Introduction

La mise en point d'une procédure de diagnostic, à base de modèles analytiques pour les machines asynchrones, nécessite la synthèse d'un modèle décrivant complètement de la machine non pas d'une façon moyenne, comme pour la commande, mais d'une façon plus exacte et plus fine en intégrant certains paramètres de la machine.

Les modèles simples (d, q), négligeant un certain nombre de phénomènes, ses modèles sont fréquemment affectés par les transformations et le changement d'axe. Donc, il a fallu s'orienter vers le modèle multi enroulement pour une description adaptée aux défauts.

La modélisation décrite dans ce chapitre a pour objet de représenter les barres pour une machine asynchrone à cage, nous avons privilégie l'approche analytique afin de disposer d'un modèle mathématique ne nécessitant pas d'outils de calcul complexe [1].

II.1.Modèle multi-enroulement d'une machine asynchrone

L'objectif est de procéder à un développement d'un modèle de la machine asynchrone qui mette en évidence l'influence des défauts étudiés sur les grandeurs mesurables de la machine, principalement les courants. Deux approches sont possibles, la première s'appuie sur la distribution des champs et des courants en tout point de la machine est permet de simuler son fonctionnement en régime des défauts. La seconde approche retenue ici consiste a interprété la machine du point de vue de la théorie des circuits pour faciliter la simulation et la mise au point les problèmes de rupture de barres et d'anneaux de court-circuit [2][3].

En Considérant les hypothèses de départ simplificatrices suivantes :

- L'entrefer est constant, l'effet d'encoche est négligé.
- Perméabilité relative du fer très grande.
- La répartition dans l'entrefer de la force magnétomotrice et du flux sont sinusoïdaux.
- Pas de saturation, effet pelliculaire nul, courants de Foucault négligeable hors des barres rotoriques.

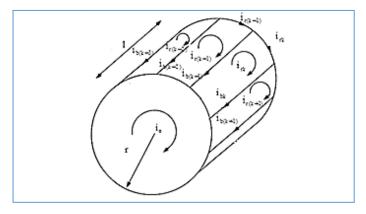


Figure II.1: Structure du rotor.

En plus de ces hypothèses, on suppose que le stator est sain, de constitution symétrique

II.2. Calcule des inductions [4]

II.2.1. Stator

L'induction due à la bobine statorique de la phase m s'écrit :

$$B_{sm} = \frac{\pi}{2} \mu_0 \frac{Ns}{ep} I_{sm} \cos\left(-m\frac{2\pi}{3}\right) \tag{II.01}$$

Par conséquent, le flux principal et l'inductance cyclique sont donnés par :

$$\emptyset_{Psm} = \frac{4}{\pi} \mu_0 \frac{Ns^2}{ep^2} RLI_{sm}$$
 (II. 02)

$$L_{sc} = \frac{3}{2}I_{sp} + I_{sl} = \frac{6}{\pi}\mu_0 \frac{Ns^2}{ep^2}RL + I_{sl}$$
 (II. 03)

II.2.2. Rotor

Le rotor à cage est représenté par la figure II.1. La figure II.2représente la forme d'onde de l'induction produite par la maille rotorique k.

 I_{rk} représente le courant de maille k et I_{bk} le courant de barre K avec $:I_{bk}=I_{rk}-I_{r(k-1)}$

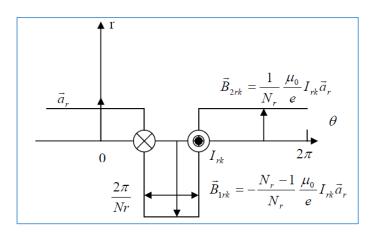


Figure II.2: Induction produite par une maille du rotor.

