

## 1-1. INTRODUCTION :

L'étude du comportement d'un moteur électrique est une tâche difficile et qui nécessite, avant tout, une bonne connaissance de son modèle dynamique afin de bien prédire, par voie de simulation, son comportement dans les différents modes de fonctionnement envisagés. Historiquement, les servomoteurs utilisant des moteurs à courant continu ont assuré le fonctionnement de la plupart d'équipements industriels (robots et machines outils).

Cependant, leur principal défaut reste le collecteur mécanique que l'on tolère mal dans certaines applications. C'est pour cette raison qu'on a eu intérêt à utiliser des moteurs électriques à courant alternatif afin d'écarter cet inconvénient et profiter de leurs avantages tels que, la flexibilité de variation de vitesse et la stabilité de fonctionnement. Parmi les moteurs électriques à courant alternatif utilisés dans les entraînements, le moteur synchrone à aimants permanents (MSAP) reste un bon candidat à cause d'un certain nombre d'avantages qu'il présente, à savoir pas de pertes au rotor, une grande capacité de surcharge, une vitesse stable et constante à une fréquence donnée et surtout à cause de son couple massique élevé comparativement à celui du moteur asynchrone et du moteur synchrone classique.

Le moteur synchrone à aimants permanents s'impose dans les applications nécessitant des performances dynamiques et statiques très élevées, et plus particulièrement, dans les systèmes embarqués (par exemple en aéronautique et dans le domaine spatial) en raison de sa puissance massique élevée. Il présente l'avantage, par rapport aux autres machines à courant continu et à courant alternatif, d'avoir une excitation constante et sa commande est simplifiée du fait qu'elle ne fait appel à aucun dispositif auxiliaire au niveau de l'inducteur constitué par l'aimant permanent.[1][6]

Dans ce chapitre, nous commençons par évoquer des généralités sur les machines synchrones et leurs modes d'alimentation. Puis nous présentons une modélisation de la machine synchrone à aimants permanents dans les repères statorique et rotorique. Enfin, des résultats de simulation du comportement en "boucle ouverte" de la machine synchrone à aimants permanents seront présentés et commentés à la fin de ce chapitre.

## 1-2. GENERALITES SUR LES MACHINES SYNCHRONES :

Le terme de la machine synchrone regroupe toutes les machines dont la vitesse de rotation de l'arbre de sortie est égale à la vitesse de rotation du champ tournant. Pour obtenir un tel fonctionnement, le champ magnétique rotorique est généré soit par des aimants, soit par un circuit d'excitation. La position du champ magnétique rotorique est alors fixe par rapport au rotor, ce qui impose en fonctionnement normal une vitesse de rotation identique entre le rotor et le champ tournant statorique.

Cette famille de machine regroupe en fait plusieurs sous familles, qui vont de l'alternateur de plusieurs centaines de mégawatts au moteur de quelques watts, en passant par les moteurs pas à pas. Néanmoins, la structure de toutes ces machines est relativement proche. Le stator est généralement constitué de trois enroulements triphasés répartis telles que les forces électromotrices générées par la rotation du champ rotorique soient sinusoïdales ou trapézoïdales.[2][19]

Il existe trois grandes familles de rotor, ayant pour rôle de générer le champ d'induction rotorique. Les rotors bobinés à pôles lisses, les rotors bobinés à pôles saillants ainsi que les rotors à aimants :

