

II.1 Introduction

Le problème de l'écoulement de puissance consiste à calculer les tensions du réseau électrique pour des extrémités spécifiées et des conditions données aux jeux de barres. Il est énoncé par la spécification des charges en MW et en MVAR qui doivent être alimentées à certains jeux de barres par les puissances générées et les modules de tension aux restes des jeux de barres.

Une description totale de la topologie du système en utilisant leurs impédances (admittances) est nécessaire. Les tensions calculées sont utilisées pour déterminer toutes les autres grandeurs telles que les courants dans les lignes de transport, les puissances et les pertes de puissances.

II.2 Concept général de l'écoulement de puissance

Le problème d'écoulement de puissance ou E.P est résolu pour la détermination en régime permanent des tensions complexes au niveau de jeux de barres du réseau, à partir desquelles les transits des puissances actives et réactives dans chaque ligne et dans chaque transformateur sont calculés.

L'ensemble des équations représentant le réseau électrique est de nature non linéaire. Pratiquement, dans les méthodes de calcul d'écoulement de puissance, on exploite la configuration du réseau et les propriétés de ses équipements pour déterminer la tension complexe au niveau de chaque nœud. D'autre part, on considère une parfaite symétrie entre les trois phases du système triphasé du réseau électrique.

II.3 But de l'étude de l'écoulement de puissance :

Le problème de l'écoulement de puissance consiste à calculer les tensions du réseau électrique pour des extrémités spécifiées et des conditions données aux jeux de barres, et dont le but se résume dans les points suivants :

- Assurer l'équilibre entre la production et la demande d'énergie électrique (l'amélioration de la dépense de l'électricité, la production d'énergie selon de besoin).
- Ne pas dépasser les valeurs limites des puissances générées pour le respect de la stabilité théorique et la durée de fonctionnement.
- Il faut conserver les tensions de jeu de barre entre la limites théorique ($v_{\min} < v < v_{\max}$), en utilisant le contrôle de puissance.
- Planification de réseau (à partir du calcul de la charge). Augmenter la sécurité de fonctionnement des réseaux par une bonne stratégie de l'E.P avant les perturbations. [1]

II.4 La modélisation des éléments de puissance d'un réseau électrique :

Lorsqu'on veut calculer l'écoulement de puissance ou bien l'écoulement de puissance optimal dans un réseau électrique, il n'est pas nécessaire de modéliser tous les éléments qui constituent ce réseau, mais on ne modélise que les éléments qui interviennent réellement, tels que les générateurs de puissance, les charges électriques, les lignes de transport, les transformateurs de puissance et les compensateurs statiques. Le modèle doit être suffisamment simple tout en traduisant principalement la réalité du comportement [7].

Dans cette section, on utilise des grandeurs réduites en unité relative ou per unit (pu).

II.4.1 Le Générateur de puissance

Les générateurs sont modélisés comme des injecteurs de courant. Dans l'état stationnaire, un générateur est généralement contrôlé de sorte que la puissance injectée au jeu de barres et la tension aux bornes du générateur soient maintenues constantes. La puissance active délivrée par le générateur est réglée à travers le contrôle de la turbine qui doit être dans les limites de capacité du système turbine-générateur. [8]

La tension est liée principalement à l'injection de la puissance réactive au jeu de barres de production comme indiqué à Fig. II.1

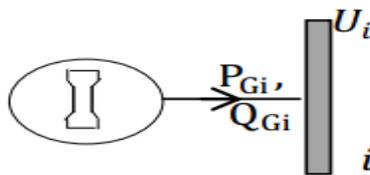


Fig. II. 1: Modèle d'un Générateur.

II.4.2 Les lignes de transport

Les réseaux de transport assurent la liaison entre les centres de production et les zones de consommation. Ils permettent aussi d'échanger de la puissance à travers les lignes d'interconnexion, entre pays ou grandes zones relevant des gestionnaires de réseaux différents. [9] Une ligne électrique entre les jeux de barres i et j sera donc représentée par le schéma équivalent en π , illustré dans la Fig. II.2:

Les modèles des lignes de transmission utilisés dans l'analyse dynamique des réseaux électriques sont habituellement classés en trois groupes, en fonction des longueurs des lignes, (longues, moyennes, courtes). [10]

Les pertes longitudinales totales par effet joule dans l'ensemble des conducteurs de la ligne sont représentée par la résistance $R(\Omega)$;

L'énergie magnétique emmagasinée dans l'ensemble de conducteurs de la ligne est représentée par la réactance longitudinale total $X(\Omega)$;

La capacité totale de la ligne est répartie équitablement aux deux jeux de barres et les pertes transversales par effet couronne dans le cas des lignes de transport sont négligeables.

Dans la plupart des cas la valeur de G est si petite qu'on peut la négliger. [6]

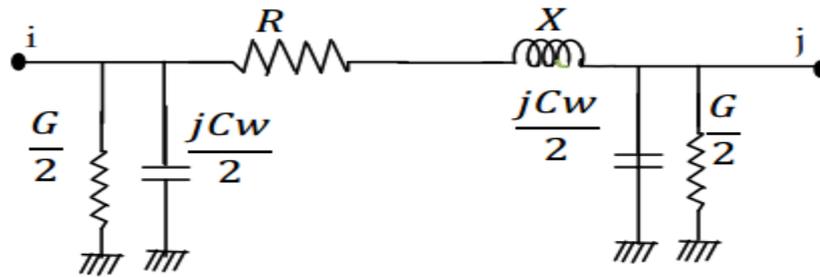


Fig. II. 2:Modèle en π de ligne de transport.

II.4.3 Le transformateur de puissance :

Les transformateurs sont généralement placés entre les unités de production et le réseau de transport en fonctionnement élévateur et entre le réseau de transport et les réseaux de distribution en fonctionnement abaisseur. Outre la transmission de l'énergie électrique avec modification des tensions, les transformateurs peuvent être utilisés pour contrôler les tensions de nœuds des réseaux.

On utilise des transformateurs à prise variable (discontinue) qui permet de modifier le rapport de transformation. Le changement de prise peut être effectué manuellement ou automatiquement grâce à des dispositifs dits « régleurs en charge ».

