



**II.1 Introduction**

Le modèle de la MADA est équivalent au modèle de la machine asynchrone à cage. En effet la cage de la machine est assimilée au bobinage triphasé de la MADA. La seule différence réside dans le fait que ces enroulements ne sont plus systématiquement en court-circuit par conséquent les tensions diphasées rotoriques du modèle que l'on rappelle ci-après ne sont pas nulles. La modélisation d'une machine asynchrone était basée sur l'élaboration de schémas équivalents dérivés de la théorie du champ tournant. Mais il y a une grande complexité physique liée aux interactions électromagnétiques entre le stator et le rotor. L'utilisation des méthodes matricielles est la base pour une approche de modélisation, de simulation, d'identification et de commande. Dans ce chapitre, on va modéliser et simuler la MADA.

**II.2 Modélisation de la machine asynchrone à double alimentation**

Une machine asynchrone à double alimentation est une machine à courant alternatif dont la vitesse varie en fonction de la charge. Comme la machine asynchrone, elle se compose d'un primaire dit stator qui est fixe, et d'un secondaire qui est le rotor de forme cylindrique qui est mobile. En principe les circuits électriques du stator et du rotor sont constitués de trois enroulements identiques couplés en étoile (ou en triangle) à la seule différence est que celui du rotor relié à trois ou quatre bagues sur lesquelles glissent des balais. Les trois enroulements du stator sont parallèles aux enroulements du rotor et sont distribués sinusoïdalement, décalés de 120 degrés l'un par rapport à l'autre.

Le stator est alimenté par un système triphasé de tension. Il en résulte la création d'un champ magnétique glissant dans l'entrefer de la machine, où sa vitesse est :

$$\Omega_s = \frac{\omega_s}{p} \tag{II.1}$$

$p$  : le nombre de paire de pôles du champ magnétique qui apparaît au niveau du stator. Le rotor qui est exécuté comme le stator, tourne à la vitesse  $\Omega = \frac{d\theta}{dt}$  par rapport au stator, avec  $\theta$  est l'angle entre le repère statorique et le repère rotorique. La représentation schématique de la machine asynchrone à double alimentation est montrée sur la figure (II.1). Pendant la rotation, le flux magnétique généré par le stator crée des f.e.m dans le bobinage du rotor. Le rapport entre les f.e.m créées au rotor et au stator est :

$$\frac{E_r}{E_s} = \frac{N_r}{N_s} \bullet \frac{\omega_s - \omega_{mec}}{\omega_s} \tag{II.2}$$

Où :  $N_s$  et  $N_r$  sont respectivement le nombre de pires des bobinages statoriques et rotoriques.



## Chapitre II : Modélisation de la machine asynchrone à double alimentation

$\omega_s$  et  $\omega_{mec}$  sont respectivement les pulsations de synchronisme et mécanique de la Machine.

En posant :

$$g = \frac{\omega_s - \omega_{mec}}{\omega_s} \quad (II.3)$$

L'équation (II.2) devient :

$$\frac{E_r}{E_s} = g \cdot \frac{N_r}{N_s} \quad (II.4)$$

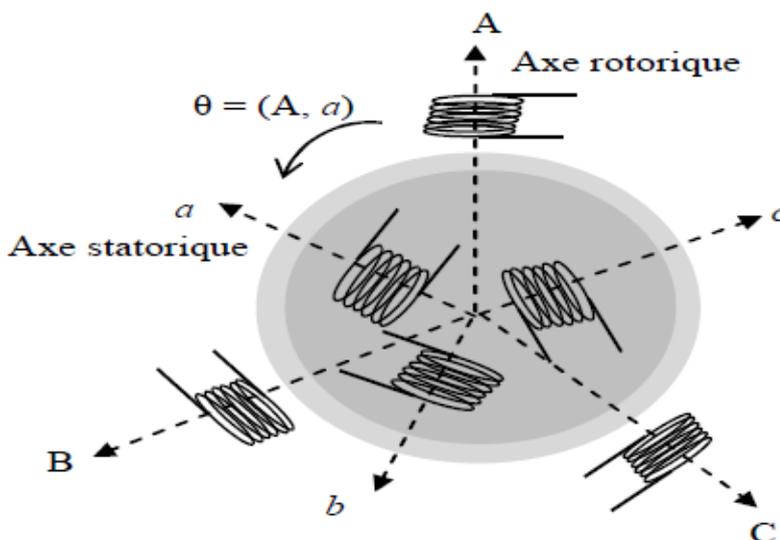


Figure II. 1 Représentation de la Machine asynchrone à double alimentation

Où : as, bs, cs : phases du stator

ar ,br ,cr :phases du rotor.

### II.3 Hypothèses simplificatrices

La machine asynchrone à double alimentation (MADA), avec la répartition de ses enroulements et sa géométrie propre est très complexe pour se prêter à une analyse tenant compte de sa configuration exacte. Afin d'établir un modèle simple, la mise en équations nous impose certaines hypothèses simplificatrices, qui sont :

- ✚ La machine est de constitution symétrique ;
- ✚ On suppose les circuits magnétiques non saturés. Les relations entre les flux et les courants sont d'ordre linéaire ;
- ✚ On considère une densité de courant uniforme dans la section des conducteurs élémentaires, l'effet de peau est donc négligé ;
- ✚ On suppose que le circuit magnétique est parfaitement feuilleté au stator et au rotor donc seuls les enroulements sont parcourus par des courants ;



## Chapitre II : Modélisation de la machine asynchrone à double alimentation

- ✚ Les paramètres de la machine sont considérés indépendants de la température ;
- ✚ la f.m.m est distribuée sinusoïdalement le long de la périphérie des deux armatures d'où résulte du fait que l'entrefer est constant ;
- ✚ l'effet d'encoche est négligé et les inductances propres sont constantes et les inductances mutuelles sont des fonctions sinusoïdales de l'angle entre les axes rotoriques et statoriques ;
- ✚ Les pertes (par hystérésis et courant de Foucault) sont négligées ;
- ✚ On ne tient compte que du premier harmonique d'espace de distribution de force magnétomotrice de chaque phase du stator et du rotor.

