

II.1. Introduction :

La machine asynchrone présente l'avantage d'être robuste, peu coûteuse et de construction simple. Cette simplicité s'accompagne toutefois d'une grande complexité physique liée aux interactions électromagnétique entre le stator et le rotor. Par ailleurs, pour étudier une machine électrique, le but de l'électrotechnicien est d'élaborer un modèle aussi fin que possible afin qu'il puisse se rendre compte de la réalité.

La conception d'une chaîne de commande passe par une phase de modélisation afin de dimensionner et valider les stratégies retenues. Mais, on ne peut parler de la commande de la machine asynchrone, sans qu'on parle du convertisseur qui lui est associé, de son alimentation et de sa commande.

Dans ce chapitre, nous présenterons le modèle mathématique triphasé de la machine asynchrone et sa transformation dans le système biphasé. Une représentation sous forme d'état est élaborée à partir des lois physiques qui régissent son fonctionnement en alimentant notre machine en tension.

Ce chapitre traitera la modélisation de la machine asynchrone, basée sur la transformation de Park, associée à une alimentation constituée d'un onduleur de tension triphasé utilisant la technique de commande MLI vectorielle (PWM) [15].

II.2. Hypothèses simplificatrices

La modélisation de la machine asynchrone s'appuie sur un certain nombre d'hypothèses simplificatrices, qui sont:

- L'entrefer est d'épaisseur uniforme
- L'effet d'encoche et Pertes ferromagnétiques sont négligeables
- Distribution spatiale des forces magnétomotrices d'entrefer est sinusoïdale
- Circuit magnétique non saturé et à perméabilité constante
- Seuls les enroulements sont parcourus par des courants, dont la densité est supposée uniforme dans la section des conducteurs. (L'effet pelliculaire est négligeable)

- Les résistances des enroulements ne varient pas en fonction de la température de fonctionnement et on néglige également l'effet de peau
- Ainsi, parmi les conséquences importantes des ces hypothèses, on peut citer :
 - L'additivité du flux
 - La constance des inductances propres
 - La loi de variation sinusoïdale des inductances mutuelles entre les enroulements statoriques et rotoriques en fonction de l'angle électrique entre leurs axes magnétiques [12].

II.3. Représentation du Modèle triphasée- triphasée

On a représenté au stator trois bobinages, dont les axes sont décalés de 120° , et trois autres au rotor, parcourus chaque fois par un système de courants triphasé. Par convention, les bobinages sont alimentés par un système de tensions triphasé sinusoïdal direct. On peut considérer la machine asynchrone triphasée comme représentée par les bobinages de la figure (II-1)

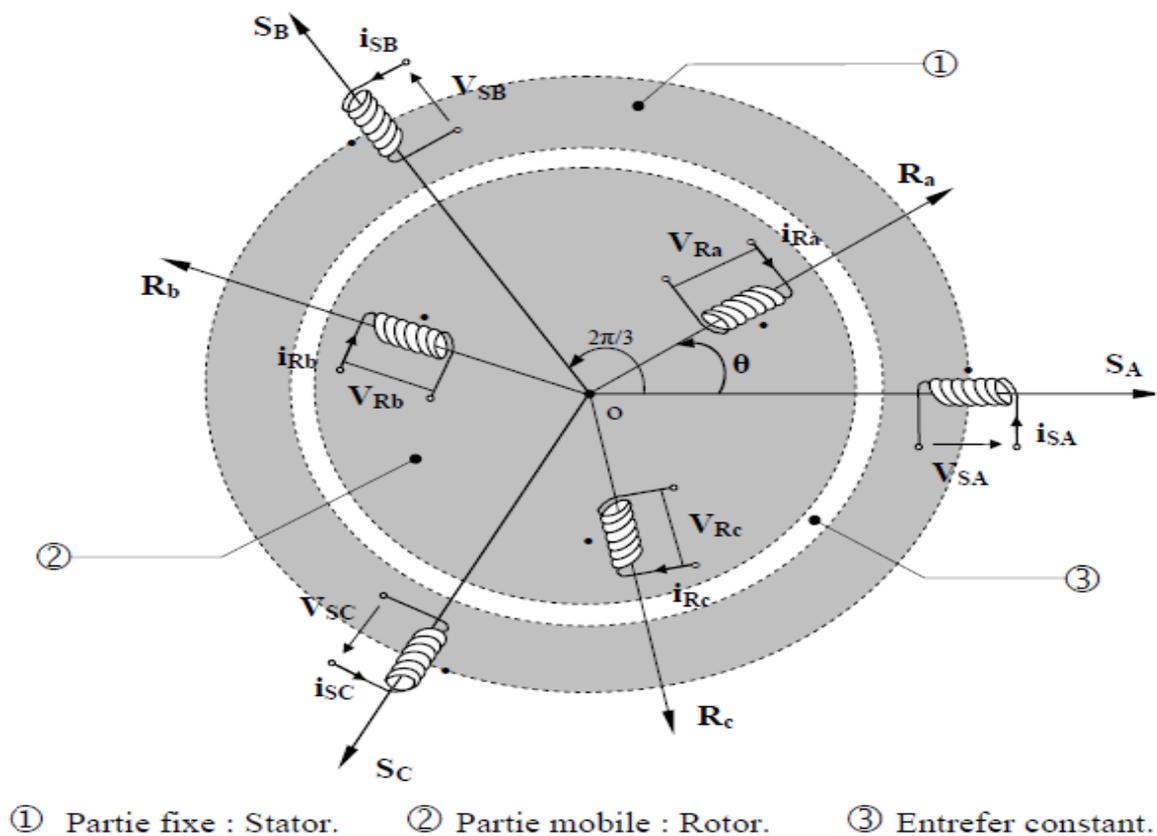


Figure II.1: Modèle d'une machine asynchrone triphasée.

L'équation de tension des phases statoriques et rotoriques servent le point de départ à l'élaboration du modèle dynamique de la machine asynchrone [12].

II.4. Mise en équations :

La machine est représentée sur la figure (II-1) par six enroulements dans l'espace électrique. Les enroulements statoriques sont alimentés par un réseau triphasé de tensions sinusoïdales à fréquence et amplitudes constantes, et les enroulements rotoriques sont court-circuités.

Chaque enroulement peut être représenté par la figure (II-2).

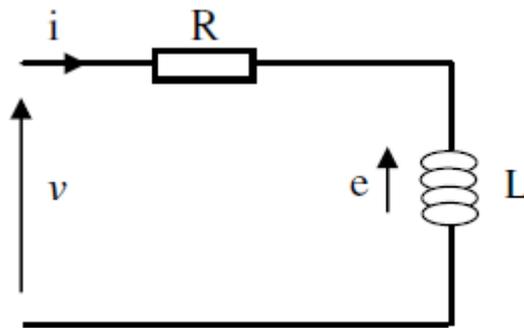


Figure II.2: Modèle électrique d'une phase.

A partir de ce circuit on peut écrire l'équation :

$$V = Ri + e$$

$$V = Ri + \frac{d}{dt}\phi \tag{II. 1}$$

$$[V_{Sabc}] = [V_{sa} \quad V_{sb} \quad V_{sc}]^T \quad : \text{Vecteur de tension statorique.}$$

$$[V_{rabc}] = [V_{ra} \quad V_{rb} \quad V_{rc}]^T \quad : \text{Vecteur de tension rotorique} \tag{II. 2}$$

$$[i_{Sabc}] = [i_{sa} \quad i_{sb} \quad i_{sc}]^T \quad : \text{Vecteur de courant statorique.}$$

$$[i_{rabc}] = [i_{ra} \quad i_{rb} \quad i_{rc}]^T \quad : \text{Vecteur de courant rotorique.}$$

Ainsi que pour les vecteurs des flux :

$$\begin{aligned}
 [\phi_{sabc}] &= [\phi_{sa} \quad \phi_{sb} \quad \phi_{sc}]^T && : \text{Vecteur de flux statorique.} \\
 [\phi_{rabc}] &= [\phi_{ra} \quad \phi_{rb} \quad \phi_{rc}]^T && : \text{Vecteur de flux rotorique.}
 \end{aligned}
 \tag{II. 3}$$

II.4.1. Equation des tensions

Pour les phases statoriques et rotoriques, les équations des tensions peuvent s'écrire sous la forme suivant :

➤ Pour les phases statoriques :

$$\begin{cases}
 V_{sa} = R_s i_{sa} + \frac{d}{dt} \phi_{sa} \\
 V_{sb} = R_s i_{sb} + \frac{d}{dt} \phi_{sb} \\
 V_{sc} = R_s i_{sc} + \frac{d}{dt} \phi_{sc}
 \end{cases}
 \tag{II. 4}$$

En écriture matricielle :

$$\begin{bmatrix} V_{sa} \\ V_{sb} \\ V_{sc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 \\ 0 & 0 & R_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sa} \\ i_{sb} \\ i_{sc} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \phi_{sa} \\ \phi_{sb} \\ \phi_{sc} \end{bmatrix}
 \tag{II. 5}$$

$$[V_{sabc}] = [R_s][i_{sabc}] + \frac{d}{dt} [\phi_{sabc}]
 \tag{II. 6}$$

➤ Pour les phases rotoriques :

$$\begin{cases}
 V_{ra} = R_r i_{ra} + \frac{d}{dt} \phi_{ra} \\
 V_{rb} = R_r i_{rb} + \frac{d}{dt} \phi_{rb} \\
 V_{rc} = R_r i_{rc} + \frac{d}{dt} \phi_{rc}
 \end{cases}
 \tag{II. 7}$$

En écriture matricielle :

$$\begin{bmatrix} V_{ra} \\ V_{rb} \\ V_{rc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_r & 0 & 0 \\ 0 & R_r & 0 \\ 0 & 0 & R_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{ra} \\ i_{rb} \\ i_{rc} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \phi_{ra} \\ \phi_{rb} \\ \phi_{rc} \end{bmatrix} = 0
 \tag{II. 8}$$

$$[V_{rabc}] = [Rr][i_{rabc}] + \frac{d}{dt} [\phi_{rabc}] = 0 \quad (\text{II. 9})$$

R_s et R_r : Représentent, respectivement, la résistance d'une phase statorique et rotorique.

