

### III.1 Introduction

Avec la complexité des nouvelles installations industrielles, les correcteurs classiques deviennent impuissants et donnent souvent des résultats moins performants. Pour surmonter ce problème, la tendance des recherches actuelle est vers les commandes non linéaires robustes qui donnent des résultats acceptables dans des larges domaines de fonctionnement. Parmi ces techniques, on trouve la commande par mode de glissement, qui depuis longtemps, fait l'objet de plusieurs travaux de recherche; seule ou en hybridation avec d'autres techniques de commande [29, 30, 31, 32, 33].

La commande par modes glissants est une commande à structure variable VSS (Variable Structure System dans la littérature anglo-saxonne). Les premiers travaux sur ce type de commande ont été menés dans l'ancienne U.R.S.S à partir des années soixante. Elle est basée essentiellement sur la résolution des équations différentielles à second membre discontinu initié par le mathématicien soviétique A.G Filippov.

Cette technique de commande a reçu un intérêt sans cesse croissant en raison de sa simplicité d'élaboration et de ses applications dans divers domaines d'automatique ou d'électronique de puissance.

Le principe de cette technique de commande est de contraindre le système à atteindre une surface prédéfinie et d'y rester par la suite malgré d'éventuelles perturbations. La surface choisie (représentant un ensemble de relation, statiques, entre les variables d'états) est alors désignée comme étant la surface de glissement ou de commutation. Le comportement dynamique résultant est appelé régime glissant, est complètement déterminé par les paramètres de la surface.

Un des avantages de la commande par mode glissants est notamment la robustesse par rapport aux perturbations intervenant de façon colinéaire avec l'entrée (conditions de recouvrement). Dans la pratique, l'utilisation de cette technique de commande a été longtemps limitée par les oscillations liées aux commutations de la commande : des oscillations à haute fréquence apparaissent dans un voisinage de la surface, connues sous le nom de réticence ou Chattering en anglais. Ce phénomène peut en outre exciter des dynamiques non pris en compte dans la modélisation conduisant à des situations d'instabilité. Ceci a conduit certains chercheurs à proposer des solutions en vue de supprimer ou au moins réduire ce phénomène indésirable. Dans ce chapitre nous présenterons les concepts classiques utilisées en régime glissant d'ordre un nécessaire à la compréhension de cette technique de commande [34] [27].

Il y a d'autres solutions pour commander un tel engin, on peut citer principalement :

### III.1.1 Commandes linéaires

Les lois de commande linéaire ont l'avantage d'être simple à mettre en œuvre. Leur principe de fonctionnement consiste à exprimer la commande du système en fonction des erreurs des états que l'on souhaite commander. Une combinaison des correcteurs Proportionnel (P), Dérivé (D) et Intégral (I) est recommandée pour obtenir de meilleures performances. Néanmoins, le principal inconvénient de ces commandes est qu'elles sont conçues en utilisant le modèle linéaire autour d'un point de fonctionnement. Si on s'éloigne de ce point, le modèle n'est plus valable, ainsi que les conditions de stabilité [34] [27].

### III.1.2 Commandes non linéaires

Les lois de commande non linéaire prennent en considération les couplages et les non linéarités du système. L'inconvénient est que ces lois sont, en général, complexes et coûteuses en temps de calcul. De plus, l'efficacité de ce type de loi est directement liée à la validité du modèle de l'engin [34] [27].

### III.1.3 Commandes en régime glissant

La commande en régime glissant est une technique répandue pour la commande de quadrotor. Elle garantit une robuste vis-à-vis des perturbations, son inconvénient majeur étant la réticence. Le phénomène de réticence est indésirable et nuisible pour les actionneurs, caractérisé par des commutations à très haute fréquence.

Le pivot de cette nouvelle approche était la théorie des équations différentielles à second membre discontinu dont la voie fut ouverte par un groupe de chercheurs de l'ancienne union Soviétique ([35]). Les premiers travaux concernant les systèmes à structure variable datent de 1934. Pour connaître un nouvel essor à la fin des années soixante-dix lorsque V.I Utkin introduit la théorie des modes glissants ([36] [37]).

Nous pouvons citer quelques travaux, le travail de Bouabdallah [6], la commande par mode de glissement [38] ou les auteurs utilisent l'approche de Backstepping pour le contrôle d'attitude et de position. La commande par mode de glissement [39], les auteurs utilisent un observateur basé sur la théorie de Lyapunov.

## III.2 Généralités

Dans cette partie, nous décrivons les différentes structures de base d'un système à structure variable et le principe de la commande par modes glissants.