### II.4 Modèle mathématique de la MADA

Dans le domaine de la modélisation des machines électriques il y a deux approches différentes une première qui est basée sur le calcul des champs et qui demande un moyen de calcul très puissant. Cette méthode s'adresse beaucoup plus au constructeur. Une deuxième approche est basée sur le modèle électromécanique où on trouve plus de simplifications. Dans notre cas nous allons basés sur cette dernière.

#### II.4.1 Equations électriques de la machine

Sous les hypothèses précédentes et en utilisant La loi de Faraday et la loi d'Ohm, Les équations des tensions statoriques, peuvent être exprimées, en utilisant la notation matricielle, par :

$$\begin{bmatrix} v_{sa} \\ v_{sb} \\ v_{sc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 \\ 0 & 0 & R_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sa} \\ i_{sb} \\ i_{sc} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Phi_{sa} \\ \Phi_{sb} \\ \Phi_{sc} \end{bmatrix} \quad (II.5)$$

$$[v_{sabc}] = R_s [i_{sabc}] + \frac{d}{dt} [\Phi_{sabc}] \quad (II.6)$$

Et les équations des tensions rotoriques, peuvent être exprimées par

$$\begin{bmatrix} v_{ra} \\ v_{rb} \\ v_{rc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_r & 0 & 0 \\ 0 & R_r & 0 \\ 0 & 0 & R_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{ra} \\ i_{rb} \\ i_{rc} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Phi_{ra} \\ \Phi_{rb} \\ \Phi_{rc} \end{bmatrix} \quad (II.7)$$

$$[v_{rabc}] = R_r [i_{rabc}] + \frac{d}{dt} [\Phi_{rabc}] \quad (II.8)$$



**II.4.2 Equations des flux**

Les flux statoriques et rotoriques instantanés par phase, sont donnés par

$$\begin{bmatrix} \Phi_{sabc} \\ \Phi_{rabc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [L_s] & [M_{sr}] \\ [M_{sr}] & [L_r] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sabc} \\ i_{rabc} \end{bmatrix} \quad (II.9)$$

En appliquant la transformée de Laplace, et en remplaçant (II.9) dans (II.8) et (II.6), on obtient: le système d'équations ci-dessous, qui représente le modèle de la machine asynchrone dans le repère naturel :

$$\begin{cases} [V_s] = [R_s][i_s] + P[L_s][i_s] + [M_{sr}][i_r] \\ [V_r] = [R_r][i_r] + P[L_r][i_r] + [M_{rs}][i_s] \end{cases} \quad (II.10)$$

$$\begin{cases} [V_s] = [R_s][I_s] + \frac{d}{dt}([L_s][I_s] + [M_{sr}][I_r]) \\ [V_r] = [R_r][I_r] + \frac{d}{dt}([L_r][I_r] + [M_{rs}][I_s]) \end{cases} \quad (II.11)$$

$P$  : opérateur de Laplace ;

Avec :

$$[i_{sabc}] = \begin{bmatrix} i_{sa} \\ i_{sb} \\ i_{sc} \end{bmatrix}; [i_{rabc}] = \begin{bmatrix} i_{ra} \\ i_{rb} \\ i_{rc} \end{bmatrix}; [\Phi_{sabc}] = \begin{bmatrix} \Phi_{sa} \\ \Phi_{sb} \\ \Phi_{sc} \end{bmatrix}; [\Phi_{rabc}] = \begin{bmatrix} \Phi_{ra} \\ \Phi_{rb} \\ \Phi_{rc} \end{bmatrix}$$

$$R_s = \begin{bmatrix} R_s & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 \\ 0 & 0 & R_s \end{bmatrix}; R_r = \begin{bmatrix} R_r & 0 & 0 \\ 0 & R_r & 0 \\ 0 & 0 & R_r \end{bmatrix}; [L_s] = \begin{bmatrix} l_s & M_s & M_s \\ M_s & l_s & M_s \\ M_s & M_s & l_s \end{bmatrix}, [L_r] = \begin{bmatrix} l_r & M_r & M_r \\ M_r & l_r & M_r \\ M_r & M_r & l_r \end{bmatrix}$$

$$[M_{SR}] = [M_{RS}]^t = M_{SR} \begin{bmatrix} \cos \theta & \cos\left(\theta - \frac{2\Pi}{3}\right) & \cos\left(\theta + \frac{4\Pi}{3}\right) \\ \cos\left(\theta + \frac{4\Pi}{3}\right) & \cos \theta & \cos\left(\theta - \frac{2\Pi}{3}\right) \\ \cos\left(\theta - \frac{2\Pi}{3}\right) & \cos\left(\theta + \frac{2\Pi}{3}\right) & \cos \theta \end{bmatrix}$$

- $[M_{rs}] = [M_{sr}]^T, \theta$ : Ecart angulaire entre deux phases, statorique et rotorique correspondant.
- Où:  $V_{sa}, V_{sb}, V_{sc}$  : Les tensions simples triphasées au stator.
- $i_{sa}, i_{sb}, i_{sc}$  : Les courants statoriques.
- $\Phi_{sa}, \Phi_{sb}, \Phi_{sc}$  : Les flux propres au stator