II.4.2. Équations des flux :

Les équations des flux statoriques et rotoriques prennent la forme suivante :

$$\begin{cases} \phi_{sa} = l_s i_{sa} + M_s i_{sb} + M_s i_{sc} + M_{sara} i_{ra} + M_{sarb} i_{rb} + M_{sarc} i_{rc} \\ \phi_{sb} = M_s i_{sa} + l_s i_{sb} + M_s i_{sc} + M_{sbra} i_{ra} + M_{sbrb} i_{rb} + M_{sbrc} i_{rc} \\ \phi_{sc} = M_s i_{sa} + M_s i_{sb} + l_s i_{sc} + M_{scra} i_{ra} + M_{scrb} i_{rb} + M_{scrc} i_{rc} \end{cases} \quad (\text{II. 10})$$

$$\begin{cases} \phi_{ra} = l_r i_{ra} + M_r i_{rb} + M_r i_{rc} + M_{rasa} i_{sa} + M_{rasb} i_{sb} + M_{rasc} i_{sc} \\ \phi_{rb} = M_r i_{ra} + l_r i_{rb} + M_r i_{rc} + M_{rbsa} i_{sa} + M_{rbsb} i_{sb} + M_{rbsc} i_{sc} \\ \phi_{rc} = M_r i_{ra} + M_r i_{rb} + l_r i_{rc} + M_{rcsa} i_{sa} + M_{rcsb} i_{sb} + M_{rcsc} i_{sc} \end{cases} \quad (\text{II. 11})$$

Et qui peuvent s'écrire sous forme matricielle suivante :

➤ Pour flux statoriques

$$[\phi_{sabc}] = \begin{bmatrix} l_s & M_s & M_s & M_1 & M_3 & M_2 \\ M_s & l_s & M_s & M_2 & M_1 & M_3 \\ M_s & M_s & l_s & M_3 & M_2 & M_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [i_{sabc}] \\ [i_{rabc}] \end{bmatrix} \quad (\text{II. 12})$$

$$[\phi_{sabc}] = \begin{bmatrix} [Ls] & [Msr] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [is abc] \\ [ir abc] \end{bmatrix} \quad (\text{II. 13})$$

De la même manière pour les flux rotoriques

$$[\phi_{rabc}] = \begin{bmatrix} l_r & M_r & M_r & M_1 & M_2 & M_3 \\ M_r & l_r & M_r & M_3 & M_1 & M_2 \\ M_r & M_r & l_r & M_2 & M_3 & M_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [i_{rabc}] \\ [i_{sabc}] \end{bmatrix} \quad (\text{II. 14})$$

$$[\phi_{rabc}] = \begin{bmatrix} [Lr] & [Mrs] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [i_{rabc}] \\ [i_{sabc}] \end{bmatrix} \quad (\text{II. 15})$$

Avec:

$$[Ls] = \begin{bmatrix} l_s & M_s & M_s \\ M_s & l_s & M_s \\ M_s & M_s & l_s \end{bmatrix} ; \quad [Lr] = \begin{bmatrix} l_r & M_r & M_r \\ M_r & l_r & M_r \\ M_r & M_r & l_r \end{bmatrix} \quad (\text{II. 16})$$

Les inductions mutuelles entre phases statoriques et rotoriques s'expriment en fonction de M et de θ par :

$$M_1 = M \cos \theta \quad , \quad M_2 = M \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) \quad , \quad M_3 = M \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \quad (\text{II. 17})$$

$[Ls]$: Matrice des inductions statoriques.

$[Lr]$: Matrice des inductions rotoriques.

$[Msr[\theta]] = [Mrs[\theta]]^T$: Matrice des inductions mutuelles stator-rotor.

Les équations des flux statoriques et rotoriques s'écrivent sous une forme condensée :

$$[\phi_{sabc}] = [Ls] [i_{sabc}] + [Msr] [i_{rabc}] \quad (\text{II. 18})$$

$$[\phi_{rabc}] = [Lr] [i_{rabc}] + [Mrs] [i_{sabc}] \quad (\text{II. 19})$$

Les deux équations (II-18) et (II-19) se nomment les équations magnétiques de la Machine asynchrone.

Par substituant les équations (II-18) et (II-19) dans les équations des tensions (II-6) et (II-9), on trouve:

$$[V_{sabc}] = [Rs][i_{sabc}] + \frac{d}{dt} ([Ls] [i_{sabc}] + [Msr] [i_{rabc}]) \quad (\text{II. 20})$$

$$[V_{rabc}] = [Rr][i_{rabc}] + \frac{d}{dt} ([Lr] [i_{rabc}] + [Mrs] [i_{sabc}]) \quad (\text{II. 21})$$

II.4.3. Equations mécaniques

L'étude des caractéristiques de la machine asynchrone fait introduire de la Variation non seulement des paramètres électriques (tension, courant, flux) mais aussi des Paramètres mécaniques (couple, vitesse) [14].

L'équation du mouvement de la machine est :

$$J \frac{d}{dt} \Omega = C_{em} - C_r - Fr\Omega \quad (\text{II. 22})$$

Avec :

J : Moment d'inertie des masses tournantes.

C_r : Couple résistant imposé à l'arbre de la machine.

Ω : Vitesse rotorique.

C_{em} : Couple électromagnétique.

Fr : Coefficient de frottement visqueux.

$(Fr\Omega)$: Terme de couple de frottement visqueux.

II.5. Transformation De Park

La transformation de Park a pour but de traiter une large gamme de machines de façon unifiée en le ramenant à un modèle unique, Cette conversion est appelée souvent transformation des axes, fait correspondant aux deux enroulements de la machine originale suivie d'une rotation, les enroulements équivalents du point de vue électrique et magnétique. Cette transformation ainsi, pour l'objectif de rendre les inductances mutuelles du modèle indépendant es de l'angle de rotation.

La transformation de Park consiste à imaginer de remplacer le repère rotorique tournant par un autre repère fictif équivalent fixe à condition de conserver la force magnétomotrice et la puissance instantanée [12].

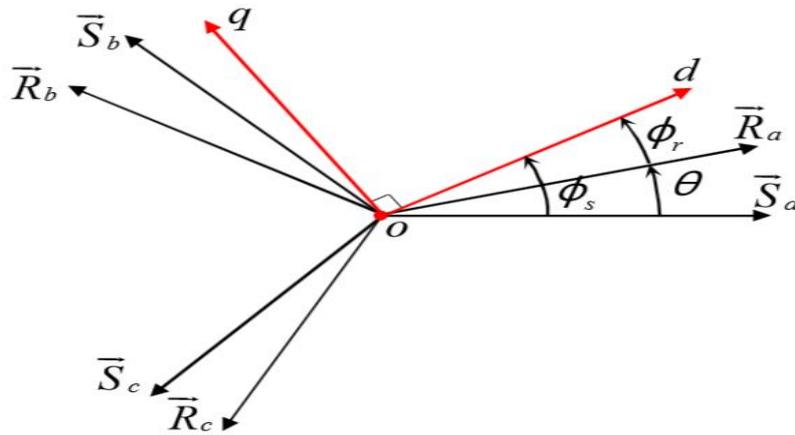


Figure II.3: Transformation des enroulements réels en enroulements équivalents.

φ_s : Angle entre l'axe d et l'axe S_a ;

φ_r : Angle entre l'axe d et l'axe R_a ;

θ : Angle entre l'axe S_a et l'axe R_a ;

$\omega_{sp} = \frac{d\varphi_s}{dt}$: vitesse de rotation de l'axe d par rapport à l'axe S_a ;

$\omega_{rp} = \frac{d\varphi_r}{dt}$: vitesse de rotation de l'axe d par rapport à l'axe R_a ;

On peut écrire :

$$\omega_{sp} = \omega_{rp} + \omega \tag{II. 23}$$

Un changement de variable faisant intervenir l'angle entre l'axe des enroulements et l'axe \mathbf{d} et \mathbf{q} .

