

## II.1. Introduction

Dans ce chapitre, nous présenterons le modèle mathématique triphasé de la machine asynchrone et de sa transformation dans le système biphasé. Une représentation sous forme d'état est élaborée à partir des lois physiques qui régissent son fonctionnement en alimentant notre machine en tension.

Ensuite nous allons faire la simulation en utilisant un logiciel bien approprié, à savoir le Matlab (Simpowersystems).

## II.2. Principe de fonctionnement de la machine asynchrone

Le principe des moteurs à courants alternatifs réside dans l'utilisation d'un champ magnétique tournant produit par des tensions alternatives. La circulation d'un courant dans une bobine crée un champ magnétique  $B$ . Ce champ est dans l'axe de la bobine, sa direction et son intensité sont fonction du courant  $I$ . C'est une grandeur vectorielle [3].

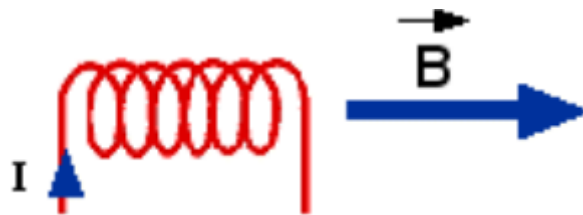


Figure (II.01) : Principe de fonctionnement de la machine asynchrone

Le glissement  $g$  est défini comme étant l'écart relatif de vitesse entre le rotor et le champ tournant :

$$g = \frac{N_s - N}{N_s} \quad (\text{II.01})$$

## II.3. Hypothèses simplificatrices

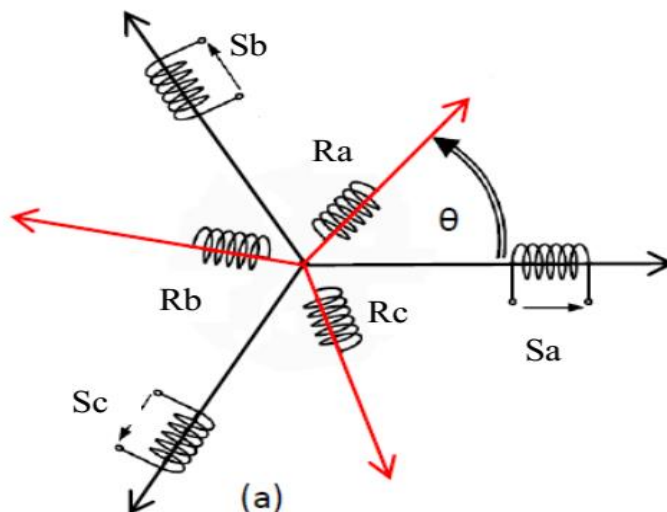
La modélisation de la machine asynchrone s'appuie sur un certain nombre d'hypothèses simplificatrices, qui sont [13] :

- ❖ L'entrefer est d'épaisseur uniforme.
- ❖ L'effet d'encochage est négligeable.
- ❖ La saturation du circuit magnétique, l'hystérésis et les courants de Foucault sont négligeables.

- ❖ Pertes ferromagnétiques négligeables.
- ❖ Les résistances des enroulements ne varient pas avec la température et on néglige l'effet de peau.
- ❖ On admet de plus que les forces magnétomotrices f.m.m créées par chacune des phases des deux armatures est à répartition sinusoïdale.

## II.4. Modèle triphasé de machine asynchrone

La MAS triphasée est représentée schématiquement par la (Figure (II.02)) Elle est munie de six enroulements. Le stator de la machine est formé de trois enroulements fixes décalés de  $120^\circ$  dans l'espace et traversés par trois courants variables. Le rotor peut être modélisé par trois enroulements identiques décalés dans l'espace de  $120^\circ$ . Ces enroulements sont en court-circuit et la tension à leurs bornes est nulle.



*Figure (II.02) : Représentation du schéma des enroulements de la machine asynchrone triphasée dans l'espace électrique*

Les trois types d'équation traduisant le comportement du moteur sont [12] :

- ⊗ Les équations électriques
- ⊗ Les équations magnétiques
- ⊗ Les équations mécaniques

### II.4.1. Les équations électriques

En appliquant la loi de Faraday sur un des six enroulements statoriques ou rotoriques, la loi des mailles pour les trois enroulements du stator s'exprime par la relation [14-15] :

$$\begin{aligned} [v_{sa}] &= [R_s][i_{sa}] + \left(\frac{d}{dt}\right)[\Phi_{sa}] \\ [v_{sb}] &= [R_s][i_{sb}] + \left(\frac{d}{dt}\right)[\Phi_{sb}] \\ [v_{sc}] &= [R_s][i_{sc}] + \left(\frac{d}{dt}\right)[\Phi_{sc}] \end{aligned} \quad (\text{II.02})$$

Ou sous forme matriciel

$$[v_{sabc}] = [R_s][i_{sabc}] + \left(\frac{d}{dt}\right)[\Phi_{sabc}] \quad (\text{II.03})$$

Pour le rotor

$$\begin{aligned} [v_{ra}] &= [R_r][i_{ra}] + \left(\frac{d}{dt}\right)[\Phi_{ra}] \\ [v_{rb}] &= [R_r][i_{rb}] + \left(\frac{d}{dt}\right)[\Phi_{rb}] \\ [v_{rc}] &= [R_r][i_{rc}] + \left(\frac{d}{dt}\right)[\Phi_{rc}] \end{aligned} \quad (\text{II.04})$$

Ou sous forme matriciel

$$[v_{rabc}] = [R_r][i_{rabc}] + \left(\frac{d}{dt}\right)[\Phi_{rabc}] \quad (\text{II.05})$$