## Chapitre II : Modélisation de la machine asynchrone à double alimentation

- $V_{ra}, V_{rb}, V_{rc}$  : Les tensions simples triphasées au rotor.
- $i_{ra}, i_{rb}, i_{rc}$  : Les courants rotoriques.
- $\Phi_{ra}, \Phi_{rb}, \Phi_{rc}$  : Les flux propres au rotor.
- $R_s$  : La résistance des enroulements statoriques.
- $R_r$  : La résistance des enroulements rotoriques.
- $[R_s], [R_r]$  : matrices de résistances statorique et rotorique;
- $R_s, R_r$  : résistances statorique et rotorique par phase;
- $[L_{ss}], [L_{rr}]$  : matrices d'inductances statorique et rotorique;
- $L_{ss}, L_{rr}$  : inductances propres d'une phase statorique et rotorique;
- $[M_{sr}]$  : matrice des inductances mutuelles ;
- $M_s, M_r$  : inductances mutuelles entre deux phases respectivement statorique et rotorique;
- $M$  : maximum d'inductance mutuelle entre une phase statorique et rotorique (les axes des deux phases coïncident);

### II.4.3 Equations mécaniques de la MADA

Le couple électromagnétique est donné par l'expression générale suivante :

$$\Gamma_e = \left(\frac{1}{2}\right) \cdot p \begin{bmatrix} I_s \\ I_r \end{bmatrix}^t \cdot \frac{d}{dt} L(\theta) \cdot \begin{bmatrix} I_s \\ I_r \end{bmatrix} \quad (\text{II.12})$$

Sachant que les matrices inductances  $L_s$  et  $L_r$  sont à termes constante, l'expression du couple devient comme suit.

$$\Gamma_e = \left(\frac{1}{2}\right) \cdot p \begin{bmatrix} I_s \\ I_r \end{bmatrix}^t \cdot \frac{d}{dt} L[M_{sr}] \cdot \begin{bmatrix} I_s \\ I_r \end{bmatrix} \quad (\text{II.13})$$

Donc, l'équation mécanique de la machine s'écrit :

$$J \frac{d}{dt} \Omega = C_{em} - C_r - f_r \Omega \quad (\text{II.14})$$

$J$  : Moment d'inertie ;  $C_r$  : Couple résistant ;  $f_r$  : Coefficient de frottement.



**II.4.3 Modèle de la machine asynchrone à double alimentation dans le plan dq**

**II.4.3.1 Transformation de Park**

La transformation de R.H.Park appelée souvent transformation des deux axes, est un outil mathématique qui a permis la simplification des équations des machines électriques triphasées.

Elle permet de passer d'un système triphasé alternatif à un système diphasé (repère d, q, o) continu (Figure II.2),

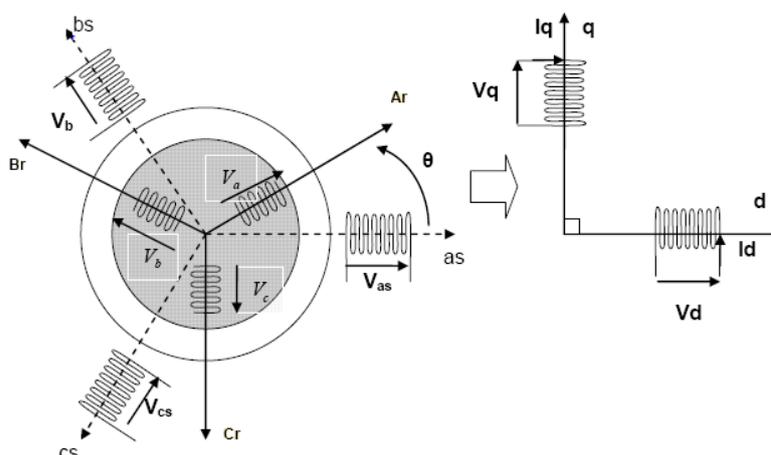


Figure II. 2 Passage du triphasé au biphasé

afin d'obtenir un modèle mathématique plus simple que le modèle physique du système[17].

**II.4.3.2 Application de la transformation de Park à la MADA**

En remplaçant dans la matrice de Park  $\theta$  par  $\theta_s$  pour les équations du stator et  $\theta$  par  $\theta_r$  pour celles du rotor, (Figure II.3) Les tensions, courants et les flux se transforment de la manière suivante

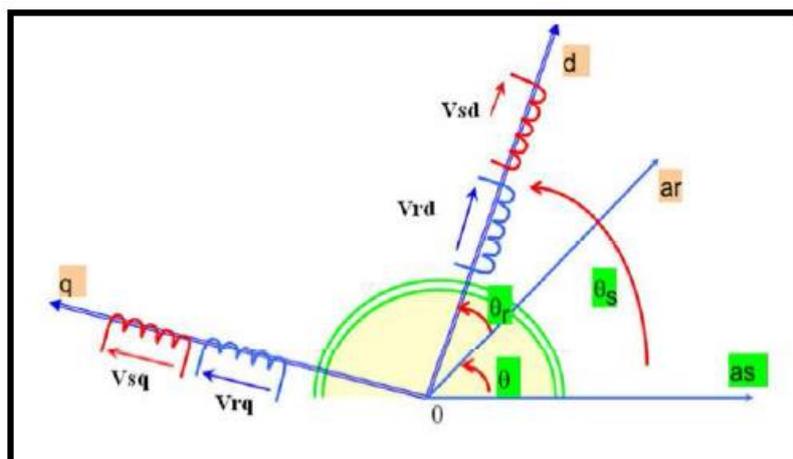


Figure II. 3 Représentation de la machine dans le repère diphasé.



