# II.1. Introduction

L'étude de tout système physique nécessite une modélisation. Celle-ci nous permet de simuler le comportement de ce système suite aux différentes sollicitations et d'appréhender ainsi les mécanismes régissant son fonctionnement.

Dans le présent chapitre, nous allons décrire et modéliser tous les différents éléments en rapport avec notre chaine de pompage solaire à partir de la réception des photons solaires jusqu'à leur transformation en énergie électrique via les panneaux photovoltaïque et l'utilisation de cet énergie par un système de pompage en utilisant différentes types de machine à courant-alternatif.

L'électricité fournit par les générateurs PV est de nature continue alors que nous voulons alimenter une machine à courant-alternatif, ce pour quoi il est important au préalable de faire un recours aux différents convertisseurs statiques tel que le hacheur et l'onduleur pour assurer cette transformation et avoir une énergie convenable à l'entrainement de notre machine et donc de la pompe.

Tous ses éléments rassemblés seront commandés par la technique MPPT que nous allons également détailler clairement.

# II.2. Modélisation du générateur PV

Un générateur photovoltaïque permet une conversion convenable d'énergie solaire en énergie électrique sous forme de tension et de courant continu, variable selon l'influence de l'éclairement et la température.

Pour développer un circuit équivalent précis pour une cellule PV, il est nécessaire de comprendre la configuration physique des éléments de la cellule aussi bien que les caractéristiques électriques de chaque élément. Dans notre cas nous avons utilisé le modèle à diode qui permet de donner le comportement global en termes de puissance fournie.

# II.2.1Cas d'une cellule idéale

Dans le cas idéal, la cellule d'une jonction PN soumise à l'éclairement photovoltaïque connecté à une charge peut être schématisée par un générateur de courant  $I_{ph}$  en parallèle avec une diode délivrant un courant selon la figure (II.1), qui représente le circuit équivalent d'une cellule solaire idéale [11].



Figure (II.1): Schéma équivalent d'une cellule idéale.

◆ Les équations retenues de ce modèle sont:

$$I_{pv} = I_{ph} - I_d \tag{II.1}$$

• Le courant  $I_{ph}$  est assimilé au courant  $I_{sc}$  avec  $V_{pv}=0$ , courant de court-circuit obtenu en court ci cuitant la charge.

$$I_{ph} = I_{sc} = \frac{E}{E_{ref}}$$
(II.2)

E: L'éclairement absorbé par la cellule

 $E_{ref}$ : L'éclairement de référence (1000 w/m2)

$$I_d = I_0 (e^{\frac{V_d}{V_t}} - 1)$$
(II.3)

 $I_o$ : Courant de saturation inverse de la diode

$$V_t = \frac{NKT}{q} \tag{II.4}$$

 $V_t$ : Tension thermique

- N : Facteur d'idéalité de la photopile
- K : Constant de Boltzmann (1,38.10-23J/K)
- **q** : Charge de l'électron (1,6.10 -19C)

### II.2.2Cas d'une cellule réelle

Le schéma équivalent de la cellule photovoltaïque réelle tient compte d'effets résistifs parasites dues à la fabrication et représenté sur la figure (II.2). Ce schéma équivalent est constitué d'une diode (d) caractérisant la jonction, une source de courant ( $I_{ph}$ ) caractérisant le photo-courant, une résistance série ( $R_s$ ) représentant les pertes par effet Joule, et une résistance shunt ( $R_{sh}$ ) caractérisant un courant de fuite entre la grille supérieure et le contact arrière qui est généralement très supérieure à ( $R_s$ ) [14].



Figure (II.2): Schéma équivalent d'une cellule photovoltaïque réelle.

Dans notre travail, nous avons utilisé le modèle mathématique du module solaire exponentiel simple.

• Le courant de sortie d'une cellule photovoltaïque se met sous la forme mathématique suivante:

$$I_{pv} = I_{ph} - I_d - I_p \tag{II.5}$$

Ipv: Courant générer par la cellule photovoltaïque

 $I_{ph}$ : Photo courant créé par la cellule (proportionnel au rayonnement incident)

Id: Le courant circulant dans la diode.

$$I_d = I_0 (e^{\frac{V_d}{V_t}} - 1)$$
(II.6)

$$I_0 = I_{0r} \left( \left( \frac{T}{T_n} \right)^3 e^{\left[ \frac{E_g}{BK} \left( \frac{1}{T_n} - \frac{1}{T} \right) \right]} - 1 \right)$$
(II.7)

 $I_{0r}$ : est le courant de court- circuit de la cellule à la température de référence Tn et l'éclairement de référence

T: Température de la jonction des cellules PV [°K]

T<sub>n</sub> : Température de référence des cellules PV [°K]

B : facteur d'idéalité de la jonction

Eg: Énergie de gap [ev]

R<sub>s</sub>: Résistance série symbolise la résistance de masse du matériau semi- conducteur, ainsi les résistances ohmiques et de contact au niveau des connexions des cellules.

 $V_{pv}$ : La tension de sortie

I<sub>p</sub>: Le courant circulant dans la résistance R<sub>p</sub>

R<sub>p</sub>: Résistance shunt représente les fuites autour de la jonction p-n dues aux impuretés et sur les coins de la cellule.

Les résistances R<sub>s</sub> et R<sub>p</sub> sont calculées par une boucle de programmation voir l'annexe.

En substituant les équations (II.6 ; II.7) dans l'équation (II.5) le courant I<sub>pv</sub> devient Donc:

$$I_{pv} = I_{ph} - I_0 \left[ e^{\left(\frac{V_{pv} + I_{pv} \cdot R_s}{V_t}\right)} - \frac{V_{pv} + I_{pv} \cdot R_s}{R_p} \right]$$
(II.8)

#### **II.3.** Fonctionnement optimal du PV

La conception du système photovoltaïque optimisé est par nature difficile. En effet, coté source, pour un générateur photovoltaïque, la production de puissance varie fortement en fonction de l'éclairement, de la température, mais aussi du vieillissement globale du système. Coté charge que ce soit de nature continue (DC), ou alternative (AC), comme le réseau électrique, chacune a son comportement propre qui peut être aléatoire. Pour que le générateur fonctionne le plus souvent dans son régime optimal, la solution communément adaptée est alors d'introduire un convertisseur statique qui jouera le rôle d'adaptateur source-charge.

Dans des conditions données, c'est au point de puissance maximale de la caractéristique puissance en fonction de la tension que l'on exploite au mieux la puissance crête installée.

Pour assurer le fonctionnement d'un générateur photovoltaïque à son point de puissance maximale (PPM), des contrôleurs MPPT sont souvent utilisés. Ces contrôleurs sont destinés à

minimiser l'erreur entre la puissance de fonctionnement et la puissance maximale de référence variable en fonction des conditions climatiques.