### II.4.2. Les équations magnétiques

Les conséquences importantes des hypothèses simplificatrices conduisent aux relations linéaires entre les flux et les courants [16-17] :

$$\Phi_s = ([L_s][i_s] + [M_{sr}][i_r]) \quad (\text{II.06})$$

$$\Phi_r = ([L_r][i_r] + [M_{sr}][i_s]) \quad (\text{II.07})$$

Avec :

$$[M_{sr}] = [M_{rs}]^t \quad (\text{II.08})$$

$$[L_s] = \begin{bmatrix} l_s & M_s & M_s \\ M_s & l_s & M_s \\ M_s & M_s & l_s \end{bmatrix} \quad [L_r] = \begin{bmatrix} l_r & M_r & M_r \\ M_r & l_r & M_r \\ M_r & M_r & l_r \end{bmatrix} \quad (\text{II.09})$$

$$[M_{sr}] = M_{sr} \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \cos(\theta + 2\pi/3) & \cos(\theta - 2\pi/3) \\ \cos(\theta - 2\pi/3) & \cos(\theta) & \cos(\theta + 2\pi/3) \\ \cos(\theta + 2\pi/3) & \cos(\theta - 2\pi/3) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \quad (\text{II.10})$$

$[L_s]$  : Matrice des inductances statoriques.

$[L_r]$  : Matrice des inductances rotoriques.

$[M_{sr}]$  : Matrice des inductances mutuelle entre stator et rotor.

$\theta$  : L'angle de rotation du rotor par rapport au stator.

### II.4.3. Les équations mécanique

L'équation mécanique de la machine à  $P$  paire de pole est donnée par [15] :

$$\frac{d\Omega}{dt} = \frac{1}{J} (C_{em} - C_r - f\Omega) \quad (\text{II.11})$$

Avec  $\Omega = \frac{\omega}{P}$  (II.12)

### II.5. Transformation de Park

La transformation de Park consiste à imaginer de remplacer le repère rotorique tournant par un autre repère fictif équivalent fixe à condition de conserver la force magnétomotrice et la puissance instantanée. Pour transformer un système triphasé [abc] en un système biphasé ( $d, q$ ) [8-14-18].

Les modèles dynamiques des machines à courant alternatif sont relativement lourds et complexes. Afin de les simplifier, on applique un changement de repère. Cette manipulation mathématique, transforme les trois bobines statoriques fixes déphasées de  $2\pi/3$  en deux bobines fictives équivalentes déphasées de  $\pi/2$  et situées sur le rotor comme l'indique la figure II.03.

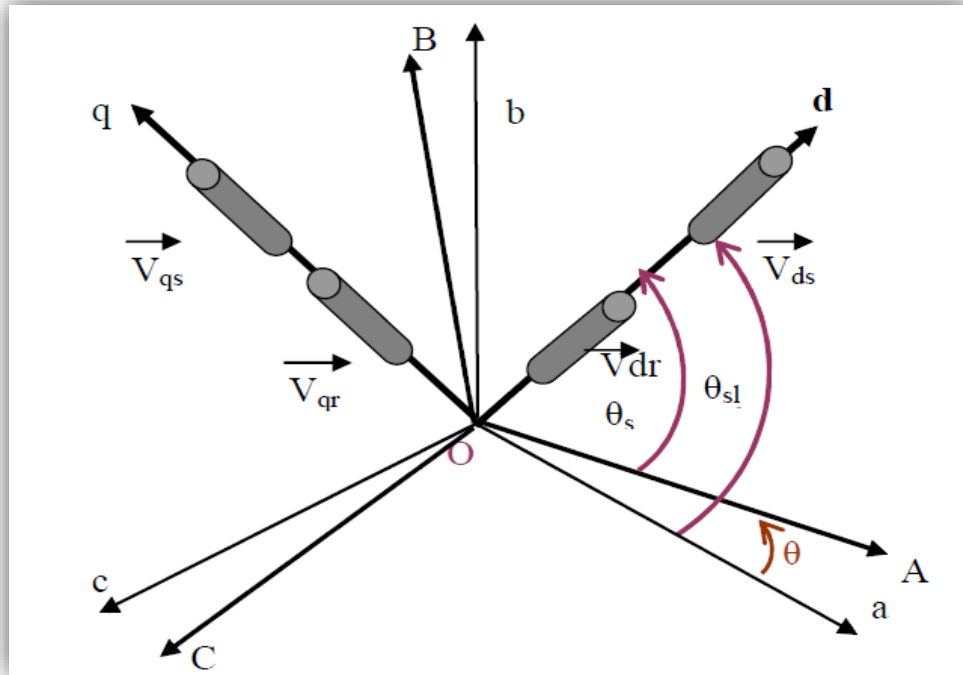


Figure (II.03) : Représentation spatiale de la transformation triphasée-biphasée

Les deux bobines d et q, produisent le même effet que les trois bobines réelles fixes. Les variables exprimées dans ce nouveau repère (d, q) nous permettent d'avoir un modèle relativement simple de la machine. On utilise ainsi la transformation de Park, qui est construite à partir des équations électriques de la machine. Ce modèle fait un certain nombre d'hypothèses simplificatrices.

En faisant coïncider les axes directs stator et rotor:

- **d** : axe direct stator et rotor.
- **q** : axe en quadrature stator et rotor.

Le passage des composantes triphasées aux composantes de Park se fait comme suit:

$$[X_{dqo(r)}] = [P(\theta_s)] \cdot [X_{ABC}] \tag{II.13}$$

$$[X_{dqo(s)}] = [P(\theta_{sl})] \cdot [X_{abc}] \tag{II.14}$$

Avec :

$$[P(\theta)] = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos\theta & \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ -\sin\theta & -\sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & -\sin\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \tag{II.15}$$

Le passage du système biphasé au système triphasé est défini par le produit matriciel suivant:

$$[X_{ABC}] = [P(\theta_s)]^{-1} \cdot [X_{dqo(r)}] \quad (\text{II.16})$$

$$[X_{abc}] = [P(\theta_{sl})]^{-1} \cdot [X_{dqo(s)}] \quad (\text{II.17})$$

Avec :

$$[P(\theta)]^{-1} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & -\sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) & -\sin\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \quad (\text{II.18})$$

$X$  : Représente un courant, une tension ou un flux.