## Chapitre II : Modélisation de la machine asynchrone à double alimentation

On remarque sur la figure (III.16) que  $\theta_s$  et  $\theta_r$  sont naturellement liés à  $\theta$  par la relation rigide :

$$\theta_s - \theta_r = \theta \quad (\text{II.15})$$

La transformation de Park définie par la matrice de rotation  $[P(\theta_s)]$  qui est donnée sous la forme suivante :

$$[p(\theta_s)] = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos \theta_s & \cos \left( \theta_s - \frac{2\Pi}{3} \right) & \cos \left( \theta_s + \frac{2\Pi}{3} \right) \\ -\sin \theta_s & -\sin \left( \theta_s - \frac{2\Pi}{3} \right) & -\sin \left( \theta_s + \frac{2\Pi}{3} \right) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \quad (\text{II.16})$$

L'angle  $\theta$  est au choix de l'utilisateur et peut dépendre du temps. Le fait que  $[P(\theta_s)]$  soit orthonormée implique que son inverse est égale à sa transposée.

$$[p(\theta_s)]^{-1} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos \theta_s & -\sin \theta_s & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos \left( \theta_s - \frac{2\Pi}{3} \right) & -\sin \left( \theta_s - \frac{2\Pi}{3} \right) & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos \left( \theta_s + \frac{2\Pi}{3} \right) & -\sin \left( \theta_s + \frac{2\Pi}{3} \right) & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \quad (\text{II.17})$$

On a ainsi :

$$[V_{dqo}] = [P(\theta_s)][V_{abc}] ; [\Phi_{dqo}] = [P(\theta_s)][\Phi_{abc}] ; [i_{dqo}] = [P(\theta_s)][i_{abc}] \quad [ (\text{II.18}); (\text{II.19}); (\text{II.20}) ]$$

La matrice  $[P(\theta_s)]$  représente la matrice de transformation appliquée au stator. la transformation des grandeurs rotoriques s'obtient en remplaçant l'indice (s) par l'indice (r).

### II.4.3.3 Equation électrique :

$$[V_{sabc}] = [R_s][i_{sabc}] + \frac{d}{dt}[\Phi_{sabc}] \quad (\text{II.21})$$

La transformation linéaire  $[P(\theta_s)]$  appliquée à l'équation (II.21)

$$[P(\theta_s)]^{-1}[V_{sdqo}] = [R_s][P(\theta_s)]^{-1}[i_{sdqo}] + \frac{d}{dt}([P(\theta_s)]^{-1}[\Phi_{sdqo}]) \quad (\text{II.22})$$

Soit en multipliant à gauche par  $[P(\theta_s)]$

$$[V_{sdqo}] = [R_s][i_{sdqo}] + \frac{d}{dt}([\Phi_{sdqo}]) + [P(\theta_s)] \frac{d}{dt}([P(\theta_s)]^{-1}[\Phi_{sdqo}]) \quad (\text{II.23})$$



On démontre que :

$$[P(\theta_s)] \frac{d}{dt} ([P(\theta_s)]^{-1}) = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \frac{d}{dt} (\theta_s) \quad (\text{II.24})$$

On obtient les équations électriques suivantes.

$$\begin{cases} V_{sd} = R_s i_{sd} + \frac{d\Phi_{sd}}{dt} - \omega_s \Phi_{sq} \\ V_{sq} = R_s i_{sq} + \frac{d\Phi_{sq}}{dt} + \omega_s \Phi_{sd} \\ V_{so} = R_s i_{so} + \frac{d\Phi_{so}}{dt} \end{cases} \quad (\text{II.25})$$

Ou :

$$\omega_s = \frac{d\theta_s}{dt} \quad (\text{II.26})$$

De façon analogue, la transformation des grandeurs rotoriques conduit au système

$$\begin{cases} V_{rd} = R_r i_{rd} + \frac{d\Phi_{rd}}{dt} - \omega_r \Phi_{rq} \\ V_{rq} = R_r i_{rq} + \frac{d\Phi_{rq}}{dt} + \omega_r \Phi_{rd} \\ V_{ro} = R_r i_{ro} + \frac{d\Phi_{ro}}{dt} \end{cases} \quad (\text{II.27})$$

Ou :

$$\omega_r = \frac{d\theta_r}{dt} \quad (\text{II.28})$$

#### II.4.3.4 Equation magnétique

Les transformations proposées établissent les relations entre les flux d'axes (d,q,o) et les flux d'axe (a,b,c):

$$[\Phi_{sdqo}] = [P(\theta_s)][\Phi_{sabc}] \text{ et } [\Phi_{rdqo}] = [P(\theta_r)][\Phi_{rabc}] \quad (\text{II.29})$$

En développant les expressions des flux, elles deviennent au:

➤ Au niveau du stator

$$[\Phi_{sdqo}] = [P(\theta_s)][[L_s][i_{sabc}] + [M_{SR}][i_{rabc}]] \quad (\text{II.30})$$



## Chapitre II : Modélisation de la machine asynchrone à double alimentation

Soit :

$$[\Phi_{sdqo}] = [P(\theta_s)][L_s][P(\theta_s)]^{-1}[i_{sdqo}] + [P(\theta_s)][M_{SR}][P(\theta_r)]^{-1}[i_{rdqo}] \quad (\text{II.31})$$

➤ Au niveau du rotor

$$[\Phi_{rdqo}] = [P(\theta_r)][M_{SR}][i_{sabc}] + [L_r][i_{rabc}] \quad (\text{II.32})$$

Soit :

$$[\Phi_{rdqo}] = [P(\theta_r)][M_{sr}][P(\theta_s)]^{-1}[i_{sdqo}] + [P(\theta_r)][L_r][P(\theta_r)]^{-1}[i_{rdqo}] \quad (\text{II.33})$$

On démontre que :

$$[P(\theta_s)][L_s][P(\theta_s)]^{-1} = \begin{bmatrix} l_s - M_s & 0 & 0 \\ 0 & l_s - M_s & 0 \\ 0 & 0 & l_s - 2M_s \end{bmatrix} \quad (\text{II.34})$$

$$[P(\theta_s)][M_{SR}][P(\theta_r)]^{-1} = \frac{3}{2} M_{SR} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{II.35})$$

On définit :

✚  $L_s = l_s - M_s$  : L'inductance cyclique statorique.

✚  $M = \frac{3}{2} M_{SR}$  : L'inductance mutuelle cyclique entre stator et rotor.

✚  $L_{so} = l_s + 2M_s$  : L'inductance homopolaire statorique.