La Fig. II.3 montre le schéma équivalent du transformateur idéal : il est doté de plusieurs prises (côté haute tension) permettant de modifier le nombre de spires du primaire. L'impédance Z_T correspond à l'impédance équivalente totale vue du primaire et où M est le rapport de transformation défini par le rapport des nombres de spires du primaire et du secondaire. [11]

Si N_1 est le nombre de spires côté haute tension et N_2 est le nombre de spires côté basse tension, le rapport de transformation M est défini par :

$$M = \left(\frac{N_1}{N_2} \right) \quad (\text{II.1})$$

La relation entre la tension du côté primaire V_1 et la tension du côté secondaire V_2 à vide est:

$$V_2 = \left(\frac{V_1}{M} \right) \quad (\text{II.2})$$

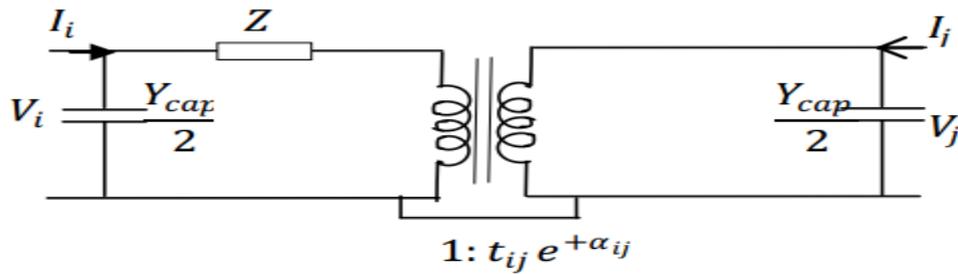


Fig. II. 3:Modèle de transformateur de puissance.

Z : représente les pertes par effet joule et les inductances de fuite de transformateur ramenées au secondaire.

La modélisation retenue suppose que les pertes sont séparées pour moitié au primaire et pour l'autre moitié au secondaire. Le paramètre t_{ij} symbolise le ratio du régulateur de tension en charge. Le paramètre α_{ij} symbolise le déphasage introduit par le transformateur entre les jeux de barres i et j .

Il est important de noter que la matrice admittance du réseau électrique qui prend en considération ces variables va être donc ajustée à chaque itération.

Y : c'est la matrice admittance du transformateur qui s'écrit comme suit : [7]

$$I = Y * V \Rightarrow \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y + \frac{Y_{cap}}{2} & \frac{-e^{-j\alpha_{ij}}}{t_{ij}} y \\ \frac{-e^{+j\alpha_{ij}}}{t_{ij}} y & \frac{1}{t_{ij}^2} + \frac{Y_{cap}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} \quad (II.3)$$

II.4.4 Les charges électriques :

La modélisation de la charge joue un rôle très important dans l'étude de l'écoulement de puissances. Ces charges sont souvent des sous-stations qui alimentent les réseaux de distribution, on les modélise statiquement comme des injecteurs négatifs de puissance dans les jeux de barres.

La connexion de la charge au réseau est réalisée par l'intermédiaire d'un transformateur à prises de charge qui maintient le niveau de tension constant, cela signifie que les puissances active et réactive de la charge peuvent être représentées par des valeurs constantes. Il existe aussi la modélisation dynamique des charges qui est relativement compliquée car la puissance consommée par la charge est en fonction de la tension et du temps, et elle est utilisée généralement pour l'étude et l'analyse de la stabilité transitoire [2].

Les équations des puissances active et réactive de la charge en fonction de la tension de jeu de barres peuvent s'écrire comme suit :

$$P = P_0 \left(\frac{V}{V_0}\right)^{np} \tag{II.4}$$

$$Q = Q_0 \left(\frac{Q}{Q_0}\right)^{nq} \tag{II.5}$$

Où : P_0 et Q_0 : puissances active et réactive consommées à une tension de référence $V_0=1pu$; np et nq : constantes dépendant du type de la charge.

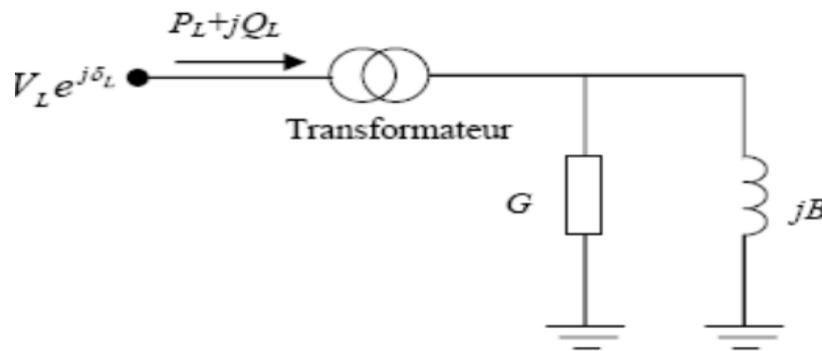


Fig. II. 4: modèle d'une charge électrique sous forme d'une impédance constante.

II.4.5 Les éléments shunts

Dans la plus part des cas, les éléments shunts sont des dispositifs destinés à la compensation de l'énergie réactive permettant d'ajuster la tension à savoir : les moteurs synchrones, les batteries de condensateur et inductances fixes et les compensateurs statiques (SVC). La modélisation de ces éléments sera effectuée par une admittance équivalente ou par injection de puissance. [12]

$$Y_{i0} = G_{i0} + j * B_{i0} \tag{II.6}$$

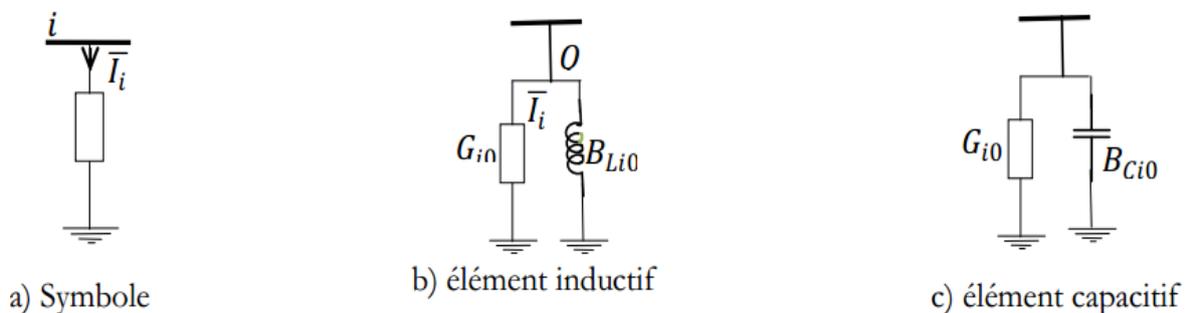


Fig. II. 5:Modèle des éléments shunts.