Elle est définie par la matrice de transformation de Park :

$$[P] = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos(\varphi) & \cos\left(\varphi - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\varphi + \frac{2\pi}{3}\right) \\ -\sin(\varphi) & -\sin\left(\varphi - \frac{2\pi}{3}\right) & -\sin\left(\varphi + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \tag{II. 24}$$

II.5.1. Choix du repère(d – q):

Ce qui rend la transformation de Park attrayante, est que l'orientation du repère d-q peut être quelconque. Il existe trois choix importants, le repère d-q peut être fixé au stator, au rotor ou au champ tournant, Selon l'objectif de l'application :

- ❖ Repère d'axes d-q fixe lié au stator ou repère stationnaire($\varphi_s = 0$). Les grandeurs Électriques évoluent en régime permanent électrique à la pulsation statorique ω_s .
- ❖ Repère d'axes d-q lié au rotor ($\varphi_r = 0$). Les grandeurs évoluent en régime permanent électrique à la pulsation des courants rotoriques ω_{rp} .
- ❖ Repère d'axe d-q lié au champ tournant($\frac{d\theta_s}{dt} = \omega_{sp}$). Le modèle est simplifié par l'utilisation d'équations plus simples. En régime permanent électrique les grandeurs du modèle sont continués. Cette méthode est souvent utilisée dans l'étude de la commande [9].

II.5.1.1. Référentiel lié au stator :

Ce référentiel est préférable lors de l'étude des grandeurs rotoriques, Il est choisi en vue d'étudier les variations importantes de la vitesse de rotation, associées ou non aux variations de la fréquence d'alimentation. Il se traduit par la condition : $\omega_s = 0$

Les équations électriques prennent la forme :

$$\begin{cases} V_{sd} = R_s i_{sd} + \frac{d\Phi_{sd}}{dt} \\ V_{sq} = R_s i_{sq} + \frac{d\Phi_{sq}}{dt} \end{cases} \quad (II. 25)$$

$$\begin{cases} V_{rd} = 0 = R_r i_{rd} + \frac{d\Phi_{rd}}{dt} - \omega_{rp} \Phi_{rq} \\ V_{rq} = 0 = R_r i_{rq} + \frac{d\Phi_{rq}}{dt} + \omega_{rp} \Phi_{rd} \end{cases} \quad (II. 26)$$

$$\begin{cases} V_{sd} = \sqrt{3/2} V_m \cos(\omega_s t + \varphi_s) \\ V_{sq} = \sqrt{3/2} V_m \sin(\omega_s t + \varphi_s) \end{cases} \quad (II. 27)$$

II.5.1.2. Référentiel lié au rotor :

Il est avantageux pour l'étude des grandeurs statorique, il est intéressant dans l'étude des régimes transitoires ou la vitesse de rotation est supposée constante, il se traduit par la relation $\omega_{rp} = 0$

Dans ce repère, les équations de la machine s'écrivent :

$$\begin{cases} V_{sd} = R_s i_{sd} + \frac{d\Phi_{sd}}{dt} - \omega_{sp} \Phi_{sq} \\ V_{sq} = R_s i_{sq} + \frac{d\Phi_{sq}}{dt} + \omega_{sp} \Phi_{sd} \end{cases} \quad (\text{II. 28})$$

$$\begin{cases} V_{rd} = 0 = R_r i_{rd} + \frac{d\Phi_{rd}}{dt} \\ V_{rq} = 0 = R_r i_{rq} + \frac{d\Phi_{rq}}{dt} \end{cases} \quad (\text{II. 29})$$

$$\begin{cases} V_{ds} = \sqrt{3/2} V_m \cos(\omega_r t + \delta) \\ V_{qs} = \sqrt{3/2} V_m \sin(\omega_r t + \delta) \end{cases} \quad (\text{II. 30})$$

II.5.1.3. Référentiel lié au champ tournant :

Symbolisé par le vecteur flux statorique, le champ tournant est le champ créé par le bobinage statorique de pulsation ω_s . Si on choisit de fixer le repère d-q au champ tournant alors on a: [9].

$$\frac{d\theta_s}{dt} = \omega_{sp} = \omega_{rp} + \omega \quad (\text{II. 31})$$

Avec :

ω_s : Pulsation statorique

ω_r : Pulsation rotorique

$\omega = P\Omega$: Pulsation mécanique

II.5.1.4. Equations électriques

On applique la transformation de Park sur les deux équations (II-6) et (II-9) en admettant que le rotor étant en court-circuit, il en résulte:

$$\begin{cases} v_{sd} = R_s i_{sd} + \frac{d}{dt} \phi_{sd} - \omega_s \phi_{sq} \\ v_{sq} = R_s i_{sq} + \frac{d}{dt} \phi_{sq} + \omega_s \phi_{sd} \\ v_{so} = R_s i_{so} + \frac{d}{dt} \phi_{so} \end{cases} \quad (\text{II. 32})$$

$$\begin{cases} v_{rd} = R_r i_{rd} + \frac{d}{dt} \phi_{rd} - \omega_r \phi_{rq} \\ v_{rq} = R_r i_{rq} + \frac{d}{dt} \phi_{rq} + \omega_r \phi_{rd} \\ v_{ro} = R_r i_{ro} + \frac{d}{dt} \phi_{or} \end{cases} \quad (\text{II. 33})$$

II.5.1.5. Equations de flux :

Les relations entre les flux et les courants s'écrivent sous forme matricielle comme suit:

Pour le stator: $[\Phi_{sabc}] = [L_s][i_{sabc}] + [M_{sr}][i_{rabc}] \quad (\text{II. 34})$

Pour le rotor: $[\Phi_{rabc}] = [L_r][i_{rabc}] + [M_{rs}][i_{sabc}] \quad (\text{II. 35})$

Tel que:

$$[M_{sr}] = [M_{rs}]^t$$

L'expression des flux totalisés statoriques après la transformation de Park prend la forme suivant :

$$\begin{cases} \Phi_{sd} = L_s i_{sd} + M_{sr} i_{rd} \\ \Phi_{sq} = L_s i_{sq} + M_{sr} i_{rq} \\ \Phi_{so} = L_{so} i_{so} \end{cases} \quad (\text{II. 36})$$

On obtient de même manière pour le rotor :

$$\begin{cases} \Phi_{rd} = L_r i_{rd} + M_{rs} i_{sd} \\ \Phi_{rq} = L_r i_{rq} + M_{rs} i_{sq} \\ \Phi_{ro} = L_{ro} i_{ro} \end{cases} \quad (\text{II. 37})$$

Avec :

$L_s = l_s - M_s$: Inductance cyclique propre statorique.

$L_r = l_r - M_r$: Inductance cyclique propre rotorique.

$M_{sr} = \frac{3}{2} M_0$: Inductance cyclique mutuelle entre l'armature du stator et l'armature du rotor.

$L_{s0} = l_s + 2M_s$: Inductance homopolaire statorique.

$L_{r0} = l_r + 2M_r$: Inductance homopolaire rotorique.

II.5.1.6. Equation des puissances et du couple :

La puissance électrique instantanée P_E fournie aux enroulements statoriques et rotoriques s'exprime en fonction des grandeurs d'axes d-q.

$$P_E = V_{sd}i_{sd} + V_{sq}i_{sq} + V_{rd}i_{rd} + V_{rq}i_{rq} \quad (\text{II. 38})$$

Elle se décompose en trois termes :

1) puissance dissipée en pertes joule :

$$p_j = R_s(i_{sd}^2 + i_{sq}^2) + R_r(i_{rd}^2 + i_{rq}^2) \quad (\text{II. 39})$$

2) puissance représentant les échanges d'énergie électromagnétiques avec les sources :

$$p_{ech} = i_{sd} \left(\frac{d\Phi_{sd}}{dt} \right) + i_{sq} \left(\frac{d\Phi_{sq}}{dt} \right) + i_{rd} \left(\frac{d\Phi_{rd}}{dt} \right) + i_{rq} \left(\frac{d\Phi_{rq}}{dt} \right) \quad (\text{II. 40})$$

3) puissance mécanique p_{mec} regroupant l'ensemble des termes liés aux dérivées des positions angulaires :

$$p_{mec} = (\Phi_{sd}i_{sq} - \Phi_{sq}i_{sd}) \left(\frac{d\theta_s}{dt} \right) + (\Phi_{rd}i_{rq} - \Phi_{rq}i_{rd}) \left(\frac{d\theta_r}{dt} \right) \quad (\text{II. 41})$$

En tenant compte des équations des flux on peut donc écrire que :

$$p_{mec} = (\Phi_{sd}i_{sq} - \Phi_{sq}i_{sd}) \left(\frac{d}{dt} (\theta_s - \theta_r) \right)$$

Or la puissance mécanique est aussi égale à $C_{em} * \Omega$ ou à $C_{em} * \omega_r / p$, on en tire l'expression scalaire du couple :

$$C_{em} = p(\Phi_{sd}i_{sq} - \Phi_{sq}i_{sd}) \tag{II. 42}$$

On peut exprimer l'équation du couple par d'autres expressions telles que :

$$C_{em} = p \frac{M_{sr}}{L_s} (\Phi_{sq}i_{rd} - \Phi_{sd}i_{rq})$$

$$C_{em} = p \frac{M_{sr}}{\sigma L_r L_s} (\Phi_{rd}\Phi_{sq} - \Phi_{sd}\Phi_{rq})$$

$$C_{em} = p(\Phi_{rq}i_{rd} - \Phi_{rd}i_{rq})$$

II.6. Modèle d'état :

Pour pouvoir simuler le comportement du moteur, il est indispensable d'écrire son modèle d'état, sous la forme: [10].

$$\begin{cases} \dot{X} = f(X, U) \\ Y = h(X, U) \end{cases} \tag{II. 43}$$

X : Vecteur d'état.

