque plage	e d'appui hydrostatique	[m3 s-1]
$Q_V$	Débit volumique	[m <sup>3</sup> /s]
R <sub>p</sub>	nombre de Reynolds	
$U_x$	vitesse du fluide dans la direction x	[m/s]
$V_m$	la résultante des vitesses moyennes	[m/s]
W <sub>x</sub> , W <sub>y</sub>	capacités de charge dans les directions x et y respectivement	[N]

### NOMENCLATURE

( <b>x</b> , <b>y</b> , <b>z</b> )	système de coordonnées utilisé pour décrire le mouvement	t du rotor
( <b>x*,y*,z</b> *)	référence du système de coordonnées au système de coor	données principal (x,
y, z)		
$\beta_0 = P_s / P_{alv}$	Rapport de pression	
μ	Viscosité dynamique	[Pa.s]
ρ	densité du fluide	[kg/m <sup>3</sup> ]

# Introduction



### Introduction Générale

Dû aux épaisseurs très réduites des films lubrifiants, les phénomènes visqueux ont toujours dominé les écoulements dans les paliers fluides qui sont restés longtemps laminaires et non inertiels. Ceci a simplifié énormément leur modélisation. En fait, l'équation de Reynolds linéaire était suffisante, de plus sa résolution peut se faire simplement et efficacement avec les différences finies.

Avec les progrès technologiques repoussant les vitesses des turbomachines de plus en plus vers des vitesses très élevées, de nouveaux lubrifiants ayant des viscosités très réduites ont été introduits. La diminution de la viscosité a contribué dans la génération des situations dans lesquelles les effets d'inertie et/ou de turbulence sont devenus non négligeables.

Cette étude vise à introduire les deux effets, à savoir l'effet d'inertie et celui de la turbulence, dans le modèle du palier hydrostatique en utilisant la formulation de Constantinescu. La résolution de l'équation différentielle non linéaire obtenue est faite par un schéma itératif en utilisant la méthode des différences finies. L'influence des différents paramètres du lubrifiant sur les performances du palier hydrostatique est ensuite étudiée.

L'étude est constituée de trois chapitres. Après l'introduction générale, le premier chapitre est consacré à l'étude bibliographique présentant l'état de l'art des études sur l'effet d'inertie et la turbulence dans les paliers hydrostatiques.

Le deuxième chapitre porte principalement sur la formulation mathématique du modèle turbulent avec effet d'inertie.

Le troisième chapitre est consacré à la résolution de l'équation différentielle non linéaire puis à l'étude paramétrique.

Ce travail est terminé par une conclusion générale qui dégage les objectifs visés, les principaux résultats obtenus ainsi que les perspectives importantes pouvant faire suite à ce travail.



# Étude bibliographique

### I.1 Introduction Général

De nombreux types de fluides sont introduits comme lubrifiants dans les machines modernes pour faire face à leurs vitesses croissantes et de fournir un moyen intelligent pour contrôler leurs vibrations. Ces fluides sont très différents les uns des autres en termes des propriétés rhéologiques; principalement la viscosité et la densité.

Par conséquent, divers régimes d'écoulement dans les paliers fluides peuvent se produire. En fait, le nombre de Reynolds peut varier de 5000 à 200 000 selon la littérature [1].

Selon Khonsari si le nombre de Reynolds dépasse la gamme de 1000-2000 les effets d'inertie seront prédominant et le régime d'écoulement devient turbulent [2].

Dans son travail publié en 1949, Wilcock [3] prétend être le premier à signaler des phénomènes de turbulence dans les paliers fluides. Depuis lors, beaucoup d'autres études théoriques ainsi qu'expérimentales ont été réalisées et ont fait de la turbulence une réalité. Les études faites par Constantinescu, Frene, Chaomleffel et Braun sont juste quelques exemples.

La plupart des études théoriques ont abouti à des équations qui sont très similaires à l'équation de Reynolds classique, initialement développé pour l'écoulement laminaire dans les films minces. Presque tous les modèles incluent deux coefficients dépendant du nombre de Reynolds. Le modèle de Constantinescu est l'un des plus utilisés en théorie de la lubrification turbulente [4].

Chaomleffel [5] a poursuivi le travail initié par Frene sur un montage expérimental utilisant l'eau chauffée dans un appareil composé de trois cavités. Une série de manomètres a fourni des mesures de la répartition de la pression dans la direction circonférentielle dans le plan médian du palier. Ce travail expérimental fait une référence de validation pour de nombreuses autres études théoriques, comme celle de San Andres [6] qui a souligné que le coefficient de perte prédit par le modèle de Constantinescu est inférieur à celui prédit expérimentalement. Il explique ceci par les effets visqueux négligés par Constantinescu devant les effets inertiels.

Selon le même auteur, il y a une forte dépendance entre la réponse en force (statique et dynamique) et la structure complexe de l'écoulement, et dans certains cas, une grande perte de puissance est remarquée pour des écoulements à des nombres de Reynolds élevés. L'augmentation de la perte de puissance due à la turbulence était également mentionnée par Khonsari [2]. Cependant, l'auteur déclare que la turbulence améliore la capacité de charge.

Un autre phénomène important a été remarqué lorsque le fluide passe de l'alvéole à la section du film mince. Le changement brusque de la section d'écoulement conduit à une chute de pression brutale. Ce phénomène a été étudié par de nombreux auteurs. Les principales études théoriques sont celles de Slezkin et Kahlert pour les régimes laminaires, et ceux par Constantinescu et Launder [5].

Pour étudier théoriquement les écoulements de fluides dans des paliers ayant des dimensions finies, la simulation numérique est inévitable. L'approche numérique largement adoptée consiste à résoudre l'équation de Reynolds modifiée numériquement par différences finies. Cependant, lorsqu'il s'agit de calculs sur des géométries relativement réalistes, les différences finies montrent ses limites. Une alternative très puissante est la méthode des éléments finis. Nous pouvons mentionner quelques-unes des premières études utilisant cet outil puissant comme ceux réalisés par Reddi [8] et Ghai [8].

Les premières études ont utilisé la méthode des éléments finis pour résoudre l'équation modifiée de Reynolds ; donc toujours sous l'hypothèse du film mince. Cependant, grâce aux progrès de l'informatique, des études récentes ont utilisé les éléments finis et les volumes finis pour résoudre l'équation de Navier-Stokes. Cela a conduit à des descriptions encore plus réalistes de l'écoulement dans le système palier [4] [9].

On peut dire que les études numériques paramétriques ont commencé au début des années 1990. En fait, Velthuis et San Andres [10] ont effectué l'une des premières analyses d'écoulement laminaire incompressible dans des paliers en deux dimensions. Braun [11] a mené de multiples études similaires donnant une description des zones de recirculation. Cependant, une absence de description paramétrique des tourbillons de turbulence de la littérature est remarquée par Mathieu [9]. Selon le même auteur, la difficulté des études paramétriques vient du fait que les forces visqueuses et les forces d'inertie sont fortement couplées, donc on ne peut pas isoler les deux effets les uns des autres.

### I .2.Les paliers hydrostatiques

En tribologie, il est d'usage d'attribuer le qualificatif hydrostatique à tous les systèmes pour lesquels la charge est transmise à travers un film lubrifiant où la pression est maintenue par l'intermédiaire d'une pompe. Lorsque les surfaces en regard sont en mouvement mais que la géométrie du contact ou les vitesses ne permettent pas de fonctionner sans l'existence d'un générateur extérieur de pression, le mécanisme est dit **hybride** (superposition d'un effet hydrostatique et d'un effet hydrodynamique). En pratique, le terme hybride est très peu utilisé, et on désigne indifféremment par palier (ou butée) hydrostatique un mécanisme dont les surfaces sont immobiles ou en mouvement. Il ne faut toutefois pas en conclure que ses performances (portance, débit, etc.) sont indépendantes de la vitesse.

Par rapport aux autres types de support, la différence essentielle est qu'il n'y a jamais de contact entre les deux surfaces puisqu'une pompe extérieure permet l'introduction de liquide sous pression à l'intérieur de la zone de contact et assure donc l'existence permanente d'un film lubrifiant même à vitesse nulle. Cela entraîne les avantages suivants :

- l'absence d'usure ;
- un coefficient de frottement très faible ;
- pas de frottement saccadé (stick-slip) ;
- une très grande raideur, permettant de conserver un positionnement précis malgré des fluctuations de charge importantes ;
- l'inexistence de concentrations de contraintes car, la pression étant sensiblement constante dans l'alvéole, la charge est supportée par une grande surface ;
- les défauts de forme des surfaces en présence ayant moins d'importance qu'en régime hydrodynamique, car la pression dans l'alvéole est fonction du débit global, c'est-à-dire de la distribution d'épaisseur de film et non pas de l'épaisseur en un point ;
- des problèmes thermiques au sein du film lubrifiant très souvent secondaires, car on est en présence d'un écoulement forcé à débit important ; ainsi, l'hypothèse d'un régime d'écoulement isotherme est justifiée.