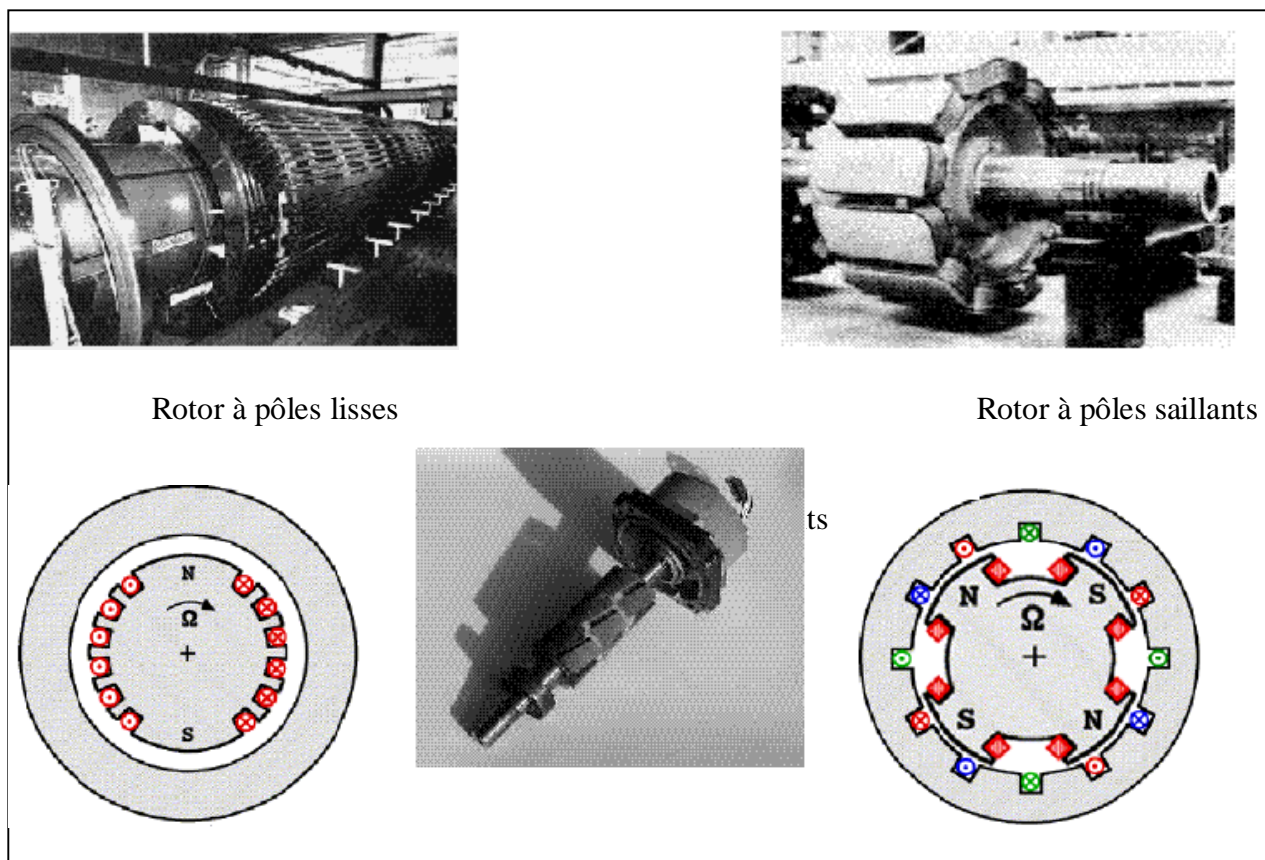


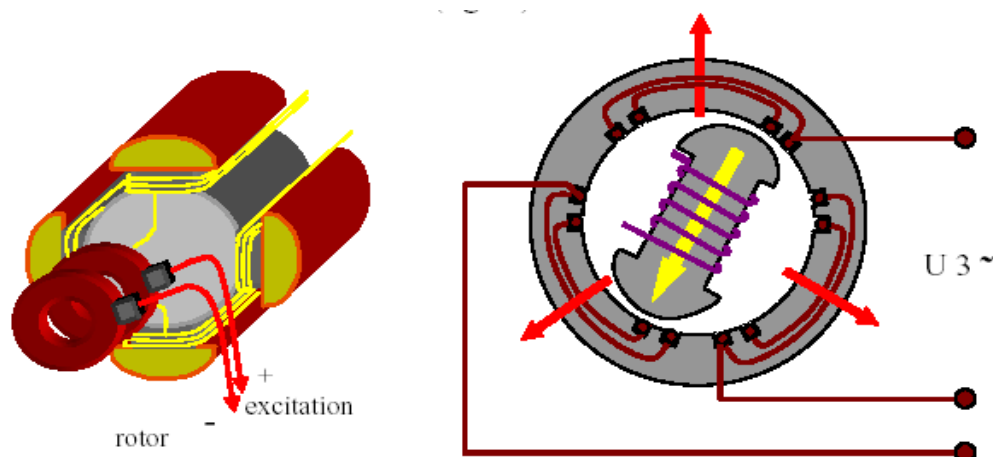
Fig. 1-1 : Différents types de rotors.

### 1-2-1. Principe de fonctionnement de la machine synchrone

Son principe est celui de l'alternateur : un électroaimant N-S ou un aimant permanent, appelé rotor, constitué de pôles excités par des bobines permettant de faire varier le champ inducteur tourne à l'intérieur d'un circuit magnétique dans les encoches auxquelles sont logés des conducteurs, constituant le stator. Au passage de chaque pôle du rotor, le flux croît progressivement de 0 à sa valeur maximale, puis décroît lorsque le pôle s'éloigne.

Aux bornes de chaque enroulement prend naissance une force électromotrice alternative. On recueille donc un système de trois tensions déphasées de  $120^\circ$  l'une par rapport à l'autre. Inversement si les enroulements du stator sont alimentés par un système de trois tensions déphasées de  $120^\circ$ , un champ tournant est créé présentant lui aussi un système de pôles fictifs N-S, tournant à vitesse imposée par la fréquence d'alimentation. Supposons que le rotor soit entraîné à cette même vitesse : les deux aimants « s'accrochent » ; si l'entraînement du rotor est supprimé il continue à tourner.

L'arrivée du courant d'excitation au rotor se fait par deux bagues tournantes sur lesquelles viennent en contact deux balais



**Fig. 1-2** : principe du moteur synchrone

Sous l'effet du couple résistant, les pôles réels du rotor ont tendance à ralentir et à se décaler par rapport aux pôles fictifs du stator.

Les attractions et répulsions entre pôles réels et fictifs ont des composantes tangentielles dans le sens de la rotation. Leur ensemble crée un couple moteur donc une puissance mécanique.

Pour les petites puissances (usuellement  $< 10$  kW), le rotor est à aimants permanents, n'ayant ni collecteur ni balais, le moteur est appelé "brushless".

Pour des puissances plus importantes, le rotor est bobiné, son alimentation en courant continu (Connexions du + et du -) peut être assurée par un collecteur à deux bagues (beaucoup plus simple que celui d'une MCC). Il est aussi possible d'associer sur le même arbre une deuxième MS fonctionnant en alternateur, à aimants permanents, de puissance inférieure, débitant dans un pont redresseur tournant qui alimente le rotor de la machine principale. Il n'y a alors ni bagues, ni balais.[3]

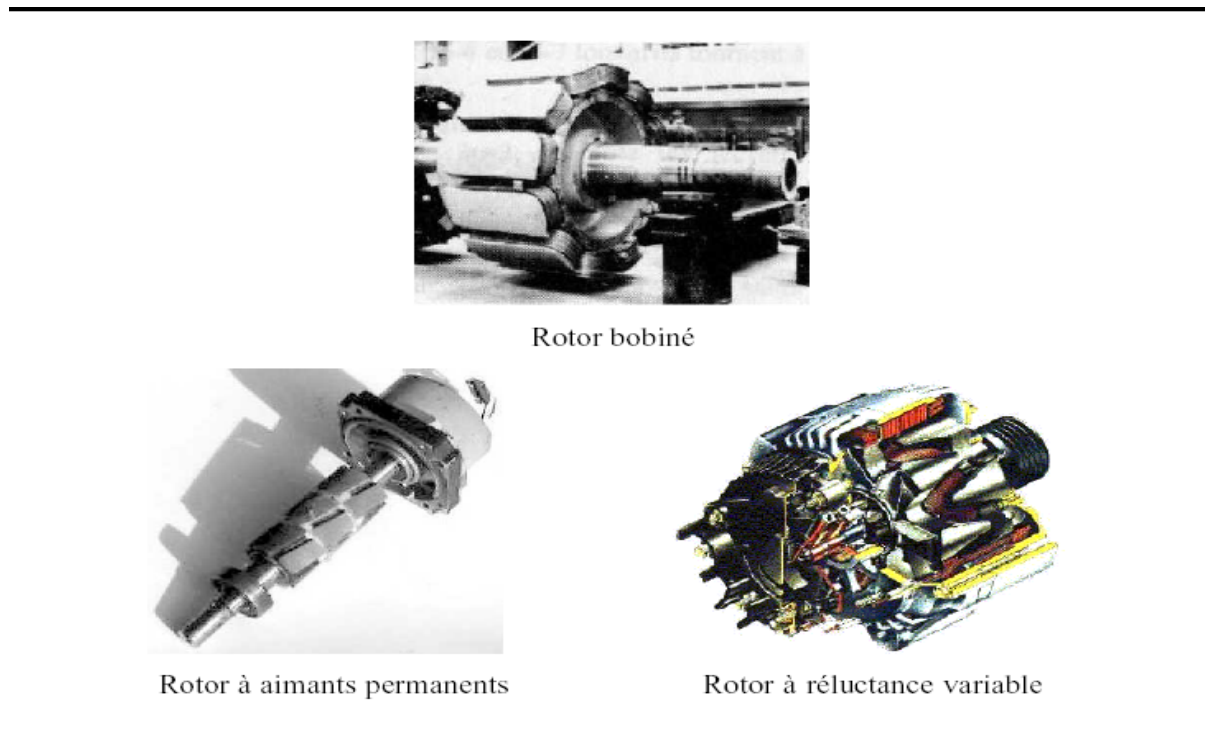
### 1-2-2. Différents types de machines synchrones :

On trouve, dans la grande majorité des applications à vitesse variable, trois catégories de machines synchrones.[6]

➤ Les machines synchrones à rotor bobiné font appel, le plus souvent, à une excitation associée à un redresseur tournant, pour éliminer tout contact glissant. Le rotor peut être à pôles lisses ou saillants et est généralement équipé de circuits amortisseurs.