### III.2.1 Définition des systèmes à Structure variable

Un système à structure variable est un système pouvant changer de structure en faisant commuter sa commande entre deux valeurs, suivant le signe des coordonnées du système dans le plan de phase. Le principe repose donc sur le choix approprié de cette fonction qui définit une hyper surface ou une surface de commutation sur laquelle et sous certaines conditions, les trajectoires du système sont maintenues dans l'espace de phase. Le système est dit alors en régime glissant ou en mode de glissement sur l'hyper surface considérée. Dans ce cas le système bouclé devient insensible à certaines perturbations. Quand l'état du système évolue sur la surface choisie, la dynamique du système est dite plongée dans l'état d'un système réduit et libre c'est-à-dire que le système évolue sur une variété de dimensions inférieures d'une unité à la dimension du système [40] [41].

### III.2.2 Principe de la commande non-linéaire à Structure variable

La commande des systèmes non-linéaire à structure variable, est caractérisée par le choix d'une fonction et une logique de commutation appropriés. Ce choix permettra à tout instant de commuter entre ces structures en combinant les propriétés utilisés de chacune de ces structures afin d'avoir un comportement désiré du système global [40] [41].

## III.3 Exemple d'un Système à structure variable

Considérons un réservoir d'eau, de hauteur  $H$ , alimenté par un robinet d'arrêt de commande TOR (tout ou rien), la commande TOR est définie comme suit :

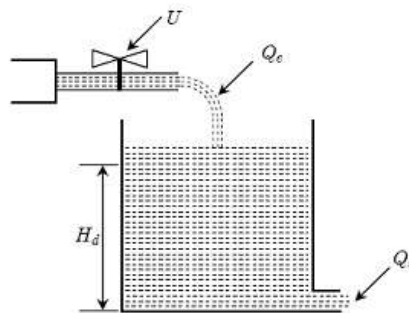


Figure III.1 Système Hydraulique

$$U = \begin{cases} U_{max} \rightarrow \\ U_{min} \rightarrow \end{cases}$$

Notons que notre objectif est de maintenir la hauteur d'eau à un niveau constant (désiré).  $H = H_d$ . Pour cela, nous allons réaliser deux essais avec deux périodes d'échantillonnages différentes :  $T_1 = T$  et  $T_2 = T/3$ .

- Si la fréquence de commutation entre  $U_{max}$  et  $U_{min}$  est très faible  $T_1 = T$ , on risque d'avoir un disfonctionnement du système (gaspillage ou manque d'eau dans le réservoir)
- Si la fréquence de commutation entre  $U_{max}$  et  $U_{min}$  est assez grande  $T_2 = T/3$ , on peut avoir une bonne régulation (même s'il s'agit des oscillations de faibles amplitudes autour de la hauteur désirée). mais le problème se pose au niveau des moyens de réalisation de cette commutation entre  $U_{max}$  et  $U_{min}$ .

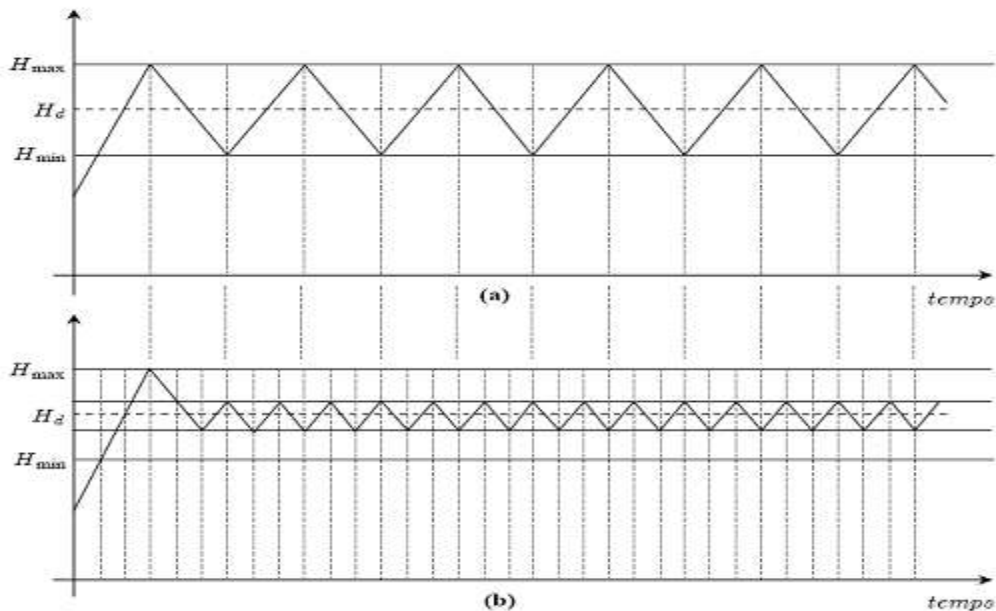


Figure.III.2 Réponses de la commande à structure variable

### III.3.1 Structures de base

Dans les systèmes à structures variables utilisant la commande par mode glissants, on peut distinguer 3 configurations de base pour la synthèse de différentes commandes. La première correspond a un changement par commutation d'une contre réaction d'état variable, la seconde change la structure au niveau de l'organe de commande, et enfin la troisième change aussi la structure au niveau de l'organe de commande mais avec ajout de commande dite 'commande équivalente' [40] [41]