Les inconvénients majeurs des dispositifs hydrostatiques sont leur coût, car ils nécessitent une pompe, des filtres, des régulateurs de pression, etc., et leur fiabilité, car le moindre incident dans le système d'alimentation peut entraîner la destruction des surfaces.

Du fait de l'environnement important que nécessite un dispositif hydrostatique, du coût de sa réalisation et de l'absence de standardisation, on a recours à un système hydrostatique lorsqu'un roulement ou un palier hydrodynamique ne permet pas un fonctionnement correct. Les avantages énumérés précédemment montrent que le domaine d'utilisation des butées et paliers hydrostatiques est très vaste.

Citons quelques applications particulières :

- les télescopes et grandes antennes radars, qui doivent se déplacer très lentement et de façon régulière ;
- les cylindres pour broyeurs de minerai, dans lesquels les températures ambiantes sont très élevées ;
- les machines-outils de précision et les machines de contrôle, où une grande précision de centrage et une grande rigidité sont nécessaires ;
- les turbopompes, utilisées pour véhiculer des fluides cryogéniques à très basse température et animées de grandes vitesses de rotation ;
- les dispositifs de mesure sur machines d'essai, qui nécessitent d'isoler des éléments afin de mesurer précisément les efforts.

### I .2.1. Principe de fonctionnement des paliers hydrostatiques

Le fonctionnement d'un palier hydrostatique est basée sur le fait que par un approvisionnement de pression externe, le liquide lubrifiant sortant des canaux d'entrée est pressé de façon continue dans les chambres entre les superficies des paliers. Ces superficies de paliers sont toujours séparées par un film lubrifiant mince, pour éviter tout frottement de surfaces des paliers. Cela permet un réglage très précis du positionnement dans la limite du micromètre.

Dans la pratique, le système hydraulique est plus complexe. Une pompe alimente le palier à un débit supérieur d'environ 30 % à celui nécessaire ; le surplus de liquide retourne au réservoir par l'intermédiaire d'un régulateur de pression. Un capteur de pression permet d'arrêter l'entraînement du rotor si la pression atteint une valeur trop faible. Le clapet anti-retour et l'accumulateur hydraulique assurent l'alimentation du palier jusqu'à l'arrêt complet de l'arbre (on peut aussi prévoir une pompe de secours). L'écoulement est ensuite dérivé vers chaque alvéole ; sur chaque portion de circuit, on peut prévoir un clapet anti-retour en cas de surpression dans un alvéole. La résistance hydraulique RH doit être placée au plus près de l'alvéole afin d'éviter les instabilités de type pneumatique dues à la compressibilité du lubrifiant. Une pompe peut être nécessaire pour assurer le retour du lubrifiant vers le réservoir. Une prise de température T permet de contrôler la température du liquide à la sortie du palier et déclencher l'arrêt si la température devient trop importante. Enfin, un système de refroidissement assure une température constante au niveau de l'alimentation.

### I.2.2. Caractéristiques des paliers hydrostatiques

Les propriétés du palier hydrostatique sont conditionnées par la production de la pression extérieure d'alimentation [23].

#### • Frottement :

Pour un palier lisse hydrodynamique, le frottement visqueux ne peut être atteint, pour une charge donnée, qu'à partir d'une certaine vitesse de rotation, puisque la pression d'huile nécessaire au soulèvement du tourillon est développée par la rotation de celui-ci. Avec un palier hydrostatique, l'état de frottement visqueux peut être atteint à pleine charge et à vitesse nulle puisque la pression nécessaire au soulèvement de l'arbre est engendrée à l'aide d'un moyen extérieur au palier.

Le coefficient de frottement visqueux étant proportionnel à la vitesse, pour une vitesse de rotation nulle, le couple de frottement est théoriquement nul.

#### • Capacité de charge :

La charge utile est proportionnelle à la pression d'alimentation en huile et à la surface efficace du palier, de sorte que ces deux facteurs permettent assez de souplesse pour déterminer sa géométrie et son alimentation et ne déterminent en aucune manière une limitation quant à la charge maximale possible à supporter.

On trouve aussi bien des paliers ou patins fonctionnant sous 3 bars ou sous 150.

#### • Raideur :

La raideur est également proportionnelle à la surface du palier et à la pression d'alimentation. Elle augmente si le jeu du palier devient plus petit, mais seulement dans la mesure où certaines proportions sont respectées entre ce jeu et les étranglements à l'alimentation.

#### • Amortissement interne :

L'amortissement interne d'un palier hydrostatique est particulièrement important. Il est constitué par l'action de pompage qui s'exerce dans les chambres. Dans le comportement dynamique d'un tel palier, le facteur d'amortissement est proportionnel à la longueur de fuite et à l'inverse du jeu.

### • Réglage de la position de l'arbre dans le coussinet :

La position de l'arbre dans le coussinet est essentiellement liée aux forces extérieures auxquelles il est soumis et aux conditions d'alimentation de chacune des chambres.

Il suffit de faire varier ces dernières par un quelconque procédé (modification des étranglements, modification du débit dans le cas d'une alimentation séparée par chambre) pour que l'arbre trouve une nouvelle position d'équilibre.

On peut inversement astreindre l'arbre à occuper une position fixe lorsque les forces auxquelles il est soumis sont variables (raideur infinie).

Ces deux propriétés trouvent leur principale application dans le domaine de la machine-outil.

### I.3. Formulation théorique

Comme le montre la figure (I.1), un rotor rigide horizontal soutenu par un HSFD (hydrostatic film damper) monté sur des roulements à éléments roulants composés de quatre coussinets d'appui hydrostatiques. Chaque patin est alimenté par le lubrifiant de l'extérieure par une source sous pression (Ps) à travers des résistances hydrauliques de type orifice ou capillaire [24].



**Figure I.1 :** (a) HSFD à quatre patins chargé entre les patins; (b) la section transversale et les détails géométriques d'un palier hydrostatique à quatre patins.

### I.3.1.Équation gouvernante

En régime d'écoulement turbulent, la distribution de la pression  $P_i(x_i, z_i, t)$  dans le film mince peut être exprimée par l'équation modifiée de Reynolds.

La théorie de la lubrification turbulente de Constantinescu [12-13], pour le cas générale, s'écrit comme suit:

$$\frac{\partial}{\partial x_{i}} \left( G_{p} \frac{h_{i}^{3}}{\mu} \frac{\partial P_{i}(x_{i}, z_{i}, t)}{\partial x_{i}} \right) + \frac{\partial}{\partial z_{i}} \left( G_{p} \frac{h_{i}^{3}}{\mu} \frac{\partial P_{i}(x_{i}, z_{i}, t)}{\partial z_{i}} \right) \\
= \frac{1}{2} \frac{\partial \left( U_{2i} - U_{1i} \right) h_{i}}{\partial x_{i}} + \frac{\partial h_{i}}{\partial t} + \frac{1}{2} \left( W_{2i} - W_{1i} \right) \frac{\partial h_{i}}{\partial z_{i}} \tag{I.1}$$

En supposant que la viscosité  $\mu$  est constante et qu'il n y a aucun mouvement dans les directions x<sub>i</sub> et z<sub>i</sub> par rapport à chaque patin (U<sub>1i</sub> = U<sub>2i</sub> = W<sub>1i</sub> = W<sub>2i</sub> = 0; où W<sub>1i</sub> et U<sub>1i</sub> sont les vitesses de la surface de la i<sup>eme</sup> patin), aucune inclinaison n'est autorisée [24].

$$\left(\frac{\partial h_i}{\partial x_i} = \frac{\partial h_i}{\partial z_i} = 0\right) \text{ L'équation de Reynolds modifiée (I.1) peut être simplifiée comme suit:}$$
$$\frac{\partial^2 P_i(x_i, z_i, t)}{\partial x_i^2} + \frac{\partial^2 P_i(x_i, z_i, t)}{\partial z_i^2} = \frac{\mu}{h_i^3 G_p} \frac{\partial h_i}{\partial t} \qquad (I.2)$$

Où G<sub>p</sub> est modifié en fonction des coefficients de turbulence sur le nombre de Poiseuille Reynolds basé sur le fluide la vitesse moyenne produite par les gradients de pression hydrostatique;

 $h_i$  est l'épaisseur du film par rapport à chaque patin (i = 1, 2, 3 et 4).

On définit le facteur  $K_p$ 

$$G_p = \frac{1}{K_p}$$
(I.3)

En fait, la turbulence est un phénomène aléatoire. Les effets de turbulence sont très importants et prédominants comparé aux effets laminaires dus à l'augmentation de la pression hydrostatique. Par conséquent, le nombre de Reynolds peut être déterminé selon les conditions d'écoulement comme suit [14,15-16]:

• Pour un écoulement laminaire:

$$K_p = 12;$$
 Si  $R_p \langle R_{pi}$  (I.4)



**Figure I.2 :** Système de coordonnées du palier incliné  $(\pi/4)$ 

Pour la phase de transition du régime laminaire au turbulent:

$$K_{p} = 12 + \frac{(k_{pm} - 12)(R_{p} - R_{pi})}{R_{ps} - R_{pi}}; siR_{pi} \langle R_{p} \langle R_{ps}$$
(I.5)

 $O\hat{u} \quad K_{pm} = a_p R^{bq}_{ps}$ 

• Pour un écoulement turbulent:

$$K_p = K_{pm} = a_p R_{ps}^{bq}; siR_p \rangle R_{ps} \quad (I.6)$$

Où

$$R_{pi} = 1000; R_{ps} = 2R_{pi}$$
$$a_p = 0.197, b_p = 0.681$$
$$R_p = \rho \frac{V_{pm}h}{\mu}$$

Où  $a_p$  et  $b_p$  sont des coefficients qui dépendent de la Poiseuille Reynolds valeur numérique;  $V_{pm}$  est la vitesse moyenne du fluide et h est l'épaisseur du film.  $R_p$  est Nombre de Reynolds.

