

CHAPITRE V :  
RÉGULATION NUMÉRIQUE  
DE TYPE PI

## V.1 introduction

L'homme a toujours recherché des moyens et des outils pour bien commander les différents objets dans les différents domaines, et dans le domaine industriel l'homme trouve des commandes comme des solutions pour commander les outils industriels mais la commande par le régulateur **PI** (Proportionnel et Intégral), est la commande la plus utilisée dans l'industrie, et elle est la plus utilisée dans les différents domaines qui ont une relation avec le domaine technique en général.

Dans ce chapitre on s'intéresse à l'étude détaillée de cette commande et on essaye de simplifier la structure de cette commande pour faciliter une bonne compréhension et une bonne lecture de cette commande.

### v.1 .1 Structures du régulateur PI

La loi de commande du régulateur proportionnel intégral (PI) standard peut être décrit par l'équation suivante : [10]

$$u(t) = K_p (e(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^T e(T) dt)$$

où  $u(t)$  désigne le signal de commande et  $e(t)$  l'écart résultant de la différence entre la consigne et la grandeur à commander. Ainsi, le signal de commande découlant de l'algorithme décrit ci-dessus est composé de la somme de deux termes distincts qui, de par la fonction remplie, sont logiquement dénommés respectivement terme proportionnel et intégral. Les paramètres du régulateur associés à ces différents termes sont le gain proportionnel  $K_p$  et la constante d'intégration  $T_i$ . Les deux termes proportionnel et intégral possèdent des caractéristiques différentes et agissent de manière complémentaire. Seule une description succincte de leurs propriétés en boucle fermée, basée sur une argumentation intuitive, est donnée ici. La partie proportionnelle constitue la forme la plus élémentaire de rétroaction, où le signal de commande est simplement l'écart entre la consigne et la grandeur à commander, multiplié par le gain  $K_p$ . L'intuition veut qu'en augmentant ce gain, le signal de commande agisse de manière plus forte sur le système et ainsi atténue plus rapidement l'écart. D'un autre côté, un régulateur agissant trop fortement donnera naissance à des comportements oscillatoires, témoins d'une diminution, voire d'une perte de stabilité. L'apparition d'un signal de commande non nul, dans le cas d'un régulateur proportionnel, est soumise à l'existence d'un écart entre la consigne et la grandeur à commander. Ainsi, l'utilisation de cette commande provoque généralement un statisme. La suppression de celui-ci est assurée par l'utilisation du terme intégral. Ce dernier génère, à partir d'un moindre signal d'erreur de signe constant, une commande dont l'amplitude ne cesse de croître. Cela aura pour conséquence de supprimer tout écart permanent. [10]

L'algorithme du régulateur **PI** tel que décrit en équation peut être représenté par la fonction de transfert suivant:[11]

$$K(s) = K_p (1 + 1/T_i s)$$

Le gain d'intégration  $K_i$  liés aux paramètres de la forme standard par les relations suivantes :[11]

$$K_i = K_p / T_i.$$

### V.1.2 Définition des coefficients **PI**

#### V.1.2 .1 L'action proportionnelle **P**

L'augmentation du gain  $K_p$  permet de minimiser l'erreur statique entre la consigne et la mesure, réduire le temps de montée et accélérer le temps de stabilisation du système. Elle est limitée par la stabilité du système.[11]

L'implantation du correcteur proportionnel dans un tel système est donnée par la relation suivante:[11]

- $u(t) = K_p \times e(t)$
- $u(t)$ : la commande du système
- $K_p$ : le gain de correcteur proportionnel
- $e(t)$ : l'erreur statique entre la consigne et la mesure

Dans le domaine de Laplace, la relation devient:

$$U(s) = K_p E(s)$$

Pour le cas discret, cette relation reste la même tel que:

$$U(k) = K_p e(k)$$

#### V.1.2 .2 L'action intégrale **I**

L'action intégrale agit proportionnellement sur la surface de l'écart entre la consigne et la mesure, et elle poursuit son action tant que cet écart n'est pas nul. On dit que l'action conditionnée par le temps d'intégrale  $T_i$ . [11]

Un régulateur intégral est donné par l'expression suivante:

$$u(t) = \frac{1}{T_i} \int_0^t e(t) dt$$

Avec:

$u(t)$ : représente la commande du système

$T_i$ : la constante d'intégrale

$e(t)$ : l'erreur entre la consigne et la mesure.