$\theta_s$  : L'angle entre l'axe magnétique (A) et l'axe longitudinal (d) représenté.

$\theta_{sl}$  : L'angle entre l'axe magnétique (a) et l'axe longitudinal (d) représenté.

$\theta$  : L'angle entre axe magnétique (A) et axe magnétique (a).

### I.5.1. Transformation des grandeurs statoriques et rotoriques :

#### a) Les équations électriques :

##### ➤ Tension :

Après l'application de la transformation de Park, nous aboutissons aux équations suivantes [8] :

$$\begin{cases} V_{sd} = R_s I_{sd} + \frac{d\Phi_{sd}}{dt} - \omega_s \Phi_{sq} \\ V_{sq} = R_s I_{sq} + \frac{d\Phi_{sq}}{dt} - \omega_s \Phi_{sd} \end{cases} \quad (\text{II.19})$$

$$\begin{cases} V_{rd} = R_r I_{rd} + \frac{d\Phi_{rd}}{dt} - \omega_r \Phi_{rq} = 0 \\ V_{rq} = R_r I_{rq} + \frac{d\Phi_{rq}}{dt} - \omega_r \Phi_{rd} = 0 \end{cases} \quad (\text{II.20})$$

Avec :

$\omega_s = \frac{d\theta_{sl}}{dt}$  : vitesse de rotation du repère de Park /stator

$\omega_r = \frac{d\theta_s}{dt}$  : vitesse de rotation du repère de Park /rotor

$\omega = P\Omega = \frac{d\theta}{dt}$  : vitesse électrique de rotation du rotor / stator

$$\omega_s = \omega_r + \omega$$

**b) Les équations magnétiques :**

➤ **Flux :**

Nous appliquons la transformation de Park aux équations des flux. Nous obtenons comme résultats [8] :

$$\begin{cases} \Phi_{sd} = L_s \cdot I_{sd} + M_{sr} \cdot I_{rd} \\ \Phi_{sq} = L_s \cdot I_{sq} + M_{sr} \cdot I_{rq} \end{cases} \quad (\text{II.21})$$

$$\begin{cases} \Phi_{rd} = L_r \cdot I_{rd} + M_{rs} \cdot I_{sd} \\ \Phi_{rq} = L_r \cdot I_{rq} + M_{rs} \cdot I_{sq} \end{cases} \quad (\text{II.22})$$

➤ **Equation du couple électromagnétique [15] :**

$$C_{em} = \frac{pM}{L_r} (\varphi_{rd} I_{sq} - \varphi_{rq} I_{sd}) \quad (\text{II.23})$$

### I.5.2. Choix du référentiel

Il existe trois différents types de référentiels : un lié au rotor, l'autre au stator, et un autre au champ tournant, le choix est lié au type de problème étudié [18-19].

#### I.5.2.1. Référentiel lié au stator :

Ce référentiel est immobile par rapport au stator et est adopté pour l'étude du démarrage et freinage des machines à courant alternatif avec branchement de résistances.

Il est caractérisé par, ( $w_s = 0$ ), donnant les équations électrique suivantes :

$$\begin{cases} V_{sd} = R_s \cdot i_{sd} + \frac{d\Phi_{sd}}{dt} \\ V_{sq} = R_s \cdot i_{sq} + \frac{d\Phi_{sq}}{dt} \end{cases} \quad (\text{II.24})$$

$$\begin{cases} V_{rd} = R_r \cdot i_{rd} + \frac{d\Phi_{rd}}{dt} - w \cdot \Phi_{rq} = 0 \\ V_{rq} = R_r \cdot i_{rq} + \frac{d\Phi_{rq}}{dt} + w \cdot \Phi_{rd} = 0 \end{cases} \quad (\text{II.25})$$

Ce référentiel est également très intéressant dans le cas où l'on veut étudier la variation de la vitesse de rotation avec une fréquence d'alimentation fixe.

### I.5.2.2. Référentiel lié au rotor :

Ce référentiel est immobile par rapport au rotor.

Il est caractérisé par, ( $w_r = 0$ ), donnant les équations électrique suivantes :

$$\begin{cases} V_{sd} = R_s \cdot i_{sd} + \frac{d\Phi_{sd}}{dt} - w \cdot \Phi_{sq} \\ V_{sq} = R_s \cdot i_{sq} + \frac{d\Phi_{sq}}{dt} + w \cdot \Phi_{sd} \end{cases} \quad (\text{II.26})$$

$$\begin{cases} V_{rd} = R_r \cdot i_{rd} + \frac{d\Phi_{rd}}{dt} = 0 \\ V_{rq} = R_r \cdot i_{rq} + \frac{d\Phi_{rq}}{dt} = 0 \end{cases} \quad (\text{II.27})$$

### I.5.2.3. Référentiel lié au champ tournant :

C'est un référentiel immobile par rapport au champ tournant avec ( $w_r = w_s$ ), les équations électriques s'écrivent comme :

$$\begin{cases} V_{sd} = R_s \cdot i_{sd} + \frac{d\Phi_{sd}}{dt} - w_s \cdot \Phi_{sq} \\ V_{sq} = R_s \cdot i_{sq} + \frac{d\Phi_{sq}}{dt} + w_s \cdot \Phi_{sd} \end{cases} \quad (\text{II.28})$$