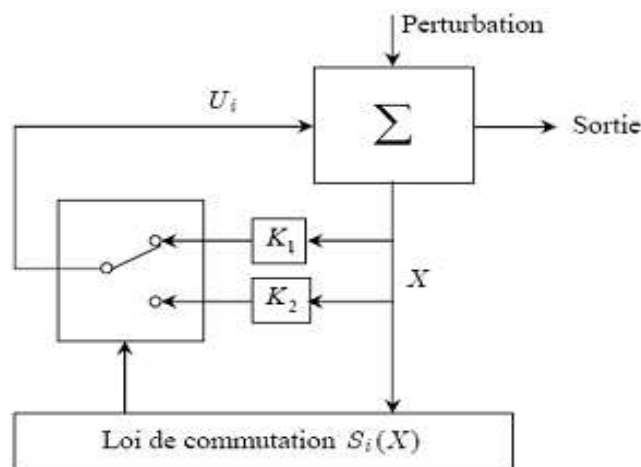
### a. Structure par commutation d'une contre réaction d'état

La configuration de la structure par commutation d'une contre réaction d'état est présentée sur la figure. Selon la position du commutateur, le vecteur d'état  $x$  est mis en contre-réaction d'état soit par  $k_1$  soit par  $k_2$ . Ceci se fait par la loi de commutation  $s(x)$ .

$$U = k_1^T(x) \text{ si } s(x) > 0$$

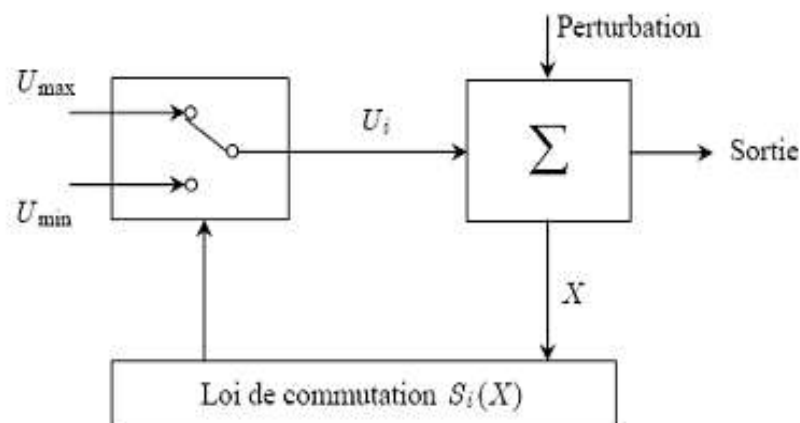
$$U = k_2^T(x) \text{ si } s(x) < 0 \quad (\text{III.1})$$

Le comportement dynamique du système est déterminé par  $s(x)=0$



**Figure.III.3** Changement de structure par commutation d'une contre-réaction

### b. Structure par commutation au niveau de l'organe de commande



**Figure.III.4** Changement de structure par commutation au niveau de l'organe de commande

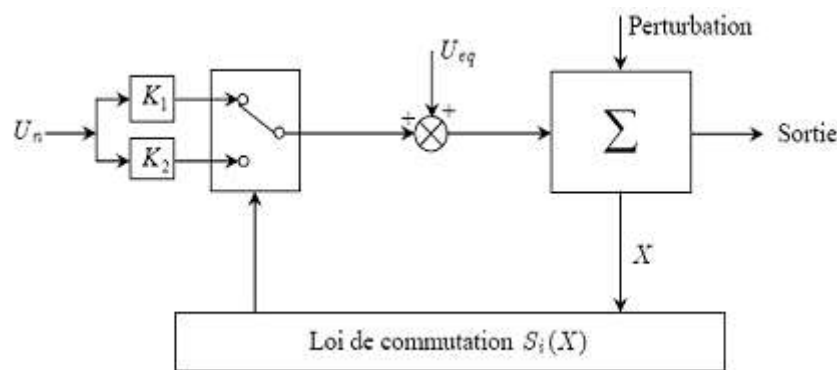
Dans cette configuration, la loi de commutation est donnée par :

$$U = \begin{cases} U_{max} & \text{si } s(x) > 0 \\ U_{min} & \text{si } s(x) < 0 \end{cases} \quad (\text{III.2})$$

En mode glissant la dynamique du système est donnée par  $s(x)=0$ . Cette configuration s'adapte bien pour la commande de convertisseurs électriques dont l'organe de commande est un interrupteur.