➤ Les machines synchrones à aimants permanents sont de plus en plus employées avec l'apparition d'aimants rigides performants (ferrites, terres rares-cobalt et, plus récemment, néodyme-fer-bore). L'utilisation des aimants pour l'excitation des machines synchrones a été d'abord limitée à la réalisation de machines de faible alésage ( $\leq 20\text{ cm}$ ). Actuellement, l'augmentation de la taille de ce type de machines est sérieusement envisagée. En effet, à condition de coupler cette augmentation de taille avec une augmentation du nombre de pôles, l'utilisation des aimants reste avantageuse.

➤ Les machines à réluctance, avec des structures diverses, sont employées dans un certain nombre d'applications particulières où la simplicité de constitution est un avantage. L'inconvénient principal de leur utilisation pour l'alimentation à fréquence variable concerne la faiblesse inhérente de leur facteur de puissance (valeur typique 0.65), qui implique un surdimensionnement systématique des convertisseurs statiques. Néanmoins, ce défaut peut devenir négligeable dans certaines applications de faible puissance (quelques kilowatts).



**Fig. 1-3** : les différents types des rotors

### 1-2-3. Avantages et inconvénients des machines synchrones :

Les avantages associés à l'utilisation des machines à courant alternatif asynchrone et synchrone à aimants permanents ne sont pas à démontrer en terme de robustesse et de fiabilité. Aujourd'hui, avec le progrès actuel des aimants permanents, le moteur synchrone est de plus en plus utilisé dans les systèmes d'entraînement à vitesse variable à hautes performances. Son choix dans ce domaine est devenu attractif et concurrent de celui des moteurs à courant continu et des moteurs asynchrones. Cela est dû principalement à ses avantages multiples, relativement à ces deux types d'actionneur On cite principalement:[5][8][9] :

- Facteur de puissance et rendement élevé par rapport à ceux des moteurs asynchrones;
- Robustesse incontestée par rapport au moteur à courant continu;
- Puissance massique élevée et précision de sa commande;
- Développement de la technologie des composants de l'électronique de puissance, et l'apparition des processeurs numériques à fréquence élevée et à forte puissance de calcul, surmontant ainsi le problème de l'implantation d'algorithmes de commande de l'onduleur assurant l'auto pilotage du MASP;
- Augmentation de la constante thermique et de la fiabilité, à cause de l'absence de contacts bague-balais dans ces machines.

Néanmoins, aux machines synchrones sont liés les inconvénients qui suivent :

- un moteur auxiliaire de démarrage est souvent nécessaire,
- il faut une excitation, c'est à dire une deuxième source d'énergie,
- si le couple résistant dépasse une certaine limite, le moteur décroche et s'arrête.

Le choix des aimants permanents dépend des facteurs suivants :

- Performance du moteur;
- Poids du moteur;
- Dimension du moteur;
- Rendement du moteur;
- Facteur économique.

Les machines synchrones ont connu différents domaines d'utilisation que nous évoquons dans ce qui suit.

#### **1-2-4. Domaines d'utilisation des machines synchrones :**

Les moteurs synchrones sont utilisés en forte puissance (1 à 10 MW : compresseur de pompe, concasseur) ; toutefois pour faire varier la vitesse, il faut varier la fréquence des courants statoriques. Il a donc fallu attendre le développement de l'électronique de puissance pour commander des moteurs autosynchrones ou synchrones autopilotés (T.G.V. Atlantique –1981). Dans le domaine de faibles puissances, les rotors sont à aimants permanents. L'intérêt de ces moteurs réside dans la régularité de la vitesse de rotation (tourne-disque, appareil enregistreur, programmateur, servomoteur). Le moteur synchrone peut également être utilisé comme source de puissance réactive pour relever le facteur de puissance d'une installation électrique.[3]

Notons que la machine synchrone est réversible, elle peut fonctionner en tant que moteur ou en alternateur (génératrice).

Dans cette étude, nous nous intéressons plus particulièrement aux machines synchrones à aimants permanents. Notons qu'il existe deux grandes familles de moteurs synchrones à aimants permanents :

- les moteurs à f.é.m. sinusoïdale destinés pour obtenir un couple uniforme ; les courants d'alimentation doivent être également sinusoïdaux et les actionneurs correspondants c'est-à-dire les ensembles moteurs-alimentations-autopilotages sont communément appelés actionneurs synchrones (PMSM : Permanent Magnet Synchronous Motors).

- les moteurs à f.é.m. trapézoïdales sont de même destinés pour obtenir un couple uniforme ; les courants d'alimentation doivent être en créneaux et les actionneurs correspondants sont

communément appelés actionneurs à courant continu sans balais (BDCM : Brushless Direct Current Motors).

L'apparition sur le marché d'aimants permanents plus performants a entraîné un intérêt grandissant pour la mise au point de nouveaux moteurs à aimants. Ceux-ci fournissent, par rapport aux autres moteurs, les performances suivantes :

- une puissance massique élevée (le courant d'induit acceptable est plus fort d'où un couple disponible plus élevé),
- une fiabilité plus grande due à l'absence de contact glissant bagues-balais.

Selon les vitesses de rotation envisagées, les aimants sont disposés suivant quatre types de structures : périphérique, intérieur, axial et rotor passif. Les machines à aimants les plus usuelles, sont celles à structure de type périphérique. Leur classification est basée sur la façon de disposer les aimants et de les associer avec les matériaux magnétiques ; ainsi, nous distinguons deux classes de machines à aimants périphériques qui sont les machines sans pièces polaires et avec pièces polaires.

Dans les machines sans pièces polaires, le rotor se comporte, d'un point de vue magnétique, comme un rotor lisse ; l'inductance de l'induit est donc indépendante de sa position angulaire.