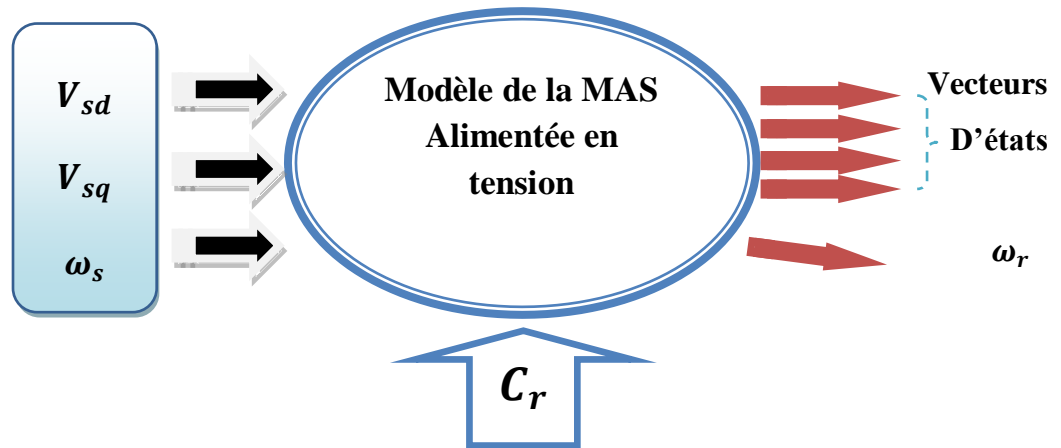
$$\begin{cases} V_{rd} = R_r \cdot i_{rd} + \frac{d\Phi_{rd}}{dt} - (w_s - p\Omega) \cdot \Phi_{rq} = 0 \\ V_{rq} = R_r \cdot i_{rq} + \frac{d\Phi_{rq}}{dt} - (w_s - p\Omega) \cdot \Phi_{rd} = 0 \end{cases} \quad (\text{II.29})$$

## II. 6 Représentation d'état de la machine asynchrone

Une machine asynchrone alimentée en tension, a comme variable de commande, les tensions statorique  $V_{sd}$  et  $V_{sq}$  et comme perturbation le couple résistant  $C_r$  [16].

Elle peut être décrite par plusieurs variables d'état. Notre étude sera limitée à un seul cas représenté par les courants statoriques et les flux rotoriques ( $I_{sd}, I_{sq}, \varphi_{rd}, \varphi_{rq}$ ) [18].





**Figure (II.04) :** Schéma bloc de la machine asynchrone triphasée alimentée en tension

Le modèle mathématique est sous la forme:

$$[\dot{X}] = [A]. [X] + [B]. [U] \quad (\text{II.30})$$

Où:

$[X]$  : Vecteur d'état,  $X = [I_{sd}, I_{sq}, \varphi_{sd}, \varphi_{sq}]^t$

$[U]$  : Vecteur de commande,  $U = [V_{sd}, V_{sq}, 0, 0]^t$

$[A], [B]$  : Matrices liées au contrôle du flux.

Le modèle de la MAS sous forme d'équations d'état dans un référentiel lié au champ tournant peut s'écrire comme suit :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dI_{sd}}{dt} = \frac{1}{\sigma L_s} \left[ - \left( R_s + \frac{M^2 R_r}{L_r^2} \right) I_{sd} + \omega_s \sigma L_s I_{sq} + \frac{M}{T_r L_r} \varphi_{rd} + \omega_r \frac{M}{L_r} \varphi_{rq} + V_{sd} \right] \\ \frac{dI_{sq}}{dt} = \frac{1}{\sigma L_s} \left[ - \left( R_s + \frac{M^2 R_r}{L_r^2} \right) I_{sq} + \omega_s \sigma L_s I_{sd} + \frac{M}{T_r L_r} \varphi_{rq} - \omega_r \frac{M}{L_r} \varphi_{rd} + V_{sq} \right] \\ \frac{d\varphi_{rd}}{dt} = \frac{M}{T_r} I_{sd} - \frac{1}{T_r} \varphi_{rd} + \omega_s \varphi_{rq} \\ \frac{d\varphi_{rq}}{dt} = \frac{M}{T_r} I_{sq} - \frac{1}{T_r} \varphi_{rq} + \omega_s \varphi_{rd} \\ C_{em} = \frac{pM}{L_r} (\varphi_{rd} I_{sq} - \varphi_{rq} I_{sd}) \\ \frac{d\Omega_r}{dt} = \frac{1}{J} C_{em} - \frac{C_r}{J} - \frac{F}{J} \Omega_r \end{array} \right. \quad (II. 31)$$

Avec :

$\sigma: 1 - \frac{M^2}{L_s L_r}$  égale le Coefficient de dispersion

$$R_{sr} = R_s + \frac{M^2}{L_r^2} R_r$$

## II. 7 Simulation et interprétation de MAS

Afin de valider le modèle mathématique de la MAS (modèle décrit auparavant) et de voir le comportement des réponses en courants, couple et vitesse, nous simulons le modèle de la machine raccordée directement au réseau électrique avec l'application d'un couple de charge ( $C_r=30N.m$  à  $t=0.5s$ ).

La structure en schéma-bloc de cette simulation est présentée par la figure ci-dessus :