La puissance de fonctionnement du générateur PV est facilement calculée à partir du produit tension-courant. Par contre, la détermination de la puissance maximale de référence est plus délicate vue que cette dernière est fonction des conditions climatiques (éclairement, température). Cette référence, étant alors non constante et étant caractérisée par une fonction non linéaire rend le fonctionnement à puissance maximale plus difficile à réaliser. Afin de résoudre ce problème des méthodes numériques utilisant des outils informatiques sont exploitées.

## II.4. La commande MPPT

Un MPPT, (Maximum Power Point Tracker) est un principe permettant de suivre, comme son nom l'indique, le point de puissance maximale d'un générateur électrique non linéaire. Les systèmes MPPT sont généralement associés avec les générateurs photovoltaïques ou encore avec les générateurs éoliens [12].

# II.4.1 Suivi de la puissance maximale du générateur photovoltaïque

La poursuite du point maximum de la puissance (MPPT) est une partie essentielle dans les systèmes photovoltaïques. Plusieurs techniques sont développées depuis 1968 date de publication de la première loi de commande de ce type adaptées à une source d'énergie renouvelable de type PV. Ces techniques se différent entre eux par leur complexité, nombre de capteurs requis, la vitesse de convergence, coût, rendement et domaine d'application [12].

# II.4.2 Principe du MPPT

Par définition, une commande MPPT, associée à un étage intermédiaire d'adaptation, permet de faire fonctionner un générateur PV de façon à produire en permanence le maximum de sa puissance. Ainsi, quelques soient les conditions météorologiques (température et l'éclairement), la commande du convertisseur place le système au point de fonctionnement maximum (Vmpp, Impp) [12].

L'adaptation d'impédance est souvent sous forme d'un convertisseur DC – DC comme représenté sur la figure (II.3).



Figure (II.3) : Chaîne de conversion d'énergie solaire comprenant une commande MPPT.

La technique de contrôle communément utilisée consiste à agir sur le rapport cyclique de manière automatique pour amener le générateur à sa valeur optimale de fonctionnement quelques soient les instabilités météorologiques ou variations brutales de charges qui peuvent survenir.

La figure (II.4) illustre trois cas de perturbations. Suivant le type de perturbation, le point de fonctionnement bascule du point de puissance maximal PPM1 vers un nouveau point P1 de fonctionnement plus ou moins éloigné de l'optimum.

- Pour une variation d'ensoleillement (cas a), Il suffit de réajuster la valeur du rapport cyclique pour converger vers le nouveau point de puissance maximum PPM2.
- Variations de température de fonctionnement du GPV (cas c).Bien qu'il faille également agir au niveau de la commande.
- Pour une variation de charge (cas b).

On peut également constater une modification du point de fonctionnement qui peut retrouver une nouvelle position optimale grâce à l'action d'une commande.

En résumé, le suivi du PPM réalisé au moyen d'une commande spécifique nommée MPPT agit essentiellement sur le rapport cyclique du convertisseur statique (CS) pour rechercher et atteindre le PPM du GPV. Il existe plusieurs principes de fonctionnement des commandes MPPT plus ou moins performantes basées sur les propriétés du GPV [13].



Figure (II.4) : Recherche et recouvrement du Point de Puissance Maximale a) suite à une variation d'éclairement, b) suite à une variation de charge, c) suite à une variation de température.

## II.4.3 Classification des algorithmes suiveurs de la puissance maximale

La classification des algorithmes du suiveur peut être basée sur la fonction des techniques ou des stratégies de commande utilisées. Ainsi, deux catégories peuvent être présentées:

Les méthodes indirectes :

- La méthode de la tension de circuit ouvert du générateur
- La méthode de court-circuit

Les méthodes directes :

- La méthode Perturbe & Observe (P&O)
- La méthode incrémentation de la conductance

# II.4.4 La méthode de perturbation et observation (P & O)

C'est l'algorithme de poursuite du point de puissance maximale (PPM) le plus utilisé, et comme son nom l'indique il est basé sur la perturbation du système par l'augmentation ou la diminution de la tension de référence, ou en agissant directement sur le rapport cyclique du convertisseur (DC-DC), puis l'observation de l'effet sur la puissance de sortie en vue d'une éventuelle correction de ce rapport cyclique (D).

Si la valeur de la puissance actuelle du générateur est supérieure à la valeur précédente alors on garde la même direction de perturbation précédente sinon on inverse la perturbation du cycle précédent.

L'organigramme de l'algorithme de perturbation et de l'observation (P & O) est donné par la Figure (II.5) [8].



D : rapport cyclique.

Figure (II.5) : Algorithme de perturbation et de l'observation (P et O)

## II.4.5 Evolution du point d'opération du générateur PV

Nous devons chercher le point de puissance maximale, pour cela, nous comparons un point de puissance (P2) mesuré à l'instant (t) avec un point de puissance (P1) mesuré à l'instant (t-I) (figure II.6).

- Si P1<P2, la dérivée est positive, cela signifie que nous nous rapprochons du point de puissance maximal.
- Si la dérivée de puissance est négative, cela veut dire que nous avons dépassé le point de puissance maximal.

Les commandes MPPT présentant finalement un bon compromis de rendements en statique et dynamique mais aussi de robustesse sont basées sur une continuelle évaluation de la puissance et une comparaison avec l'état à l'instant précédent.



Figure (II.6) : Principe de fonctionnement d'une commande MPPT.

Cependant, pour la plupart des commandes MPPT, pour arriver à converger dans de bonnes conditions, quel que soit l'algorithme, il faut que les courbes de puissance délivrées par le générateur soient constantes ou lentement variables. Si cette hypothèse n'est pas respectée (changements brutaux des conditions de fonctionnement) le système peut diverger.

Nous avons répertorié les différents problèmes qui peuvent survenir :

La puissance délivrée par le générateur peut présenter plusieurs maximums. Cela peut se produire, en particulier, lorsque les diodes de protections (diodes by-pass) des cellules PV associées en série et ou en parallèle se ferment.

Des changements brutaux d'éclairement et de charge peuvent survenir à tout moment sans que la fréquence de ces changements soit prévisible. Ainsi, le générateur peut à tout instant avoir sa courbe de puissance modifiée et donc son PPM comme l'illustre la figure (II.7).Le point de fonctionnement (P1) se trouve sur la partie montante de la courbe de puissance avant le changement d'éclairement. Suite à la variation d'éclairement, le point de fonctionnement passe de P1 à P2 qui se trouve sur la courbe de puissance 2. En comparant la puissance P2 et P1, on en déduit une dérivée négative, donc on inverse le sens de poursuite pensant avoir dépassé le point de puissance maximum, ici la commande MPPT perd momentanément le PPM. De plus, le changement du sens de la poursuite fait éloigner encore plus le point d'opération du PPM.



Figure (II.7) : Changement d'éclairement et conséquence sur les courbes de puissance d'un générateur PV ainsi que sur l'adaptation source-charge.

## **II.5.** Les Hacheurs

Le hacheur est un convertisseur continu/continu permettant de convertir une énergie continue à un niveau donné de tension (ou de courant) en une énergie continue à un autre niveau de tension (ou de courant). Son utilisation s'avère nécessaire pour stocker l'énergie photovoltaïque dans des batteries, ou pour alimenter une charge continue [15].