U : Vecteur de commande.

Y : Vecteur de sortie.

f et h : Fonctions d'état.

Pour le choix des composantes des vecteurs d'état, nous avons la possibilité de choisir entre les flux et les courants ou de faire une combinaison. Dans ce travail, le vecteur d'état est défini comme suit:

$$X = \begin{bmatrix} i_{sd} \\ i_{sq} \\ \phi_{rd} \\ \phi_{rq} \\ \Omega \end{bmatrix}$$

D'abord remplaçons les courants rotoriques et les flux statoriques.

Finalement, le modèle d'état représentatif du moteur asynchrone triphasé est le suivant:

$$\left[\begin{aligned} \frac{di_{sd}}{dt} &= -\frac{1}{\sigma L_s} \left(R_s + R_r \frac{M_{sr}^2}{L_r^2} \right) i_{ds} + \omega_s i_{sq} + \frac{1}{\sigma L_s} \left(R_r \frac{M_{sr}}{L_r} \right) \phi_{rd} + \frac{1}{\sigma L_s} \left(\frac{M_{sr}}{L_r} \right) \omega \phi_{rq} + \frac{1}{\sigma L_s} v_{sd} \\ \frac{di_{sq}}{dt} &= -\omega_s i_{sd} - \frac{1}{\sigma L_s} \left(R_s + R_r \frac{M_{sr}^2}{L_r^2} \right) i_{sq} - \frac{1}{\sigma L_s} \left(\frac{M_{sr}}{L_r} \right) \omega \phi_{rd} + \frac{1}{\sigma L_s} \left(R_r \frac{M_{sr}}{L_r^2} \right) \phi_{rq} + \frac{1}{\sigma L_s} v_{sq} \\ \frac{d\phi_{rd}}{dt} &= R_r \frac{M_{sr}}{L_r} i_{sd} - \frac{R_r}{L_r} \phi_{rd} + \omega_r \phi_{rq} \\ \frac{d\phi_{rq}}{dt} &= R_r \frac{M_{sr}}{L_r} i_{sq} - \omega_r \phi_{rd} - \frac{R_r}{L_r} \phi_{rq} \\ \frac{1}{P} J \frac{d\omega}{dt} &= C_e - C_r - f_v \frac{\omega}{P} \end{aligned} \right] \quad (II. 44)$$

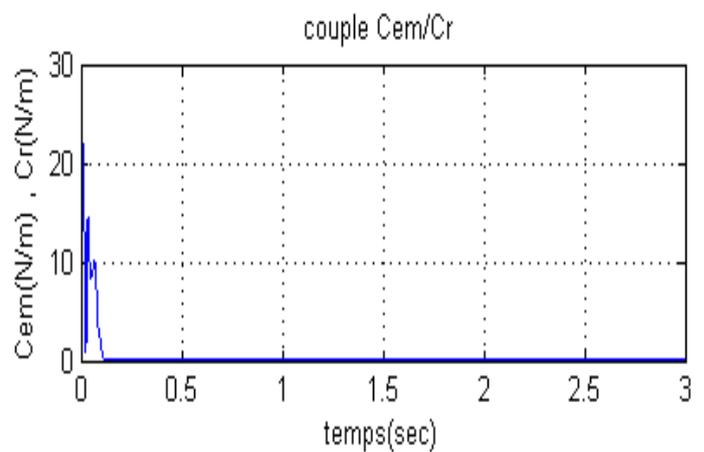
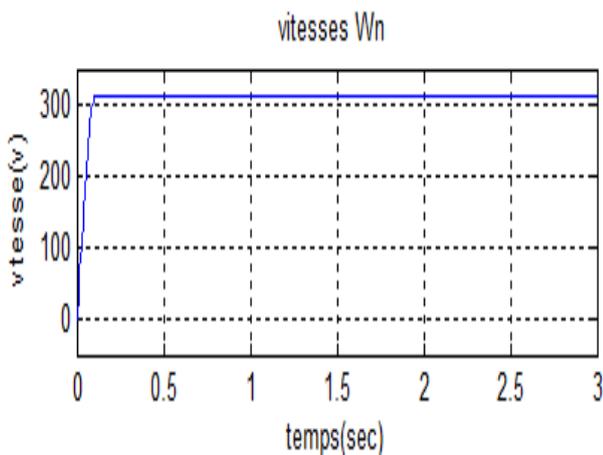
Où $\sigma = \left(1 - \frac{M_{sr}^2}{L_r M_{sr}} \right)$, le coefficient de Blond.

II.7. Simulation du la MAS :

II.7.1. Résultats de simulation du MAS à vide :