II.5 Formulation des équations de l'écoulement de puissance

L'étude de l'écoulement de puissance permet d'avoir la solution des grandeurs d'un réseau électrique en fonctionnement normal équilibré en régime permanent. Un modèle mathématique de ce système doit être déterminé pour pouvoir résoudre le problème de l'écoulement des puissances. Considérons le schéma représentatif du réseau de la Fig. II.6 suivant :

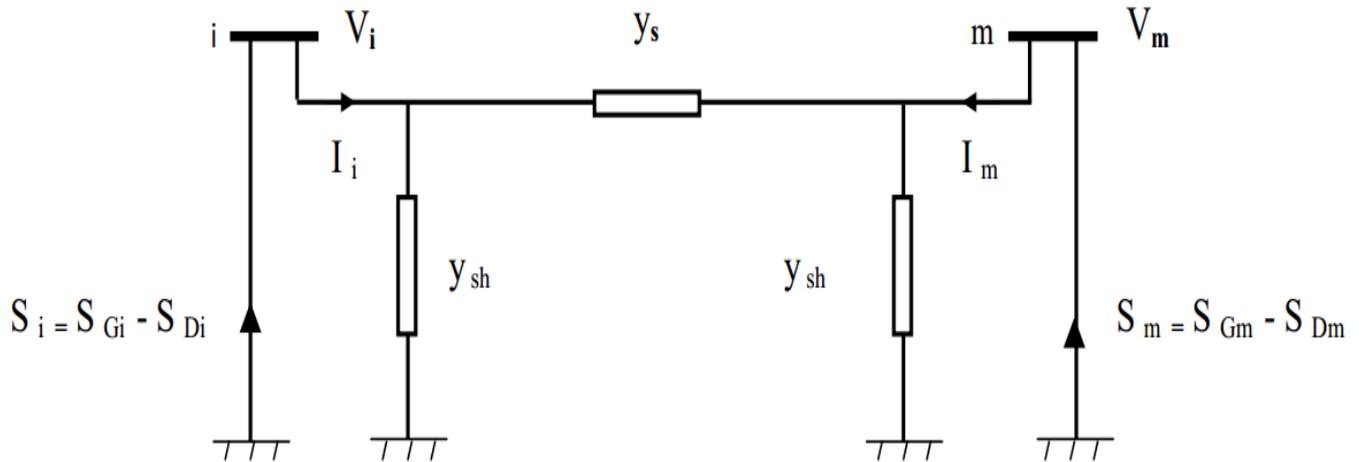


Fig. II. 6:Réseau à n nœuds.

La puissance apparente au nœud « i » est donnée par la relation suivante [13] :

$$S_i = V_i I_i^* \quad (\text{II.7})$$

$$S_i = S_{Gi} - S_{Di} = P_{Gi} - P_{Di} - jQ_{Gi} - jQ_{Di} \quad (\text{II.8})$$

L'expression de la tension au nœud i et au nœud m sous sa forme trigonométrique est :

$$V_i = |V_i| e^{j\theta_i} \quad (\text{II.9})$$

$$V_m = |V_m| e^{j\theta_m} \quad (\text{II.10})$$

$$V_m^* = |V_m| e^{-j\theta_m} \quad (\text{II.11})$$

Le courant au nœud « i » est la somme du produit de ses admittances mutuelles avec les autres nœuds, et la tension en ces nœuds :

$$I_i^* = \sum_{m=1}^n Y_{im}^* V_m^* \quad (\text{II.12})$$

L'admittance de la branche i-m est donnée par l'expression :

$$Y_{im} = G_{im} + j\beta_{im} \quad (\text{II.13})$$

$$Y_{im}^* = G_{im} - j\beta_{im} \quad (\text{II.14})$$

En combinant les équations II.8, II.9, II.11 et II.14 avec II.12, on aura :

$$S_i = \sum_{m=1}^n |V_i| e^{j\theta_i} (G_{im} - j\beta_{im}) (|V_m| e^{-j\theta_m}) \quad (\text{II.15})$$

$$\Rightarrow S_i = |V_i| \sum_{m=1}^n |V_m| (G_{im} - j\beta_{im}) (|V_m| e^{-i\theta_m}) \quad (\text{II.16})$$

$$\Rightarrow S_i = |V_i| \sum_{m=1}^n V_m [G_{im} [\cos(\theta_i - \theta_m) + j \sin(\theta_i - \theta_m)] - j\beta_{im} [\cos(\theta_i - \theta_m) + j \sin(\theta_i - \theta_m)]] \quad (\text{II.17})$$

En remplaçant S_i par l'expression II.8, on aura :

$$P_{Gi} - P_{Di} = V_i \sum_{m=1}^n V_m [G_{im} \cos(\theta_i - \theta_m) + \beta_{im} \sin(\theta_i - \theta_m)] \quad (\text{II.18})$$

$$Q_{Gi} - Q_{Di} = V_i \sum_{m=1}^n V_m [G_{im} \cos(\theta_i - \theta_m) - \beta_{im} \sin(\theta_i - \theta_m)] \quad (\text{II.19})$$

Ce système peut s'écrire de la façon :

$$V_i \sum_{m=1}^n V_m [G_{im} \cos(\theta_i - \theta_m) + \beta_{im} \sin(\theta_i - \theta_m)] - P_{Gi} - P_{Di} = 0 \quad (\text{II.20})$$

$$V_i \sum_{m=1}^n V_m [G_{im} \cos(\theta_i - \theta_m) - \beta_{im} \sin(\theta_i - \theta_m)] - Q_{Gi} - Q_{Di} = 0 \quad (\text{II.21})$$

Ce sont des équations non linéaires qui ne peuvent être résolues par des méthodes analytiques. La solution est obtenue par des méthodes numériques.