### I.3.2.Épaisseur du film fluide

L'épaisseur du film,  $h_i$  par rapport à chaque palier hydrostatique est obtenue comme suit (Figure I.2) [24]:

$$\begin{cases} h_1 = h_0 - y^*; h_2 = h_0 - x^* \\ h_3 = h_0 + y^*; h_4 = h_0 + x^* \end{cases}$$
(I.7)

où x\* et y\* sont obtenus comme suit:

$$\begin{cases} x^* = (x - y)\cos(\pi / 4) \\ y^* = (x + y)\sin(\pi / 4) \end{cases}$$
 (I.8)

La vitesse de d'écrasement (squeeze),  $\dot{h}$  relative par rapport à chaque palier hydrostatique est obtenu comme suit:

$$\begin{cases} \dot{h_1} = -\left(\dot{x} + \dot{y}\right)\sin(\pi/4); \dot{h_2} = -\left(\dot{x} + \dot{y}\right)\cos(\pi/4); \\ \dot{h_3} = \left(\dot{x} - \dot{y}\right)\sin(\pi/4); \dot{h_4} = \left(\dot{x} - \dot{y}\right)\cos(\pi/4); \end{cases}$$
(I.9)

où (x, y) est le système de coordonnées utilisé pour décrire le mouvement du rotor.

### I.3.3. Conditions aux limites

Les conditions aux limites utilisées dans la présente étude pour résoudre l'équation de Reynolds modifiée (équation (I.2)) applicable pour différents régimes d'écoulement, dans l'hydrostatique les paliers de tourillons sont les suivants:

- à la limite externe, les pressions nodales sont nulles;
- les pressions nodales pour le nœud sur la cavité sont constantes et égal à P<sub>i</sub>, puisque la profondeur de la cavité est considérée très profond;
- le débit de lubrifiant à travers le restructure est égal à le flux de sortie du tourillon

• La pression négative est mise à zéro pendant l'itération processus pour prendre soin des cavitations de film d'huile.

### I.3.4.Équation de continuité de flux

L'équation de continuité de flux relative à chaque hydrostatique coussin d'appui est donnée comme [24]:

$$Q_{ri} = Q_{vi} + Q_{vi} \tag{I.10}$$

Ici  $Q_{vi}$  représente le flux de compression du ième hydrostatique coussin d'appui, où:

$$Q_{vi} = S_r h \tag{I.11}$$

Et  $Q_{0i}$  est l'exigence de débit de l'ième hydrostatique coussin d'appui, où:

$$Q_{0i} = Q_{0xi} + Q_{0zi} \tag{I.12}$$

$$Q_{0xi} = \int_{0}^{B} dz_{i} \int_{0}^{h_{i}} u_{xi} dy_{i} \qquad Q_{0zi} = \int_{0}^{A} dx_{i} \int_{0}^{h_{i}} u_{zi} dy_{i}$$
(I.13)

Et  $Q_{ri}$  représente le flux de fluide newtonien à travers un restructure d'orifice, où:

$$Q_{ri} = \frac{\pi c_d d_0^2}{\sqrt{8\rho}} \sqrt{\left(P_s - P_{ri}\right)} \tag{I.14}$$



Figure I.3 : Force hydrostatiques des roulements.

### I.4. Caractéristiques de performance

Les paramètres de caractéristiques statiques et dynamiques de roulement en termes de débit, de capacité de charge, de débit exigence de débit et rigidité dynamique et amortissement les coefficients sont calculés pour étudier la performance de HSFD à quatre patins chargés entre les patins [24].

#### I.4.1. Débit

Le débit volumétrique total qui a alimenté le quatre-pad HSFD est obtenu comme:

$$Q_T = \sum_{i=1}^{4} Q_{0i} = Q_{01} + Q_{02} + Q_{03} + Q_{04}$$
(I.15)

### I.4.2. La capacité de charge

Les forces du film fluide agissant sur le HSFD à quatre patins sont déterminées comme suit (Figure I.3):

$$\begin{cases} W_x = -\left(\left(F_{p_1} + F_{p_2}\right) - \left(F_{p_3} + F_{p_4}\right)\right) \sin\left(\pi / 4\right) \\ W_y = -\left(\left(F_{p_1} + F_{p_4}\right) - \left(F_{p_2} + F_{p_3}\right)\right) \sin\left(\pi / 4\right) \end{cases}$$
(I.16)

Où  $F_{pi}$  représente la force hydrostatique par rapport à chaque patin hydrostatique, qui est obtenu en intégrant la pression:

$$F_{pi} = \int_{Si} P_i(x_i, z_i, t) ds_i = \int_{0}^{Z} \int_{0}^{X} P_i(x_i, z_i, t) dx_i dz_i \quad (I.17)$$

Où  $W_x$  et  $W_y$  sont les capacités de charge dans les directions x et y, respectivement.

### I.4.3. Rigidité dynamique et coefficients d'amortissement

Les caractéristiques dynamiques du palier peut s'écrire comme suit [17,18]

$$\begin{bmatrix} C_p \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^{i=4} C_{Pi} \begin{bmatrix} \cos^2(\gamma_i) & -\cos(\gamma_i)\sin(\gamma_i) \\ -\cos(\gamma_i)\sin(\gamma_i) & \sin^2(\gamma_i) \end{bmatrix}$$
(I.18)

$$\begin{bmatrix} K_p \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^{i=4} K_{p_i} \begin{bmatrix} \cos^2(\gamma_i) & -\cos(\gamma_i)\sin(\gamma_i) \\ -\cos(\gamma_i)\sin(\gamma_i) & \sin^2(\gamma_i) \end{bmatrix}$$
(I.19)

Où

$$K_{pi} = -\left(\frac{\partial F_{pi}}{\partial h_i}\right)_0 \quad C_{pi} = -\left(\frac{\partial F_{pi}}{\partial h_i}\right)_0 \tag{I.20}$$

où  $[C_p]$ et $[K_p]$  représentent le relèvement hydrostatique total de matrice d'amortissement et matrice de rigidité, respectivement;  $\gamma_i = \frac{\pi}{4}$ ;  $K_{pi}$ et  $C_{pi}$  représentent la rigidité et l'amortissement coefficients apparentés à chaque coussinet hydrostatique, respectivement (figure 4);  $F_{pi}$  est la force hydrostatique relative à chaque coussinet hydrostatique; (x, y, z): coordonnées système utilisé pour décrire le mouvement du rotor; (x\*, y\*, z\*): référence du système de coordonnées aux coordonnées principales (x, y, z).

### I.5. Schéma de solution

Les caractéristiques de performance des HSFD à quatre électrodes fonctionnant sous régime laminaire et turbulent sont déterminées en utilisant une méthode itérative. Le calcul de la répartition de la pression, dans l'épaisseur du film, est déterminé en utilisant la méthode de différence finie centrale par l'application des conditions aux limites. Le système de linéaire équation obtenue, à partir de la résolution des équations de Reynolds basées sur la lubrification turbulente de Constantinescu théorie (équation (I.2)), est résolu en utilisant Gauss-Seidel méthode d'itération avec facteur de relaxation. Ce doit être remarqué que le calcul de l'épaisseur du film et la pression d'encastrement est déterminée à partir de la solution de la continuité de l'écoulement Équation (I.10). La rigidité du roulement et les coefficients d'amortissement sont déterminés numériquement en utilisant petite technique de perturbations [19].



# Ecoulement turbulent avec effet d'inertie dans le palier hydrostatique

Dans ce chapitre nous allons suivre la même démarche du chapitre précédent et l'appliquer à un patin d'un palier hydrostatique. La résolution de la formulation analytique sera aussi basée sur la conservation du débit volumique (le fluide est considéré incompressible).

L'étude paramétrique portera sur l'influence des différents paramètres sur la force portante générée par le champ de pression.