Le hacheur se compose de condensateurs, d'inductance et de commutateurs. Dans le cas idéal, tous ces dispositifs ne consomment aucune puissance active, c'est la raison pour laquelle on a de bons rendements dans les hacheurs.

Les hacheurs sont des convertisseurs continus qui procèdent par découpage d'une grandeur d'entrée continue, tension ou courant et dont la grandeur de sortie est également continue ou à faible ondulation [2].



Figure (II.8) : Symbole d'un convertisseur DC-DC.

# **II.5.1** Type des hacheurs

Nous traitons dans cette partie des convertisseurs unidirectionnels en courant et en tension. Cela implique que la fluence d'énergie ne peut se faire, au sein du convertisseur, que dans un seul sens. Cela revient également à considérer:

- des sources de tension non réversibles, unidirectionnelles en courant.
- des sources de courant non réversibles, unidirectionnelles en tension.

Cela conduit à L'étude des convertisseurs DC-DC les plus simples qui puissent être. Dans ce cadre, on distingue deux familles de convertisseurs statiques (ou hacheurs).

- hacheur abaisseur (ou buck).
- hacheur élévateur (ou boost)[8].

Pour notre cas nous allons utiliser le hacheur élévateur (boost) qui sera détaillé dans la suite et insérer dans la chaine de conversion dans le troisième chapitre.

## II.5.2 Modélisation d'un hacheur Boost

C'est un convertisseur direct DC-DC. La source d'entrée est de type courant continu (inductance en série avec une source de tension) et la charge de sortie est de type tension continue (condensateur en parallèle avec la charge résistive). L'interrupteur K peut être remplacé par un transistor puisque le courant est toujours positif et que les commutations doivent être commandées (au blocage et à l'amorçage) [8]. Connu aussi sous le nom de « boost » ou hacheur parallèle ; son schéma de principe de base est celui de la figure (II.9).

Son application typique est de convertir sa tension d'entrée en une tension de sortie supérieure.



Figure (II.9) : Schéma électrique d'un hacheur boost

## **II.5.2.1** Fonctionnement

Quand l'interrupteur est fermé pendant la durée, le courant dans l'inductance croît linéairement. La tension aux bornes de K est nulle. Pendant le temps, l'interrupteur s'ouvre et l'énergie emmagasinée dans l'inductance commande la circulation du courant dans la diode de roue libre D. En écrivant que la tension aux bornes de l'inductance est nulle, on arrive à [8].



Figure (II.10) : Chronogrammes de courant et tension d'un hacheur boost.

### II.5.2.2 Modèle mathématique équivalent

Afin de pouvoir synthétiser les fonctions du hacheur survolteur à l'état d'équilibre, il est nécessaire de présenter les schémas équivalents du circuit à chaque position de l'interrupteur K. celui de la figure (II.11) présente le circuit équivalent du boost lorsque K est fermé c.-à-d. d'entre  $[0,\alpha T_e]$  [8].



Figure (II.11) : Schéma électrique d'un hacheur boost fermé.

Lorsqu'on applique la loi de Kirchhoff sur le circuit ci-dessus on aura les équations suivantes:

$$I_{C1}(t) = C_1 \frac{dV_i(t)}{dt} = I_i(t) - I_L(t)$$
(II.10)

$$I_{C2}(t) = C_2 \frac{dV_0(t)}{dt} = -I_0(t)$$
(II.11)

$$V_L(t) = L \frac{dI_L(t)}{dt} = V_i(t) \tag{II.12}$$

L'état ouvert de l'interrupteur K, le circuit équivalent au fonctionnement du Boost est le suivant:



Figure (II.12) : Schéma électrique d'un hacheur boost ouvert.

$$I_{C1}(t) = C_1 \frac{dV_i(t)}{dt} = I_i(t) - I_L(t)$$
(II.13)

$$I_{C2}(t) = C_2 \frac{dV_0(t)}{dt} = I_L(t) - I_0(t)$$
(II.14)

$$V_L(t) = L \frac{dI_L(t)}{dt} = V_i(t) - V_0(t)$$
(II.15)

#### **II.6.** Les onduleurs

Un onduleur est un convertisseur statique assurant la conversion d'énergie électrique de la forme continue (DC) à la forme alternative (AC). En fait, cette conversion d'énergie est satisfaite au moyen d'un dispositif de commande (semi-conducteurs). Il permet d'obtenir aux bornes du récepteur une tension alternative réglable en fréquence et en valeur efficace, en utilisant ainsi une séquence adéquate de commande [23].

#### II.6.1 Principe de fonctionnement d'un onduleur

Un onduleur est un dispositif électronique assurant la conversion statique d'une tension/courant continu en tension /courant alternatif. Il est dit autonome s'il assure de luimême sa fréquence et sa forme d'onde .Deux types d'onduleurs sont donc utilisés pour assurer une telle conversion [11].

- Onduleur Monophasé.
- Onduleur Triphasé.

#### II.6.2 Modélisation d'un onduleur triphasé

L'état des interrupteur, supposés parfaits peuvent être définit par trois grandeurs booléennes de commande  $S_i(i = a, b, c)$ :

- $S_i = 1$ : le cas où l'interrupteur de haut est fermé et celui d'en bas ouvert.
- $S_i = 0$ :le cas où l'interrupteur de haut est ouvert et celui d'en bas fermé.

Dans ces conditions on peut écrire les tensions  $V_{io}$  en fonction des signaux de commande  $S_i$  et en tenant compte du point fictif «o » représenter par (figure II.13) :



Figure (II.13): Circuit de fonctionnement de l'onduleur triphasé.

$$V_{io} = V_{dc} \left( S_i - \frac{1}{2} \right) \tag{II.16}$$

Soit « n » le point neutre du coté alternatif (MAS), alors les trois tensions composées :  $V_{ab}$ ,  $V_{bc}$  et  $V_{ca}$  sont définies par les relations suivantes :

$$\begin{cases} V_{ab} = V_{an} - V_{bn} \\ V_{bc} = V_{bn} - V_{cn} \\ V_{ca} = V_{cn} - V_{an} \end{cases}$$
(II.17)

La charge constituée par la machine est équilibrée ( $V_{an}+V_{bn}+V_{cn}=0$  ), on aura donc

$$\begin{cases}
V_{an} = \frac{1}{3}(V_{ab} - V_{ac}) \\
V_{bn} = \frac{1}{3}(V_{bc} - V_{ab}) \\
V_{cn} = \frac{1}{3}(V_{ca} - V_{bc})
\end{cases}$$
(II.18)

En faisant apparaitre le point « o », les tensions entre phases peuvent aussi s'écrire :

$$\begin{cases} V_{ab} = V_{ao} - V_{bo} \\ V_{bc} = V_{bo} - V_{co} \\ V_{ca} = V_{co} - V_{ao} \end{cases}$$
(II.19)