Dans les machines à pièces polaires, ces dernières servent à la concentration du flux d'induction magnétique ; leur principale différence avec les machines sans pièces polaires porte sur les caractéristiques de l'induit. En effet, l'inductance de l'induit n'est plus constante en fonction de la position du rotor. À noter que les structures présentant une saillance entraînent l'existence d'un couple de réluctance qui se superposera au couple électromagnétique résultant du couplage rotor-stator, ce qui affecte la qualité du couple dont les ondulations seront plus importantes.[4][9]

### 1-3. MODES D'ALIMENTATION DE LA MACHINE SYNCHRONE :

Si une machine synchrone à (p) paires de pôles est alimentée à partir d'un réseau de fréquence (f), en régime établi la vitesse de rotation de l'arbre du moteur est égale à :

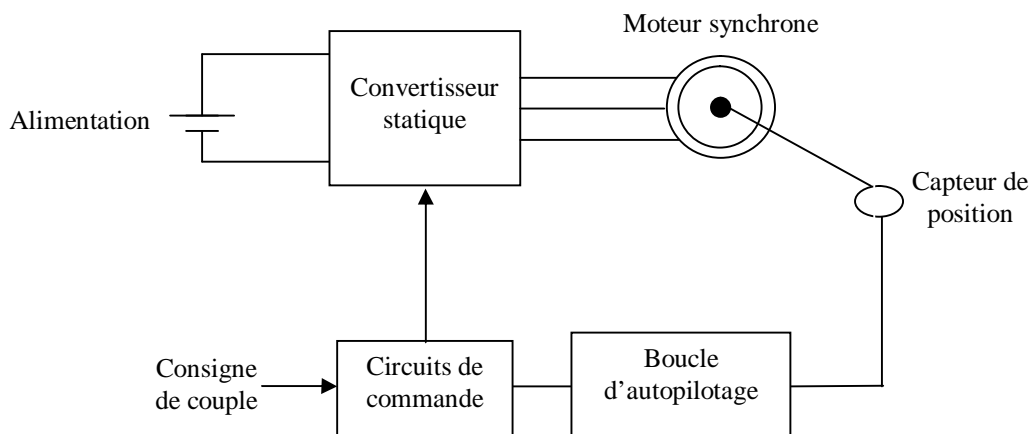
$$\Omega = \frac{2\pi f}{p} \quad (1.1)$$

Si la fréquence du réseau et le nombre des paires de pôles sont fixes, la vitesse ( $\Omega$ ) l'est également. Donc, la machine synchrone, sans variateur de fréquence, n'est utilisable qu'à vitesse constante. Les principaux inconvénients inhérents à son emploi dans ce type de fonctionnement concernent les problèmes de démarrage, sa réponse oscillante à des échelons de couple résistant et les risques de décrochage. Par contre, la machine synchrone alimentée à fréquence variable présente un certain nombre d'avantages spécifiques :

- la possibilité de fonctionner avec un facteur de puissance élevé ou unitaire, ce qui implique un gain non négligeable dans le coût des convertisseurs statiques associés ;
- la simplicité de réglage direct du couple, et en particulier, la possibilité de fournir, sans problème particulier, un couple de maintien à l'arrêt ;
- l'aptitude à la production de couples et de puissances massives élevées.

Pour faire varier la vitesse de la machine synchrone, il existe deux procédés :

- La fréquence est délivrée par un dispositif (variateur de fréquence) dont la commande est indépendante du moteur ; la machine fonctionne alors en boucle ouverte. Ce mode d'alimentation présente de grands risques d'instabilité et/ou de décrochage dans le cas où la charge devient grande.
- La fréquence du convertisseur statique est asservie à la vitesse de rotation de l'arbre moteur de manière à assurer le synchronisme. Le moteur élabore, lui-même en tournant, sa fréquence d'alimentation (fonctionnement autopiloté). Cette situation est illustrée par la figure qui suit.



**Fig. 1-4 :** Principe général d'un moteur synchrone autopiloté.

Donc, le fonctionnement autopiloté nécessite la détection de la position du rotor de la machine et une source d'alimentation à fréquence variable pouvant être synchronisés par rapport à une référence extérieure. Notons que l'autopilotage élimine tous les risques d'instabilité propres au mode en boucle ouverte et maintient le synchronisme.

La machine synchrone peut être alimentée en tension ou en courant suivant la grandeur qu'on impose à l'entrée de l'ensemble convertisseur-machine.

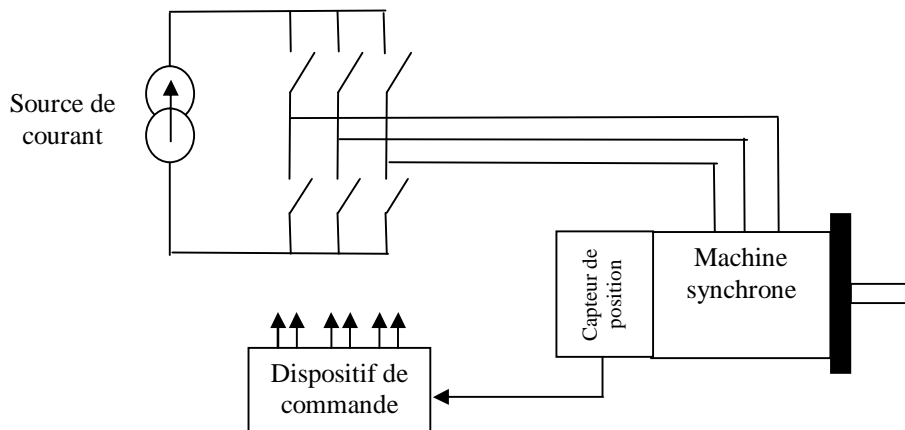
### 1-3-1. Alimentation en courant :

À partir d'une source de courant continu maintenu constant, le convertisseur statique appelé commutateur peut, grâce à des séquences d'ouverture et de fermeture de ses interrupteurs, aiguiller le courant dans les différents enroulements de la machine. La séquence de commutation des interrupteurs du convertisseur consiste à assurer uniquement la tâche d'autopilotage. Dans ce cas,



les courants imposés dans les phases de la machine sont rectangulaires et le couple électromagnétique qui en résulte n'est pas constant ; ceci pourrait compromettre le fonctionnement de la machine surtout à faible vitesse.