Les équations de circulation de puissances relient la tension et la puissance au lieu de tension et courant. Dans les deux équations du système, le déphasage intervient par une différence de phases.

Si \mathbf{P}_{Gm} et \mathbf{Q}_{Gm} désignent respectivement les puissances actives et réactives générées par le nœud m , et si \mathbf{P}_{Dm} et \mathbf{Q}_{Dm} désignent respectivement les puissances actives et réactives demandées par le nœud m , nous définissons « les pertes de puissance active \mathbf{P}_L et les pertes de puissance réactive \mathbf{Q}_L » comme étant :

$$P_L = \sum_{m \neq 1}^n [(P_{Gi} + P_{Gm}) - (P_{Di} + P_{Dm})] \quad (\text{II.22})$$

$$Q_L = \sum_{m \neq 1}^n [(Q_{Gi} + Q_{Gm}) - (Q_{Di} + Q_{Dm})] \quad (\text{II.23})$$

Si $\mathbf{P}_L = 0$, \mathbf{Q}_L est maximal; on a affaire alors à une ligne d'impédance purement réactive (inductive ou capacitive). Quand les pertes de puissance réactive Q_L sont négatives, la ligne fournit de la puissance réactive au réseau.

II.6 Classification des variables des équations de l'écoulement de puissance

Il y a quatre grandeurs fondamentales associées à chaque jeu de barre i du réseau, à savoir : le module de tension V_i , la phase de tension θ_i , la puissance active injectée P_i et la puissance réactive injectée Q_i . Pour chaque jeu de barre, deux variables doivent être spécifiées au préalable et les deux autres sont à calculer. Les modules et les phases des tensions inconnues sont appelés variables d'état, les puissances active et réactive injectée sont appelées variables de contrôle. L'état du système n'est déterminé qu'après avoir calculer les valeurs des variables d'état.

Dans l'analyse de l'écoulement de puissance, les nœuds du système sont classés en trois catégories dans tableau II.1 [14] :

Tableau II. 1: Classification des variables.

Classification	Variables connues	Variables inconnues
PQ (nœud Charge)	P, Q	V, θ
PV (nœud Générateur)	P, V	Q, θ
V θ (nœud Balancier)	V, θ	P, Q

II.7 Les types des jeux de barres

Dans l'analyse de l'écoulement de puissance, les jeux de barres du système sont classés en trois catégories :

II.7.1 Le jeu de barres de référence (slack bus)

On l'appelle aussi le jeu de barres balancier ou swing bus, c'est un élément fictif crée pour l'étude de la répartition de la puissance, il a pour rôle de fournir la puissance supplémentaire nécessaire pour compenser les pertes de transmission, car celles-ci ne sont pas connues d'avance. D'une façon générale et par convention ce jeu de barres est identifié par le jeu de barres $N^{\circ} = 1$ connecté à une source de tension d'où le module V et la phase δ de la tension sont connues, ces valeurs sont prises comme des références $V = 1pu$ et $\theta = 0^{\circ}$. Les puissances active P et réactive Q sont donc inconnues et doivent être calculées après avoir résoudre le problème de l'écoulement de puissance [16 ; 5].

II.7.2 Les jeux de barres de contrôle (control bus)

Appelés aussi jeux de barres générateurs ou à tension contrôlée ; ils peuvent inclure des jeux de barres aux quels des générateurs, des batteries de condensateurs, des compensateurs statiques ou des transformateurs avec prise réglable sont raccordés pour contrôler la tension. Les paramètres spécifiés ici sont : la puissance active P et le module de la tension V d'où l'appellation : jeux de barres PV donc les paramètres restant doivent être calculés Q et [15;16]

II.7.3 Les jeux de barres de charge (Load bus)

Appelés aussi les jeux de barres (P Q), les valeurs spécifiées sont les puissances actives (P) et réactives (Q), les valeurs à calculer sont le module V et la phase (δ) de la tension [15 ; 16 ; 5].