En remplaçant (II.14) dans (II.13) on obtient :

$$\begin{bmatrix} V_{an} \\ V_{bn} \\ V_{cn} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{ao} \\ V_{bo} \\ V_{co} \end{bmatrix}$$
(II.20)

Des relations suivantes :

$$\begin{cases} V_{ao} = V_{an} + V_{no} \\ V_{bo} = V_{bn} - V_{no} \\ V_{co} = V_{cn} - V_{no} \end{cases}$$
(II.21)

On peut déduire le potentiel entre les points n et o :

$$V_{no} = \frac{1}{3} (V_{ao} + V_{bo} + V_{co})$$
(II.22)

L'utilisation de l'expression (II.15) permet d'établir les équations instantanées des tensions simples en fonction des grandeurs de commande :

$$\begin{bmatrix} V_{an} \\ V_{bn} \\ V_{cn} \end{bmatrix} = \frac{V_{dc}}{3} \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_a \\ S_b \\ S_c \end{bmatrix}$$
(II.23)

### II.6.3 Stratégies de commande de l'onduleur

Deux types de commandes rapprochées des convertisseurs statiques sont principalement mis en œuvre : la commande par hystérésis et la commande MLI.

Dans notre travail nous allons utiliser la commande MLI, la figure suivante représente le principe d'un onduleur de tension commandé par la technique de modulation de largeur d'impulsion (MLI).



Figure (II.14) : Schéma de principe d'un onduleur à MLI

# II.6.4 Modulation de largeur d'impulsion sinus-triangle

La MLI consiste à comparer un signal triangulaire (porteuse) de fréquence fp avec un signal sinusoïdal (référence) de fréquence f(fp >> f), l'intersection de ces deux signaux définit les instants de commande des interrupteurs [20]. La figure (II.15) résume cette technique.



Figure (II.15) Tension d'entrée et de sortie de l'onduleur

Deux paramètres caractérisent la commande :

- L'indice de modulation m, est égal au rapport de fréquence de la modulation et de la référence *fp/f*.
- Le coefficient de réglage en tension r, est égal au rapport de l'amplitude de la tension de référence à la valeur de crête Up de l'onde de modulation [20].

# II.7. La machine synchrone á aimants permanents

La modélisation de la MSAP fait l'objet de nombreuses études en moyenne et forte puissance. La mise sous forme d'un modèle mathématique d'une MSAP facilite largement son étude.

Les phénomènes physiques inhérents au fonctionnement du système peuvent être partiellement ou totalement pris en compte dans un modèle. Ils découlent plusieurs niveaux de modélisation liés aux hypothèses simplificatrices associées. Plus le nombre des hypothèses est grand, plus le modèle nous permet à une étude et une exploitation plus aisée même si l'on affecte la précision du modèle. Ces simplifications proviennent des propriétés des machines à courants alternatifs. [16] [17].

Dans ce but, on adopte les suppositions suivantes :

- Le circuit magnétique de la machine est non saturé
- répartition sinusoïdale de la F.E.M
- l'effet de la température sur les résistances est négligeable

- l'hystérésis et les courants de Foucault sont négligeables
- l'effet de peau qui augmente les résistances et réduit les inductances est négligeable
- l'entrefer est d'épaisseur uniforme
- l'effet d'encoche n'est pas pris en compte

## **II.7.1** Principe de La transformation de Park

La transformation directe de Park, est définie par la matrice [P]. Aux vecteurs originaux

 $[V_{abc}]$ ,  $[I_{abc}]$ ,  $[\emptyset_{abc}]$ , la transformation de Park, fait correspondre les vecteurs  $[V_{dqo}]$ ,  $[I_{dqo}]$ ,  $[\emptyset_{dqo}]$ , la transformation de Park, est appliquée de manière identique au vecteur de tensions, de courants et de flux  $[x_{dqo}] = [x_d x_q x_o]^T$ .

Le vecteur  $x_o$  représente la composante homopolaire, normale au plan forme par les vecteurs  $x_a, x_b$  et  $x_c$  les vecteurs  $x_d$  et  $x_q$  représentent les vecteurs diphasés qui correspondent aux vecteurs  $x_a, x_b$  et  $x_c$ . La transformation de Park, est définie par :

$$[x_{abc}] = [P][x_{dqo}] \tag{II.24}$$

$$[x_{dqo}] = [P]^{-1} [x_{abc}]$$
(II.25)

Tel que : [P] et  $[P]^{-1}$  sont les matrices de passage direct et inverse, elles sont données par :

$$[P(\theta)] = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta - \frac{4\pi}{3}) \\ -\sin(\theta) & -\sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$$
(II.26)

Ou  $\theta$  correspond à la position du repère choisi pour la transformation

$$[P(\theta)]^{-1} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos(\theta - \frac{4\pi}{3}) & -\sin(\theta - \frac{4\pi}{3}) & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$$
(II.27)

Le passage des composantes ( $\alpha\beta$ ) aux composantes (dq) est donné par une matrice de rotation exprimée par :

$$[R] = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta\\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$$
(II.28)

La mise en équation des moteurs synchrones triphasés aboutit à des équations différentielles à coefficients variables. L'étude analytique du comportement du système est alors laborieuse,

vu le grand nombre de variable, on utilise des transformations mathématiques qui permettent de décrire le comportement du moteur à l'aide des équations différentielles à coefficients constants. La transformation de Park, permet de passer d'une représentation dans le repère triphasé (a, b, c) à une représentation dans un repère dit de Park, à axes orthogonaux (d, q, o).

En se basant sur les hypothèses simplificatrices, et en appliquant la transformation de Park au stator et au rotor, on peut exprimer l'ensemble des relations de la machines dans ce repère .Le repère (d,q,o) est a priori quelconque ,on peut ainsi considérer qu'il tourne à une vitesse arbitraire. Des choix plus ou moins pertinents peuvent être faits en fonction du repère auquel on lie la représentation de Park (d, q) [17] [18]

A un système triphasé quelconque (a, b, c) on associe un système biphasé (d, q, o) donnant le même champ tournant dans la MSAP, les aimants sont représentés par un inducteur au rotor alimenté par une source de courant continu parfaite, comme le montre la figure suivante :



Figure (II.16): Schéma équivalent de la MSAP dans le repère d, q liée au rotor

D'après le schéma de la figure (II.16) on donne les équations de la machine synchrone liée au rotor :

$$[V_s] = [R_s][I_s] + \frac{d}{dt} [L_{sd}I_{sd} + \phi_f]$$
(II.29)

 $[V_s], [I_s], [\emptyset_s]$  vecteur tension, vecteur courant et flux du stator

Tel que :

$$[R_s] = \begin{bmatrix} R_s & 0 & 0\\ 0 & R_s & 0\\ 0 & 0 & R_s \end{bmatrix}$$
(II.30)

$$\begin{bmatrix} V_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_f \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} L_f I_f \end{bmatrix}$$
(II.31)

Tel que :

$$\begin{bmatrix} R_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_f & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} V_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_f \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} I_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_f \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$
(II.32)

Où  $\theta = p\theta_m$  est l'angle électrique et  $\theta_m$  est la position mécanique du rotor par rapport au stator, [L<sub>s</sub>] est la matrice des inductances statorique [19].