Ainsi l'expression des flux totalisés prend la forme suivante :

$$\begin{cases} \Phi_{sd} = L_s i_{sd} + M_{sr} i_{rd} \\ \Phi_{sq} = L_s i_{sq} + M_{sr} i_{rq} \\ \Phi_{so} = L_{so} i_{so} \end{cases} \quad (\text{II.36})$$

On obtient de la même manière pour le rotor :

$$\begin{cases} \Phi_{rd} = L_r i_{rd} + M_{sr} i_{sd} \\ \Phi_{rq} = L_r i_{rq} + M_{sr} i_{sq} \\ \Phi_{ro} = L_{ro} i_{ro} \end{cases} \quad (\text{II.37})$$



Avec :

$L_r = L_r - M_r$  : Inductance cyclique rotorique.

$L_{ro} = L_r + 2M_r$  : Inductance homopolaire rotorique.

Quand les sommes des composantes (a, b, c) sont nulles, la troisième équation toujours vérifiée car identiquement nulle.

Les équations de Park. Statoriques et rotoriques s'écrivent :

$$\begin{cases} V_{sd} = R_s i_{sd} + \frac{d\Phi_{sd}}{dt} - \omega_s \Phi_{sq} \\ V_{sq} = R_s i_{sq} + \frac{d\Phi_{sq}}{dt} + \omega_s \Phi_{sd} \\ V_{rd} = R_r i_{rd} + \frac{d\Phi_{rd}}{dt} - \omega_r \Phi_{rq} \\ V_{rq} = R_r i_{rq} + \frac{d\Phi_{rq}}{dt} + \omega_r \Phi_{rd} \end{cases} \quad (II.38)$$

Les flux sont donnés dans le système :

$$\begin{cases} \Phi_{sd} = L_s i_{sd} + M_{sr} i_{rd} \\ \Phi_{sq} = L_s i_{sq} + M_{sr} i_{rq} \\ \Phi_{rd} = L_r i_{rd} + M_{sr} i_{sd} \\ \Phi_{rq} = L_r i_{rq} + M_{sr} i_{sq} \end{cases} \quad (II.39)$$

#### II.4.4 choix du référentiel

Les équations de la machine asynchrone triphasée peuvent être exprimées dans différents référentiels, le choix d'un référentiel se fait selon le problème étudié :

##### II.4.4.1 Référentiel lié au stator

Ce référentiel est le mieux adapté pour travailler avec les grandeurs instantanées. Il est utilisé en vue d'étudier les variations importantes de la vitesse de rotation. Aussi il est préférable lors de l'étude des grandeurs rotoriques

Il se traduit par les conditions :

$$\frac{d\theta_s}{dt} = 0, \frac{d\theta}{dt} = -\frac{d\theta_r}{dt} = -\omega_r \quad (II.40)$$



Les équations électriques prennent la forme :

$$\left\{ \begin{array}{l} V_{sd} = R_s i_{sd} + \frac{d\Phi_{sd}}{dt} \\ V_{sq} = R_s i_{sq} + \frac{d\Phi_{sq}}{dt} \\ V_{rd} = R_r i_{rd} + \frac{d\Phi_{dr}}{dt} - \omega_r \Phi_{rq} \\ V_{rq} = R_r i_{rq} + \frac{d\Phi_{rd}}{dt} + \omega_r \Phi_{rd} \end{array} \right. \quad (\text{II.41})$$

#### II.4.4.2 Référentiel lié au rotor

Ce référentiel est intéressant pour les problèmes des régimes transitoires où la vitesse de rotation est considérée comme constante.

Il est avantageux pour l'étude des grandeurs statorique. Il se traduit par la relation :

$$\frac{d\theta_r}{dt} = 0, \quad \frac{d\theta}{dt} = \frac{d\theta_s}{dt} = \omega \quad (\text{II.42})$$

Et les équations de tension deviennent :

$$\left\{ \begin{array}{l} V_{sd} = R_s i_{sd} + \frac{d\Phi_{sd}}{dt} - \Phi_{sq} \omega_s \\ V_{sq} = R_s i_{sq} + \frac{d\Phi_{sq}}{dt} + \Phi_{sd} \omega_s \\ V_{rd} = R_r i_{rd} + \frac{d\Phi_{rd}}{dt} \\ V_{rq} = R_r i_{rq} + \frac{d\Phi_{rq}}{dt} \end{array} \right. \quad (\text{II.43})$$

#### II.4.4.3 Référentiel lié au champ tournant

Il se traduit par :

$$\frac{d\theta_s}{dt} = \omega_s, \quad \frac{d\theta_r}{dt} = \omega_s - \omega \quad (\text{II.44})$$

Ce type de référentiel est souvent utilisé dans l'étude de l'alimentation des moteurs à fréquence variable. Son modèle permet d'avoir des grandeurs constantes en régime permanent d'où la facilité de régulation. Il est donc préférable de travailler dans ce repère lors d'une étude de la commande des machines [13].



Le modèle de la machine asynchrone à double alimentation s'écrit dans le repère de PARK lié au champ tournant comme suit

$$\begin{cases} [V_{ds}] = [R_s][I_{ds}] + \frac{d}{dt}(\Phi_{ds}) - \omega_s \Phi_{qs} \\ [V_{qs}] = [R_s][I_{qs}] + \frac{d}{dt}(\Phi_{qs}) + \omega_s \Phi_{ds} \end{cases} \quad (\text{II.45})$$

$$\begin{cases} [V_{dr}] = [R_r][I_{dr}] + \frac{d}{dt}(\Phi_{dr}) - (\omega_s - \omega)\Phi_{qr} \\ [V_{qr}] = [R_r][I_{qr}] + \frac{d}{dt}(\Phi_{qr}) + (\omega_s - \omega)\Phi_{dr} \end{cases} \quad (\text{II.46})$$

$$\begin{cases} C_{em} = P \cdot \frac{M}{L_r} (\Phi_{dr} \cdot I_{qs} - \Phi_{qr} \cdot I_{ds}) \\ \frac{J}{P} \frac{d}{dt} \omega = C_{em} - C_r - C_f \end{cases} \quad (\text{II.47})$$