### c. Structure par commutation au niveau de l'organe de commande, avec ajout de la commande équivalente

Cette structure de commande est simple à réaliser a été utilisée dans beaucoup d'applications. L'ajout de la commande équivalente permet de pré-positionner le système dans un état désiré stable et en plus réduire le phénomène de réticence 'Chattering'.



**Figure.III.5** Changement de structure avec ajout de la commande équivalente

Le terme de commutation  $U_d$  assure principalement la convergence des trajectoires du système vers l'état désiré et assure son maintien. La loi de commutation est donnée par :

$$U = \begin{cases} U_{eq} + U_d & \text{si } s(x) > 0 \\ U_{eq} - U_d & \text{si } s(x) < 0 \end{cases} \quad (\text{III.3})$$

### III.4 Principe de fonctionnement

L'idée de base de la commande par régime glissant est premièrement d'attirer les états du système dans une région convenablement sélectionnée, puis de concevoir une loi de commande qui maintiendra toujours le système dans cette région. En résumé, une commande par régime glissant est divisée en deux parties [42] :

$$u = u_{gliss} + u_{eq} \quad (\text{III.4})$$

$u_{gliss}$  : Le glissement est utile pour compenser les incertitudes du modèle. Il est constitué de la fonction signe « **sign** » de la surface de glissement  $s$ , multipliée par une constante :  $K_{gliss}$ . La surface de glissement est définie dans l'espace d'état des erreurs afin de garantir la convergence des états.

$u_{eq}$  : La commande équivalente ou nominale est déterminée par le modèle du système, dans ce cas il s'agit d'un modèle linéaire ou non linéaire. Cette partie est conçue avec la méthode de la commande équivalente, dont le principe est basé sur la détermination du comportement du système lorsqu'il est sur la surface de glissement  $s$ .

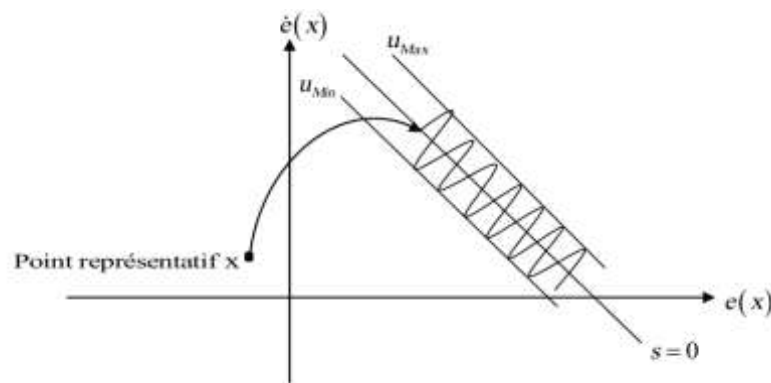


Figure III.6 Mode de glissement

#### III.4.1 Explication du phénomène du glissement

Le mode de glissement existe lorsque les commutations ont lieu continûment entre  $U_{max}$  et  $U_{min}$ . Ce phénomène est démontré à l'aide de la figure III.7 pour un système à régler du deuxième ordre avec les deux grandeurs d'état  $x_{s1}$  et  $x_{s2}$ .

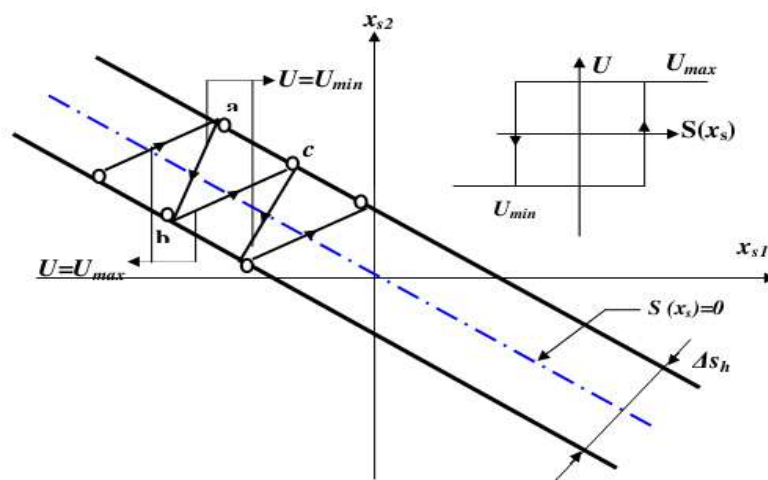


Figure III.7 Démonstration du mode de glissement.

### III.4.2 Notions de base de la commande SMC

Soit le système donné par :

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u \quad (\text{III.5})$$

Où  $x = (x_1 \dots, x_n)^t \in X$  une variété différentiable.