On peut remarquer que les flux s'expriment en fonction de deux courants l'un est statorique et l'autre est rotorique, ce qui implique un couplage entre les grandeurs du stator et du rotor.

Ce couplage est à la base des non linéarités du moteur synchrone. La stratégie des commandes modernes telle que la commande vectorielle, et la DTC, est de découpler les grandeurs électriques du moteurs afin de disposer de variables de contrôle indépendantes.

#### **II.7.2 Equation du couple électromagnétique**

Le couple électromagnétique  $C_{em}$  est exprimé par la dérivée partielle de stockage d'énergie électromagnétique par rapport à l'angle géométrique de rotation du rotor [18]:

$$C_{em} = \frac{dW_e}{d\theta_{geo}} = P \frac{dW_e}{d\theta_e} \tag{II.33}$$

We : Énergie emmagasinée dans le circuit magnétique.

 $\theta_{geo}$ : Écart angulaire de la partie mobile (rotor par rapport au stator)

P : nombre de paire de pole

Donc l'expression de la puissance est :

$$P(t) = (V_a I_a + V_b I_b + V_c I_c)$$
(II.34)

Selon PARK, l'expression de la puissance transmise est la suivante :

$$P(t) = \frac{3}{2} \left( V_{sd} I_{sd} + V_{sq} I_{sq} \right)$$
(II.35)

En remplaçant  $V_{sd}$  et  $V_{sq}$  par leurs expressions on aura :

$$P(t) = \frac{3}{2} \left( R_s I_{sd}^2 + R_s I_{sq}^2 \right) + \frac{3}{2} \left( I_{sd} \frac{d\phi_{sd}}{dt} + I_{sq} \frac{d\phi_{sq}}{dt} \right) + \frac{3}{2} \frac{d\phi}{dt} \left( \phi_{sd} I_{sq} + \phi_{sq} I_{sd} \right)$$
(II.36)

Avec :

 $\frac{3}{2}(R_s I_{sd}^2 + R_s I_{sq}^2)$ : La puissance dissipée en pertes joules dans les enroulements du stator.

 $\frac{3}{2}\left(I_{sd}\frac{d\phi_{sd}}{dt} + I_{sq}\frac{d\phi_{sq}}{dt}\right)$ : La variation de l'énergie magnétique emmagasinée dans les enroulements du stator.

 $\frac{3}{2}\frac{d\phi}{dt}(\phi_{sd}I_{sq} + \phi_{sq}I_{sd}):$  Représente la puissance électromagnétique transmise au rotor

Sachant que :

$$\begin{cases} \omega = p\Omega \ et \ P_{em} = C_{em}\Omega \\ C_{em} = \frac{3}{2} (\phi_{sd}I_{sq} - \phi_{sq}I_{sd}) = \frac{3}{2} p [(L_{sd} - L_{sq})I_{sd}I_{sq} + \phi_f I_{sq}] \end{cases}$$
(II.37)

## **II.7.3 Equation Mécanique**

$$J\frac{d\Omega}{dt} + f\Omega = C_{em} - C_r \tag{II.38}$$

#### II.7.4 Equations électriques d'un enroulement triphasé dans le repère de Park. (dq)

On peut représenter la machine synchrone à aimant permanant par un circuit électrique équivalent comme dans la figure (II.17) dans l'axe (d.q) :

$$\begin{cases} V_{sd} = R_s I_{sd} + \frac{d\phi_{sd}}{dt} - \omega_r \phi_{sq} \\ V_{sq} = R_s I_{sq} + \frac{d\phi_{sq}}{dt} - \omega_r \phi_{sd} \end{cases}$$
(II.39)

Equations du Flux sont données par :

$$\phi_{sd} = L_{sd}I_{sd} + \phi_f \tag{II.40}$$

$$\phi_{sq} = L_{sq} I_{sq} \tag{II.41}$$

 $L_{sd}$  : est l'inductance de l'axe d,

 $L_{sq}$  : est l'inductance de l'axe q,

 $\phi_f$ : est le flux dû aux aimants.



Figure (II.17): circuit équivalent de la machine synchrone à aimants suivant les axes (d, q) dans un référentiel liée au rotor

Après simplification on obtient les équations de la MSAP suivantes :

$$\frac{dI_{sd}}{dt} = \frac{-R_s}{L_{sd}}I_{sd} + \frac{L_{sq}}{L_{sd}}I_{sq}\omega_r + \frac{V_{sd}}{L_{sd}}$$
(II.42)

$$\frac{dI_{sq}}{dt} = \frac{-R_s}{L_{sq}}I_{sq} + \frac{L_{sd}}{L_{sq}}I_{sd}\omega_r - \frac{\phi_f}{L_{sq}}\omega_r + \frac{V_{sq}}{L_{sq}}$$
(II.43)

$$\frac{d\Omega}{dt} = \frac{-f}{J}\Omega + \frac{C_{em}}{J} - \frac{C_r}{J}$$
(II.44)

$$C_{em} = \frac{3}{2} p \left[ \left( L_{sd} - L_{sq} \right) I_{sd} I_{sq} + \phi_f I_{sq} \right]$$
(II.45)

#### II.7.5 Commande vectorielle de la MSAP

#### II.7.5.1 Principe de la commande vectorielle de la MSAP

La technique de la commande vectorielle est utilisée pour établir un modèle linéaire et transformer la machine synchrone à aimants à une structure équivalente à la machine à courant continu à excitation séparée.



Figure (II.18) : Principe de la commande vectorielle

Par conséquent, le flux rotorique est situé à un angle téta ( $\theta$ ) par rapport à l'axe réel de la phase (a). L'application de la commande vectorielle nécessite que l'axe des courants ( $I_{sq}$ ) soit en quadrature par rapport au flux rotorique, par conséquent cela conduit à ce que la composante ( $I_{sd}$ )du courant statorique soit colinéaire au flux rotorique, si le courant ( $I_{sd}$ )est dans la même direction que le flux rotorique, le flux statorique suivant l'axe « d » s'ajoute aux flux des aimants ce qui donne une augmentation au flux d'entrefer, d'autre part si le courant ( $I_{sd}$ )est négatif le flux statorique sera on opposition à celui du rotor ce qui donne une diminution du flux d'entrefer (dé-fluxage),les machines synchrones à aimants permanents sont conçues de telle façon que les aimants puissent donner un flux d'entrefer nécessaire jusqu'à la

vitesse nominale ( $\omega = \omega_n$ ). [19]

Normalement le courant (I<sub>sd</sub>) doit être nul lorsque le système travaille à couple constant.