La simulation de la MAS à vide sous le logicielle Matlab/Simulink

Avide : Cr=0



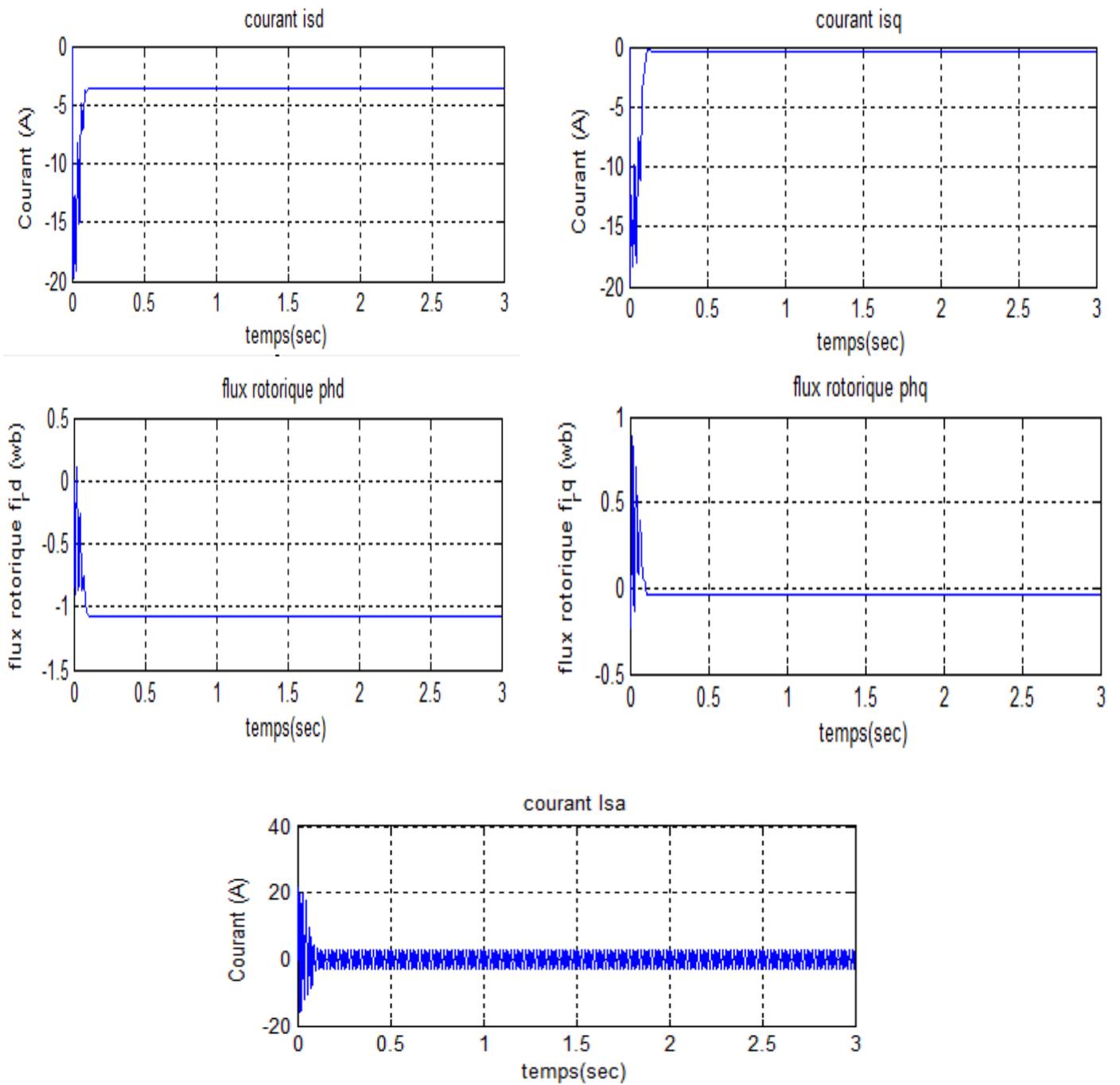


Figure II.4: Résultats de simulation du démarrage à vide de la MAS

En charge : $C_r=3 \text{ N.m}$ à $t=1.5\text{s}$

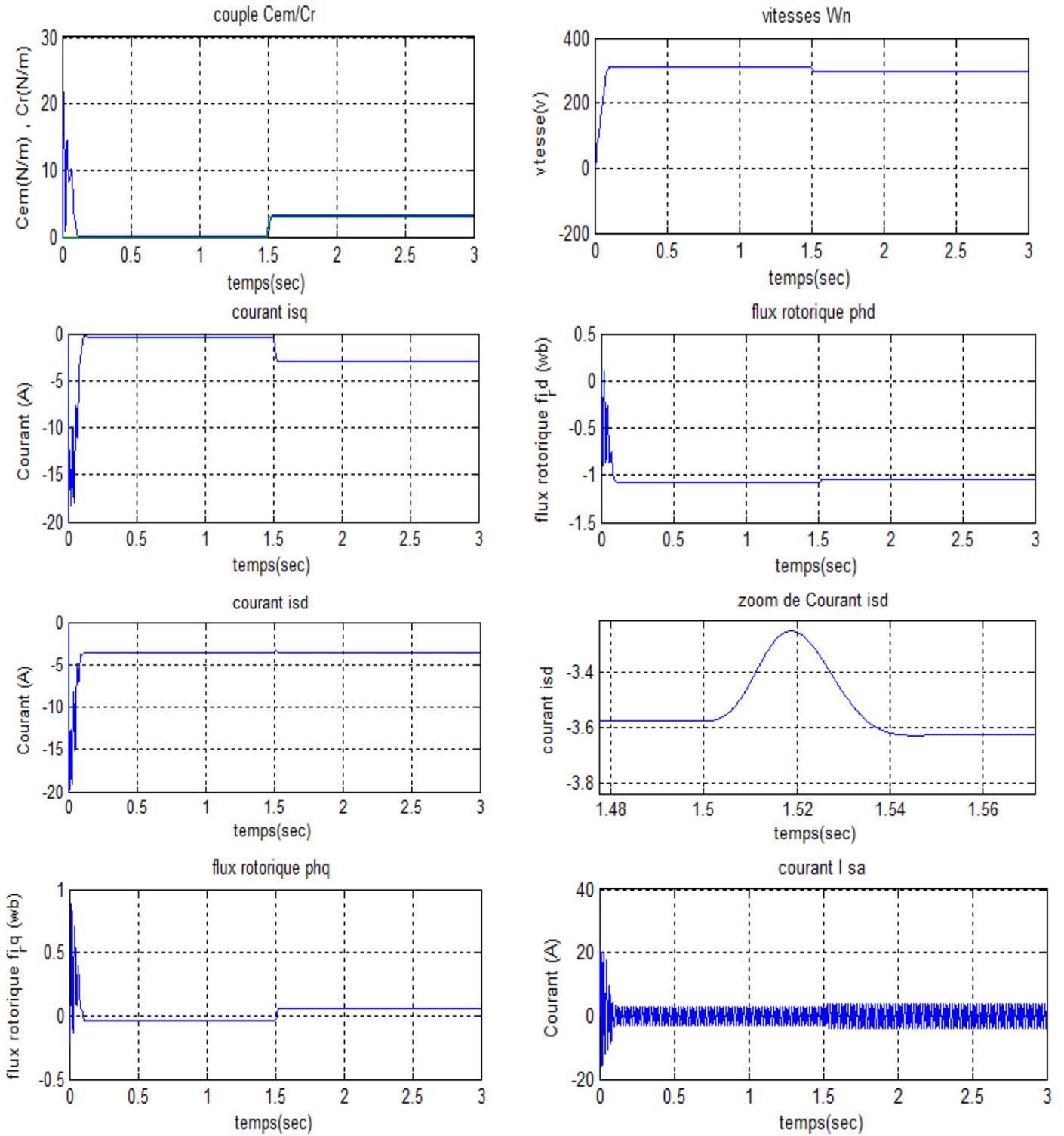


Figure II.5: Résultats de simulation du démarrage à vide de la MAS avec application d'un couple résistant $C_r = 3(N.m)$ à $T = 1.5s$

II.7.2. Interprétation des résultats de simulation

Les résultats de simulation donnés par les figures (II-4) et (II-5), représentent l'évolution de quelques variables fondamentales de la machine asynchrone à savoir la vitesse (ω_n), le couple Electromagnétique (C_{em}), les flux (ϕ_{rd}, ϕ_{rq}), les courants (i_{sd}, i_{sq})

Nous avons simulé le fonctionnement de la machine asynchrone alimentée directement par le réseau standard [220/380,50Hz], à vide et en charge. L'examen des courbes de les figures(II.4) et(II.5) permettent de constater que :

A VIDE :

La courbe de la vitesse présente des oscillations dans le premier instant de démarrage avec un accroissement presque linéaire, après un temps d'environ 0.12sec la vitesse de rotation s'établit a une valeur proche de la vitesse de synchronisme

La courbe du couple ce présente aux premiers instants du démarrage une pulsation très important, après 0.12 s le couple tend vers zéro.

Le flux rotorique présente des dépassements excessifs de faible amplitude dans la premier instant, mais ils disparaissent au bout de quelques alternances et obtient une forme sinusoïdale d'amplitude constante.

Les courant statorique présentent des oscillations successives autour de zéro avec une amplitude maximale de (4 A) jusqu'à 0.12 ms, après ce temps l'amplitude de ces oscillations est reste constant.

EN CHARGE :

Avec $t[1.5 \rightarrow 3]$ s: nous avons appliqué à l'arbre de la machine asynchrone un couple résistant ($C_r = C_n = 3 \text{ N.m}$) à l'instant. ($t=1.5 \text{ s}$). Nous constatons que:

- ❖ La diminution du flux durant l'application de la charge ce qui prouve le fort couplage entre le flux et le couple électromagnétique.
- ❖ Le couple électromagnétique rejoint, après un régime transitoire, la valeur qui compense le couple résistant (3 N.m) appliqué.
- ❖ le courant statorique évolue selon la charge appliquée à l'arbre du moteur.

II.8. Modélisation de l'onduleur de tension :

II.8.1. Introduction :

L'onduleur de tension assure la conversion de l'énergie continue vers l'alternatif (DC/AC). Cette application est très répandue dans le monde de la conversion d'énergie électrique aujourd'hui.

L'onduleur de tension à MLI permet d'imposer au moteur des ondes de tensions à amplitudes et fréquences variables à partir du réseau standard $230/400V$, $50Hz$.

La structure du convertisseur statique qui alimente le moteur est constitué essentiellement, d'un pont redresseur (AC/DC) connecté au réseau, contrôlé ou pas [10].

Après redressement, la tension (étage continu) est filtrée par des composants passifs C ou L_c , pour être finalement appliquée à l'onduleur.

L'onduleur qui est connecté au moteur, est constitué de trois bras formés d'interrupteurs électroniques choisis essentiellement selon la puissance et la fréquence de travail, chaque bras compte deux composants de puissance complémentaires munis de diode montée en antiparallèle. Les diodes de roue libres qu'un temps de retard doit exister pratiquement entre les interrupteurs hauts et bas d'un même bras afin d'éviter le court-circuit de la source continue.

L'onduleur est commandé par la technique de modulation de largeur d'impulsion (MLI), appelée en anglais ($Pulse Width Modulation PWM$). Il existe plusieurs techniques PWM , dont deux seront abrégées ($SVPWM$), devenues très sollicitées par les industriels et chercheurs en commande des moteurs électriques.

Avant d'entamer la modélisation de l'onduleur, on a jugé intéressant de faire un descriptif sur les interrupteurs statiques en semi-conducteurs utilisés en électronique de puissance qui existent actuellement, car l'élément clé de la conversion d'énergie est l'interrupteur statique qui va permettre, en interrompant ou non le transfert d'énergie entre les divers éléments du circuit, et de gérer les valeurs moyennes des courants et tensions. [16][17].