L'utilisation de l'action intégrale est très importante, car elle complète l'action proportionnelle dont elle permet de composer l'erreur statique et d'augmenter la précision en régime permanent. Par contre, l'un des inconvénient majeure de l'action intégrale, est qu'elle donne naissance à des

dépassements gênants prouvant ainsi une diminution de la marge de phase du système, comme elle impose un temps de réponse plus lent.[11]

### V.1.3 Modélisation du correcteur *PI*

La commande *PI* est une combinaison des deux actions *P* et *I* pour atteindre des performances discret, elle est exprimée dans le domaine temporel comme suit:[12]

$$u(t) = K_p \left( e(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(t) dT \right)$$

Déduisant la fonction de transfert du correcteur comme suit:[12]

$$C(s) = K_p \frac{1 + T_i s}{T_i s}$$

Pour le cas discret, la fonction de transfert prend la forme suivante:[12]

$$C(z) = \frac{U(z)}{E(z)} = \frac{(k_p + k_i) - K_p z^{-1}}{1 - z^{-1}} \text{ Avec } K_i = K_p / T_i$$

L'algorithme de la commande *PI* pour le cas discret est donnée par:

$$u(k) = u(k-1) + (K_p + K_i) e(k) - K_p e(k-1)$$

### V.1.4 L'équivalent numérique du régulateur de position *PI*

Il est bien clair qu'un régulateur tel qu'il est décrit auparavant réalisé sous forme numérique. Dans la mesure où la période d'échantillonnage  $T_e$  est suffisamment petite, on peut se contenter de remplacer l'équation différentielle du régulateur *PID* par une équation aux différences prenant en compte les équivalents numériques des écarts aux instants d'échantillonnage  $n$  :[11]

$$\text{Drive} = K_p * e(t) + K_i * \Sigma e(t)$$

$e(t)$  = l'erreur statique entre la consigne et la mesure

### V.1.5 Implantation d'un Régulateur de position *PI* par ARDUINO pour le pilotage du bras de robot *ROB3*

Notre projet a pour objectif de mettre en œuvre une commande de type *PI* numérique pour le pilotage du bras de robot *ROB3*, pour se faire, la première étape consiste à contrôler le premier moteur à courant continu de notre bras manipulateur. Pour réaliser cette tâche, les étapes suivantes sont effectuées:

- Placer les fils du premier moteur de notre bras de robot dans la carte de puissance liée directement avec *ARDUINO*,
- Alimenter la carte de puissance,
- Ecrire un programme à partir du langage *ARDUINO*.

### V.1.5 .1 Commande par référence numérique

On attaque le système par une référence numérique à l'aide d'un simple programme implanté dans *ARDUINO*, ce dernier alimente le premier moteur de notre bras de robot ROB3 par le signal *PWM* à travers le circuit *L298*.

### V.1.5 .2 L'algorithme de régulateur de position numérique de type *PI*

#### V.1.5 .2 .1 Le régulateur proportionnel *P* :

La commande de ce régulateur est proportionnelle à l'erreur.[12]

- Commande =  $K_p * erreur$
- $K_p$  est le coefficient de proportionnalité de l'erreur.
- Erreur= l'écart entre la consigne et la mesure

#### V.1.5 .2 .2 Le régulateur proportionnel intégral *PI*

La commande de ce régulateur est proportionnelle à l'erreur, mais aussi proportionnelle à l'intégrale de l'erreur. On rajoute donc à la commande générée par le régulateur proportionnel, la somme des erreurs commises au cours du temps.

$$Commande = K_p * erreur + K_i * somme\ erreurs$$

$K_i$  est le coefficient de d'intégral de la somme des erreurs. [10]

V.2 Résultats de travail

V.2.1 le travail

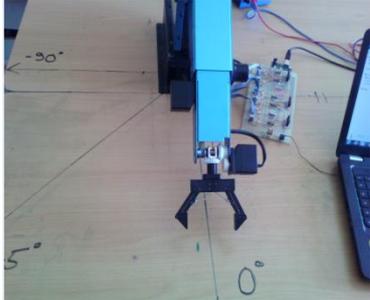
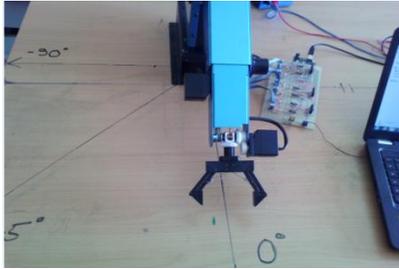
Essais	Position	L'angle désirée	Les confisions Kp, Ki	Images
Essai 1 MGD Moteur N°01  <b><math>\theta_1</math></b>	initiale	<b><math>\theta_1 = 0</math></b>  <b><math>\theta_2 = 0</math></b> <b><math>\theta_3 = 0</math></b> <b><math>\theta_4 = 0</math></b> <b><math>\theta_5 = 0</math></b>	Kp =0  Ki =0	
Essai 2 MGD Moteur N°01  <b><math>\theta_1</math></b>	Désirée	<b><math>\theta_1 = -90</math></b>  <b><math>\theta_2 = 0</math></b> <b><math>\theta_3 = 0</math></b> <b><math>\theta_4 = 0</math></b> <b><math>\theta_5 = 0</math></b>	Kp =0  Ki =0	
Essai 2 MGD Moteur N°01  <b><math>\theta_1</math></b>	Désirée	<b><math>\theta_1 = -90</math></b>  <b><math>\theta_2 = 0</math></b> <b><math>\theta_3 = 0</math></b> <b><math>\theta_4 = 0</math></b> <b><math>\theta_5 = 0</math></b>	Kp =5  Ki =0	
Essai 2 MGD Moteur N°01  <b><math>\theta_1</math></b>	Désirée	<b><math>\theta_1 = -90</math></b>  <b><math>\theta_2 = 0</math></b> <b><math>\theta_3 = 0</math></b> <b><math>\theta_4 = 0</math></b> <b><math>\theta_5 = 0</math></b>	Kp =5  Ki =20	