Donc si le courant  $(I_{sd})$  est forcé à zéro  $(I_s = I_{sq})$  la composante  $\emptyset_{sd}$  du flux statorique devient :  $\emptyset_{sd} = \emptyset_f$ 

Est la forme du couple électromagnétique sera :

$$C_{em} = \frac{3}{2} \cdot p \cdot \phi_f \cdot I_{sq} = K I_{sq}$$
(II.46)

Nous constatons que l'équation du couple est analogue à celle du couple de la machine à courant continu à excitation séparée et qu'un contrôle indépendant du couple et du flux est établi (découplage).



Figure (II.19) : Modèle du MSAP commandé par flux orienté à  $I_{ds}$  nul

## II.7.5.2 Commande avec régulation des courants dans le repère (dq)

La figure (II.20) permet un découplage entre les axes d et q, ce découplage peut s'effectuer à partir des courants mesurés  $I_{sames}$  et  $I_{sames}$ 

Les courants référentiels  $I_{ds}^*$  et  $I_{qs}^*$  sont contrôlés par les tensions  $V_{ds}$  et  $V_{qs}$ . A travers  $I_{qs}^*$  qui fixe le couple, on commande la vitesse.



Figure (II.20) : Commande vectorielle dans le référentiel d,q

### II.7.5.3 Commande des courants statorique par un régulateur PI

Pour les boucles de courant, on utilise un régulateur (PI): une action proportionnelle qui sert à régler la rapidité de la dynamique du système et une action intégrale qui permet d'éliminer l'écart entre la grandeur de consigne et celle que l'on désire asservir.

Si on suppose que la commande de l'onduleur de tension, fonctionnant en MLI à fréquence de commutation élevée, les pertes en commutation sont nulles et en négligeant le retard du convertisseur statique, on peut le modéliser par gain G0.

La boucle de régulation d'axe q est donnée par la figure (II.21). La dynamique du moteur dans la partie électrique est égale à :

$$G_{i}(s) = \frac{1}{R_{s} + L_{q}s} = \frac{1/R_{s}}{1 + L_{q}/R_{s}s}$$

$$\tau_{e} = \frac{L_{q}}{R_{s}}$$
(II.47)

τe : la constante de temps électrique.



Figure (II.21) : Boucle de régulation du courant  $I_{sq}$ 

Pour synthétiser le régulateur PI, on simplifie le schéma en négligeant le terme de compensation. La fonction de transfert en boucle fermée de la figure (II.21) devient:

$$G_{BF}(s) = \frac{i_{qsmes}}{i_{qs}^*} = \frac{(1+T_i.S)}{\frac{T_iL_q}{K_pG_0}.S^2 + T_i(1+\frac{Rs}{K_pG_0}).S+1}$$
(II.48)

Kp : Le gain de l'action proportionnelle du correcteur des courants.

Ti : La constante du temps d'intégration.

Ki=Kp/Ti : Le gain de l'action intégrale.

La détermination de ces paramètres est effectuée par un placement de pôles de la boucle fermée. Nous obtenons leurs expressions analytiques en fonction des performances désirées en régime transitoire et permanent.

Le placement de pôles de la boucle fermée est réalisé de façon à compenser le zéro induit par le correcteur et à choisir qu'un seul pôle qui définit la dynamique de la boucle de courant.

L'équation caractéristique désirée est donnée par la relation suivante :

$$(1+T_{i}s).(1+T_{0}s) = T_{i}T_{0}s^{2} + (T_{i} + T_{0})s + 1$$

$$T_{0} = \frac{L_{cs}}{R_{s}}$$
(II.49)

T0 : est la constante du temps en boucle ouverte

En identifiant l'équation caractéristique du système donnée par (2.3) et l'équation caractéristique désirée (2.4), on obtient :

$$K_{p} = \frac{L_{q}}{T_{0}G_{0}} = \frac{R_{s}}{G_{0}}$$

$$T_{i} = \frac{L_{q}}{R_{s}}$$

$$K_{i} = \frac{R_{s}}{T_{i}G_{0}} = \frac{R_{s}^{2}}{G_{0}L_{q}}$$
(II.50)

#### II.7.5.4 Commande en vitesse du MSAP par IP

La vitesse est mesurée directement et il est possible de former sa régulation en utilisant un régulateur (IP : intégral proportionnel).

Une régulation PI sur un processus du premier ordre fait apparaître un zéro. Ce zéro accélère la réponse du système, ce qui traduit généralement par un régime transitoire oscillant.

En revanche, l'emploi d'une structure de type IP contourne ce problème en filtrant ce zéro en boucle fermée et en imposant, par conséquent, uniquement deux pôles. La spécification de ces pôles se traduit par fixation du taux d'amortissement et de la pulsation naturelle.

Le schéma de la boucle de régulation de la vitesse est représenté par la figure (II.22)



Figure (II.22) Boucle de régulation de la vitesse par IP

Les coefficients du régulateur *IP* ( $Ki\omega et Kp\omega$ ) peuvent être trouvés explicitement après calcul des expressions donnant les différentes fonctions de transfert.

En boucle fermée, la fonction de transfert de la partie proportionnelle est:

$$G_{i\omega}(s) = \frac{pKtK_{p\omega}}{Js + pKtK_{p\omega}}$$
(II.51)

Le calcul de la fonction de transfert en boucle fermée de la partie intégrale est:

$$G_{\omega}(s) = \frac{\frac{pKtK_{p\omega}K_{i\omega}}{J}}{s^{2} + \frac{pKtK_{p\omega}}{J}s + \frac{pKtK_{p\omega}K_{i\omega}}{J}}$$
(II.52)

Le calcul du  $Kp\omega$  et  $Ki\omega$  s'effectue par identification avec un système de second ordre caractérisé par :

$$s^2 + 2\zeta \omega_n s + \omega_n^2 \tag{II.53}$$

Avec :  $\zeta$  Le taux d'amortissement imposé au système.

 $\omega_n$  La pulsation naturelle du système.

En imposant  $\zeta$  et  $\omega$ n, on obtient :

$$K_{p\omega} = \frac{2J\zeta\omega_n}{pKt}$$

$$K_{i\omega} = \frac{J\omega_n^2}{pKtK_{p\omega}}$$
(II.54)

## **II.8.** La machine asynchrone

La machine asynchrone est un système dynamique non linéaire. Par conséquent, sa commande nécessite la disponibilité d'un modèle représentant fidèlement son comportement au niveau de ses modes électrique, électromagnétique et mécanique.

La machine asynchrone peut être représentée par des circuits électriques qui font intervenir des inductances propres et mutuelles permettant de définir les flux en fonction des courants.

## II.8.1 Représentation vectorielle de la machine

La machine asynchrone est représentée dans la figure (II.23) par six enroulements dans l'espace électrique. L'angle  $\theta$  repère l'axe de la phase rotorique de référence  $\overrightarrow{R_a}$  par rapport à l'axe fixe de la phase statorique  $\overrightarrow{S_a}$ .



Figure (II.23) : Représentation schématique de la machine asynchrone triphasée

## II.8.2 Hypothèse simplificatrices

La modélisation de la machine asynchrone s'appuie sur un certain nombre d'hypothèses simplificatrices, qui sont [21] :

- L'entrefer est d'épaisseur uniforme.
- L'effet d'encochage est négligeable.