### II.1. Un seul patin avec lubrifiant en régime laminaire avec effet d'inertie

### **II.1.1.Palier infiniment long**

Les hypothèses :

- Le palier est infiniment long.
- Le fluide lubrifiant est considéré Newtonien et incompressible.
- Seul l'écoulement de Poiseuille existe.
- L'épaisseur ne dépend ni de x ni de  $z : \frac{\partial h}{\partial x} = \frac{\partial h}{\partial z} = 0$

Hypothèse du palier infiniment long implique que les gradients dans la direction infinie (z) seront ignorés

La conservation de la masse (débit massique) permet d'écrire :

$$\dot{m}_{in} = \dot{m}_{out} + \frac{\partial m}{\partial t} = \dot{m}_{out} + \frac{\partial (\rho V_{al})}{\partial t}$$
(II.1)

La relation exprimée en termes de débits volumiques :

$$\rho Q_{capillaire} = \rho Q_{sortie} + \rho \frac{\partial V_{al}}{\partial t} + V_{al} \frac{\partial \rho}{\partial t}$$
(II.2)

 $Q_{capillaire}$ ,  $Q_{sortie}$ : Les débits volumiques entrant par le capillaire et sortant de la zone du film.

 $\frac{\partial V_{al}}{\partial t}$ : Variation du volume de l'alvéole à cause du mouvement du grain mobile.



Figure II.1 : Paramètres géométriques du patin

En considérant une largeur  $L_z$  d'une unité ou si le calcul est fait par unité de longueur on obtient :

$$\frac{\partial V_{al}}{\partial t} = \int_{0}^{L_{x}} \vec{h} \cdot \vec{n} \cdot dx \tag{II.4}$$

L'épaisseur du film est indépendante des variables spatiales (x et z) :

$$\frac{\partial V_{al}}{\partial t} = L_z L_x \dot{h} = L_z L_x \frac{\partial h}{\partial t}$$
(II.5)

Le sens de la vitesse doit être pris en compte ; dans le cas d'un écrasement la vitesse doit être négative.

Le coefficient de compressibilité est donné par :  $\beta_{comp} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial P_{al}}$ 

La densité peut être simplifiée :

$$Q_{capilaire} = Q_{sortie} + \frac{\partial V_{al}}{\partial t} + V_{al} \beta_{comp} \frac{\partial P_{al}}{\partial t}$$
(II.6)

Si le fluide est considéré incompressible:  $\beta_{comp} = 0$ 

L'équation (II.6) devient :

$$Q_{capilaire} = Q_{sortie} + \frac{\partial V_{al}}{\partial t}$$
(II.7)

Le débit volumique entrant par le capillaire :

$$Q_{capillaire} = \frac{\pi d_{cap}^4}{128\mu L_c} \left( P_s - P_{alv} \right) \tag{II.8}$$

En notant:  $K_c = \frac{\pi D_{cap}^4}{128L_c}$ 

$$Q_{capillaire} = \frac{K_C}{\mu} \left( P_s - P_{alv} \right)$$
(II.9)

Le palier est considéré infiniment long (dans la direction z), donc le débit dans la direction axiale (z) peut être négligé devant le débit dans la direction x :

$$Q_z \ll Q_x$$

Grace à la symétrie on ne considère que la partie du débit dans la direction +x positive et on le multiplie par deux. Le débit volumique sortant de la zone du film mince devient donc:

$$Q_{\text{sortie}} = 2U_{xm}S_{\text{sortie}} = 2L_zhU_{xm} \qquad (\text{II.10})$$

CHAPITRE II

### [ECOULEMENT TURBULENT AVEC EFFET D'INERTIE DANS LE PALIER HYDROSTATIQUE]



Figure II.2 : Paramètres géométriques du patin 3D

$$U_{xm} = \frac{\int_{0}^{h} U_{x} dy}{h}$$
(II.11)

La vitesse d'un écoulement de fluide newtonien entre deux plaques parallèles est donnée par :

$$U_{x} = \frac{1}{2\mu} \frac{\partial P}{\partial x} (y - h) y \qquad \Rightarrow \qquad U_{xm} = \frac{\int_{0}^{h} \left( \frac{1}{2\mu} \frac{\partial P}{\partial x} (y - h) y \right) dy}{h}$$

Avec l'hypothèse de la pression constante dans la direction de l'épaisseur du film mince :

$$U_{xm} = \frac{1}{2\mu h} \frac{\partial P}{\partial x} \int_{0}^{h} ((y-h)y) dy \qquad \text{(II.12)}$$
  
=>  $Q_{sortie} = 2L_{z}hU_{xm} = L_{z} \frac{1}{\mu} \frac{\partial P}{\partial x} \int_{0}^{h} ((y-h)y) dy$ 

$$\Rightarrow \qquad Q_{sortie} = \frac{L_z}{\mu} \frac{\partial P}{\partial x} \int_0^h \left( y^2 - hy \right) dy = \frac{L_z}{\mu} \frac{\partial P}{\partial x} \left[ \frac{1}{3} y^3 - \frac{1}{2} hy^2 \right]_0^h = \frac{L_z}{\mu} \frac{\partial P}{\partial x} \left[ \frac{1}{3} h^3 - \frac{1}{2} hh^2 \right]$$

$$Q_{sortie} = -\frac{L_z h^3}{6\mu} \frac{\partial P}{\partial x}\Big|_{x=L_x}$$
(II.13)

$$\frac{\pi d_{cap}^4}{128L_c\mu} \left( P_s - P_{alv} \right) = -\frac{L_z h^3}{6\mu} \frac{\partial P}{\partial x} \bigg|_{x=L_x} + L_z L_{alv} \dot{h} \quad (\text{II.14})$$

### II.1.2.Recherche du gradient de pression dans le film mince

La pression dans le film mince en régime laminaire est régie par l'équation de Reynolds :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{h^3}{\mu} \frac{\partial P}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{h^3}{\mu} \frac{\partial P}{\partial z} \right) = 6U \frac{\partial h}{\partial x} + 12 \frac{\partial h}{\partial t} \qquad (\text{II.15})$$

L'hypothèse du palier infiniment long permet d'écrire :  $\frac{\partial}{\partial z} = 0$ 

Et celle de l'absence de l'écoulement de Couette : U = 0

Ceci simplifie l'équation (II.15) à :

$$\frac{h^3}{\mu}\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} = 12\frac{\partial h}{\partial t}$$
(II.16)



Figure II.3 : Position du repère et différentes conditions aux limites

### **Analytiquement**

En intégrant l'équation (II.16) deux fois sur x :

$$P(x) = \frac{6\mu \dot{h}}{h^3} x^2 + C_1 x + C_2$$

Avec les conditions aux limites :  $\begin{cases} P(0) = P_f \\ P(L_x) = P_0 \end{cases}$ 

$$P(0) = P_f \quad \Rightarrow \quad C_2 = P_f$$

$$P(L_x) = P_0 \implies \frac{6\mu h}{h^3} L_x^2 + C_1 L_x + P_f = P_0$$

$$\begin{cases} C_1 = \frac{1}{L_x} \left( P_0 - P_f - \frac{6\mu\dot{h}}{h^3} L_x^2 \right) \\ C_1 = P_0 \end{cases}$$

On trouve donc  $C_2 = P_f$ 

Et la pression dans le film mince sera :

$$P(x) = \frac{6\mu\dot{h}}{h^{3}}x^{2} + \left(\frac{\left(P_{0} - P_{f}\right)}{L_{x}} - \frac{6\mu\dot{h}L_{x}}{h^{3}}\right)x + P_{f} \quad (\text{II.17})$$

Son gradient spatial est :

$$\frac{\partial P}{\partial x} = \frac{12\mu\dot{h}}{h^3}x + \left(\frac{\left(P_0 - P_f\right)}{L_x} - \frac{6\mu\dot{h}L_x}{h^3}\right)$$
(II.18)

A l'entrée de la zone du film mince x = 0:

$$\frac{\partial P(0)}{\partial x} = \left(\frac{\left(P_0 - P_f\right)}{L_x} - \frac{6\mu \dot{h}L_x}{h^3}\right)$$
(II.19)

A la sortie de la zone du film mince  $x = L_x$ :

# [ECOULEMENT TURBULENT AVEC EFFETCHAPITRE IID'INERTIE DANS LE PALIER HYDROSTATIQUE]

$$\frac{\partial P(L_x)}{\partial x} = \left(\frac{\left(P_0 - P_f\right)}{L_x} + \frac{6\mu\dot{h}L_x}{h^3}\right)$$
(II.20)

Le débit sortant, exprimé par l'équation(II.13), peut être maintenant écrit en remplaçant le gradient par l'équation (II.20):

$$Q_{sortie} = \frac{h^3 L_z}{6\mu L_x} \left( \left( P_f - P_0 \right) - \frac{6\mu \dot{h} L_x^2}{h^3} \right)$$
(II.21)

Si  $P_0 = 0$  (la pression relative à la sortie du patin est la pression atmosphérique) et en adoptant la notation:  $K_Q = \frac{L_z}{6L_x}$ 

$$Q_{\text{sortie}} = \frac{K_Q}{\mu} P_f h^3 - 6K_Q L_x^2 \dot{h}$$
(II.22)

Et l'équation (II.14) devient :

$$K_{C}\left(P_{s}-P_{alv}\right)=K_{Q}P_{f}h^{3}+\mu\left(S_{alv}-S_{film}\right)\dot{h}$$
(II.23)