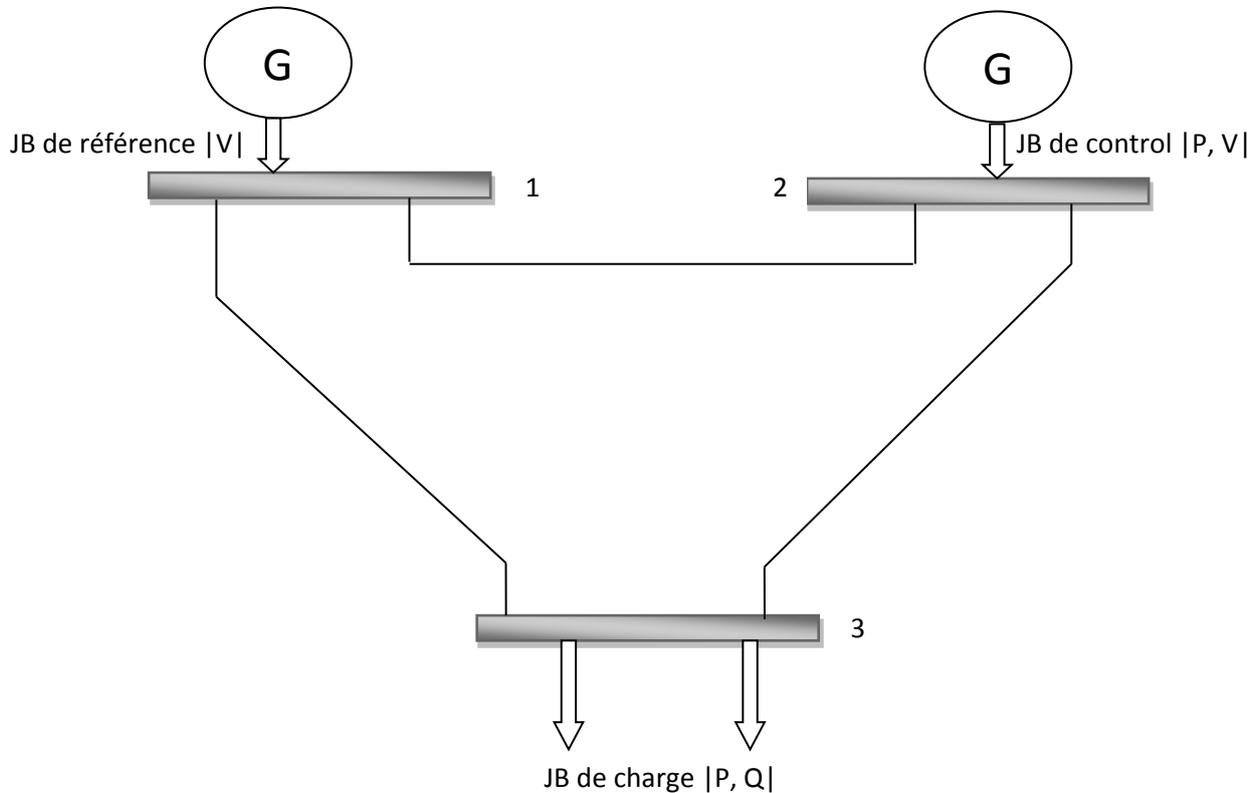


Fig. II. 7: Classification des jeux de barres.

II.8 Les méthodes appliquées à l'écoulement de puissance

La méthode initialement utilisée était la méthode de Gauss Seidel, qui a l'inconvénient de converger en un nombre d'itérations proportionnel à la taille du réseau. Actuellement, la méthode universellement adoptée est la méthode de Newton–Raphson ou la méthode découplée rapide, dont le nombre d'itérations requis pour obtenir une solution est indépendant de la taille du réseau étudié.

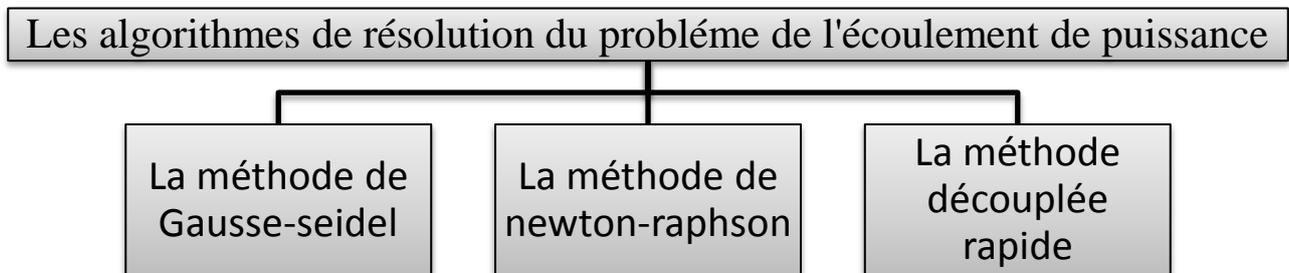


Fig. II. 8: Algorithmes de résolution du problème de la répartition des charges.

Un grand nombre de mathématiciens, d'informaticiens et d'ingénieurs en consacré des années de leurs carrière pour développer les méthodes de calcul de l'E.P.

Avant 1992, les calculs de l'E.P se faisaient manuellement, en 1929 les calculateurs des réseaux électriques (de Westing House), des analyseurs de réseaux électriques (dans le domaine du génie électrique) furent employer pour le calcul de l'E.P.

Ce n'est qu'en 1956 qu'avaient été développées les premières méthodes adéquates par WANT et HALE. Ces dernières étaient basées sur la méthode de Gauss Seidel puis pour des raisons de convergence, par la suite, la méthode de Newton Raphson a été adoptée et développée en se basant sur la nature de la matrice des admittances (Y bus) et du fort couplage entre P, θ et Q, pour arriver finalement à la méthode découplée rapide (fast decoupled method). [16]

II.8.1 La méthode de Gauss-Seidel

Cette méthode se considère l'une des plus simples des méthodes itératives et intervient pour les raisons suivantes :

- Elle possède une valeur scientifique à cause de sa simplicité.
- Elle est utilisée dans les systèmes à faible puissance et dans laquelle les programmes sont simples.
- Elle est utilisée dans de nombreux cas des grands systèmes pour obtenir une solution approximative. [15]

II.8.2 La méthode de Newton Raphson

C'est une méthode beaucoup plus compliquée que les autres méthodes à mettre en œuvre. Elle a cependant l'avantage de converger très rapidement. Elle sera illustrée afin de faire ressortir la plus grande convergence par rapport aux autres méthodes. Elle est plus efficace que celle de Gauss –Seidel. La formulation des équations de la méthode de Newton Raphson se présente sous la forme :

$$F_1(x_1 ; x_2)=0 \quad (\text{II.24})$$

$$F_2(x_1 ; x_2)=0 \quad (\text{II.25})$$

Supposons qu'à l'itération v , on ait les valeurs initiales $\mathbf{x}_1 (v)$ et $\mathbf{x}_2 (v)$. Si ce ne sont pas les valeurs exactes du système, elles seront corrigées en utilisant les variations $\Delta \mathbf{x}_1 (v)$ et $\Delta \mathbf{x}_2 (v)$ pour satisfaire le système (II.24-II.25). On aura alors :

$$f_1\left(X_1^{(v)} + \Delta X_1^{(v)}, X_2^{(v)} + \Delta X_2^{(v)}\right) = 0 \quad (\text{II.26})$$

$$f_2\left(X_1^{(v)} + \Delta X_1^{(v)}, X_2^{(v)} + \Delta X_2^{(v)}\right) = 0 \quad (\text{II.27})$$