$U$  : représente la commande du système,  $f$  et  $g$  sont des champs de vecteur, définis sur  $x$ .

#### a. Surface de glissement

Pour des raisons de stabilisation et de définition d'une dynamique désirée du système dans le mode de glissements( $x$ ), la surface de glissement peut être choisie en générale comme étant un hyperplan passant par l'origine de l'espace. La surface  $s$  est donnée par :

$$s_i = \dot{e}_i + \lambda_i e_i \quad (\text{III.6})$$

Avec :

$$e_i = x_i - x_{d_i}$$

Tel que :

$\lambda_i$  : est le paramètre de la surface de glissement.

$x_i$  : est l'état du système.

$x_{d_i}$  : est l'état désiré.

#### b. Régime glissant idéal

Ce régime correspond à une oscillation de fréquence infinie et d'amplitude nulle, d'où le point Représentatif du mouvement du système glisse parfaitement sur l'hyperplan de commutation

$$(s(x) = 0)$$

#### c. Régime glissant réel

La trajectoire d'état dans ce régime reste autour de l'hyperplan de glissement  $s(x) = 0$  Jusqu'à au point d'équilibre.

#### d. Condition d'existence et d'unicité du régime glissant

Un régime glissant existe sur une surface de glissement si et seulement si, dans un voisinage de la surface de glissement toutes les trajectoires du système sont dirigées vers elle. En d'autres termes.



$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \dot{s}(x) > 0 \text{ Et } \lim_{x \rightarrow 0^+} \dot{s}(x) < 0 \quad (\text{III.7})$$

### III.5 Propriétés de la convergence en temps fin

Les conditions de convergence sont les critères qui permettent à différentes dynamiques du système de converger vers la surface de glissement et d'y demeurer, indépendamment de la perturbation [39].

Il existe deux considérations pour assurer le mode de convergence :

#### III.5.1 La fonction discrète de commutation

Cette approche est la plus ancienne. Il s'agit de donner à la surface une dynamique convergente vers zéro, elle est donnée par :

$$\begin{aligned} \dot{S}(x) &> 0 \text{ Si } S(x) < 0 \\ \dot{S}(x) &< 0 \text{ Si } S(x) > 0 \end{aligned} \quad (\text{III.8})$$

Cette condition peut être formulée comme suit :

$$\dot{S}(x).S(x) < 0 \quad (\text{III.9})$$

#### III.5.2 La fonction de Lyapunov

La fonction de Lyapunov est une fonction scalaire positive ( $V(x) > 0$ ) pour les variables d'états du système. La loi de commande doit faire décroître cette fonction  $\dot{V}(x) < 0$ .

L'idée est de choisir une fonction scalaire  $S(x)$  pour garantir l'attraction de la variable à contrôler vers sa valeur de référence et de concevoir une commande  $u$  telle que le carré de la surface correspond à une fonction de Lyapunov [39] [40].

Nous définissons la fonction de Lyapunov comme suit :

$$V(x) = \frac{1}{2} S^T(x).S(x) \quad (\text{III.10})$$

La dérivée de cette fonction est :

$$\dot{V}(x) = S(x). \dot{S}(x) \quad (\text{III.11})$$

Pour que  $V(x)$  puisse décroître, il faut s'assurer que sa dérivée soit négative.

### III.6 Méthode d'Utkin (méthode de la commande équivalente)

La méthode de la commande équivalente est un moyen pour déterminer le mouvement sur la surface de glissement. Soit le système donné par [36] :

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u \quad (\text{III.12})$$

En régime de glissement :

$$\begin{cases} s(x) = 0 \\ \dot{s} = \frac{ds}{dt} = \left(\frac{\partial s}{\partial x}\right)^t \frac{dx}{dt} + \frac{\partial s}{\partial t} = \left(\frac{\partial s}{\partial x}\right)^t (f(x) + g(x)u_{eq}) + \frac{\partial s}{\partial t} = 0 \end{cases} \quad (\text{III.13})$$