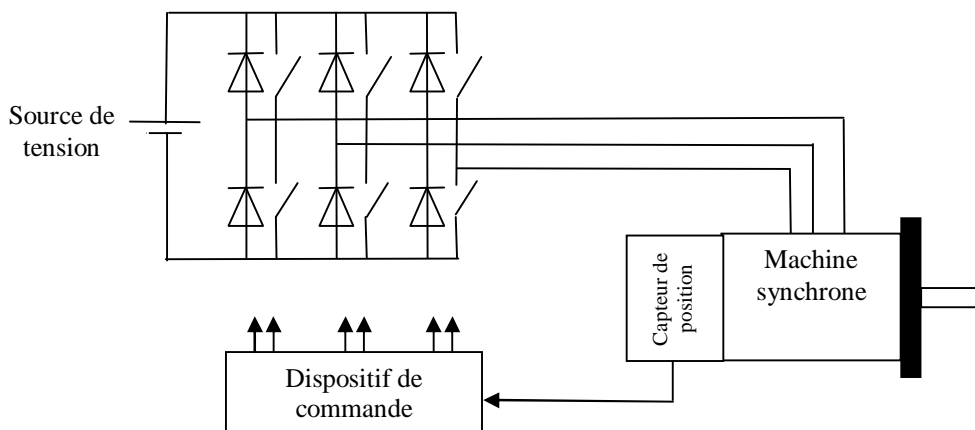
Les courants imposés dans les phases statoriques de la machine ont une amplitude fixée par le courant d'alimentation, une fréquence imposée par la vitesse de rotation de la machine et un déphasage par rapport à la force électromotrice dépendant de l'information issue du capteur de position. La figure qui suit schématise ce principe d'alimentation.



**Fig. 1-5 :** Alimentation de la machine par commutateur de courant.

### 1-3-2. Alimentation en tension :

Si la source d'énergie alimentant le convertisseur est une source de tension, les interrupteurs du convertisseur statique imposent aux bornes des enroulements de la machine une tension. Celle-ci a une amplitude fixée par la tension d'alimentation du convertisseur, une fréquence liée à la vitesse de rotation de la machine et un déphasage par rapport à la force électromotrice dépendant de l'information issue du capteur de position. Dans ce cas, le convertisseur est appelé onduleur.

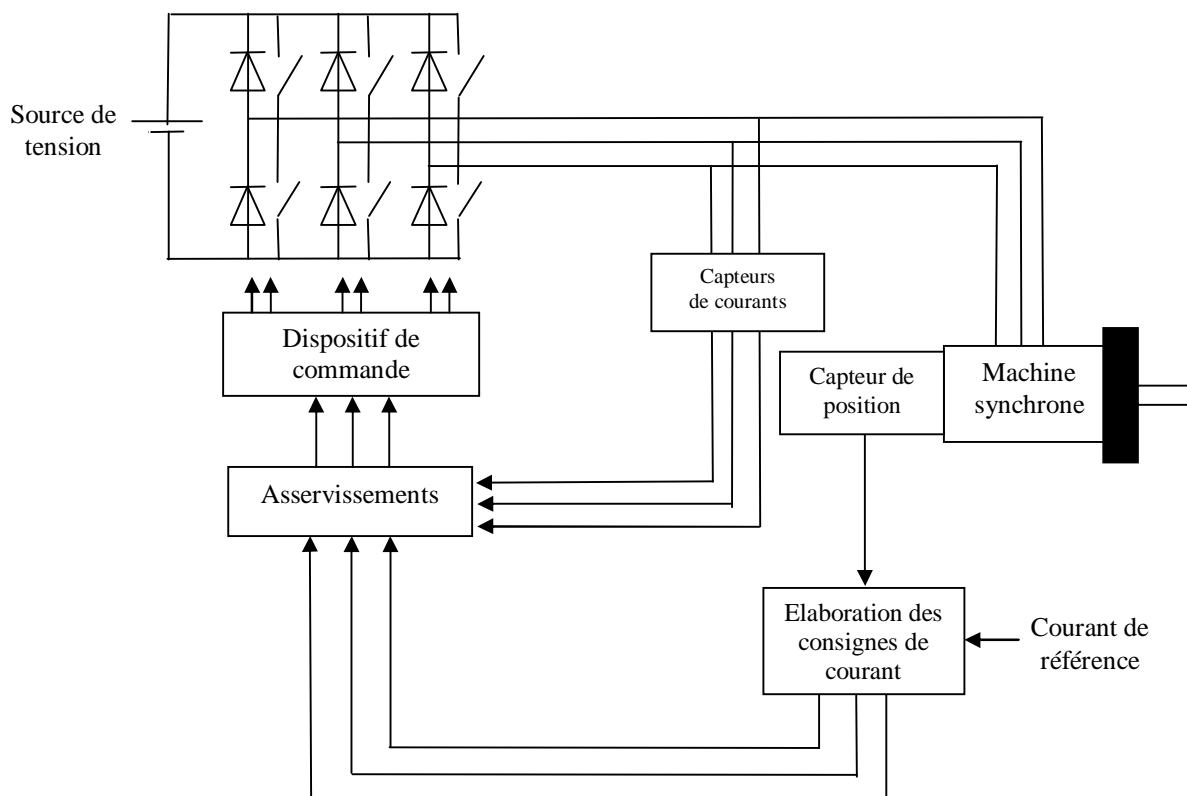


**Fig. 1-6 :** Alimentation de la machine synchrone par onduleur.

### 1-3-3. Alimentation en tension avec courants imposés :

Afin d'améliorer la dynamique du couple et réduire les vibrations, il est possible de contrôler le courant à partir d'un convertisseur statique alimenté par une source de tension. Dans ce type d'alimentation, les séquences de fermeture et d'ouverture des interrupteurs sont issues des comparaisons de courants réels circulant dans les phases de la machine à des courants de référence ; on parle alors d'alimentation en tension avec courants imposés. Le schéma de la figure I.7 illustre le principe d'une alimentation avec courants imposés.

Le bloc élaboration des consignes génère trois consignes de courants synchronisées sur la position. L'amplitude de ces consignes est proportionnelle à la valeur du couple souhaité. Il est nécessaire de connaître de façon beaucoup plus fine la position du rotor que pour une commande utilisant un commutateur de courant, où il est nécessaire de repérer les positions correspondantes au changement d'état des interrupteurs. Le bloc asservissements assure la commande de chaque bras de l'onduleur afin de minimiser l'erreur entre les consignes de courant et les courants observés au niveau du moteur. Les correcteurs utilisés peuvent être de type hystérésis, proportionnel ou encore proportionnel et intégral, moyennant certaines précautions.

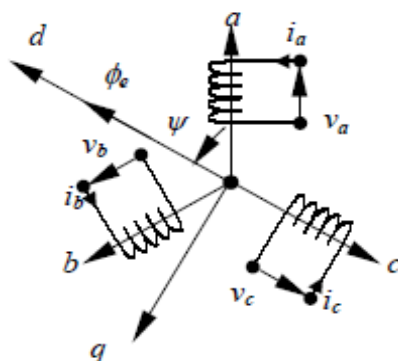


**Fig. 1-7 :** Alimentation par onduleur avec courants imposés.

### 1-4. Modélisation de la machine synchrone à aimant permanent :

Le moteur synchrone à aimants permanents (MSAP) comporte au stator un enroulement triphasé représenté par les trois axes (a, b, c) déphasés, l'un par rapport à l'autre, de  $120^\circ$  électrique (figure 1.8) et au rotor des aimants permanents assurant son excitation. En fonction de la manière dont les aimants sont placés, on peut distinguer deux types de rotors.