II.8.2. Modèle mathématique de l'onduleur de tension :

L'état des interrupteurs, supposés parfaits peut être défini par trois grandeurs booléennes de commande S_i ($i = a, b, c$):

- $S_i = 1$ le cas où l'interrupteur de haut est fermé et celui d'en bas ouvert.
- $S_i = 0$ le cas où l'interrupteur de haut est ouvert et celui d'en bas fermé.

Dans ces conditions on peut écrire les tensions en fonction des signaux de commande S_i et en tenant compte du point fictif « 0 » représenté sur la figure (II-6) [10].

$$v_{io} = V_{dc} \left(s_i - \frac{1}{2} \right) \tag{II. 45}$$

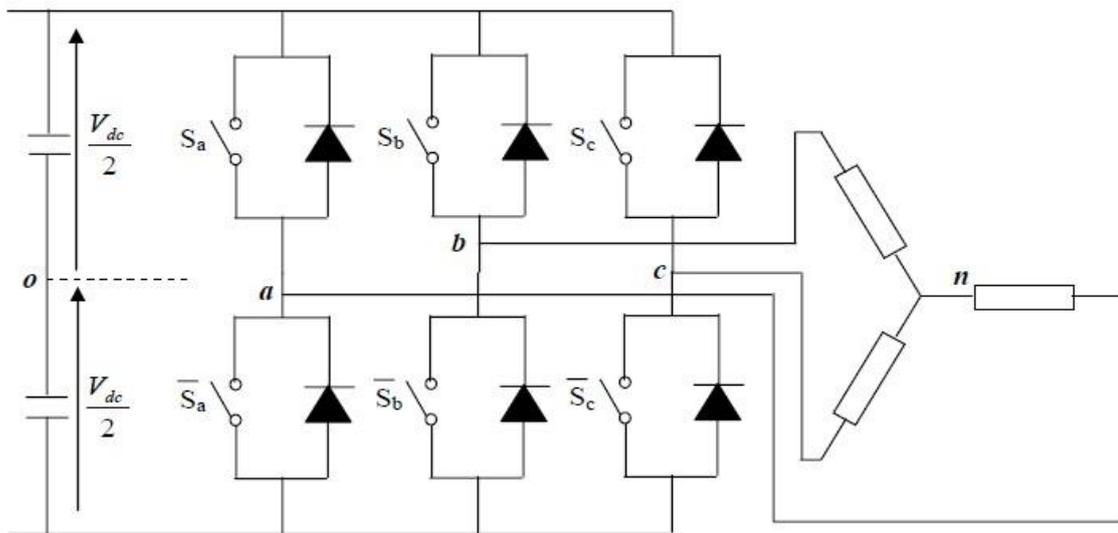


Figure II.6: L'onduleur de tension associé au Moteur

Soit n le point neutre du côté alternatif (MAS), alors les trois tensions composées : v_{ab}, v_{bc} et v_{ca} sont définies par les relations suivantes :

$$\begin{cases} v_{ab} = v_{an} - v_{bn} \\ v_{bc} = v_{bn} - v_{cn} \\ v_{ca} = v_{cn} - v_{an} \end{cases} \tag{II. 46}$$

La charge constituée par le moteur est équilibrée ($v_{an} + v_{bn} + v_{cn} = 0$), on aura

Donc :

$$\begin{cases} v_{an} = \frac{1}{3}(v_{ab} - v_{ca}) \\ v_{bn} = \frac{1}{3}(v_{bc} - v_{ab}) \\ v_{cn} = \frac{1}{3}(v_{ca} - v_{bc}) \end{cases} \quad (\text{II. 47})$$

En faisant apparaître le point « 0 », les tensions entre phases peuvent aussi s'écrire :

$$\begin{cases} v_{ab} = v_{a0} - v_{b0} \\ v_{bc} = v_{b0} - v_{c0} \\ v_{ca} = v_{c0} - v_{a0} \end{cases} \quad (\text{II. 48})$$

En remplaçant (II-47) dans (II.48) on obtient :

$$\begin{bmatrix} v_{an} \\ v_{bn} \\ v_{cn} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{a0} \\ v_{b0} \\ v_{c0} \end{bmatrix} \quad (\text{II. 49})$$

Des relations suivantes :

$$\begin{cases} v_{a0} = v_{an} + v_{n0} \\ v_{b0} = v_{bn} + v_{n0} \\ v_{c0} = v_{cn} + v_{n0} \end{cases} \quad (\text{II. 50})$$

On peut déduire le potentiel entre les points n et 0 :

$$v_{n0} = \frac{1}{3}(v_{a0} + v_{b0} + v_{c0}) \quad (\text{II. 51})$$

L'utilisation de l'expression (II-45) permet d'établir les équations instantanées des tensions simples en fonction des grandeurs de commande :

$$\begin{bmatrix} v_{an} \\ v_{bn} \\ v_{cn} \end{bmatrix} = \frac{v_{dc}}{3} \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_a \\ s_b \\ s_c \end{bmatrix} \quad (\text{II. 52})$$

Les techniques de MLI ou (*PWM*) ont été l'objet de recherches intensives, un nombre important de méthodes différentes ont été développées par leurs concepts et leurs performances. Le choix d'une technique dépend du type du moteur à commander, de la gamme de puissance, des semi-conducteurs utilisés pour l'onduleur et la simplicité d'implantation de l'algorithme. Ce sont

finalement des critères de coût et de performance qui vont déterminer ce choix. Les critères de performances permettent d'évaluer et de comparer les qualités des différentes techniques *PWM*. Ils se résument en:

L'indice de modulation, le facteur de distorsion harmonique et le spectre harmonique de courant (ou analyse *FFT* : Fast Fourier Transformation), l'harmonique de couple, et les pertes à la commutation.

Parmi les nombreuses techniques *PWM*, Mais pour notre étude, on utilisera la technique MLI sinus-triangle *STPWM* [17].

II.8.3. La technique de modulation «Sinus-triangle» (STPWM) :

La *STPWM* est considérée classique : il s'agit d'une modulante sinusoïdale d'amplitude A_m et de fréquence f_m combinée à une porteuse triangulaire d'amplitude A_p de haute fréquence f_p , les angles de commutation de la tension d'entrée d'un pont sont situés aux intersections de la porteuse et de la modulante figure (II-7) [17].