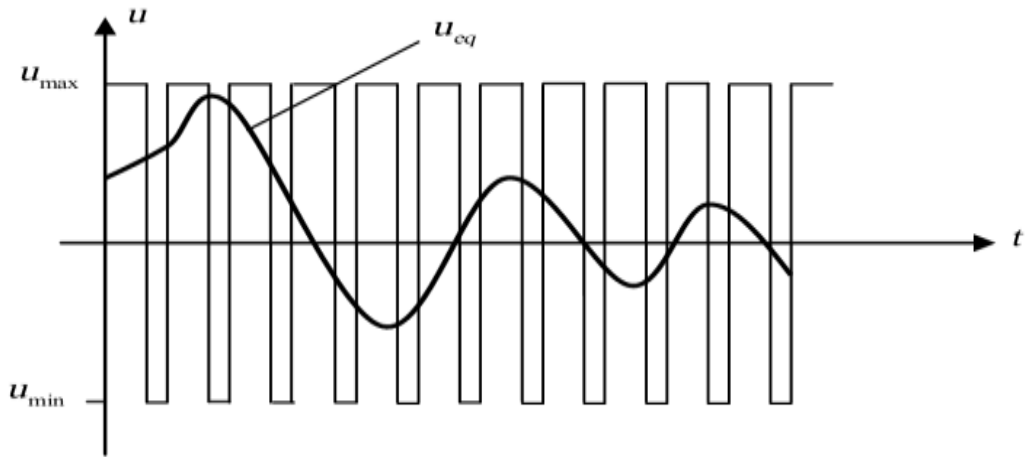
Où  $u_{eq}$  est la commande équivalente. Elle est donc définie par l'équation suivante :

$$u_{eq} = - \left( \left( \frac{\partial s}{\partial x} \right)^t g(x) \right)^{-1} \left( \left( \frac{\partial s}{\partial x} \right)^t f(x) + \frac{\partial s}{\partial t} \right), \text{ tel que } \left( \frac{\partial s}{\partial x} \right)^t g(x) \neq 0 \quad (\text{III.14})$$

en remplaçant l'expression de  $u_{eq}$  dans (III,14), on obtient la trajectoire d'état en mode de glissement.

$$\frac{dx}{dt} = f(x) - g(x) \left( \left( \frac{\partial s}{\partial x} \right)^t g(x) \right)^{-1} \left( \left( \frac{\partial s}{\partial x} \right)^t f(x) + \frac{\partial s}{\partial t} \right) \quad (\text{III.15})$$

La commande équivalente peut être interprétée comme la valeur moyenne que prend la grandeur de commande discontinue lors de la commutation rapide entre  $U_{max}$  et  $U_{min}$  et comme il est représenté sur la (figure III.8).

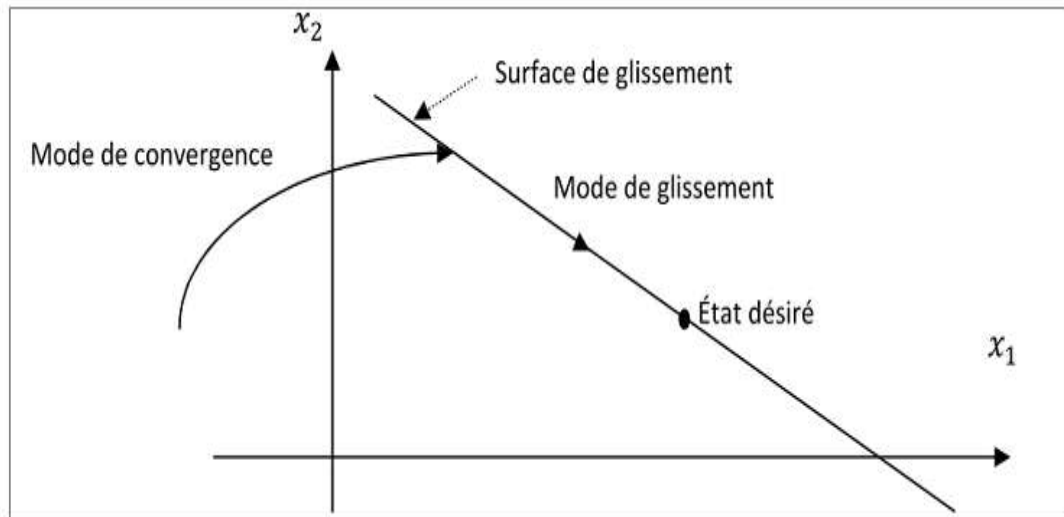


**Figure III.8** Commande équivalente

### III.7 Commande par régime glissant du premier ordre

La commande par mode glissant d'ordre 1 (SMC) est une commande à structure variable pouvant changer de structure et commutant entre deux valeurs suivant une logique de commutation bien spécifique  $s(x)$ .

Le principe de la commande par modes glissants est de contraindre le système à atteindre une surface donnée appelée surface de glissement et d'y demeurer jusqu'à l'équilibre. Cette commande se fait en deux étapes : la convergence vers la surface et ensuite le glissement le long de celle-ci (figure III.9).



**Figure III.9** Différents modes de convergence pour la trajectoire d'état

### III.8 Phénomène de réticence ou (chattering)

La commande des systèmes à structure variable peut être commutée d'une valeur à une autre suivant le signe d'une fonction de commutation, avec une fréquence infinie. Cependant, dans les systèmes réels, il est impossible de réaliser une telle commutation de la commande pour des raisons technologiques telles que : l'hystérésis, la présence de retard, limitation des actionneurs...etc.