Dans le premier type, les aimants sont montés sur la surface du rotor offrant un entrefer homogène, le moteur est appelé à rotor lisse et les inductances ne dépendent pas de la position du rotor. Dans le deuxième, par contre, les aimants sont montés à l'intérieur de la masse rotorique et l'entrefer sera variable à cause de l'effet de la saillance. Dans ce cas, les inductances dépendent fortement de la position du rotor. De plus, le diamètre du rotor du premier type est moins important que celui du deuxième ce qui réduit considérablement son inertie en lui offrant la priorité dans l'entraînement des charges rapides.[5]



**Fig. 1-8 :** Schéma d'un enroulement triphasé et du repère (d, q).

Afin de modéliser le MSAP, on adopte les hypothèses simplificatrices usuelles données dans la majorité des références:

- L'absence de saturation dans le circuit magnétique;
- La distribution sinusoïdale de le F.M.M crée par les enroulements du stator;
- L'hystérésis est négligée avec les courants de Foucault et l'effet de peau;
- L'effet d'encoche est négligeable;
- La résistance des enroulements ne varie pas avec la température.

**1-4-1. Modélisation dans le repère statorique :****a) Equations de tensions et de flux :**

Les équations régissant le fonctionnement des machines synchrones à aimants permanents s'obtiennent en écrivant que la tension appliquée à chaque phase est la somme de la chute ohmique et de la tension induite par la variation du flux qui la traverse, soit :

$$[V] = [R_s][i] + \frac{d}{dt}[\Phi] \quad (1.2)$$

où:

[V]: représentent respectivement les vecteurs des tensions.

[i]: représentent respectivement les courants.

[Φ]: représentent respectivement les flux.

[R<sub>s</sub>]: la matrice des résistances dans les enroulements statoriques de la machine.

En vertu des hypothèses de non-saturation et de feuilletage du circuit magnétique, les flux sont liés aux courants par les relations linéaires suivantes, exprimées sous forme matricielle :

$$[\Phi] = [L_s][i] + [\Phi_f] \quad (1.3)$$

Où [L<sub>s</sub>] est la matrice des inductances propres statoriques et [Φ<sub>f</sub>] représente les flux engendrés dans les phases statoriques par l'inducteur. Notons que les composantes des matrices des inductances propres et des flux engendrés par le rotor sont fonctions de la position du rotor.

**b) Expression du couple électromagnétique :**

Le couple électromagnétique, engendré dans une machine électrique, résulte de l'interaction des deux flux statorique et rotorique. Il est calculé à partir de la dérivée de l'énergie magnétique par rapport à l'angle mécanique θ

$$C_{em} = \frac{\partial W_e}{\partial \theta} \quad (1.4)$$

Où W<sub>e</sub> est l'énergie magnétique emmagasinée dans l'ensemble des circuits du moteur, définie par l'expression:

$$W_e = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \Phi_k \cdot i_k \quad (1.5)$$

Pour une machine synchrone triphasée à aimants permanents, l'expression suivante du couple électromagnétique est déduite des deux relations (1-4) et (1-5) :

$$C_{em} = \frac{p}{2} [i]^T \frac{\partial}{\partial \theta} [L_s][i] + p [i]^T \cdot \frac{\partial}{\partial \theta} [\Phi_f] \quad (1.6)$$

[i]<sup>T</sup> est le vecteur transposé du vecteur courant.

En résumé le modèle de la MSAP est donné comme suit :

En introduisant l'inductance cyclique statorique, les équations électriques sont données par :

$$\begin{cases} V_a = R_s i_a + L_{cs} \frac{di_a}{dt} + e_a \\ V_b = R_s i_b + L_{cs} \frac{di_b}{dt} + e_b \\ V_c = R_s i_c + L_{cs} \frac{di_c}{dt} + e_c \end{cases} \quad (1.7)$$

avec

$$\begin{cases} e_a = \Phi_f p \Omega \cos(p\theta + \pi/2) \\ e_b = \Phi_f p \Omega \cos(p\theta + \pi/2 - 2\pi/3) \\ e_c = \Phi_f p \Omega \cos(p\theta + \pi/2 + 2\pi/3) \end{cases} \quad (1.8)$$

Les flux sont exprimés selon :

$$\begin{cases} \Phi_a = L_{cs} i_a + \Phi_f \cos(p\theta) \\ \Phi_b = L_{cs} i_b + \Phi_f \cos(p\theta - 2\pi/3) \\ \Phi_c = L_{cs} i_c + \Phi_f \cos(p\theta + 2\pi/3) \end{cases} \quad (1.9)$$

Le couple électromagnétique est donné par :

$$C_{em} = \frac{P_m}{\Omega} = \frac{e_a i_a + e_b i_b + e_c i_c}{\Omega} \quad (1.10)$$

#### 1-4-2. Modélisation dans le repère rotorique :

L'ensemble des équations (1-2) différentielles non-linéaires définit le fonctionnement de la machine synchrone en régime transitoire. La solution de cet ensemble présente un degré de complexité qui ne facilite pas l'étude de la commande des machines synchrones. De plus, il est très difficile d'écrire les fonctions de transfert relatives au couple, donc vis-à-vis de la vitesse et ou de la position. Il existe cependant, un formalisme dit transformation de PARK qui permet de simplifier les équations (1-2) tout en obtenant un système d'équations différentielles linéaires.

Deux systèmes de grandeurs sont équivalents s'ils créent les mêmes effets. L'alimentation triphasée du stator d'une machine synchrone crée au niveau de l'entrefer un champ d'induction tournant de la même manière qu'un courant continu parcourant un bobinage solidaire du rotor en rotation ; c'est ce que traduit la transformation de Park.