- Distribution spatiale des forces magnétomotrices dans l'entrefer est sinusoïdale.
- Circuit magnétique non saturé et à perméabilité constante.
- Pertes ferromagnétiques négligeables.
- Les résistances des enroulements ne varient pas en fonction de la température de fonctionnement et on néglige également l'effet de peau.

Ainsi, parmi les conséquences importantes de ces hypothèses, on peut citer :

- L'additivité du flux.
- La constance des inductances propres.
- La loi de variation sinusoïdale des inductances mutuelles entre les enroulements statoriques et rotoriques.

## **II.8.3 Equations électriques**

Par application de la loi de Faraday à la machine asynchrone, la loi des mailles s'exprime par la relation [20] :

$$V = R.I + \frac{d\phi}{dt} \tag{II.57}$$

Les équations régissant le fonctionnement électrique de la machine asynchrone pour l'ensemble des phases statoriques, peuvent s'écrire :

$$\begin{bmatrix} V_{as} \\ V_{bs} \\ V_{cs} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 \\ 0 & 0 & R_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{as} \\ I_{bs} \\ I_{cs} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \emptyset_{as} \\ \emptyset_{bs} \\ \emptyset_{cs} \end{bmatrix}$$
(II.58)

Où :

$$[V_{sabc}] = [R_s][I_{sabc}] + \frac{d}{dt}[\emptyset_{sabc}]$$
(II.59)

On déduit aussi pour l'ensemble des phases rotoriques que :

$$\begin{bmatrix} V_{ar} \\ V_{br} \\ V_{cr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_r & 0 & 0 \\ 0 & R_r & 0 \\ 0 & 0 & R_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{ar} \\ I_{br} \\ I_{cr} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \emptyset_{ar} \\ \emptyset_{br} \\ \emptyset_{cr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$
(II.60)

Où :

$$[V_{rabc}] = [R_r][I_{rabc}] + \frac{d}{dt}[\phi_{rabc}] = [0]$$
(II.61)

## **II.8.4 Equations magnétiques**

Pour une alimentation triphasée, et en tenant compte des hypothèses citées précédemment, les relations entre les flux et les courants s'écrivent :

$$\begin{bmatrix} [\emptyset_s] \\ [\emptyset_r] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [L_s] & [M_{sr}] \\ [M_{rs}] & [L_r] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [I_s] \\ [I_r] \end{bmatrix}$$
(II.62)

$$[\emptyset_{s}] = [L_{s}][I_{s}] + [M_{sr}][I_{r}]$$
(II.63)

$$[\emptyset_r] = [L_r][I_r] + [M_{rs}][I_s]$$
(II.64)

Avec :

$$[L_s] = \begin{bmatrix} L_s & M_s & M_s \\ M_s & L_s & M_s \\ M_s & M_s & L_s \end{bmatrix}$$
(II.65)

Et :

$$[L_r] = \begin{bmatrix} L_r & M_r & M_r \\ M_r & L_r & M_r \\ M_r & M_r & L_r \end{bmatrix}$$
(II.66)

Et :

$$[M_{sr}] = [M_{rs}]^{-1} = M \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) \\ \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta) & \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta) \end{bmatrix}$$
(II.67)

Les équations (II.63) et (II.64) ainsi obtenus sont à coefficients variables entraînant la complexité de résolution du modèle défini par (II.59) et (II.61). Cela conduira à l'usage de la transformation de PARK qui permettra de rendre constant ces paramètres.

#### **II.8.5** Equation mécanique

Le couple électromagnétique est donné par l'expression (II.68). Pour simuler la machine, en plus des équations électriques il faut ajouter l'équation du mouvement du système :

$$J\frac{d\Omega}{dt} + F\Omega = C_{em} - C_r \tag{II.68}$$

#### II.8.6 Modélisation de la MAS dans le repère de Park

La transformation de PARK permet le passage du système triphasé au système biphasé en faisant correspondre aux variables réelles leurs composantes homopolaire, directe et en quadrature. Elle est généralement utilisée pour passer d'un repère « fixe » lié au stator d'une machine électrique à un repère tournant lié à son rotor ou au champ magnétique [22].



Figure (II.24) : Transformation des enroulements réels en enroulements équivalents. On remarque sur la figure (II.9) que  $\theta_s$  et  $\theta_r$  sont naturellement liés à  $\theta$  par la relation rigide :

$$\theta_s - \theta_r = \theta \tag{II.69}$$

Le changement de repères triphasé (d, q) peut être réalisé par la transformation de Park.

La matrice de changement de base  $[P(\theta)]$  définie par :

$$[P(\theta)] = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta - \frac{4\pi}{3}) \\ -\sin(\theta) & -\sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$$
(II.70)

Et son inverse est défini par :

$$[P(\theta)]^{-1} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos(\theta - \frac{4\pi}{3}) & -\sin(\theta - \frac{4\pi}{3}) & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$$
(II.71)

On a ainsi :

$$[I_{dqo}] = [P(\theta)][I_{abc}]$$
(II.72)

$$\begin{bmatrix} V_{dqo} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{abc} \end{bmatrix}$$
(II.73)

$$\left[\phi_{dqo}\right] = \left[P(\theta)\right]\left[\phi_{abc}\right] \tag{II.74}$$

### **II.8.6.1** Expressions finales des équations de la MAS dans le repère de Park

L'application de changement du repère précédent aux équations électriques et magnétiques de la machine dans le référentiel lie au champ tournant, donne les équations vectorielles diphasées suivantes :

• Les équations des tensions statoriques et rotoriques dans le repère de Park prennent la forme suivant :

$$V_{sd} = R_s I_{sd} + \frac{d\phi_{sd}}{dt} - \omega_s \phi_{sq}$$
(II.75)

$$V_{sq} = R_s I_{sq} + \frac{d\phi_{sq}}{dt} - \omega_s \phi_{sd}$$
(II.76)

$$0 = R_r I_{rd} + \frac{d\phi_{rd}}{dt} - \omega_r \phi_{rq}$$
(II.77)

$$0 = R_r I_{rq} + \frac{d\phi_{rq}}{dt} - \omega_r \phi_{rd}$$
(II.78)