La commande discontinue engendre des oscillations du vecteur d'état et de la commande à une fréquence finie. Ce phénomène est appelé « le phénomène de broutement » (chattering en anglais). Ce phénomène a plusieurs effets indésirables sur le comportement du système. il peut:

- Exciter des dynamiques non modélisées.
- Diminuer la précision.
- Produire une grande perte d'énergie.
- Créer une fatigue des parties mécanique mobile.

Plusieurs techniques ont alors été proposées pour réduire ou éliminer ce phénomène. Parmi ces techniques on présente deux solutions :

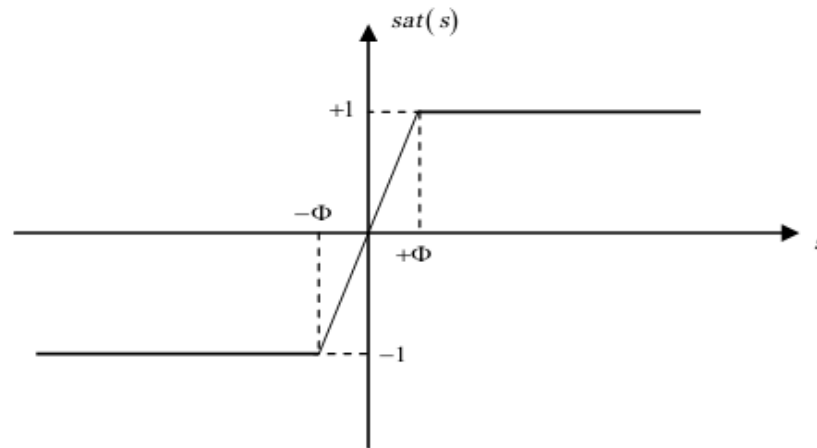
#### III.8.1 La proposition de Slotine

Elle consiste à approximer la commande discontinue par une loi continue au voisinage de la surface, cette fonction a le nom « **sat** ». Dans ce cas la commande devient [44] :

$$u = -k \text{ sat}(x) \quad (\text{III.16})$$

La fonction « **sat** » est donnée par :

$$\text{Sat}(s) = \begin{cases} \frac{s}{\Phi} & \text{si } |s| \leq \Phi \\ \text{sing}(s) & \text{sinon} \end{cases} \quad (\text{III.17})$$



**Figure III.10** Fonction de saturation « sat ».

### III.8.2 La proposition de Harshima

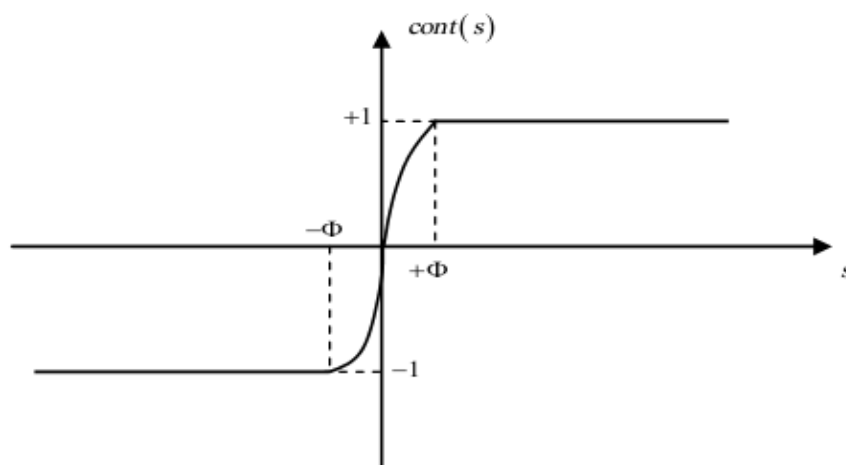
Dans celle-ci, la fonction signe es remplacée par une fonction de lissage appelée « cont ».

Dans ce cas la commande devient [44] :

$$u = -k \text{cont}(x) \quad (\text{III.18})$$

Tel que:

$$\text{Cont}(s) = \begin{cases} \frac{s}{|s|+\delta} & \text{si } |s| \leq \Phi \text{ avec } \delta > 0 \\ \text{sing}(s) & \text{sinon} \end{cases} \quad (\text{III.19})$$



**Figure III.11** Fonction de saturation « cont ».

### III.9 Application la commande sur le drone

Soit le sous-système suivant pour la commande de l'angle de roulis, les lois de commande synthétisées sont comme suit :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = a_1 x_4 x_6 + a_2 x_2^2 + a_3 \bar{\Omega}_r x_4 + b_1 u_2 \end{cases} \quad (\text{III.20})$$