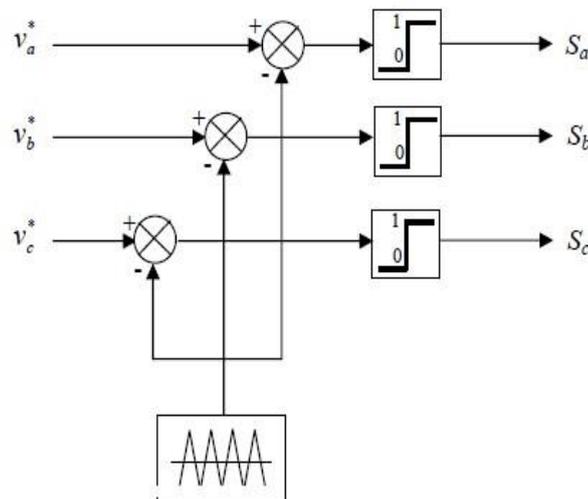


Figure II.7: Principe de la *STPWM*

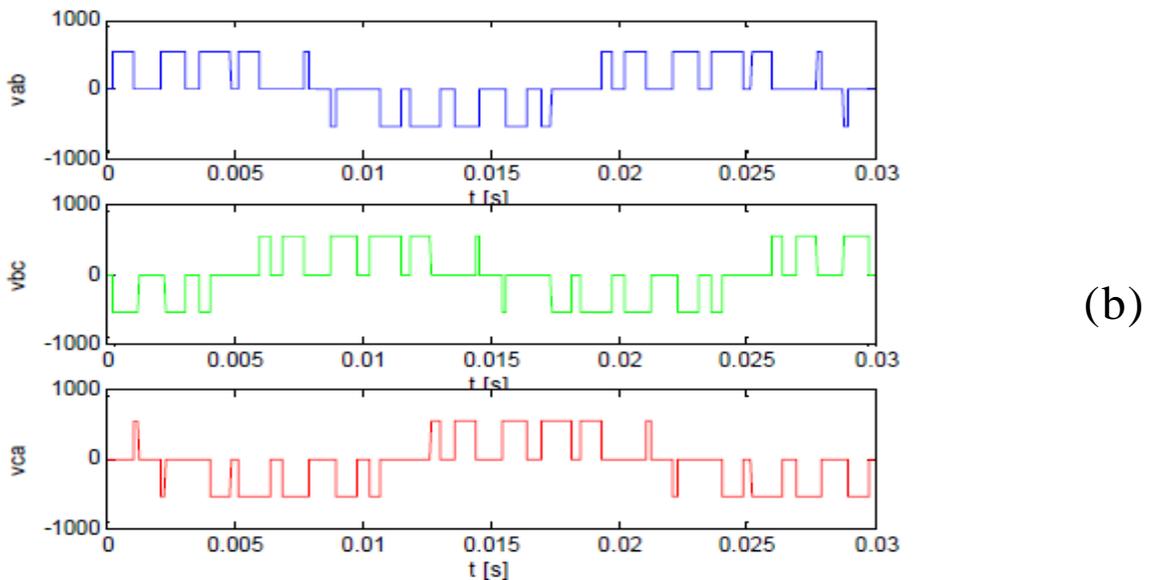
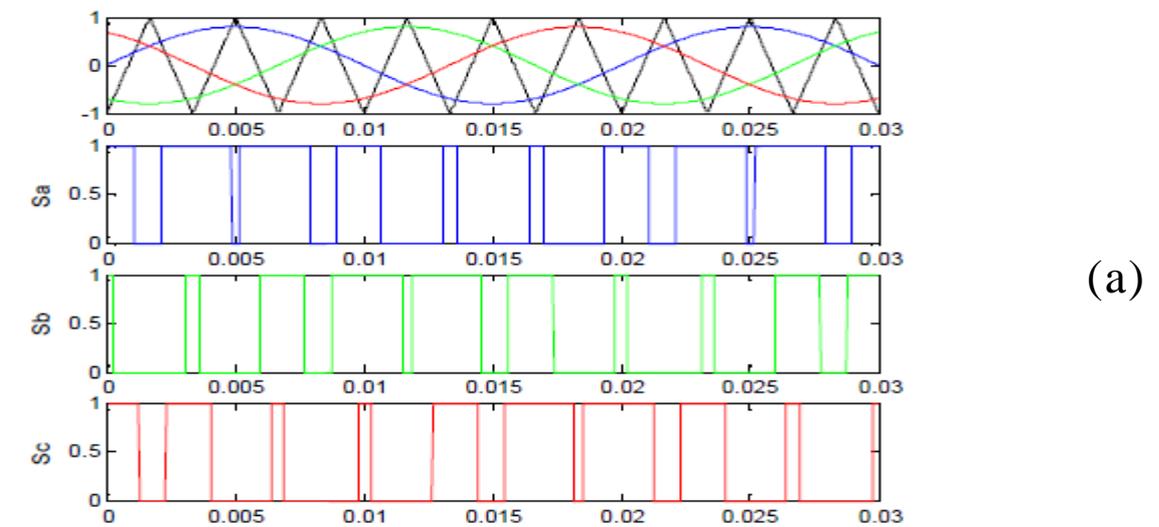
L'indice de modulation maximal m_{MAX} d'une *PWM* est un critère important puisqu'il montre la capacité d'une méthode à utiliser au maximum la tension du bus-continu.

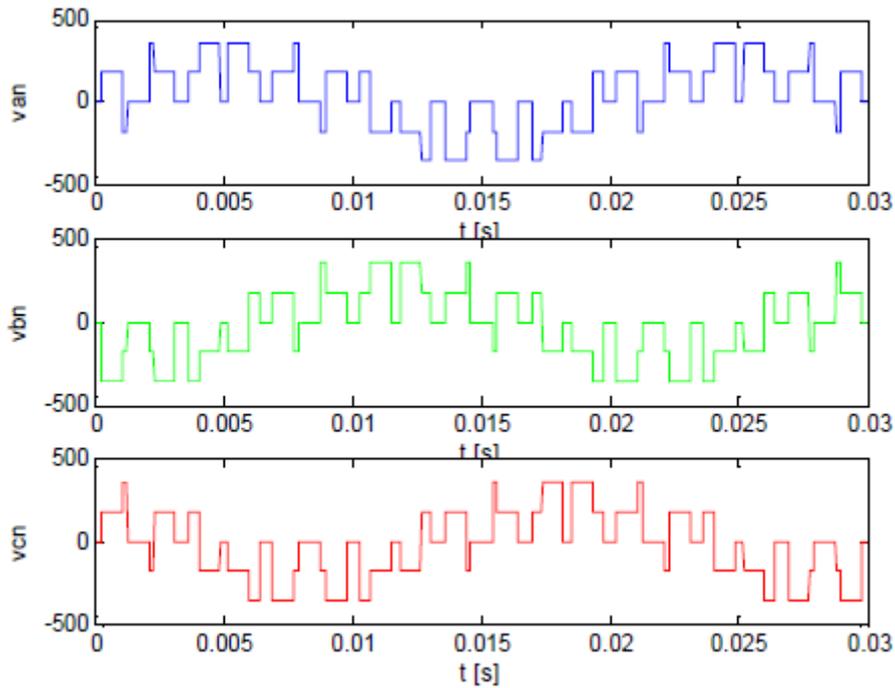
Pour la *STPWM* le maximum de l'indice de modulation est : $V_{dc} = 2\sqrt{2} * \frac{v}{r}$

Les figures (II-8) montrent le principe de la méthode STPWM

La figure (II-8 (a)) les signaux de référence issus de la commande et le signal de la porteuse, chaque intersection génère les signaux de commande qui seront appliqués aux interrupteurs statiques.

Les figures (II-8 (b)) montrent les tensions qui seront aux bornes du moteur.





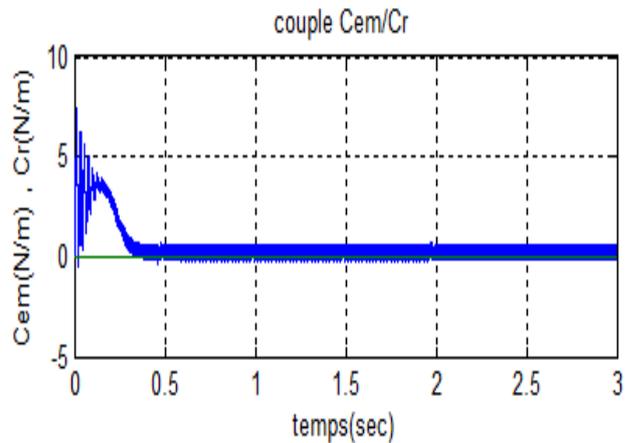
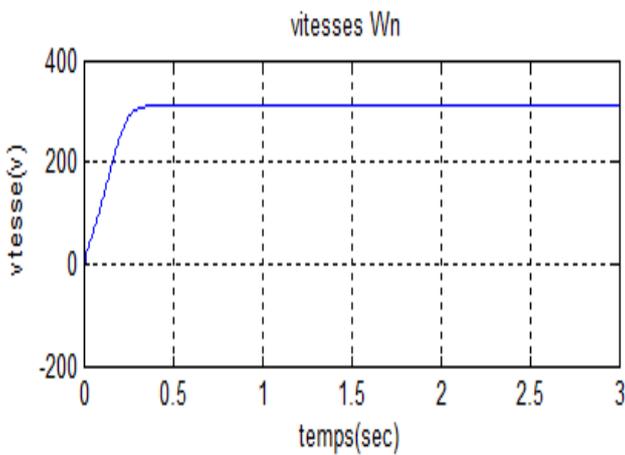
(c)

Figure II.8: (a), (b) et(c)

II.9. Simulation de l'ensemble MAS-onduleur de tension :

Dans cette simulation on a associé la MAS et l'onduleur de tension est on a obtenu les résultats suivant :

II.9.1. Résultats de simulation du démarrage à vide :