#### II.4.5 Mise sous forme d'équations d'état

Pour la machine asynchrone à double alimentation les variables de contrôle sont les tensions statoriques et rotoriques. En considérant les flux statoriques et les courants rotoriques comme des vecteurs d'état, alors le modèle de la MADA est décrit par les équations suivantes [18] : Pour une bonne représentation de la machine asynchrone à double alimentation, nous considérons comme variable d'états les flux statoriques ( $\Phi_{sd}, \Phi_{sq}$ ), les courants rotoriques ( $I_{rd}, I_{rq}$ ) et la vitesse de rotation  $\omega$ . Le système d'équation présentant la machine dans le repère (d-q) lié au champ tournant à la vitesse de synchronisme  $\omega_s$  à l'aide des expressions de système d'équation (III.39) (III.40) et (III.55) Nous obtenons le modèle de la machine asynchrone à double alimentation suivant.

$$\begin{cases} \frac{d\Phi_{sd}}{dt} = -\frac{R_s}{L_s} \Phi_{sd} + \omega_s \Phi_{sq} + \frac{R_s M_{sr}}{L_s} i_{rd} + V_{sd} \\ \frac{d\Phi_{sq}}{dt} = -\omega_s \Phi_{sd} - \frac{R_s}{L_s} \Phi_{sq} + \frac{R_s M_{sr}}{L_s} i_{rq} + V_{sq} \\ \frac{di_{rd}}{dt} = \frac{R_s M_{sr}}{\sigma L_r L_s^2} \Phi_{sd} - \frac{M_{sr}}{\sigma L_r L_s} \omega \Phi_{sq} - \left[ \frac{R_r}{\sigma L_r} + \frac{R_s M_{sr}^2}{\sigma L_r L_s^2} \right] i_{rd} + (\omega_s - \omega) i_{rq} - \frac{M_{sr}}{\sigma L_r L_s} V_{sd} + \frac{1}{\sigma L_r} V_{rd} \\ \frac{di_{rq}}{dt} = \frac{M_{sr}}{\sigma L_r L_s} \omega \Phi_{sd} + \frac{R_s M_{sr}}{\sigma L_r L_s^2} \Phi_{sq} - (\omega_s - \omega) i_{rd} - \left[ \frac{R_r}{\sigma L_r} + \frac{R_s M_{sr}^2}{\sigma L_r L_s^2} \right] i_{rq} - \frac{M_{sr}}{\sigma L_r L_s} V_{sq} + \frac{1}{\sigma L_r} V_{rq} \\ \frac{d\omega}{dt} = \frac{P^2 M_{sr}}{L_s J} (\Phi_{sq} i_{rd} - \Phi_{sd} i_{rq}) - \frac{P}{J} C_r - \frac{f}{J} \omega \end{cases} \quad (\text{II.48})$$



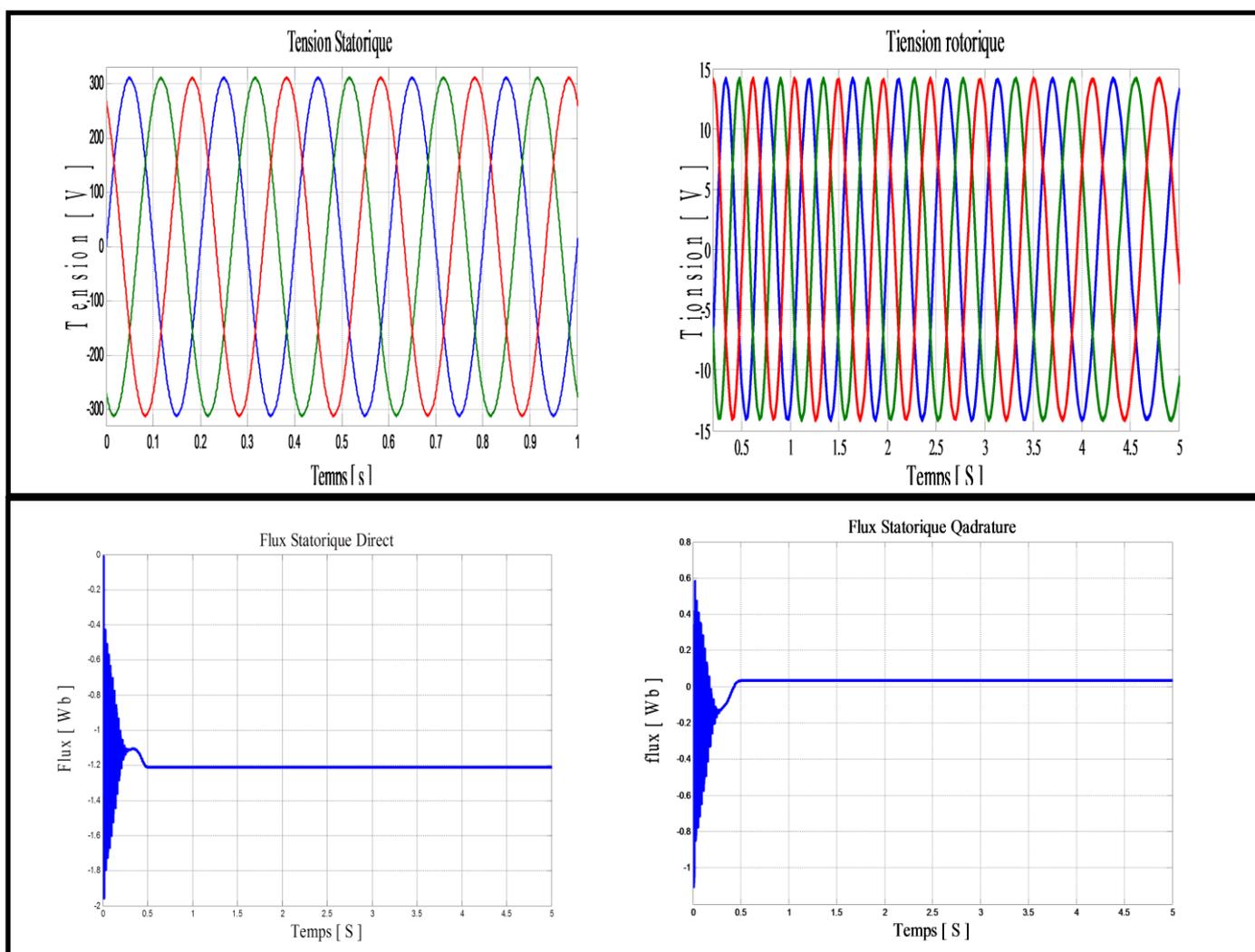
Où  $\sigma$  est le coefficient de dispersion de Blondel :  $(\sigma = 1 - \frac{M_{sr}^2}{L_r L_s})$