Les phases **a**, **b** et **c** statoriques (fixes), alimentées par trois courants triphasés, sont remplacées par trois bobinages orthogonaux solidaires du rotor alimentés par trois courants continus  $i_d$ ,  $i_q$  et  $i_o$ . Alors, le modèle mathématique généralisé peut être exprimé comme suit :

$$F_{dqo} = P * F_{abc} \quad (1.11)$$

Comme l'axe interpolaire  $\mathbf{q}$  est déphasé de  $\frac{\pi}{2}$  en avant sur l'axe  $\mathbf{d}$ , la matrice de transformation

$P$  est définie comme suit :

$$P = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos \theta_e & \cos(\theta_e - 2\pi/3) & \cos(\theta_e + 2\pi/3) \\ -\sin(\theta_e) & -\sin(\theta_e - 2\pi/3) & -\sin(\theta_e + 2\pi/3) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad (1.12)$$

Pour rendre la matrice de Park orthonormée, il suffit de remplacer les coefficients  $\frac{2}{3}$  et  $\frac{1}{2}$

respectivement par  $\sqrt{\frac{2}{3}}$  et  $\frac{1}{\sqrt{2}}$ , la matrice  $P$  devient :

$$P = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos \theta & \cos(\theta - 2\pi/3) & \cos(\theta + 2\pi/3) \\ -\sin \theta & -\sin(\theta - 2\pi/3) & -\sin(\theta + 2\pi/3) \\ 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \end{bmatrix} \quad (1.13)$$

Les équations relatives aux tensions exprimées dans le système  $(\mathbf{d-q})$  deviennent :

$$[V_{dq}] = [P][V_{abc}] \quad (1.14)$$

D'où nous obtiendrons le système suivant :

$$V_d = R_s i_d + \frac{d}{dt} \Phi_d - p \Omega \Phi_q \quad (1.15)$$

$$V_q = R_s i_q + \frac{d}{dt} \Phi_q + p \Omega \Phi_d$$

Les flux sont donnés dans le système  $(\mathbf{d-q})$  par :

$$\begin{bmatrix} \Phi_d \\ \Phi_q \end{bmatrix} = [P] \begin{bmatrix} \Phi_a \\ \Phi_b \\ \Phi_c \end{bmatrix} \quad (1.16)$$

Après développements, nous obtenons :

$$\Phi_d = L_d i_d + \Phi_f \quad (1.17)$$

$$\Phi_q = L_q i_q$$

En remplaçant les expressions de  $\Phi_d$  et  $\Phi_q$  dans le système (1-15), nous obtenons :

$$\begin{aligned}
 V_d &= R_s i_d - L_q p \Omega i_q + L_d \frac{d}{dt} i_d \\
 V_q &= R_s i_q + L_d p \Omega i_d + L_q \frac{d}{dt} i_q + p \Omega \Phi_f
 \end{aligned}
 \tag{1.18}$$

Ce modèle sous la forme matricielle devient :

$$\begin{bmatrix} V_d \\ V_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s + s L_d & -L_q p \Omega \\ L_d p \Omega & R_s + s L_q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ p \Omega \Phi_f \end{bmatrix}
 \tag{1.19}$$

Où  $s = \frac{d}{dt}$  est la variable de Laplace qui traduit une dérivée par rapport au temps dans le domaine temporel.

Le couple électromagnétique peut être exprimé comme suit :

$$C_{em} = p(\Phi_d i_q - \Phi_q i_d)
 \tag{1.20}$$

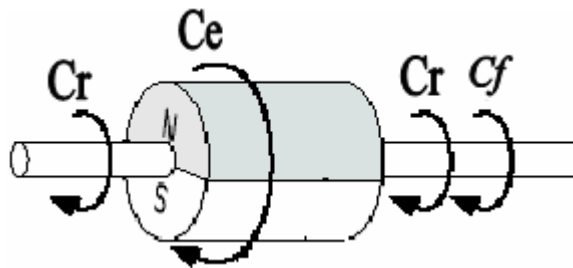
En utilisant l'équation (1-16), le couple électromagnétique devient :

$$C_{em} = p(\Phi_f i_q + (L_d - L_q) i_d i_q)
 \tag{1.21}$$

Enfin, l'équation mécanique générale peut être écrite selon :

$$J \frac{d}{dt} \Omega + f_c \Omega = C_{em} - C_r
 \tag{1.22}$$

Cette équation tient compte de l'inertie des parties tournantes, des frottements secs ou visqueux et du couple de la charge.



**Fig. 1-9** : Les différents couples qui agissent sur le rotor

### 1-4-3. Comportement dynamique de la MSAP alimentée par réseau :

Les résultats montrés dans les figures suivantes représentent les caractéristiques dynamiques et statiques de la machine synchrone à aimants permanents alimentée en tension à travers un réseau de 50 Hz. L'essai se caractérise par un démarrage à vide.

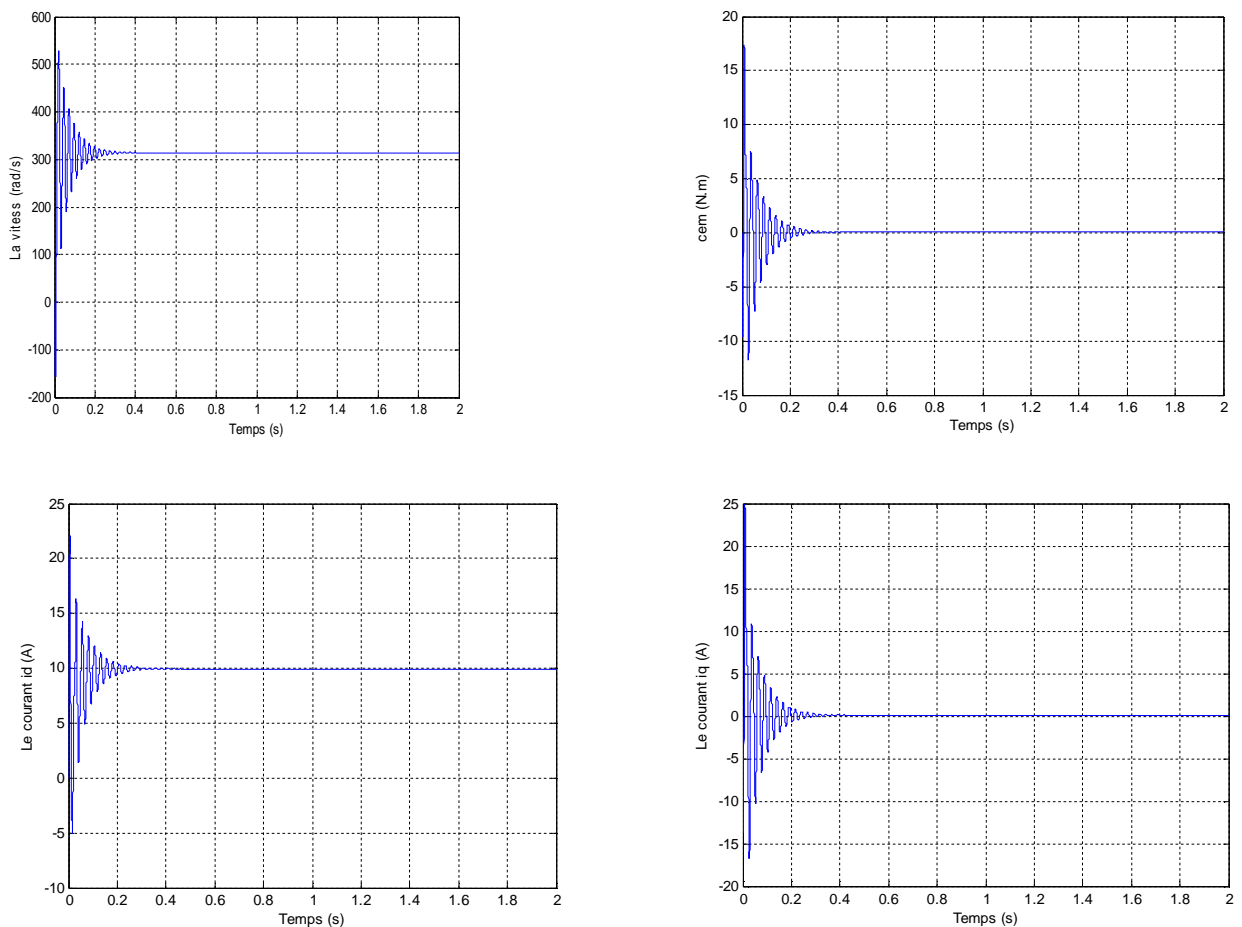
Notons que les résultats de simulation sont obtenus pour des caractéristiques de la MSAP reportées en annexe 1. Notons que les tensions du réseau sont exprimées par :