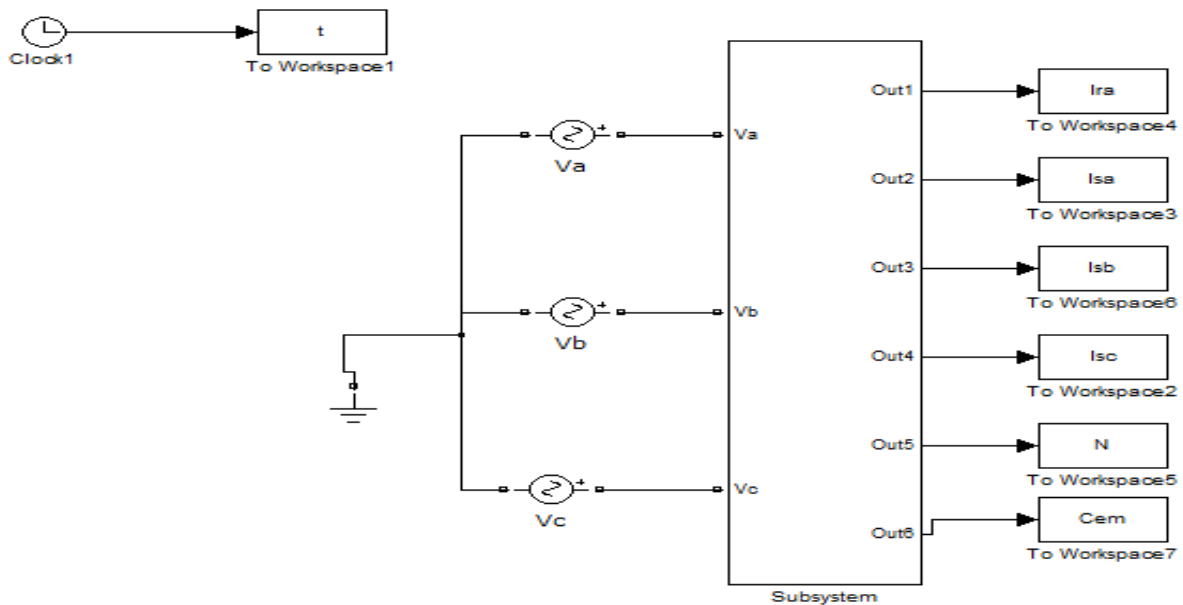
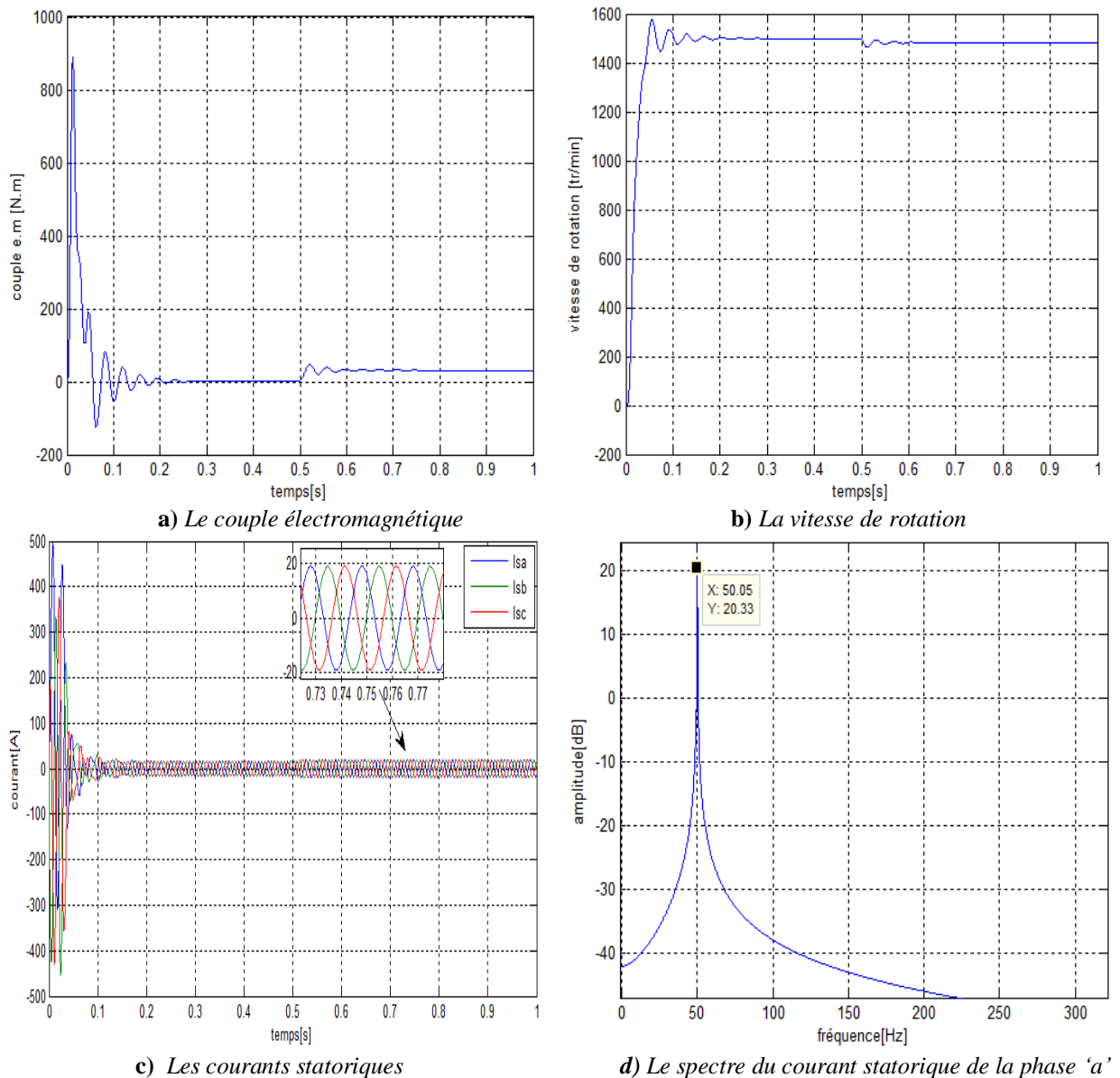


Figure (I.05) Schéma de simulation de la MAS alimentée par le réseau à l'état sain

Les résultats obtenus sont représentés dans la figure I.06 :



**Figure (I.06)** Résultats de simulation de MAS alimentée par réseau à l'état sain avec l'application d'un couple de charge  $C_r=30\text{N.m}$  à  $t=0.5\text{ s}$

La figure (I.06) représente l'évolution du couple électromagnétique de la machine, la vitesse de rotation et les courants statoriques, lors d'un démarrage à vide sous une tension nominale avec une alimentation sinusoïdale équilibrée.