Pour le sous-système (III.20), le degré relatif est  $r_1 = 2$ , pour cela nous choisissons la surface de glissement comme suit :

$$s_\phi = \dot{e}_1 + \lambda_1 e_1 \quad (\text{III.21})$$

Tel que  $\lambda_1 > 0$ , et  $e_1 = \phi_d - \phi$

On prend la surface  $s_\phi$  et on montre les étapes de calcul de la commande pour la variable  $\phi$ , la fonction de Lyapunov candidate est comme suit :

$$V(s_\phi) = \frac{1}{2} s^2 \quad (\text{III.22})$$

$$s_\phi = x_2 - \dot{x}_{1d} + \lambda_1 e_1 \quad (\text{III.23})$$

$$\dot{s}_\phi = \dot{x}_2 - \ddot{x}_{1d} + \lambda_1 \dot{e}_1 \quad (\text{III.24})$$

Pour garantir la stabilité au sens de Lyapunov, il faut avoir  $\dot{V}(s_\phi) < 0$ , ce qui mène à  $s_\phi \dot{s}_\phi < 0$  qui est la condition nécessaire de glissement. On choisit :

$$\dot{s}_\phi = -k_1 \text{sign}(s_\phi) \quad (\text{III.25})$$

$$\dot{s}_\phi = \dot{x}_2 - \ddot{x}_{1d} + \lambda_1 \dot{e}_1 \quad (\text{III.26})$$

Donc :

$$\dot{s}_\phi = -k_1 \text{sign}(s_\phi) = \dot{x}_2 - \ddot{x}_{1d} + \lambda_1 \dot{e}_1 = a_1 x_4 x_6 + a_2 x_2^2 + a_3 \bar{\Omega}_r x_4 + b_1 u_2 - \ddot{x}_{1d} + \lambda_1 \dot{e}_1 \quad (\text{III.27})$$

Il en résulte :

$$u_2 = -\frac{1}{b_1} \left( a_1 x_4 x_6 + a_2 x_2^2 + a_3 \bar{\Omega}_r x_4 - \ddot{\phi}_d + \lambda_1 \dot{e}_2 + k_1 \text{sign}(s_\phi) \right) \quad (\text{III.28})$$

On sait que  $u_2 = u_{2eq} + u_{2gliss}$  donc :

$$\begin{cases} u_{2gliss} = -\frac{k_1}{b_1} \text{sign}(s_\phi) \\ u_{2eq} = -\frac{1}{b_1} [a_1 x_4 x_6 + a_2 x_2^2 + a_3 x_4 \bar{\Omega}_r - \ddot{\phi}_d + \lambda_1 \dot{e}_2] \end{cases} \quad (\text{III.29})$$

De même façon on calcule les autres commandes :

$$\begin{cases} u_1 = \frac{m}{\cos \phi \cos \theta} (k_6 \text{sign}(S_z) - a_{11} x_{12} + g + \ddot{z}_d + \lambda_6 e_{12}) \\ u_2 = \frac{1}{b_1} (k_1 \text{sign}(S_\phi) - a_1 x_4 x_6 - a_2 x_2^2 - a_3 \bar{\Omega}_r x_4 + \ddot{\phi}_d + \lambda_1 e_2) \\ u_3 = \frac{1}{b_2} (k_2 \text{sign}(S_\theta) - a_4 x_2 x_6 - a_5 x_4 - a_6 \bar{\Omega}_r x_2 + \ddot{\theta}_d + \lambda_2 e_4) \\ u_4 = \frac{1}{b_3} (k_3 \text{sign}(S_\psi) - a_7 x_2 x_4 - a_8 x_6 + \ddot{\psi}_d + \lambda_3 e_6) \\ u_x = \frac{1}{u_1} (k_4 \text{sign}(S_x) - a_9 x_8 + \ddot{x}_d + \lambda_4 e_8) \\ u_y = \frac{1}{u_1} (k_5 \text{sign}(S_y) - a_{10} x_{10} + \ddot{y}_d + \lambda_5 e_{10}) \end{cases} \quad (\text{III.30})$$

Choisissons les surfaces de glissements données par :

$$\begin{cases} s_\phi = e_2 + \lambda_1 e_1 \\ s_\theta = e_4 + \lambda_2 e_3 \\ s_\psi = e_6 + \lambda_3 e_5 \\ s_x = e_8 + \lambda_4 e_7 \\ s_y = e_{10} + \lambda_5 e_9 \\ s_z = e_{12} + \lambda_6 e_{11} \end{cases} \quad (\text{III.31})$$

### III.10 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté la commande des UAV nous avons appris, que les contrôleurs par régime glissant sont beaucoup utilisés pour les véhicules de laboratoires de recherche. En fait les auteurs font la remarque que cette technique est la plus appropriée pour le contrôle des drones miniatures.