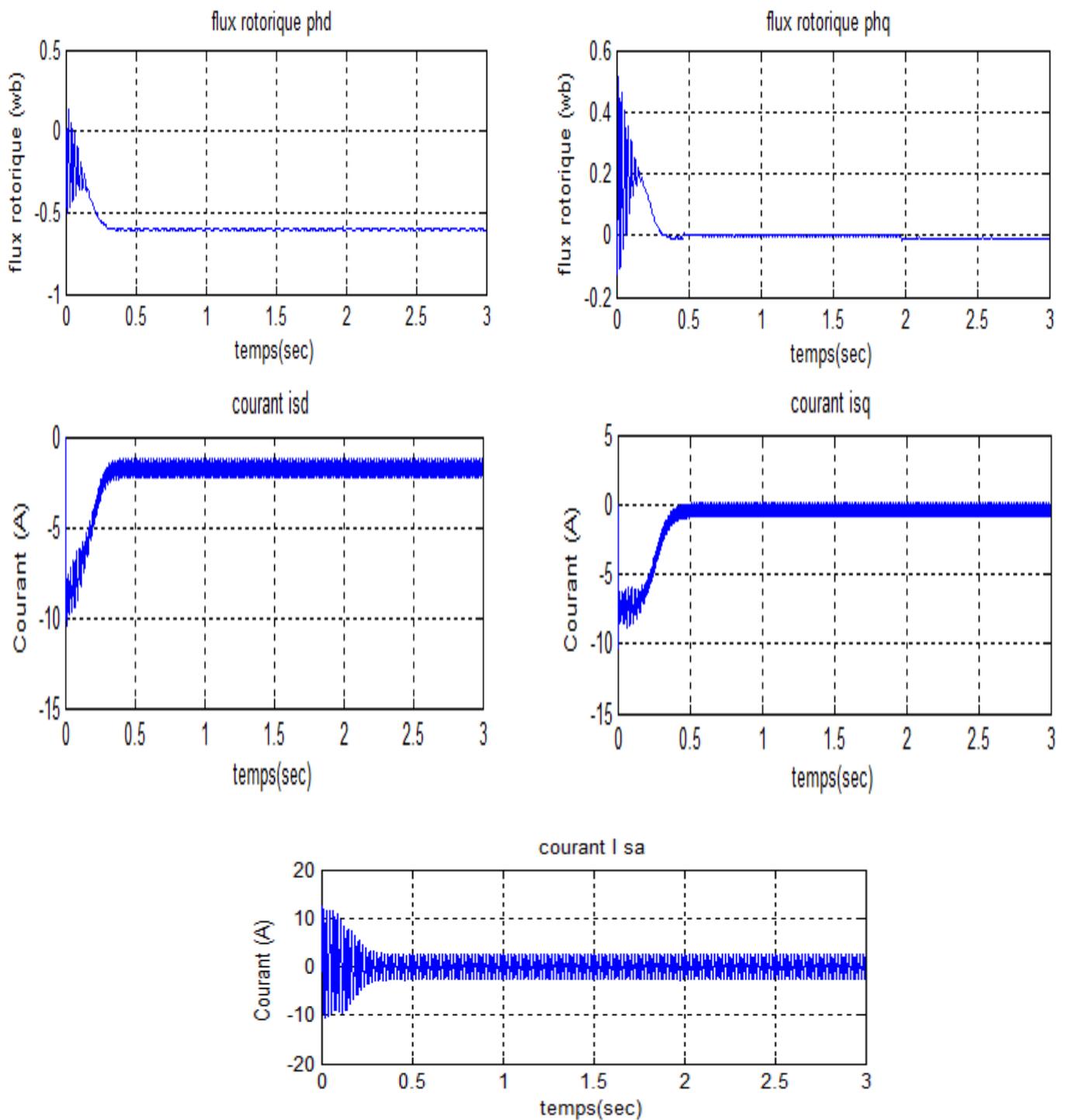
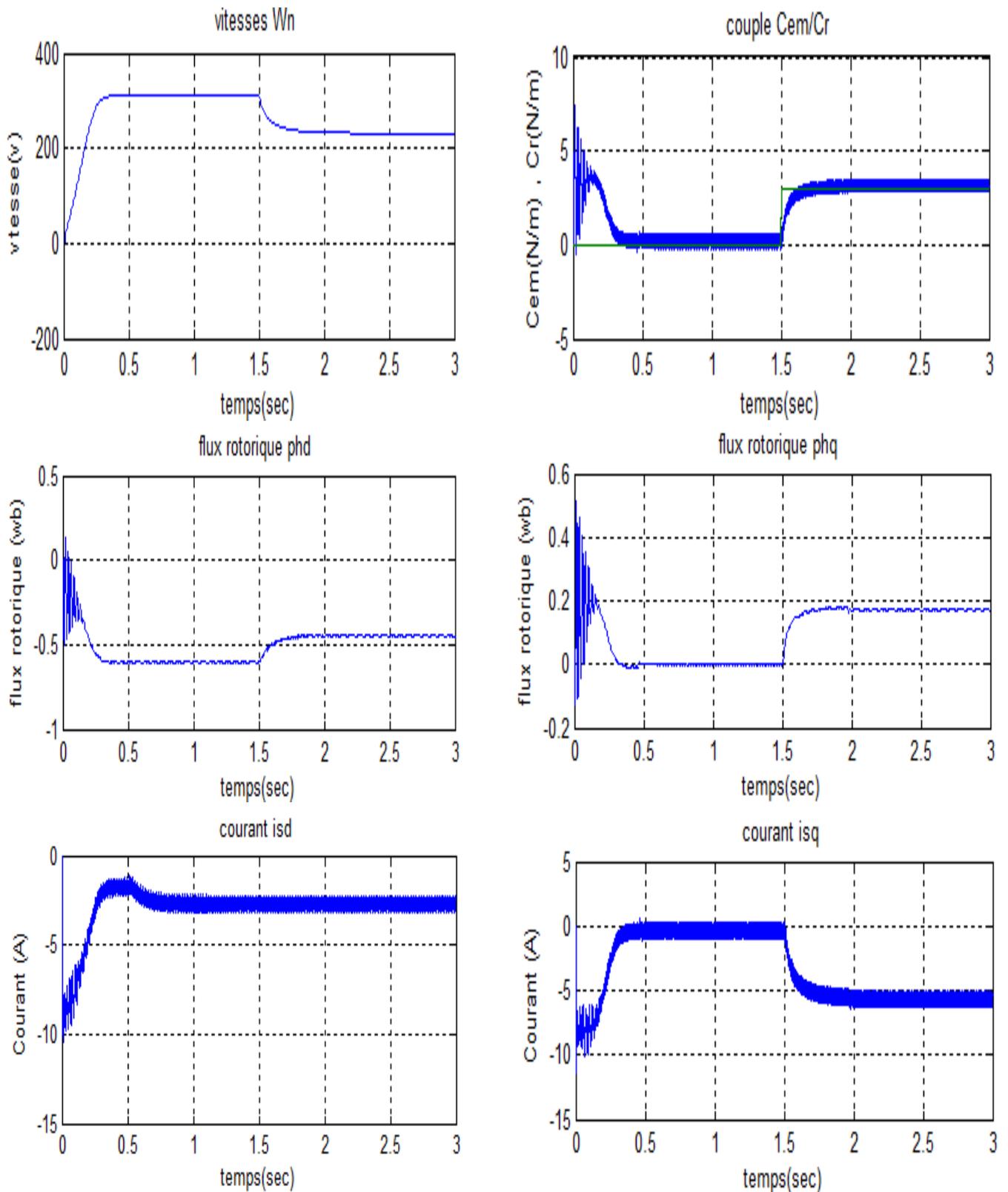


Figure II.9: Résultats de simulation du démarrage à vide de l'association MAS-onduleur

II.9.2. Résultats de simulation en charge :



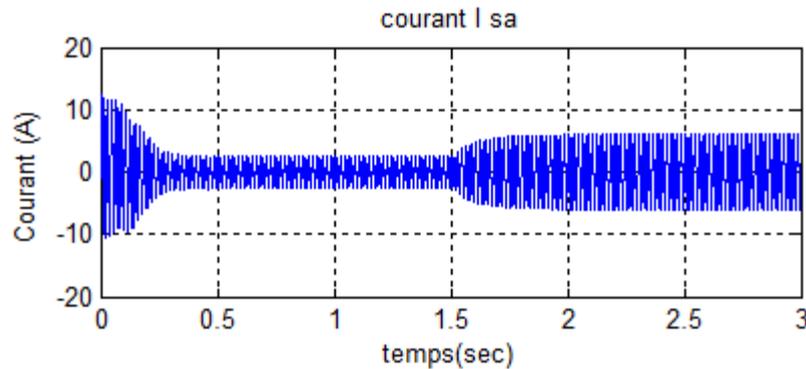


Figure II.10: Résultats de simulation du démarrage à vide de l'association MAS-onduleur avec application d'un couple résistant $C_r = 3(N.m)$ à $T = 1.5s$

II.9.3. Interprétation des résultats :

on remarque les courbes des simulation de la machine alimentée par l'onduleur de tension sont presque identiques aux oscillation pres qui se distinguent dans les courbes de la machine asynchrone alimenté en tension les figures (II-9),(II-10) representent les resultats de simulation dans le cas d'un démarrage a vide avec une frequence de commutation de l'ordre de 2khz.

On observe que le système reprend sans depassement avec pratiquement le meme temps de repense que le système.

Le couple électromagnétique est le siege des pulsations de ce derner au debut de démarrage.

Le démarrage avec un onduleur de tension de la machine asynchrone a vide permet d'avoir un établissement pratiquement identique par rapport au demarage sous la pleine tension.

II.10. Conclusion

Dans ce chapitre, nous a permis de présenter la modélisation de la machine asynchrone tout en tenant compte des hypothèses simplificatrices, ainsi que la transformation des grandeurs triphasées en grandeurs biphasées et l'application de celle-ci nous a conduit à avoir de différents modèles. Afin de varier la vitesse de ce moteur, il est intéressant de soumettre la MAS à des fréquences variable pour cette raison on a étudié la modélisation de l'ensemble machine asynchrone et onduleur de tension commandé en tension par MLI sinus triangulaire. Les résultats de simulation montrent la validité de notre modèle.

Pour plus de performance en boucle fermée, on a opté pour la commande vectorielle par orientation de flux rotorique, qui sera détaillée dans le prochain chapitre.