A l'instant  $t = 0.5\text{ [s]}$ , nous procédons à un échelon de couple résistant nominal de  $30\text{Nm}$ .

La figure (I.06, **a**) illustre le couple électromagnétique. Le couple oscille au démarrage avec une pulsation importante et s'annule en régime permanent, lorsqu'on applique une charge il augmente pour prendre la valeur de  $30\text{ Nm}$ .

La figure (I.06, **b**) La montée en vitesse est quasi linéaire au début de démarrage, la vitesse est atteinte proche de  $1500\text{ tr/min}$  et nous remarquons que la forme de la vitesse change de la valeur  $1500\text{ tr/min}$  à la valeur  $1480\text{ tr/min}$  à l'instant d'application de la charge  $t=0.5\text{ s}$ .

La figure (I.06, c) représente les courants statoriques de la MAS, on remarque des pics de courant important au démarrage, lorsque le régime permanent.

La figure (I.06, d) révèle le spectre du courant statorique de la phase a qui contient un seul harmonique à la fréquence 50Hz qui est le fondamental.

- **Fonctionnement avec défauts statoriques**

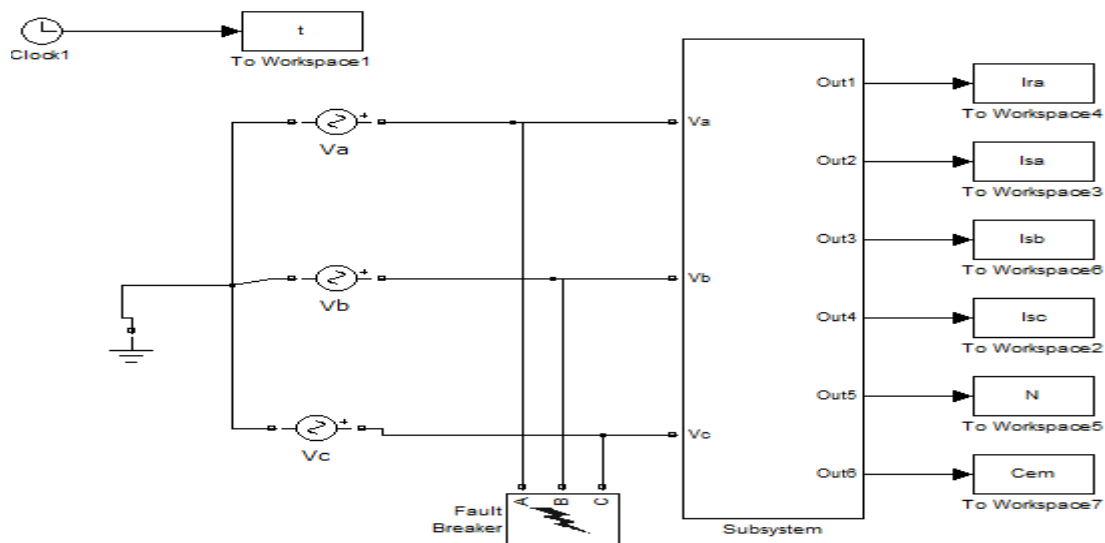
- Cas de court-circuit sur une phase

Pour un bon fonctionnement d'un moteur asynchrone triphasé, il doit être câblé à un système triphasé équilibré avec une tension d'alimentation nominale. Une fois que ces l'une des trois phases sont déconnectées, le courant dans cette phase tend vers zéro qui provoque une surcharge.

Les causes de ce défaut sont multiples parmi celles-ci on peut citer :

- ✓ Un des trois fusibles de protection contre le court-circuit tombe en panne ;
- ✓ Une phase d'alimentation du moteur est en circuit ouvert (coupure d'une phase) ;
- ✓ Un mauvais réglage des dispositifs de protection prévus pour le moteur ;
- ✓ Un contact de puissance de contacteurs est endommagé due à l'oxydation.

On suppose surgir un défaut de court-circuit sur la phase 'a' à  $t = 0.5s$ , La structure en schéma-bloc de cette simulation est présentée par la figure ci-dessus :