Le développement des expressions (II.26-II.27) par Taylor en $X_1^{(v)}, X_2^{(v)}$ donne :

$$f_1(X_1^{(v)}, X_2^{(v)}) + \Delta X_1^{(v)} \left(\frac{\partial f_1}{\partial x_1}\right)^{(v)} + \Delta X_2^{(v)} \left(\frac{\partial f_1}{\partial x_2}\right)^{(v)} + \dots = 0 \quad (\text{II.28})$$

$$f_2(X_1^{(v)}, X_2^{(v)}) + \Delta X_1^{(v)} \left(\frac{\partial f_2}{\partial x_1}\right)^{(v)} + \Delta X_2^{(v)} \left(\frac{\partial f_2}{\partial x_2}\right)^{(v)} + \dots = 0 \quad (\text{II.29})$$

Sous forme compacte (II.28-II.29) s'écrit :

$$f^{(v)} + J^{(v)} \Delta X^{(v)} = 0 \quad (\text{II.30})$$

$$\text{Ou : } f^{(v)} = \begin{bmatrix} f_1(x^{(v)}) \\ f_2(x^{(v)}) \end{bmatrix} \quad (\text{II.31})$$

$$\text{Et } \Delta x^{(v)} = \begin{bmatrix} \Delta x_1^{(v)} \\ \Delta x_2^{(v)} \end{bmatrix} \quad (\text{II.32})$$

$$J^{(v)} = \begin{bmatrix} \left(\frac{\partial f_1}{\partial x_1}\right)^{(v)} & \left(\frac{\partial f_1}{\partial x_2}\right)^{(v)} \\ \left(\frac{\partial f_2}{\partial x_1}\right)^{(v)} & \left(\frac{\partial f_2}{\partial x_2}\right)^{(v)} \end{bmatrix} \quad (\text{II.33})$$

L'expression (II.31-II.32-II.33) désigne la jacobine du système. Il est calculé dans ce cas à l'itération. Pour un système à n équations et n variables, on aurait pour cette itération :

$$f^{(v)} = \begin{bmatrix} f_1(x^{(v)}) \\ f_2(x^{(v)}) \\ \vdots \\ f_n(x^{(v)}) \end{bmatrix} \quad (\text{II.34})$$

$$\Delta x^{(v)} = \begin{bmatrix} \Delta x_1^{(v)} \\ \Delta x_2^{(v)} \\ \vdots \\ \Delta x_n^{(v)} \end{bmatrix} \quad (\text{II.35})$$

$$J^{(v)} = \begin{bmatrix} \left(\frac{\partial f_1}{\partial x_1}\right)^{(v)} & \left(\frac{\partial f_1}{\partial x_2}\right)^{(v)} & \dots & \left(\frac{\partial f_1}{\partial x_n}\right)^{(v)} \\ \left(\frac{\partial f_2}{\partial x_1}\right)^{(v)} & \left(\frac{\partial f_2}{\partial x_2}\right)^{(v)} & \dots & \left(\frac{\partial f_2}{\partial x_n}\right)^{(v)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \left(\frac{\partial f_n}{\partial x_1}\right)^{(v)} & \left(\frac{\partial f_n}{\partial x_2}\right)^{(v)} & \dots & \left(\frac{\partial f_n}{\partial x_n}\right)^{(v)} \end{bmatrix} \quad (\text{II.36})$$

D'où

$$\Delta x^{(v)} = -J^{(v)-1} \cdot f^{(v)} \quad (\text{II.37})$$

On vérifie que l'écart $\Delta x^{(v)}$ vérifie la tolérance admise par la méthode sinon on passe à l'itération suivante en écrivant $x^{(v+1)} = x^{(v)} + \Delta x^{(v)}$ en répétant le même processus que pour l'itération v . Le calcul itératif sera arrêté quand la tolérance est respectée. [17]

II.8.2.1 Application de la méthode de Newton Raphson sur le réseau d'étude

Dans un réseau électrique, la relation tension courant est donnée par la relation matricielle :

$$[\mathbf{I}] = [\mathbf{Y}] \cdot [\mathbf{V}] \quad (\text{II.38})$$

Où $[\mathbf{Y}]$ est la matrice admittance nodale du réseau

La relation (II.36) se traduit par :

$$\begin{bmatrix} \bar{I}_1 \\ \bar{I}_2 \\ \vdots \\ \bar{I}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Y}_{11} & \bar{Y}_{12} & \cdot & \cdot & \bar{Y}_{1n} \\ \bar{Y}_{21} & \bar{Y}_{22} & \cdot & \cdot & \bar{Y}_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \bar{Y}_{n1} & \cdot & \cdot & \cdot & \bar{Y}_{nn} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \bar{V}_{11} \\ \bar{V}_{11} \\ \vdots \\ \bar{V}_{11} \end{bmatrix} \quad (\text{II.39})$$

Où

$$[I] = \begin{bmatrix} \bar{I}_1 \\ \bar{I}_2 \\ \vdots \\ \bar{I}_n \end{bmatrix} [V] = \begin{bmatrix} \bar{V}_1 \\ \bar{V}_2 \\ \vdots \\ \bar{V}_n \end{bmatrix} [Y] = \begin{bmatrix} \bar{Y}_{11} & \bar{Y}_{12} & \cdot & \cdot & \bar{Y}_{1n} \\ \bar{Y}_{21} & \bar{Y}_{22} & \cdot & \cdot & \bar{Y}_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \bar{Y}_{n1} & \cdot & \cdot & \cdot & \bar{Y}_{nn} \end{bmatrix} \quad (\text{II.40})$$

Avec

$$\bar{Y}_{i,m} = \mathbf{G}_{i,m} + \mathbf{j}\beta_{i,m} \quad (\text{II.41})$$

Au nœud i , la puissance nodale est ;

$$\mathbf{S}_i = \bar{\mathbf{V}}_i \cdot \bar{\mathbf{I}}_i^* \quad (\text{II.42})$$

Le courant injecté au nœud i est :

$$\bar{\mathbf{I}}_i = \sum_{j=1}^n \bar{\mathbf{Y}}_{i,m} \cdot \bar{\mathbf{V}}_{i,m} \quad (\text{II.43})$$