• Les flux sont donnés dans le système :

$$\phi_{sq} = L_s I_{sq} + M_{sr} I_{rq} \tag{II.80}$$

$$\phi_{rd} = L_r I_{rd} + M_{sr} I_{rd} \tag{II.81}$$

$$\phi_{rq} = L_r I_{tq} + M_{sr} I_{rq} \tag{II.82}$$

## II.8.6.2 Equations du couple électromagnétique

L'équation du couple peut être obtenue à l'aide d'un bilan de puissance. Il en résulte plusieurs expressions :

$$C_{em} = P(\phi_{sd}I_{sq} - \phi_{sq}I_{sd}) \tag{II.83}$$

$$C_{em} = P(\phi_{rq}I_{rd} - \phi_{rd}I_{rq}) \tag{II.84}$$

$$C_{em} = P \frac{M_{sr}}{L_r} \left( \phi_{rd} I_{sq} - \phi_{rq} I_{sd} \right) \tag{II.85}$$

$$C_{em} = P \frac{M_{sr}}{\sigma L_r L_s} \left( \phi_{rd} I_{sq} - \phi_{sd} I_{rq} \right) \tag{II.86}$$

$$C_{em} = PM \left( I_{sq} I_{rd} - I_{sd} I_{rq} \right) \tag{II.87}$$

#### **II.8.7** Commande vectorielle de la machine asynchrone

Le but de la commande vectorielle est d'arriver à commander la machine asynchrone comme une machine à courant continu à excitation séparée où il y a un découplage naturel entre la grandeur commandant le flux, le courant d'excitation, et celle liée au couple, le courant d'induit. Ce découplage permet d'obtenir une réponse très rapide du couple. Pour réaliser ce découplage, on oriente le système axes d-q de manière à ce que l'axe d soit en phase avec le flux, c'est-à-dire :

$$\begin{bmatrix}
\phi_{rd} = \phi_r \\
\phi_{rq} = 0
\end{aligned}$$
(II.88)

D'où l'appellation commande à orientation de flux rotorique figure représente sur la figure (II.25)



Figure (II.25) : Référentiel lié au flux rotorique.

## II.8.7.1 Régulation de la vitesse

Pour la régulation de la boucle de vitesse on a choisi d'adopter un correcteur de type intégrateur proportionnel (IP). La figure (II.26) montre la structure de la boucle externe en utilisant ce régulateur.



Figure (II.26) : schéma bloc du régulateur IP de la vitesse.

La fonction de transfert en boucle fermée est équivalent à un système  $2^{\text{éme}}$  ordre, et elle est égale à :

$$\frac{\Omega_{ref}}{\Omega} = \frac{K_i K_p K_{cem}}{S^2 + \left(K_p K_{cem} + \frac{f}{l}\right)S + K_i K_p K_{cem}} = \frac{\omega_n^2}{S^2 + 2\xi \omega_n S + \omega_n^2}$$
(II.89)

Où :

$$K_{cem} = PM_{sr}^2 I_{sd}^* / L_r \tag{II.90}$$

Par équivalence on obtient :

$$\int 2\xi \omega_n = \frac{K_p K_{cem} + f}{J}$$
(II.91)

$$\omega_n^2 = K_i K_p K_{cem} \tag{II.92}$$

Imposant  $\xi$  et  $\omega_n$  on peut aisément déterminer les paramètres  $K_p$  et  $K_i$  qui sont de la forme suivante :

$$K_{p} = \left(\frac{2\xi\omega_{n} - f}{J}\right) / K_{cem}$$
(II.93)  
$$K_{i} = \omega_{n}^{2} / (K_{p}K_{cem})$$
(II.94)

## II.9. La pompe centrifuge

Une pompe est une machine servant à véhiculer un fluide qui peut être de l'eau ou quelconque (pétrole, huile....) en l'aspirant pour le refouler à une certaine pression (elle convertie la puissance mécanique en puissance de fluide). Les pompes centrifuges sont très utilisées pour les applications avec énergie photovoltaïque parce que le moteur peut fournir une vitesse de rotation rapide à peu près constante. Elles sont conçues pour une tête fixe et leur rendement en fluide augmente avec la vitesse de rotation. Les pompes centrifuges sont simples, à prix réduit et sont disponibles pour une large gamme de débit [42].



Figure (II.27) : Structure du pompage Solaire

# **II.9.1** Principe de fonctionnement

On peut décomposer le fonctionnement en deux étapes :

• L'aspiration :

Le liquide est aspiré au centre du rotor par une ouverture appelée distributeur dont le rôle est de conduire le fluide depuis la conduite d'aspiration jusqu'à la section d'entrée du rotor.

La pompe étant amorcée, c'est à dire pleine de liquide, la vitesse du fluide qui entre dans la roue augmente et par conséquent la pression dans l'ouïe diminue et engendre ainsi une aspiration et maintient l'amorçage.

• L'accélération :

Le rotor transforme l'énergie mécanique appliquée à l'arbre de la machine en énergie cinétique. A la sortie du rotor, le fluide se trouve projeté dans la volute dont le but est de collecter le fluide et de le ramener dans la section de sortie. La section offerte au liquide étant de plus en plus grande, son énergie cinétique se transforme en énergie de pression.

# **II.9.2** Constitution de la pompe centrifuge

Les pompes centrifuges sont essentiellement constituées d'une pièce en rotation le rotor appelée aussi roue ou hélice qui tourne dans un carter appelée corps de pompe ou volute. Ces machines comprennent donc :

- un distributeur (arrivée du liquide)
- l'ouïe d'aspiration
- le corps de la pompe ou volute
- le refoulement qui va s'élargir
- l'ouïe de refoulement



Figure (II.28) : Schéma de principe d'une pompe centrifuge.

# II.9.3 Modélisation de la pompe centrifuge

Le fonctionnement d'une pompe centrifuge met en jeu 3 paramètres, la hauteur, le débit et la vitesse ayant pour équation [41] :

$$f(H,Q,\omega) = 0 \tag{II.95}$$

Pour résoudre ce système d'équation, on considère l'un des 3 paramètres constant, en générale c'est la vitesse qui est constante.

La pompe centrifuge applique un couple de charge proportionnel au carré de la vitesse de rotation du moteur [19].

$$C_r = K_{ch} N^{\prime 2} \tag{II.96}$$

Avec :

K<sub>ch</sub>: désigne la constante de proportionnalité. Et N', la vitesse de rotation du moteur.

Connaissant les performances d'une pompe centrifuge (Q, H et P) pour la vitesse N', les lois de similitude permettent de déterminer les performances (Q', H' et P') :

$$Q' = \left(\frac{N'}{N}\right).Q\tag{II.97}$$

$$H' = \left(\frac{N'}{N}\right)^2 . H \tag{II.98}$$

$$P' = \left(\frac{N'}{N}\right)^3 . P \tag{II.99}$$

#### **II.10.** Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons modélisé l'ensemble de la chaine de pompage solaire en allant du modèle simple permettant de décrire le fonctionnement d'un panneau solaire à la pompe centrifuge. Ce qui nous a amenés à présenter les différents types des convertisseurs entre les générateurs PV et les charges, on a exposé les différents convertisseurs à savoir le DC/DC et le DC/AC. La commande de l'algorithme de recherche du point de puissance maximale (MPPT) a été aussi modélisée car elle est primordiale pour l'amélioration des rendements.

Nous avons également présenté la modélisation du moteur synchrone et asynchrone triphasé alimenté par une source de tension sinusoïdale triphasée et équilibrée établi sous des hypothèses simplificatrice. Après, nous avons utilisé la transformation de Park pour éviter la complexité des équations différentielles, cette transformation permet le changement du système triphasé réel au système biphasé linéaire équivalent de cette machine ce qui signifie une facilité de résolution et de simulation.