$$\begin{aligned} V_{ar} &= V_m \cos(\omega_r t) \\ V_{br} &= V_m \cos(\omega_r t - 2\pi/3) \\ V_{cr} &= V_m \cos(\omega_r t + 2\pi/3) \end{aligned} \quad (1.23)$$

### I-5. Résultats de simulation:

#### I-5-1. Démarrage à vide:

On a simulé le fonctionnement de la MSAP à vide (sans application du couple de charge).

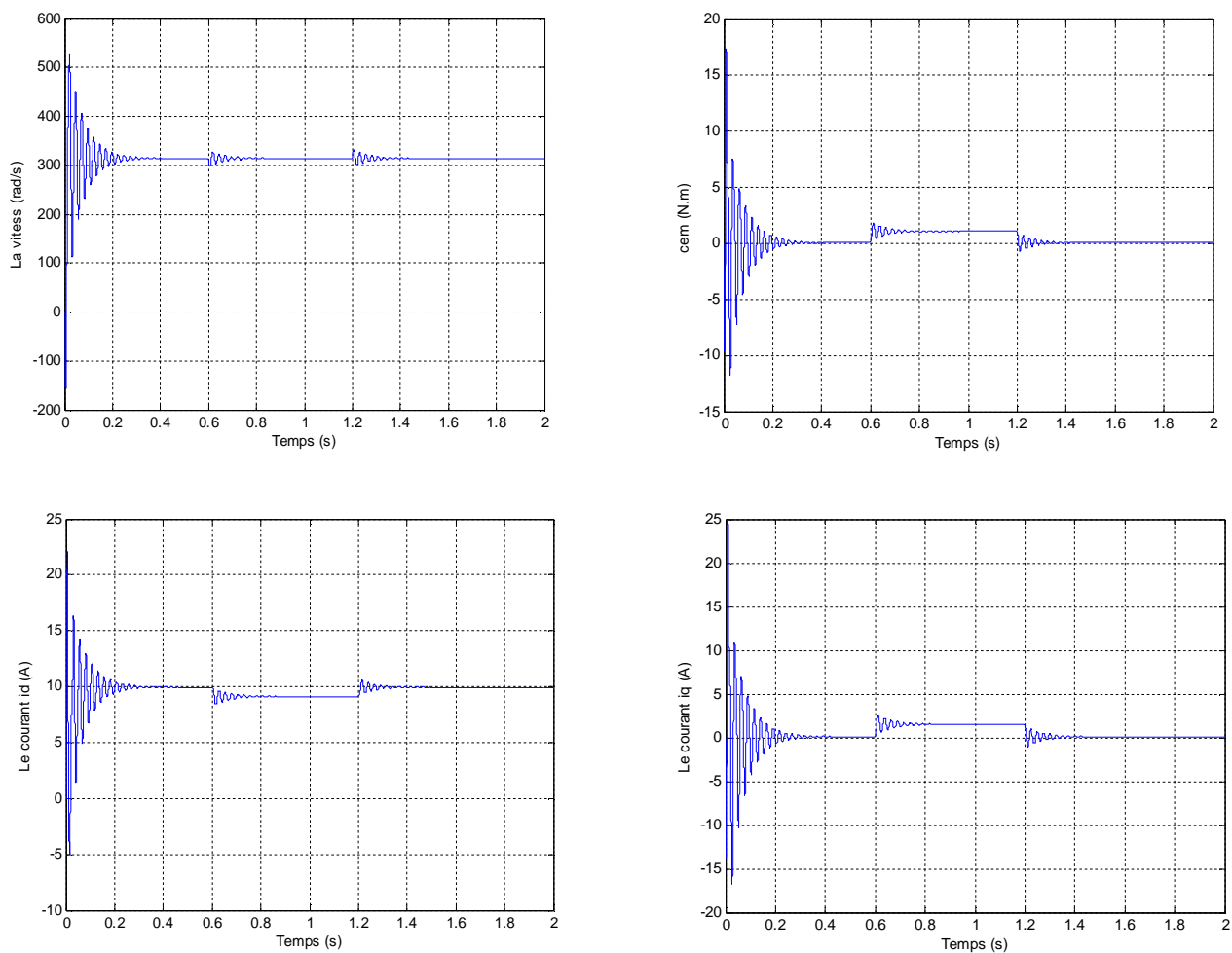


**Fig. I-10** Comportement dynamique de la MSAP à vide alimentée par le réseau



**I-5-2. Démarrage en charge:**

On a appliqué un couple résistant  $C_r$  de 1N.m entre les instants  $t=0.6$  à  $t=1.2$ .



**Fig. I-11** Comportement dynamique de la MSAP à vide alimentée par le réseau

**I-6. Conclusion:**

Le but de ce chapitre était de valider le modèle de la machine synchrone alimenté par le réseau,

En effet, la machine synchrone à aimants permanents a été modélisée dans le repère abc. Le modèle obtenu présente une forte nonlinéarité ce qui rend difficile sa résolution. Par le recours au modèle biphasé de Park, le modèle devient plus simple et les nonlinéarités sont réduites.

Dans la dernière partie, on a simulé le modèle de la MSAP alimenté par une source parfaite, à vide puis en charge.

D'après les résultats de simulation qu'on a pu avoir, les réponses sont très rapides et stables mais on remarque que les performances ne sont pas bonnes surtout au démarrage.