Tableau V.1 le travail

V.2.2 Résultats

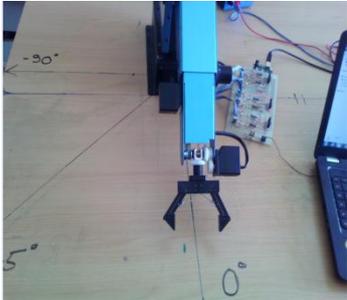
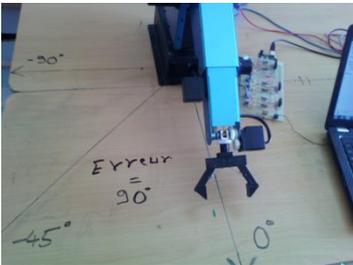
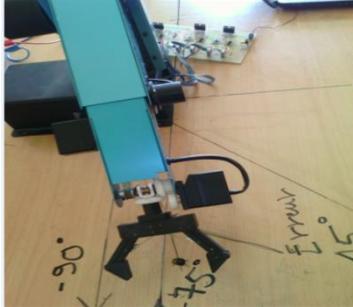
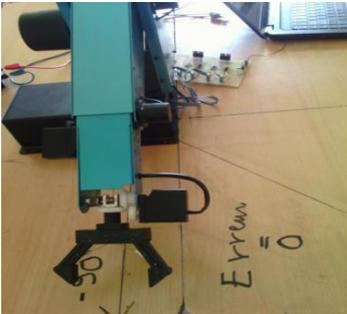
Essais	Position	L'angle désirée	L'angle mesuré	Les confision s $K_p, K_i$	L'erreur	Images
Essai 1 MGD Moteur N°01 $\theta_1$	initiale	$\theta_1 = 0$ $\theta_2 = 0$ $\theta_3 = 0$ $\theta_4 = 0$ $\theta_5 = 0$	$\theta_1 = 0$ $\theta_2 = 0$ $\theta_3 = 0$ $\theta_4 = 0$ $\theta_5 = 0$	$K_p = 0$ $K_i = 0$	Erreur=0	
Essai 2 MGD Moteur N°01 $\theta_1$	Désirée	$\theta_1 = -90$ $\theta_2 = 0$ $\theta_3 = 0$ $\theta_4 = 0$ $\theta_5 = 0$	$\theta_1 = 0$ $\theta_2 = 0$ $\theta_3 = 0$ $\theta_4 = 0$ $\theta_5 = 0$	$K_p = 0$ $K_i = 0$	Erreur=90 Degrée	
Essai 2 MGD Moteur N°01 $\theta_1$	Désirée	$\theta_1 = -90$ $\theta_2 = 0$ $\theta_3 = 0$ $\theta_4 = 0$ $\theta_5 = 0$	$\theta_1 = -75$ $\theta_2 = 0$ $\theta_3 = 0$ $\theta_4 = 0$ $\theta_5 = 0$	$K_p = 5$ $K_i = 0$	Erreur=15 Degrée	
Essai 2 MGD Moteur N°01 $\theta_1$	Désirée	$\theta_1 = -90$ $\theta_2 = 0$ $\theta_3 = 0$ $\theta_4 = 0$ $\theta_5 = 0$	$\theta_1 = -90$ $\theta_2 = 0$ $\theta_3 = 0$ $\theta_4 = 0$ $\theta_5 = 0$	$K_p = 5$ $K_i = 20$	Erreur=0 Degrée	

Tableau V.2 Résultats detravail.

**V.3 Conclusion**

L'asservissement par **PI** est aujourd'hui est le plus utilisés et ce pour plusieurs raisons. Premièrement, il est très simple à mettre en place et s'avère efficace pour la plupart des systèmes réels. De plus, la mise en place d'un asservissement **PI** peut-être à la fois rapide et efficace et permettre une optimisation des coefficients pour les systèmes les plus avancés. C'est pour toutes ces raisons que ce modèle d'asservissement reste aujourd'hui le plus utilisé dans l'industrie.