**Figure (I.07) :** Schéma de simulation de MAS alimentée par le réseau avec un défaut de court-circuit sur la phase 'a'

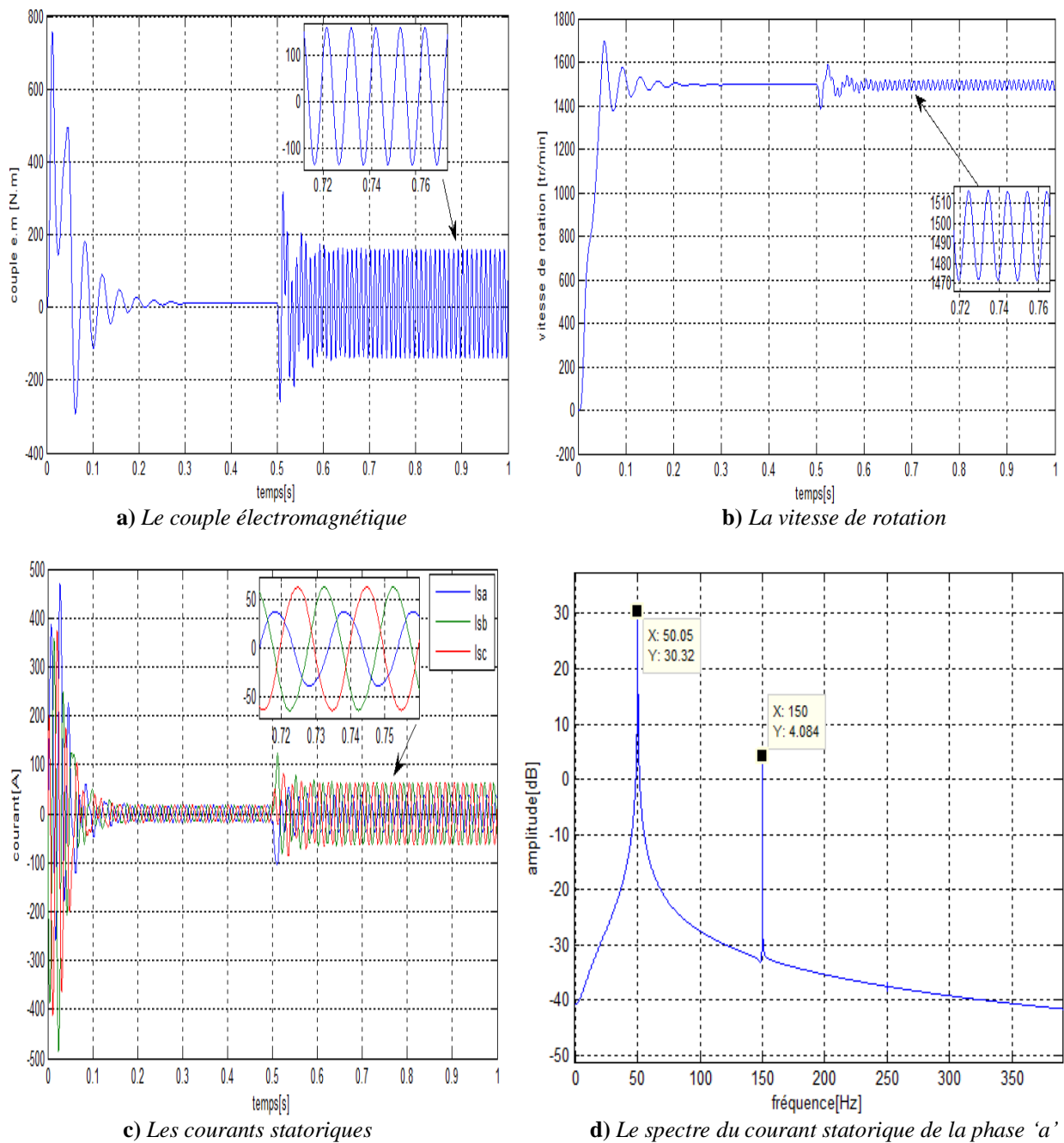
La figure (I.08) représente les évolutions des grandeurs électriques et mécaniques de la MAS en présence de défaut de court-circuit dans la phase 'a'.

Les figures (I.08, a-b) représentent le couple et la vitesse, le couple fait des grandes fortes oscillations

D'après ces résultats de simulation, on constate qu'au cours de fonctionnement du moteur avec deux phases, une augmentation de l'amplitude des oscillations du couple et de la vitesse de rotation.

Le courant circule dans les deux phases est plus grand et une température plus élevée sera générée dans l'enroulement statorique qui provoque un surcharge sur le moteur.

On remarque que le spectre du courant statorique de la phase a contient en plus du fondamentale un autre raie à la fréquence 150 Hz ; qui est l'harmonique caractéristique du défaut statorique (figure (I.08, d)).

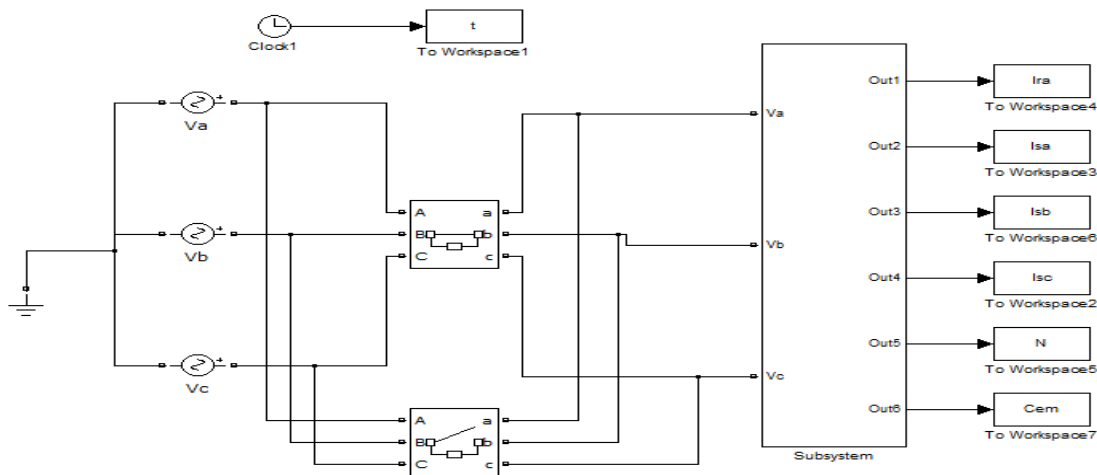


**Figure (I.08)** Résultats de simulation de la MAS avec un défaut de court-circuit dans la phase 'a' avec l'application d'un couple de charge  $Cr=30N.m$  à  $t=0.5 s$

- MAS en présence de défaut d'inversion des deux phases d'alimentation:

Le défaut d'inversion de phase est simulé sous MATLAB/SIMULINK en changeant deux phases quelconques à partir de la séquence normale L1, L2 et L3 à l'instant  $t = 0.25$  s et avec un couple de charge 30 Nm.

Le modèle de simulation est présenté sur la Figure I. 09 :



*Figure (I. 09) Modèle de simulation d'inversement de deux phases d'alimentation*

Les résultats de simulation sont présentés dans la Figure III.10, on observe que le moteur tourne dans le sens inverse (vitesse négative dans la simulation).