La surface totale du patin :

$$S_{totale} = S_{alv} + 2S_{film}$$

En absence de l'effet d'inertie  $P_{alv} = P_f$  l'équation (II.23) s'écrit :

$$K_{C}(P_{s} - P_{alv}) = K_{Q}P_{alv}h^{3} + \mu \left(S_{alv} - S_{film}\right)\dot{h}$$

$$P_{alv} = \left(P_{s} - \frac{\mu \left(S_{alv} - S_{film}\right)}{K_{C}}\dot{h}\right) \left(1 + \frac{K_{Q}}{K_{C}}h^{3}\right)^{-1}$$
(II.24)

A l'équilibre statique :  $\dot{h} = 0$ 

$$P_{alv}^{statique} = P_s \left( 1 + \frac{K_Q}{K_C} h^3 \right)^{-1}$$
(II.25)

Le champ de pression peut est donné par l'équation(II.17):

$$P(x) = \frac{6\mu\dot{h}}{h^{3}}x^{2} - \left(\frac{P_{alv}}{L_{x}} + \frac{6\mu\dot{h}L_{x}}{h^{3}}\right)x + P_{alv}$$
(II.26)

Pour le cas statique il peut s'écrire :

$$P^{\text{statique}}\left(x\right) = -\frac{P^{\text{statique}}_{alv}}{L_{x}}x + P^{\text{statique}}_{alv} \tag{II.27}$$

La force statique générée par le champ de pression dans le film mince en absence de l'effet d'inertie peut être calculée comme :

$$F_{film}^{statique} = 2L_z \int_{0}^{L_x} P(x) dx = 2L_z \int_{0}^{L_x} \left( -\frac{P_{alv}^{statique}}{L_x} x + P_{alv}^{statique} \right) dx$$
(II.28)

$$F_{film}^{statique} = -\frac{P_{alv}^{statique}}{L_x} L_z L_x^2 + 2P_{alv}^{statique} L_z L_x$$
(II.29)

La force générée par la pression dans l'alvéole peut être calculée comme :

$$F_{alvéole} = L_z L_{alvéole} P_{alv} \tag{II.30}$$

La force résultante générée par le patin est donc:

$$F_{fluide}^{statique} = F_{alvéole}^{statique} + F_{film}^{statique}$$
(II.31)

$$F_{fluide}^{statique} = \left(S_{alv} + S_{film}\right) P_{alv}^{statique} \tag{II.32}$$

En tenant compte de l'expression (II.25)

$$F_{fluide}^{statique} = P_s \left( S_{alv} + S_{film} \right) \frac{K_C}{K_C + K_Q h_{statique}^3}$$
(II.33)

A l'équilibre statique pour un seul patin :

$$P_{s}\left(S_{alv} + S_{film}\right) \frac{K_{C}}{K_{C} + K_{Q}h_{statique}^{3}} = Mg$$

$$h_{statique} = \sqrt[3]{\left(\frac{\left(S_{alv} + S_{film}\right)P_{s}}{Mg} - 1\right)\frac{K_{C}}{K_{Q}}}$$
(II.34)

A l'équilibre statique pour 4 patins :

$$F_{fPatin1}(H_{stat1}) - F_{fPatin2}(H_{stat3}) = Mg$$
$$H_{stat3} = H_0 - H_{stat1}$$



Figure II.4 : Palier à butées hydrostatiques

### **En Présence de l'effet d'inertie** $P_{alv} \neq P_f$ :

Dans cette étude on adopte le modèle empirique proposé par Chaomleffel [20,21]. Dans ce modèle la chute due à l'effet d'inertie de la pression à l'entrée de la zone du film mince (de  $P_{alv}$  la pression dans l'alvéole à  $P_f$  la pression à l'entrée de la zone du film mince) est traduite par la relation empirique suivante :

$$P_{alv} - P_f = \frac{1}{2} \alpha \rho V_m^2 \tag{II.35}$$

 $V_m$ : est la résultante des vitesses moyennes ( $W_{zm}$  et  $U_{xm}$ ) à l'entrée de la zone du film mince (x = 0):  $V_m = \sqrt{U_{xm}^2 + W_{zm}^2}$ 

Qui peut s'écrire (avec l'hypothèse du palier infiniment long):  $V_m = |U_{xm}|$ 

 $\alpha$ : est le coefficient de perte de charge  $\alpha = 1 + a_0 R_l^{b_0}$ 

avec : 
$$\begin{cases} a_0 = \frac{1}{2}, b_0 = 0 & \text{lors que } R_l < 1000 \\ a_0 = 10^6, b_0 = -2.1 & \text{lors que } R_l \ge 1000 \end{cases}$$

 $R_l$ : est le nombre de Reynolds local donné par :  $R_l = \frac{\rho h V_m}{\mu}$ 

L'équation (II.35) s'écrit :  $P_{alv} = P_f + \frac{1}{2}\alpha\rho V_m^2$ 

Remplaçons dans l'équation (II.23) :

$$K_{C}P_{s} - K_{C}\left(P_{f} + \frac{1}{2}\alpha\rho V_{m}^{2}\right) = K_{Q}P_{f}h^{3} + \mu\left(S_{alv} - S_{film}\right)\dot{h}$$
(II.36)

$$P_{f}\left(K_{Q}h^{3}+K_{C}\right)-\left(K_{C}P_{s}+K_{C}\frac{1}{2}\alpha\rho V_{m}^{2}+\mu\left(S_{film}-S_{alv}\right)\dot{h}\right)=0$$
(II.37)

<u>Calcul de</u>  $V_m$  La résultante des vitesses moyennes ( $W_{zm}$  et  $U_{xm}$ ) à l'entrée de la zone du film mince (x = 0)

$$V_m = U_{xm} = \frac{\int_0^h U_x dy}{h} = \frac{\int_0^h \left(\frac{1}{2\mu} \frac{\partial P}{\partial x} (y - h) y\right) dy}{h} = -\frac{h^2}{12\mu} \frac{\partial P}{\partial x}$$
(II.38)

Le gradient analytique de la pression est donné par l'équation (II.18) avec  $P_0 = 0$ 

$$V_{m}(x) = -\frac{\dot{h}}{h}x + \left(\frac{h^{2}}{12\mu}\frac{P_{f}}{L_{x}} + \frac{L_{x}\dot{h}}{2h}\right)$$
(II.39)

A x = 0, c'est à dire à l'entrée de la zone du film mince

$$V_m(x=0) = \frac{h^2}{12\mu} \frac{P_f}{L_x} + \frac{L_x \dot{h}}{2h}$$
(II.40)

L'équation (II.37) donne :

$$P_{f}\left(K_{Q}h^{3}+K_{C}\right)-K_{C}\frac{1}{2}\alpha\rho\left(\frac{h^{2}}{12\mu L_{x}}P_{f}+\frac{L_{x}\dot{h}}{2h}\right)^{2}+\mu\left(S_{alv}-S_{film}\right)\dot{h}-K_{C}P_{s}=0 \quad (\text{II.41})$$

Bien que l'équation (II.41) a la forme d'une équation algébrique linéaire du deuxième degré, les coefficients  $a_0$  et  $b_0$  dépendent du nombre de Reynolds local  $R_1$  qui dépend à son tour de la pression  $P_f$ , donc l'équation est moins simple à résoudre. En fait elle est non-linéaire, et doit être résolue de façon itérative.

Une fois  $P_f$  calculée le champ de pression dans le film mince peut être calculé en utilisant l'équation(II.17), et la pression dans l'alvéole  $P_{alv}$  par l'équation (II.35)

### II.1.3.Résolution du problème formulé par la configuration infiniment longue

La résolution du problème est faite de façon itérative en cherchant la racine  $P_f$  de l'équation(II.41). Durant le processus, les coefficients  $a_0$  et  $b_0$  sont calculées à chaque itération:

### II.2. Un seul patin avec lubrifiant en régime turbulent avec effet d'inertie

### **II.2.1.Palier infiniment long**

La distribution de la pression dans le film mince est régie par l'équation de Reynolds généralisée proposée par Constantinescu :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{h^3}{\mu G_x} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{h^3}{\mu G_z} \frac{\partial p}{\partial z} \right) = \frac{U}{2} \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\partial h}{\partial t}$$
(II.42)

 $G_x$  et  $G_z$  sont données par :

### **Ecoulement laminaire :**

 $G_x = G_z = 12$ 

### Ecoulement de Couette turbulent :

 $\begin{cases} G_x = 12 + 0.0136 R_c^{0.9} \\ G_z = 12 + 0.0043 R_c^{0.96} \end{cases} \text{ avec } R_c = \frac{\rho U h}{\mu} \text{ le nombre de Reynolds basé sur la vitesse} \\ \text{de la paroi } U \text{ .} \end{cases}$ 

### **Ecoulement de Poiseuille turbulent :**

 $G_x = G_z = G = 0,147 R_p^{0.681}$  avec  $R_p = \frac{\rho V_m h}{\mu}$  est le nombre de Reynolds local basé sur la vitesse du fluide moyenne due au gradient de la pression, avec  $V_m = \sqrt{u_m^2 + w_m^2}$ où  $u_m$  et  $w_m$  sont données par [22] ou [20]:

$$\begin{cases}
u_m = -\frac{h^2}{\mu G_x} \frac{\partial P}{\partial x} \\
w_m = -\frac{h^2}{\mu G_z} \frac{\partial P}{\partial z}
\end{cases}$$
(II.43)

Pour le cas du palier infiniment long, sous les mêmes hypothèses énoncées au début du chapitre, (II.42) devient :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{1}{G_x} \frac{\partial p}{\partial x} \right) = \frac{\mu}{h^3} \frac{\partial h}{\partial x}$$
(II.44)

Avec:  $V_m = u_m$ 

• Si  $R_p < 1000$  Le régime est laminaire : G = 12

• Si  $1000 < R_p < 2000$  Le régime est transitoire :

$$G = 12 + \frac{\left(G_{pm} - 12\right)\left(R_{p} - 1000\right)}{1000} \quad G_{pm} = 0.147(2000)^{0.681} = 26,02$$

• Si  $R_p > 2000$  Le régime est turbulent :  $G = 0.147 R_p^{0.681}$ 

Le problème est non linéaire, dû à la forme de l'équation(II.44), mais surtout de la dépendance du coefficient G de la solution P. Par conséquent, il est impossible à résoudre analytiquement.