### II.5 Résultats de simulation

A l'aide du logiciel MATLAB, la simulation de la MADA a été faite. Les données de la machine utilisée en simulation sont données en annexe A. Son modèle est basé sur les équations obtenues avec la transformation de R.H.Park. (Plan (d, q)) lié aux champs tournant.

Les résultats de simulation de démarrage à vide de la MADA sont présentés sur les figures (II.4), (II.5), (II.6), (II.7) concernant respectivement la vitesse et le couple, les composantes du flux statoriques, les composantes du courant statoriques et rotoriques.

#### 1) Démarrage à vide



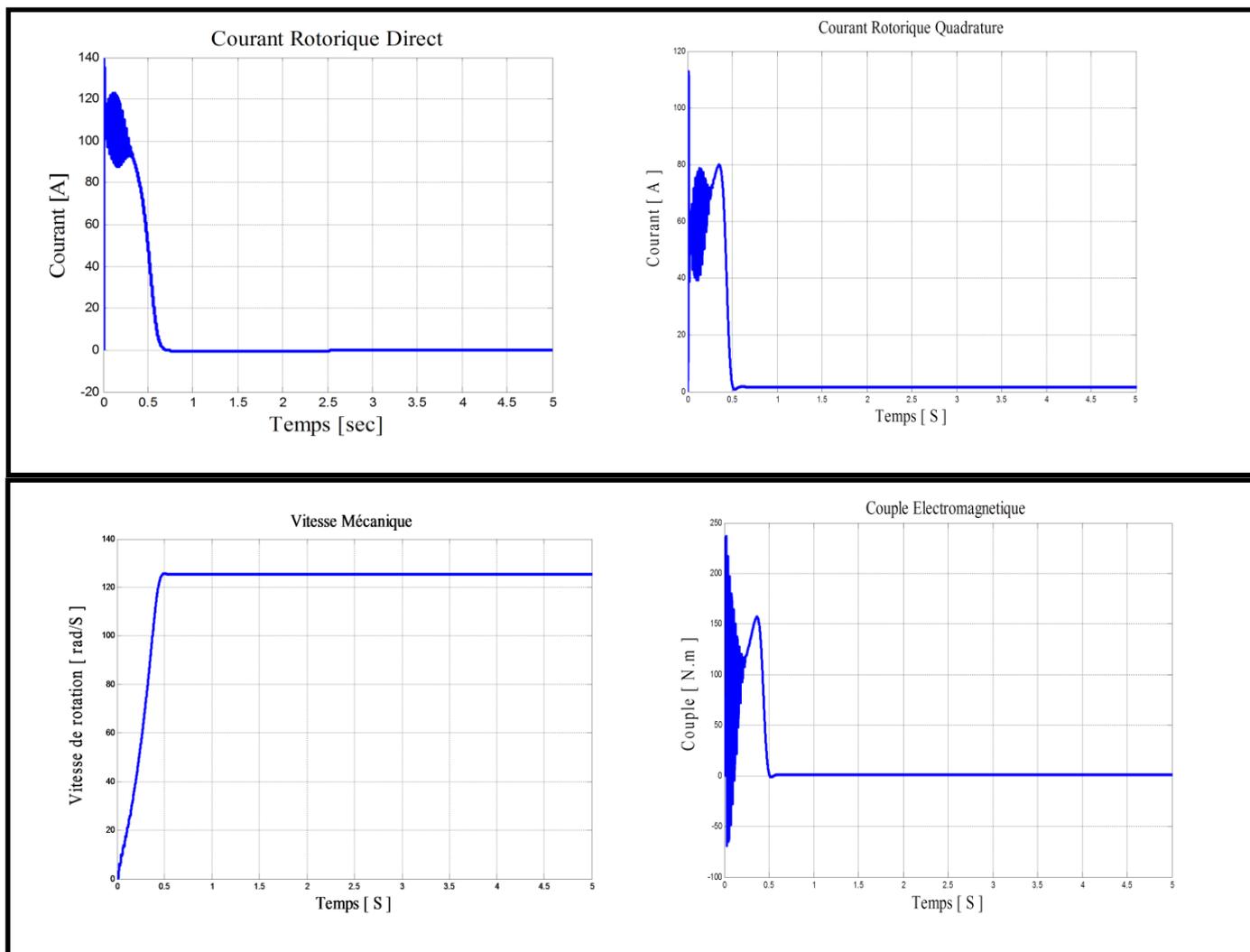


Figure II. 4: comportement de la MADA lors d'un démarrage à vide



2) démarrage à vide avec application d'un couple résistant

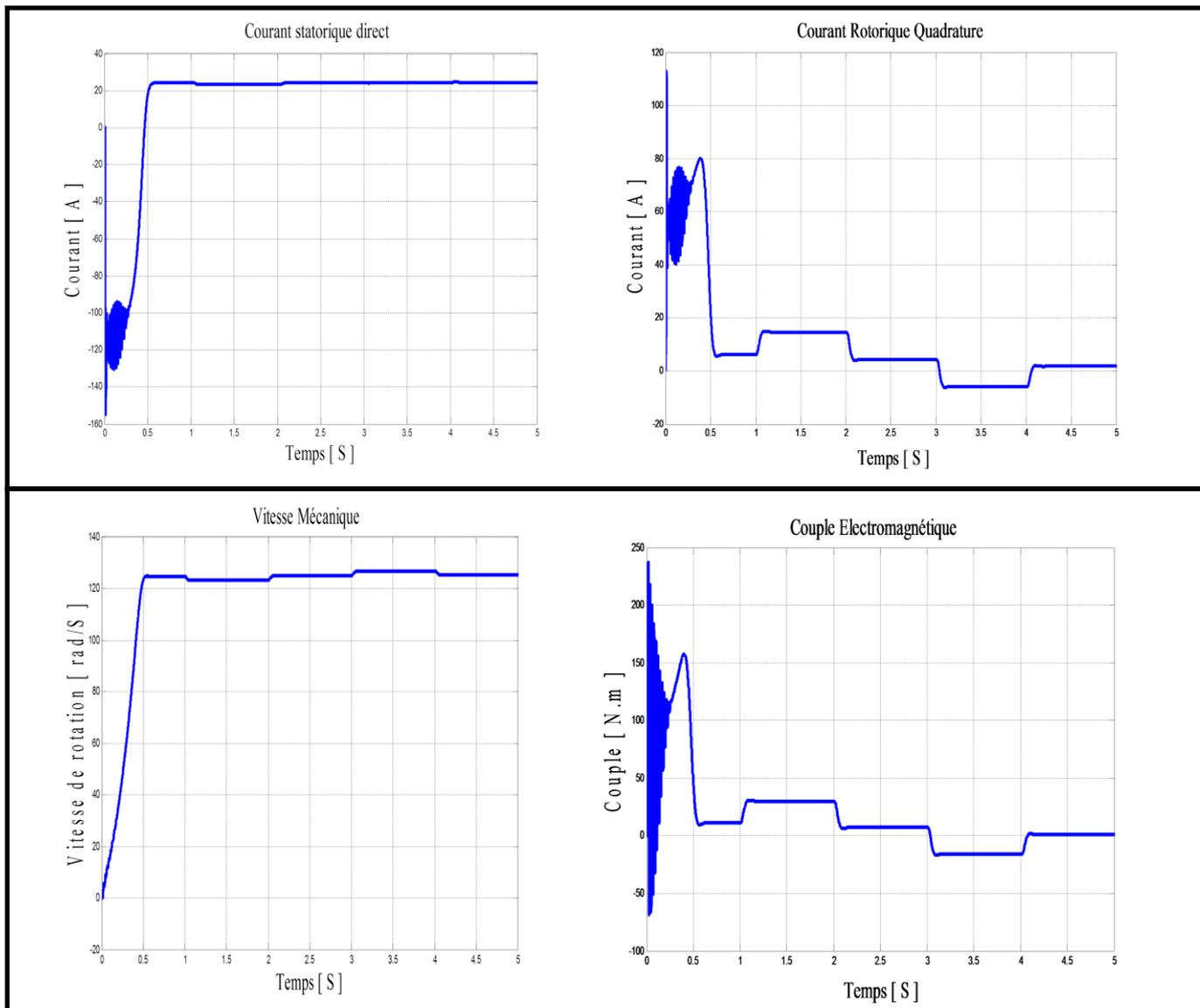


Figure II. 5 comportement de la MADA lors d'un démarrage à vide avec application d'un couple résistant

**INTRPETATION**

La simulation s'effectue au départ d'un démarrage à vide. On remarque que toutes les grandeurs de la machine ont un régime transitoire oscillant. Le couple électromagnétique est pulsatoire, oscille autour d'une valeur qui correspond à la valeur du couple résistant de la machine.

On constate ainsi l'importance des courants statoriques et rotoriques pendant le démarrage, et après un temps égal à environs 0,5 s, les courants " $i_{rd}$ " et " $i_{rq}$ " se stabilisent et prennent des valeurs proches de zéro. Ainsi la vitesse se stabilise à une valeur à vide proche de 137 rad/s après un temps égal à environs 0,5 s.



## Chapitre II : Modélisation de la machine asynchrone à double alimentation

Ce démarrage rapide a permis d'avoir un établissement rapide du couple électromagnétique au régime transitoire.