La figure (I.10) représente l'évolution du couple électromagnétique de la machine, la vitesse de rotation et les courants statoriques, lors d'un démarrage à vide sous une tension nominale avec une alimentation sinusoïdale équilibrée.

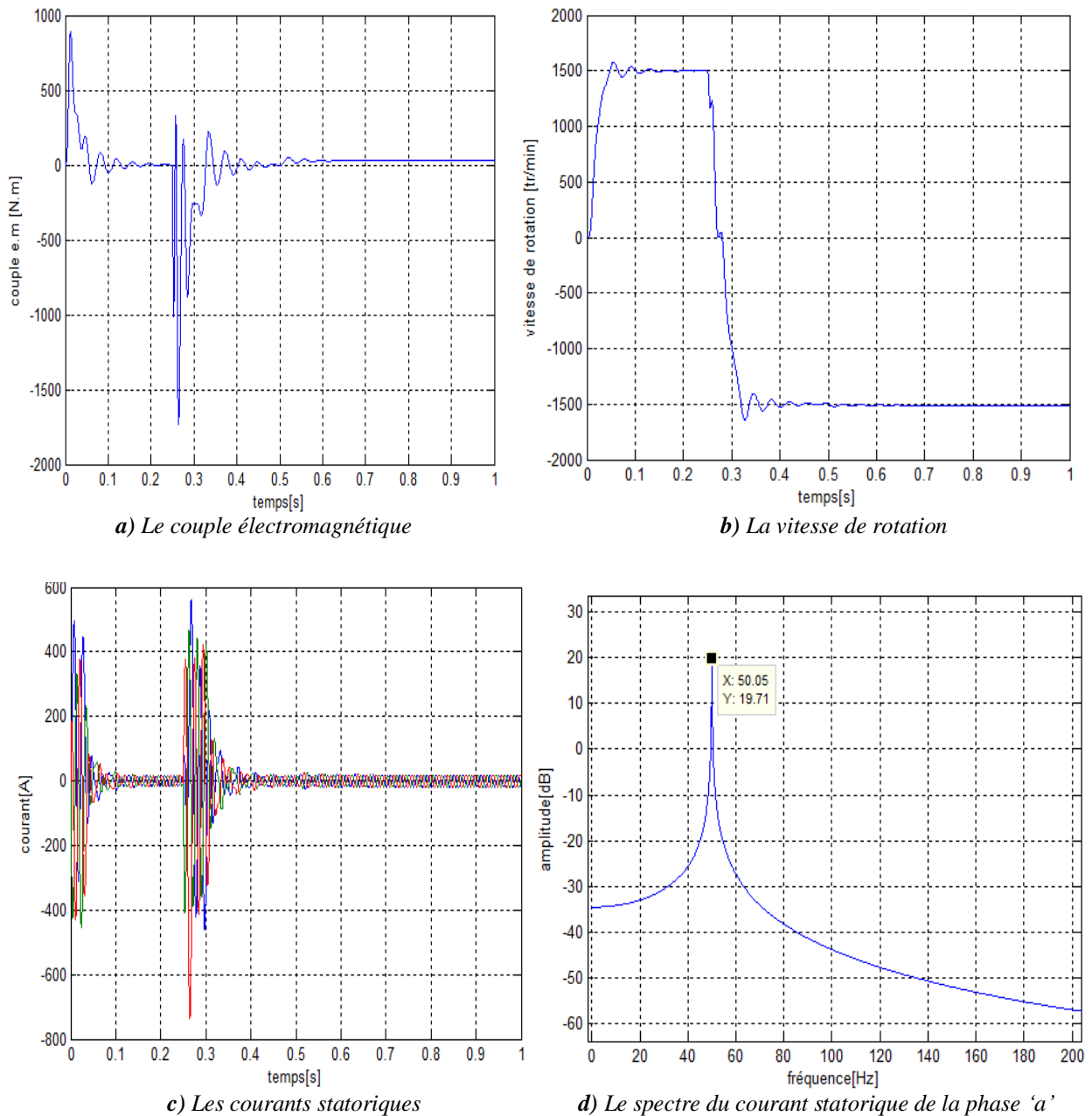
La figure (I.10, **a**) illustre le couple électromagnétique. Le couple oscille au démarrage avec une pulsation importante et s'annule en régime permanent jusqu'à l'instant  $t=0.25$  [s] lorsqu'on inverse les deux phases L1 et L2 il descend pour prendre la valeur de  $-1500$  N.m pendant une seconde, après on remarque que le couple prends la valeur de le couple de charge 30 Nm.

A partir de la figure (I.10, **b**), on remarque à l' instant où inverse les deux phases, le sens de la vitesse s'inverse aussi.

On remarque que les courants statoriques de la MAS, contient des pics de courant important au moment de l'inversement de L1 et L2 (figure (I.10, **c**)).

Avec ce type de fonctionnement de la machine le spectre du courant statorique de la phase a ne révèle que le fondamental (figure (I.10, **d**)).

Avec ce type de fonctionnement l'analyse spectrale ne donne pas d'information sur ce type de défaut.



**Figure (I.10)** Résultats de simulation durant une inversion de deux phases L2 et L3 à  $t=0.25$  s avec l'application d'un couple de charge  $Cr=30N.m$  à  $t=0.5$  s

## I.8 conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté la modélisation du moteur asynchrone alimenté par une source de tension sinusoïdale triphasée et équilibrée à fréquence constante établi sous des hypothèses simplificatrices, la modélisation basé sur des équations électriques, mécaniques et magnétiques.

Ensuite nous avons simulé le fonctionnement du moteur asynchrone en présence de défaut (défaut de court-circuit et défaut de d'inversion des deux phases d'alimentation), pour la

détection des défauts étudiés dans notre travail, on a adopté une technique de traitement de signal qui est l'analyse du spectre du courant statorique par la transformation de Fourier rapide FFT.