### Résolution numérique de (II.44):

La discrétisation de l'équation (II.44) est donnée par :

$$\frac{1}{G_{i-\frac{1}{2}}}p_{i-1} - \left(\frac{1}{G_{i-\frac{1}{2}}} + \frac{1}{G_{i+\frac{1}{2}}}\right)p_i + \frac{1}{G_{i+\frac{1}{2}}}p_{i+1} \approx \frac{\dot{h}}{h^3}\mu\Delta x^2$$
(II.45)

$$\frac{1}{G_{i-\frac{1}{2}}}p_{i-1} - \left(\frac{1}{G_{i-\frac{1}{2}}} + \frac{1}{G_{i+\frac{1}{2}}}\right)p_i + \frac{1}{G_{i+\frac{1}{2}}}p_{i+1} \approx \frac{\dot{h}}{h^3}\mu\Delta x^2$$
(II.46)

Sous forme matricielle :

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ G_{i-\frac{1}{2}}^{-1} & -\left[G_{i-\frac{1}{2}}^{-1} + G_{i+\frac{1}{2}}^{-1}\right] & G_{i+\frac{1}{2}}^{-1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & G_{i-\frac{1}{2}}^{-1} & -\left[G_{i-\frac{1}{2}}^{-1} + G_{i+\frac{1}{2}}^{-1}\right] & G_{i+\frac{1}{2}}^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & G_{i-\frac{1}{2}}^{-1} & -\left[G_{i-\frac{1}{2}}^{-1} + G_{i+\frac{1}{2}}^{-1}\right] & G_{i+\frac{1}{2}}^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & G_{i-\frac{1}{2}}^{-1} & -\left[G_{i-\frac{1}{2}}^{-1} + G_{i+\frac{1}{2}}^{-1}\right] & G_{i+\frac{1}{2}}^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_{1} \\ P_{2} \\ P_{3} \\ P_{4} \\ \vdots \\ P_{N_{x}} \end{bmatrix} = \begin{cases} P_{f} \\ \mu \Delta x^{2} \dot{h} / h^{3} \\ \mu \Delta x^{2} \dot{h} / h^{3} \\ \vdots \\ P_{0} \end{bmatrix}$$
(II.47)

L'algorithme Gauss-Seidel avec relaxation :

$$\frac{1}{\Delta x^2} \left( \frac{1}{G_{i-\frac{1}{2}}} p_{i-1} - \left( \frac{1}{G_{i-\frac{1}{2}}} + \frac{1}{G_{i+\frac{1}{2}}} \right) p_i + \frac{1}{G_{i+\frac{1}{2}}} p_{i+1} \right) \approx \frac{\mu}{h^3} \dot{h}$$
(II.48)

$$p_{i} \approx \frac{G_{i-\frac{1}{2}}G_{i+\frac{1}{2}}}{G_{i+\frac{1}{2}} + G_{i-\frac{1}{2}}} \left( \left( \frac{1}{G_{i-\frac{1}{2}}} p_{i-1} + \frac{1}{G_{i+\frac{1}{2}}} p_{i+1} \right) - \frac{\dot{h}}{h^{3}} \mu \Delta x^{2} \right)$$
(II.49)

$$p_{i} \approx (1 - \gamma_{relax}) p_{i} + \gamma_{relax} \frac{G_{i-\frac{1}{2}} G_{i+\frac{1}{2}}}{G_{i+\frac{1}{2}} + G_{i-\frac{1}{2}}} \left( \frac{1}{G_{i+\frac{1}{2}}} p_{i+1} + \frac{1}{G_{i-\frac{1}{2}}} p_{i-1} - \frac{\dot{h}}{h^{3}} \mu \Delta x^{2} \right)$$
(II.50)



Figure II.5: Discrétisation 1D du film mince

### Algorithme de calcul:

La recherche de la racine  $P_f$  se fait progressivement en diminuant l'intervalle de recherche jusqu'à atteindre une tolérance choisie pour juger le processus convergeant, ou jusqu'à atteindre un nombre d'itérations très important et le processus est jugé divergeant.

A chaque itération une valeur et attribuée à  $P_f$ . Sur la base de la valeur actuelle de  $P_f$ on peut calculer  $V_m = u_m$  à x = 0 par la première expression de(II.43). Cependant, ceci nécessite le calcul du gradient de la pression à l'entrée du film mince. On peut obtenir le gradient par la résolution de l'équation différentielle non-linéaire(II.44).

### [ECOULEMENT TURBULENT AVEC EFFET D'INERTIE DANS LE PALIER HYDROSTATIQUE]



Figure II.6 : Organigramme de résolution itérative

### II.3. Palier à 4 butées hydrostatiques

Dans cette partie nous allons présenter la formulation mathématique des différents paramètres de performance d'un palier composé de quatre butées hydrostatiques. Le palier est décalé de la ligne horizontale par rotation d'un angle fixe de 45°.



Figure II.7: Géométrie du palier à 4 butées hydrostatiques.

Les quatre épaisseurs de film liées à chaque butée sont données par :

$$\begin{cases} h_1 = h_0 - y^*; h_2 = h_0 - x^* \\ h_3 = h_0 + y^*; h_4 = h_0 + x^* \end{cases}$$
(II.51)

Tel que :

$$\begin{cases} x^* = (x - y)\cos(\pi / 4) \\ y^* = (x + y)\sin(\pi / 4) \end{cases}$$
 (II.52)

Ce qui donne des vitesses d'écrasement de chaque butée:

### [ECOULEMENT TURBULENT AVEC EFFET D'INERTIE DANS LE PALIER HYDROSTATIQUE]

$$\dot{h}_{1} = -(\dot{x} + \dot{y})\sin(\pi/4)$$

$$\dot{h}_{2} = -(\dot{x} + \dot{y})\cos(\pi/4)$$

$$\dot{h}_{3} = (\dot{x} - \dot{y})\sin(\pi/4)$$

$$\dot{h}_{4} = (\dot{x} - \dot{y})\cos(\pi/4)$$
(II.53)

Chaque butée des quatre exerce une force de portance qui dépend essentiellement de l'épaisseur de son film mince et de sa vitesse d'écrasement. La résultante de ces force peut être calculée par :

$$\begin{cases} W_{x} = -\left(\left(F_{p1} + F_{p2}\right) - \left(F_{p3} + F_{p4}\right)\right)\sin(\pi/4) \\ W_{y} = -\left(\left(F_{p1} + F_{p4}\right) - \left(F_{p2} + F_{p3}\right)\right)\sin(\pi/4) \end{cases}$$
(II.54)

Dans le modèle linéaire, c'est-à-dire lorsque le déplacement du grain mobile ne dépassant pas 20% de l'excentricité du rotor, le palier peut être remplacé par un couple de ressortamortisseur. Les caractéristiques de ces deux derniers (constante de raideur K et coefficient d'amortissement C) peuvent être calculé de deux façons :

- On exerce une perturbation dans la position du grain mobile, et on calcule la variation des deux composantes de la charge résultante Wx et Wy. La constante de raideur K linéarisée totale est le rapport de la variation de chaque composante sur la valeur de la perturbation exercée(II.57). La même approche est suivie pour le coefficient d'amortissement C mais par une perturbation dans la vitesse du grain mobile.
- La deuxième approche ressemble à la première mais au lieu de faire les calculs de perturbation sur la charge résultante, chaque butée est traitée seule. Les constantes de raideurs et coefficients d'amortissement sont combinés pour obtenir les caractéristiques globales.

$$K_{pi} = -\left(\frac{\partial F_{pi}}{\partial h_i}\right)_0 C_{pi} = -\left(\frac{\partial F_{pi}}{\partial \dot{h}_i}\right)_0$$
(II.55)



# Validation et étude paramétrique

Dans ce chapitre nous allons résoudre les équations obtenues dans le chapitre précédant. Ensuite, nous validerons les résultats numériques, puis nous finirons par une étude paramétrique pour voir l'influence des différents paramètres de fonctionnement sur les performances du palier.