La tension nodale au nœud i

$$\bar{\mathbf{V}}_i = \mathbf{V}_i \cdot \mathbf{e}^{j\theta_i} \quad (\text{II.44})$$

Tenant compte des relations (II.41), (II.43) et (II.44), la relation (II.42) s'écrit sous la forme :

$$\mathbf{S}_i = \sum_{m=1}^n [(\mathbf{G}_{i,m} - \mathbf{j}\beta_{i,m}) \cdot \mathbf{V}_i \mathbf{V}_m (\mathbf{e}^{j(\theta_i - \theta_m)})] \quad (\text{II.45})$$

Soit

$$\mathbf{S}_i = \sum_{m=1}^n \mathbf{V}_i \mathbf{V}_m [\mathbf{G}_{i,m} \cos(\theta_i - \theta_m) + \mathbf{B}_{i,m} \sin(\theta_i - \theta_m) + \mathbf{j}(\mathbf{G}_{i,m} \sin(\theta_i - \theta_m) + \mathbf{B}_{i,m} \cos(\theta_i - \theta_m))] \quad (\text{II.46})$$

Sachant que $\mathbf{S}_i = \mathbf{P}_i + \mathbf{j}\mathbf{Q}_i$, on obtient tenant compte de (II.46) :

$$P_i = \sum_{j=1}^n \mathbf{V}_i \mathbf{V}_m (\mathbf{G}_{i,m} \cos(\theta_i - \theta_m) + \mathbf{B}_{i,m} \sin(\theta_i - \theta_m)) \quad (\text{II.47})$$

$$Q_i = \sum_{j=1}^n V_i V_m (G_{im} \sin(\theta_i - \theta_m) + B_{im} \cos(\theta_i - \theta_m)) \quad (\text{II.48})$$

Les expressions (II.47) (II.48) sont non linéaires et de la forme :

$$\mathbf{f}(x) = \mathbf{0} \quad (\text{II.49})$$

La fonction $f(x)$ développée en série de Taylor autour de la valeur x_0 s'écrit sous la forme :

$$\mathbf{f}(x) = \mathbf{f}(x_0) + \frac{1}{1!} \cdot \mathbf{f}'(x_0)(x - x_0) + \frac{1}{2!} \cdot \mathbf{f}''(x_0)(x - x_0)^2 + \dots + \frac{1}{n!} \mathbf{f}^{(n)}(x_0)(x - x_0)^n \quad (\text{II.50})$$

Sur la base de développement de Taylor avec arrêt au premier ordre, les expressions P_i et Q_i s'écrivent sous la forme matricielle :

$$\begin{bmatrix} dP \\ dQ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_1 & J_2 \\ J_3 & J_4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} d\theta \\ dV \end{bmatrix} \quad (\text{II.51})$$

En considérant le nœud 1 comme nœud bilan donc n'entrant pas dans le calcul itératif de détermination de la tension et les autres nœuds comme nœuds (P, Q), on aura :

$$dP = \begin{bmatrix} dP_2 \\ \vdots \\ dP_n \end{bmatrix} \quad dQ = \begin{bmatrix} dQ_2 \\ \vdots \\ dQ_n \end{bmatrix} \quad d\theta = \begin{bmatrix} d\theta_2 \\ \vdots \\ d\theta_n \end{bmatrix} \quad dV = \begin{bmatrix} dV_2 \\ \vdots \\ dV_n \end{bmatrix} \quad (\text{II.52})$$

$$dP_i = P_i - P_{si} \quad (\text{II.53})$$

$$dQ_i = Q_i - Q_{si} \quad (\text{II.54})$$

P_{si} et Q_{si} sont les puissances active et réactive injectées au nœud i . Elles sont telles que :

$$P_{si} = P_{Gi} - P_{Di} \quad (\text{II.55})$$

$$Q_{si} = Q_{Gi} - Q_{Di} \quad (\text{II.56})$$

$$J = \begin{bmatrix} J_1 & J_2 \\ J_3 & J_4 \end{bmatrix} \quad (\text{II.57})$$

J_1 , J_2 , J_3 et J_4 sont les sous matrices de la jacobine J dont les éléments diagonaux et non diagonaux sont donnés ci-dessous :

Élément de la sous matrice J_1 :

- Éléments diagonaux $\frac{\partial P_k}{\partial \theta_k} = Q_k - V_k^2 B_{kk}$ (II.58)

- Éléments non diagonaux $\frac{\partial P_k}{\partial \theta_m} = V_k V_m [G_{km} \sin(\theta_k - \theta_m) - B_{km} \cos(\theta_k - \theta_m)]$ (II.59)

Élément de la sous matrice J2 :

- Éléments diagonaux
$$\frac{\partial P_k}{\partial V_k} = \frac{P_k}{V_k} + V_k G_{kk} \quad (\text{II.60})$$

- Éléments non diagonaux
$$\frac{\partial P_k}{\partial V_m} = V_k [G_{km} \cos(\theta_k - \theta_m) + B_{km} \sin(\theta_k - \theta_m)] \quad (\text{II.61})$$

Le calcul du transit de puissance dans le réseau nécessite la connaissance du plan de tensions du réseau. La relation (II.51) s'écrit aussi :

$$\begin{bmatrix} dP \\ dQ \end{bmatrix} = [J] \cdot \begin{bmatrix} d\theta \\ dV \end{bmatrix} \quad (\text{II.62})$$

A partir de la relation (II.55), on obtient la relation (II.56) ci-dessous :

$$\begin{bmatrix} d\theta \\ dV \end{bmatrix} = [J^{-1}] \cdot \begin{bmatrix} dP \\ dQ \end{bmatrix} \quad (\text{II.63})$$

En chaque nœud i , à l'itération \mathbf{it} , la tension en module et en phase est déterminée comme suit :

$$\mathbf{V}^{(\mathbf{it})} = \mathbf{V}^{(\mathbf{it}-1)} + d\mathbf{V}^{(\mathbf{it})} \quad (\text{II.64})$$

$$\boldsymbol{\theta}^{(\mathbf{it})} = \boldsymbol{\theta}^{(\mathbf{it}-1)} + d\boldsymbol{\theta}^{(\mathbf{it})} \quad (\text{II.65})$$

II.8.2.1.1 Organigramme de calcul la circulation de puissance par la méthode de Newton Raphson :

L'organigramme de la Fig. II.9 illustre le calcul de circulation de puissance avec l'algorithme de Newton Raphson.