Après que le régime permanent s'est établi, on applique un couple de charge à la machine  $C_r=+30\text{Nm}$  entre 1s et 2s, par la suite on applique un couple  $C_r=-30\text{ N.m}$  entre 3s et 4s. Nous observons une bonne stabilité de la machine. En appliquant un couple résistant, le couple électromagnétique augmente afin de compenser le couple résistant, cela induit une légère diminution de la vitesse traduite par un glissement supplémentaire (+g, ou -g) correspondant au glissement nominal de la machine. À vide la vitesse du rotor est proche de la vitesse de synchronisme (glissement nul), et au moment où on applique un couple résistant  $C_r=+ 30\text{N.m}$ , la vitesse diminue (augmentation du glissement) et pour  $C_r=-30\text{N.m}$ , la vitesse augmente (diminution du glissement) le couple électromagnétique répond au couple résistant, ainsi que les courants de phase.



## **II.6. CONCLUSION**

Sous quelques hypothèses simplificatrices, nous avons pu établir un modèle mathématique de la machine asynchrone à double alimentation. La complexité du modèle a été réduite par l'application de la transformation de Park qui permettait le passage d'un repère triphasé, dans lequel les équations de la machine étaient à coefficients variables dans le temps, à un repère orthogonal dans lequel les équations sont devenues à coefficients constants dans le temps. Le modèle de la MADA a été simulé sous MATLAB/Simulink, et les résultats de simulation ont montré une bonne conformité au comportement dynamique de la machine.

Le même modèle sera exploité pour étudier la stratégie de commande de la machine asynchrone à double alimentation en puissance active et réactive au chapitre suivant.