Vu que la formulation non-linéaire du modèle turbulent est impossible à résoudre analytiquement, la validation sera faite en comparant les résultats du modèle laminaire avec ceux du modèle turbulent à des valeurs de nombre de Reynolds faibles.

### **III.1 Validation**

### III.1.1 Profile de la pression en régime laminaire

Le champ de pression en régime laminaire est obtenu analytiquement



Figure III.1 : Repère et conditions aux limites

En absence de l'effet d'inertie  $P_{alv} = P_f$ :

$$K_{C}\left(P_{s}-P_{alv}\right) = K_{Q}P_{alv}h^{3} + \mu\left(S_{alv}-S_{film}\right)\dot{h}$$

$$P_{alv} = \left(P_{s}-\frac{\mu\left(S_{alv}-S_{film}\right)}{K_{C}}\dot{h}\right)\left(1+\frac{K_{Q}}{K_{C}}h^{3}\right)^{-1}$$
(III.1)

A l'équilibre statique :  $\dot{h} = 0$ 

$$P_{alv}^{statique} = P_s \left( 1 + \frac{K_Q}{K_C} h^3 \right)^{-1}$$
(III.2)

Le champ de pression peut être donné par l'équation:

$$P^{\text{statique}}\left(x\right) = -\frac{P_{alv}^{\text{statique}}}{L_x}x + P_{alv}^{\text{statique}}$$
(III.3)

La force résultante générée par le patin est:



$$F_{fluide}^{statique} = P_s \left( S_{alv} + S_{film} \right) \frac{K_C}{K_C + K_Q h_{statique}^3}$$
(III.4)

Figure III.2 : Validation du modèle numérique turbulent

La validation est faite dans le cas statique en considérant des paramètres physiques (géométrie, densité, viscosité, ...) qui assurent un régime laminaire pour tous les cas de pression d'alimentation considérés. En effet, le nombre de Reynolds Rp max atteint à travers tous les cas est de Rp=266, qui est largement inférieur à Rp critique.

Sur la figure III.2 on note que pour toutes les valeurs de Ps considérées, l'erreur est autour de 0.062%, avec une valeur max d'environ 0.063%. Il est aussi intéressant de noter que l'erreur relative augmente linéairement en augmentant la pression d'alimentation, c'est-à-dire en augmentant le nombre de Reynolds.



Figure III.3 : Beta0 (Ps/Palv) en fonction de la pression d'alimentation



**Figure III.4 :** Champ de pression à travers le patin à Ps=0.01<sup>E</sup>6 pa



**Figure III.5 :** Champ de pression à travers le patin à  $Ps=0.1^{E}6$  pa



**Figure III.6 :** Champ de pression à travers le patin à  $Ps=1^{E}6$  pa



**Figure III.7 :** Champ de pression à travers le patin à  $Ps=5^{E}6$  pa



**Figure III.8:** Champ de pression à travers le patin à  $Ps=10^{E}6$  pa

A travers les quatre figures (de III.4 a III.8) qui représentent la distribution de la pression le long du patin (en fonction de X, le patin est supposé infiniment long dans la direction Z), on remarque l'effet d'inertie qui s'accentue pour les deux modèles.

Il est à remarquer aussi que même en augmentant la pression d'alimentation de façon très importante, le régime reste laminaire (Rp<2000).

Dans ce qui suit nous allons varier d'autres termes comme par exemple la viscosité et/ou l'épaisseur du film mince pour franchir le seuil de Rp critique et provoquer la turbulence.

On va adopter les données utilisées dans l'article de [Nemchi et al]:

Nombre des nœuds dans les directions finies : Nx=50 La densité du fluide : Rho=915 [kg/m^3] La viscosité dynamique du fluide : Visco=0.000215 [Pas.S] La précision : Epsi=1E-3 % La pression sortie de l'alvéole P0=0 L'épaisseur moyenne du film mince h=1e-05 [m] La vitesse d'écrasement : Vy=0[m/s] Longueur totale du palier (Atot=2\*Lx+Lalv), Atot=0.096[m] La direction infinie : Btot=Atot; Longueur de l'alvéole: Lalv=Atot/2 Longueur dans la direction x [m] : Lx=(Atot-Lalv)/2 Largeur dans la direction z [m] : Lz=(Btot-Lalv)/2 Le pas dans la direction x : DeltaX=Lx/(Nx-1) Longueur du capillaire [m] : Lc=0.06; Diamètre du capillaire ; DCap=0.78e-3[m]

Pression d'alimentation (entrée du capillaire) : Ps=9.2e6 [Pas]



Figure III.9: L'épaisseur du film mince en fonction du rapport de pression Beta0



Figure III.10: Le nombre de Reynolds Moyen le long du film mince en fonction de l'épaisseur du film mince



Figure III.11: Le nombre de Reynolds maximum le long du film mince en fonction de l'épaisseur du film mince

On peut constater sur la figure III.9 qu'il y a deux phases de variations de l'épaisseur en fonction du rapport de pression. Une première phase presque linéaire, puis une deuxième accélérée. Lorsque l'épaisseur diminue le film mince présente de plus en plus un obstacle pour l'écoulement et la pression à l'intérieur de l'alvéole augmente jusqu'à atteindre la pression de l'alimentation (ce qui donne un rapport de pression  $\beta_0$  égale à 1).

On constate aussi que l'écart entre les valeurs moyennes et les valeurs maximales atteintes durant le calcul (représentées sur la figure III.11) et très important.

### III.2 Palier à 4 patins hydrostatiques :

### III.2.1 Raideurs et amortissements équivalents :

Le choix de la valeur de la perturbation a été mis au test. Les résultats sont représentés sur la figure III.12 et figure III.13. On remarque que les petites valeurs de  $\Delta x$  donnent des valeurs de raideur et très proches environ  $K_x = -2.9210 \ E^{+06} \ N/m$  jusqu'à  $\Delta x = 1E^{-8} \ m$ ) partir duquel la valeur de Kx commence à s'éloigner des autres valeurs.



Figure III.12: Coefficient de raideur équivalent en fonction de la perturbation

Quant au coefficient d'amortissement la valeur critique de la perturbation en vitesse d'écrasement est d'environ  $\Delta V_y = 1E^{-5} m/s$  qui donne un  $C_x = 2.8972 E^{+08} (N.s/m)$ 

Tableau III.1:	Coefficient d	amortissement	équivalent	en fonction d	e la perturbation
----------------	---------------	---------------	------------	---------------	-------------------

$\Delta x (m/s)$	$1E^{-6}$	$1E^{-5}$	$1E^{-4}$	$1E^{-3}$	$1E^{-2}$
$C_x (N.s/m) * E^{+08}$	2.8951	2.8972	1.9383	1.4732	1.4112

### **III.3 Etude paramétrique :**

Pour la suite de l'étude nous allons profiter de la symétrie du palier par rapport à la verticale. Par conséquent, nous n'allons prendre en considération que les charges générées par les patins 1 et 3 (qui sont différents) et multiplier chacun par 2.

# III.3.1 Influence de l'épaisseur du film mince sur la distribution du nombre de Reynolds local :

Les paramètres géométriques et rhéologiques adoptés pour cette section sont ceux de [22].



Figure III.13 : Influence de l'épaisseur h sur le nombre de Reynolds Rp

La première constatation à faire sur la figure III.13, est l'augmentation globale du nombre de Reynolds avec l'épaisseur du film mince. En effet, l'épaisseur h varie d'une valeur à la suivante par un incrément de  $0.2^{E}$ -5m c'est-à-dire à pas constant. Alors que l'augmentation correspondante du nombre de Reynolds s'accélère d'une courbe à une autre. Ceci peut être mis en évidence de façon plus claire en traçant la courbe qui représente la variation du nombre de Reynolds moyen (moyen sur la longueur du film mince) en fonction de l'épaisseur.

La figure III.14 illustre ça :



Figure III.14 : Variation du nombre de Reynolds moyen en fonction de l'épaisseur



Figure III.15 : Variation du nombre de Reynolds le long du film mince

Sur la figure suivante, c'est-à-dire la figure III.15, on peut voir clairement que le nombre de Reynolds varie considérablement le long du film mince. Ce qui est logique, puisque la pression varie et avec elle la vitesse. On peut même expliquer la variation du nombre de Reynolds suivant x avec la théorie des écoulements. Sur une ligne de courant la conservation de la pression globale relie la pression et la vitesse de façon inversement proportionnelle, c'est-à-dire si la pression augmente la vitesse diminue est vice versa. On a vu au chapitre II qu'en régime laminaire la pression décroit linéairement le long du film mince, on anticipe alors une augmentation aussi linéaire de la vitesse. La variation du nombre de Reynolds avec la vitesse est proportionnelle.



Figure III.16 : Variation du nombre de Reynolds moyen en fonction de l'épaisseur et de la viscosité

Sur la figure III.16 on remarque la grande influence de la viscosité sur le nombre de Reynolds Moyen.