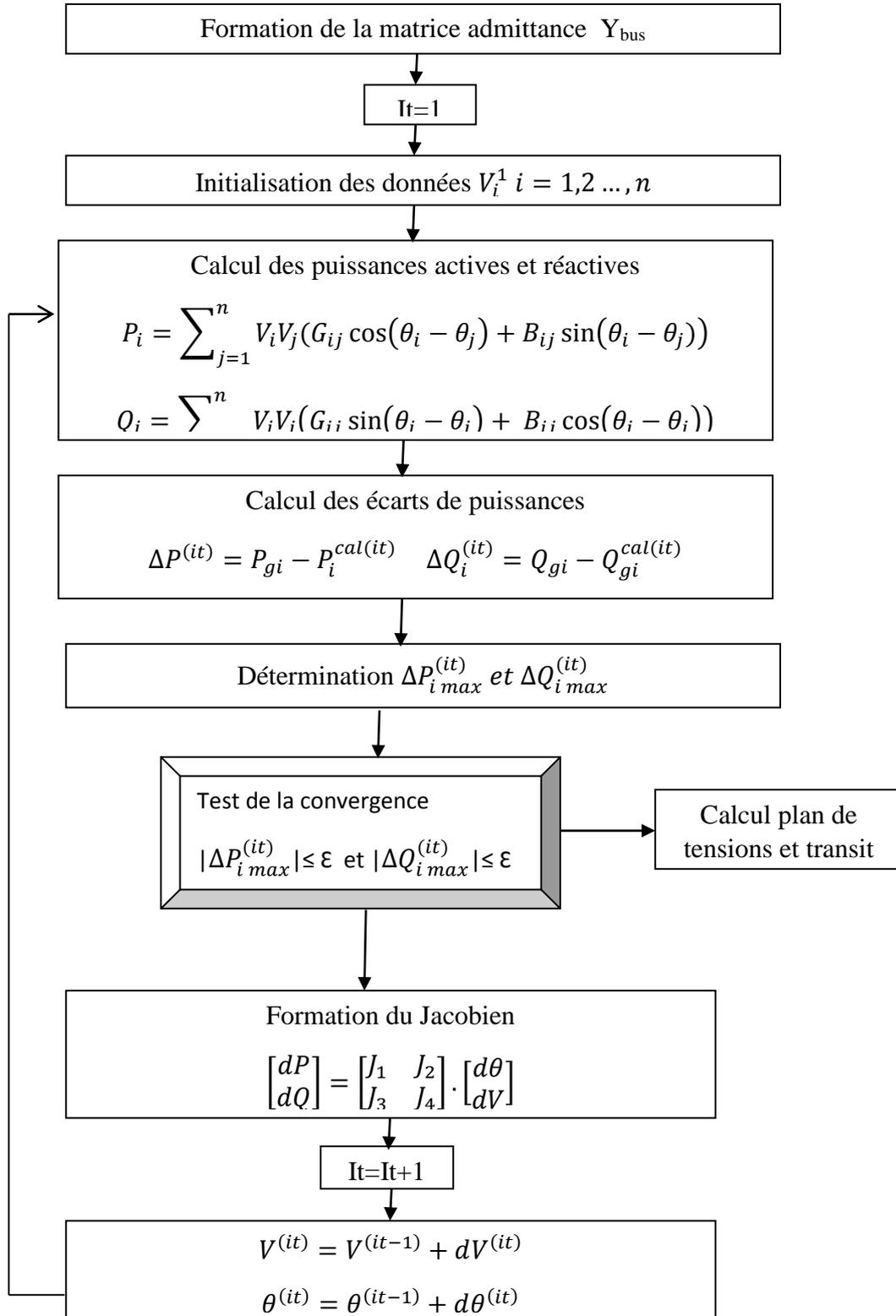


Fig. II. 9 : Organigramme de calcul la circulation de puissance par la méthode de Newton Raphson

II.8.2.1.2 Les approximations dans la méthode de Newton-Raphson

Pour une petite variation dans le module de la tension aux jeux de barres (J.d.B), la puissance active au J.d.B ne varie pas d'une façon appréciable. Même aussi pour une petite variation de l'angle de phase de la tension au J.d.B, la puissance réactive ne subit pas une variation appréciable. Donc on suppose que les éléments des jacobiens J_2 et J_3 de la matrice Jacobine sont nuls :

$$\begin{bmatrix} dP \\ dQ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_1 & 0 \\ 0 & J_4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} d\theta \\ dV \end{bmatrix} \quad (\text{II.66})$$

II.8.2.2 Méthode découplée de Newton Raphson :

Si, on observe la valeur numérique des éléments du Jacobien utilisé dans plusieurs systèmes, on découvre que les éléments de J_1 et J_4 sont invariablement beaucoup plus grands que ceux de J_2 et J_3 . Et, en se basant sur les découplés $P \theta$ et QV , on peut supposer $J_2 \approx 0$ et $J_3 \approx 0$. A partir de cela, on peut avoir deux systèmes d'équations linéaires indépendantes pour chaque itération. Ce qui réduit l'expression S_i [17]:

$$\Delta P^k = J_1^k \cdot \Delta \theta \quad (\text{II.67})$$

$$\Delta Q^k = J_4^k \cdot \Delta |V| \quad (\text{II.68})$$

II.9 Conclusion

Nous avons développé dans ce chapitre le concept de l'écoulement de puissance et sa résolution à l'aide des méthodes itératives telles que Gauss Seidell, Newton Raphson et Newton Raphson découplée rapide. Pour le calcul de l'E.P nous adopterons par la suite les méthodes numériques itératives Newton Raphson et Newton Raphson découplée rapide.