III.3.2 Influence de la pression de l'alimentation sur les coefficients dynamiques K et C :

Figure III.17 : Influence de la pression de l'alimentation sur la raideur K



Figure III.18 : Influence de la pression de l'alimentation sur l'amortissement C





### **Conclusion Générale**

Le modèle d'écoulement turbulent du lubrifiant à l'intérieur d'un palier hydrostatique alimenté par une résistance capillaire a été analysé en résolvant l'équation de Reynolds modifiée par Constantinescu. La validation du modèle numérique a été faite par comparaison avec la solution du cas laminaire du même modèle.

Après validation du modèle numérique, une série d'études a été réalisée sous différentes configurations liées à la pression d'alimentation, la viscosité dynamique et la densité.

Nous pouvons résumer les résultats comme suit :

- La validation a été faite dans le cas statique en régime laminaire pour tous les cas de pression d'alimentation considérés. En effet, le nombre de Reynolds Rp max atteint à travers tous les cas est de Rp=266, qui est largement inférieur à Rp critique.
- Pour toutes les valeurs de Ps considérées, l'erreur obtenue était autour de 0.062%, avec une valeur max d'environ 0.063%, avec une erreur relative qui augmente linéairement en augmentant la pression d'alimentation, autrement dit le nombre de Reynolds.
- L'effet d'inertie s'accentue en augmentant la pression d'alimentation de la même façon pour les deux modèles laminaire et turbulent.
- Ensuite non avons constaté qu'il y a deux phases de variations de l'épaisseur en fonction du rapport de pression. Une première phase presque linéaire, puis une deuxième accélérée.
- L'augmentation du nombre de Reynolds avec l'épaisseur est exponentielle.
- On a aussi constaté que l'écart entre les valeurs moyennes et les valeurs maximales atteintes durant le calcul et très important 10 fois plus
- l'épaisseur h varie d'une valeur à la suivante par un incrément de 0.2E-5m c'est-àdire à pas constant. Alors que l'augmentation correspondante du nombre de Reynolds s'accélère d'une courbe

En perspective, on propose premièrement de changer l'outil de programmation (Matlab) et utiliser un langage plus puissant en termes de gestion de mémoire comme Fortran. En ce qui concerne le modèle une suite logique à notre travail sera la considération de l'écoulement dans la direction z c'est-à-dire un palier fini, ce qui risque d'être très gourmand en ressources de calcul ; temps de calcul et espace de stockage.

# *Références Bibliographies*

### **Références Bibliographies**

- Constantinescu VN, Galetuse S, Kennedy F. On the comparison between lubrication theory, including turbulence and inertia forces, and some existing experimental data. J Lubr Technol ASME. 1975; 97(3):439–448.
- [2] Khonsari MM, Booser ER. Applied tribology bearing design and lubrication. 2nd ed. Chichester, UK: Wiley;2008.
- [3] Wilcock DF. Turbulent lubrication Its genesis and role in modern design. J Lubr Technol ASME. 1974;96(1):2–6.
- [4] Durany J, Pereira–Pérez J, Varas F. About the Constantinescu turbulent model in hydrodynamic lubrication: a comparison with 3-D LES models. Tribol Int. 2015;83:33–41.
- [5] Chaomleffel J, Nicolas D. Experimental investigation of hybrid journal bearings. Tribol Int. 1986;19(5):253–259.
- [6] San L. Andres: 'turbulent hybrid bearings with fluid inertia effects'. J Tribol ASME. 1990;112:699–707.
- [7] Reddi MM. Finite-element solution of the incompressible lubrication problem.J.Lubr Technol.1969;91(3):524–533.
- [8] Ghai RC, Singh DV, Sinhasan R. Load capacity and flow characteristics of a hydrostatically lubricated fourpocket journal bearing by finite element method. Int J Mach Tool Des Res. 1975;16(4):233–240.
- [9] Mathieu H, Arghir M, Frene J. Numerical study of the pressure pattern in a two dimensional hybrid journal bearing recess, laminar, and turbulent flow results. ASME. 2003;125(2):283–290.
- [10] San Andres L, Velthuis JF. Laminar flow in a recess of a hydrostatic bearing. Tribol Trans. 1992;35(4):738–744.

- [11] Braun MJ, Dzodzo MB. Three-dimensional flow and pressure patterns in a hydrostatic journal earing pocket.J Tribol ASME. 1997;119(4):711–719.
- [12] Constantinescu VN. On the influence of inertia forces in hydrostatic turbulent lubrication. Rev Roum Sci Tech Mech AppL. 1973;18(2):183–310.
- [13] Frêne J, Arghir M, Constantinescu V. Combined thinfilm and Navier-Stokes analysis in high Reynolds number lubrication. Tribol Int. 2006;39(8):734–747.
- [14] Frêne J. Non-laminar flow regime in thin films, application to plain bearings. PhD Thesis in Physical Sciences. Lyon Oct; 1974.
- [15] Shenoy B, Pai R. Stability characteristics of an externally adjustable fluid film bearing in the laminar and turbulent regimes. Tribol Int. 2010;43(9):1751–1759.
- [16] Adams M, Zahloul H. Attenuation of rotor vibration using controlled-pressure hydrostatic squeeze-film dampers. Rotating Mach Dyn. 1987;99–108.
- [17] Frêne J, Nicolas D, Degneurce B, et al. Hydrodynamic lubrication bearings and thrust bearings. Vol. 33. Amsterdam, The Netherlands: Elsevier; 1997.
- [18] Rippel HC. Cast bronze hydrostatic bearing design manual. Cleveland (OH): Cast Bronze Bearing Institute;1964.
- [19] Bouzidane A, Thomas M. Equivalent stiffness and damping investigation of a hydrostatic journal bearing. Tribol Trans. 2007;50(2):257–267.
- [20] Chaomleffel J.P, (Décembre 1983), Influence des forces d'inertie en lubrification hybride, thèse docteur ingénieur, INSA Lyon
- [21] Chaomleffel, J, Nicolas, D. (October 1986). Experimental investigation of hybrid journal bearings. TRIBOLOGY international, Butterworth & Co, Vol 19 (No 5), 253-259.
- [22] Ali Mohamed Ali, "Contribution à l'étude des paliers hybrides. Prise en compte de la compressibilité du fluide dans les alvéoles", Thèse de Doctorat, Université de Poitiers, France, 1994

- [23] Kergoat.A, Quelques applications des paliers hydrostatiques. La Houille Blanche, N°6 (Octobre 1965),
- [24] Nemchi A, Ahmed Bouzidane, Marc Thomas et Asma Abed. Performance analysis of four-pad hydrostatic squeeze film dampers loaded between pads under laminar and turbulent flow conditions. 2018; 2-5.

### **RESUME**

Le but de cette étude est de mettre en évidence l'importance du l'écoulement en régime turbulent et vise à introduire les deux effets, à savoir l'effet d'inertie et celui de la turbulence, dans le modèle du palier hydrostatique en utilisant la formulation de Constantinescu. La résolution de l'équation différentielle non linéaire obtenue est faite par un schéma itératif en utilisant la méthode des différences finies.

La validation du modèle numérique a été faite par comparaison avec la solution du cas laminaire du même modèle. Après validation du modèle numérique turbulent, l'influence des différents paramètres du lubrifiant sur les performances du palier hydrostatique est ensuite étudiée par une série de configurations liées à la pression d'alimentation, la viscosité dynamique et la densité.

En fin une conclusion sur les différentes remarques ainsi que les perspectives pour des études futures sont données.

### ملخص

الهدف من هذه الدراسة هو تسليط الضوء على أهمية التدفق المضطرب ويهدف إلى إدخال تأثيرين مهمين تأثير القصور الذاتي وتأثير الاضطراب ، في نموذج المحمل الهيدروستاتيكي باستخدام معادلة كوستانسكو. يتم صياغة المعادلة التفاضلية غير الخطية باستخدام مخطط تكراري باستخدام طريقة الفروق المحدودة.

تم التحقق من صحة النموذج العددي بالمقارنة مع حل حالة الصفيحة من نفس النموذج. بعد التحقق يتم دراسة تأثير معلمات زيوت التشحيم المختلفة على أداء المحمل الهيدروستاتيكي بواسطة سلسلة من التكوينات المتعلقة بضغط الإمداد ، اللزوجة الديناميكية والكثافة.

وأخيرا يتم تقديم استنتاج حول الملاحظات المختلفة وكذلك وجهات نظر الدراسات المستقبلي.

### Abstract:

The purpose of this study is to highlight the importance of turbulent flow and aims to introduce the two effects, namely the inertia effect and the turbulence effect, into the hydrostatic bearing model using the formulation of Constantinescu. The resolution of the nonlinear differential equation obtained is done by an iterative scheme using the finite difference method. The influence of the various lubricant parameters on the performance of the hydrostatic bearing is then studied

Validation of the numerical model is done by comparison with the solution of the laminar case of the same model. After validation of the numerical model, a series of studies was carried out under different configurations related to the feed pressure, the dynamic viscosity and the density.

Finally a conclusion on the various remarks as well as the perspectives of the future studies is given.