On voit bien, à travers la figure II.2 qu'il n'est pas possible de retenir l'hypothèse du premier harmonique qui concerne l'induction produite par une maille du rotor. Partant de cette répartition, on calcule alors l'inductance principale d'une maille rotorique ainsi que la mutuelle entre deux mailles :

$$M_{rr} = -\frac{1}{Nr^2} \frac{\mu_0}{e} 2\pi RL \tag{II.04}$$

$$L_{rp} = -\frac{Nr-1}{Nr^2} \frac{\mu_0}{e} 2\pi RL$$
 (II. 05)

II.3. Stator et Rotor

L'induction produite par la bobine statorique de la phase m induit dans la maille rotorique est

donnée par :

$$\emptyset_{\rm smk} = \int_{S_{\rm rk}} \overrightarrow{B}_{\rm sm} \overrightarrow{d} s_{\rm rk} = -\int_{\frac{\theta}{p} + K_{\rm Nr}^{2\pi} - \frac{\pi}{Nr}}^{\frac{\pi}{p} + K_{\rm Nr}^{2\pi} - \frac{\pi}{Nr}} B_{\rm sm}(\theta') \, \text{RL } d\theta'$$
(II.06)

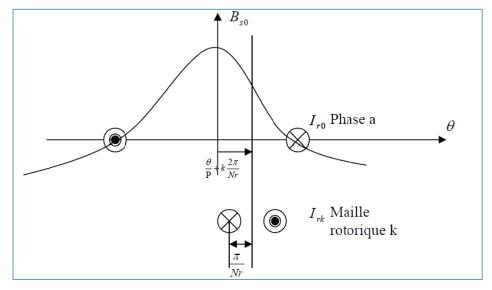


Figure II.3: Induction produite par une maille du rotor de la phase statorique (m = 0).

Il en résulte le mutuel stator rotor entre la phase statorique m et la maille rotorique K:

$$M_{\rm smk} = -M_{\rm sr} \cos \left(P\theta - m \frac{2\pi}{3} + K_{\alpha} \right) \tag{II.07}$$

Où:

$$M_{\rm sr} = \frac{4}{\pi} \frac{\mu_0}{ep^2} \text{Ns. RL.} \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)$$
 (II.08)

Et : $\alpha = p \frac{2\pi}{Nr}$ est l'angle électrique entre deux mailles rotoriques.

Les tensions statoriques son données par :

$$[V_{sabc}] = [Rs][I_{sabc}] + \frac{d[\emptyset_{sabc}]}{dt}$$
(II.09)

Après transformation, les équations électriques exprimées dans le repère lié au rotor s'écrivent comme suit :

$$\begin{cases} V_{ds} = R_s I_{sd} - \omega \emptyset_{sd} + \frac{d\emptyset_{sd}}{dt} \\ V_{qs} = R_s I_{sq} - \omega \emptyset_{sq} + \frac{d\emptyset_{sq}}{dt} \end{cases}$$
(II.10)

Avec [5]:

$$\varphi_{sdq} = \begin{bmatrix} L_{sc} & 0 \\ 0 & L_{sc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{ds} \\ I_{qs} \end{bmatrix} - M_{sr} \begin{bmatrix} \cdots & \cos \alpha j & \cdots \\ \cdots & \sin \alpha j & \cdots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{r0} \\ \vdots \\ I_{rj} \\ \vdots \\ I_{r(Nr-1)} \end{bmatrix}$$
(II.11)

Tel que : $j \in [0, Nr - 1]$

Au niveau du rotor, la cage rotorique est représentée par le schéma équivalent de la figure II.4

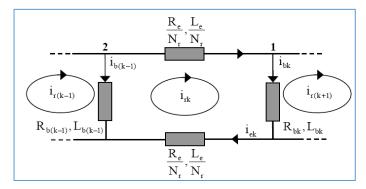


Figure II.4: Schéma équivalant des mailles rotoriques.

Pour le nœud N° 1:

$$I_{bk} = I_{rk} - I_{r(k-1)}$$
 (II.12)

Pour le nœud N° 2:

$$I_{b(k-1)} = I_{r(k-1)} - I_{rk}$$
(II.13)

L'équation électrique d'une maille K est donnée par :

$$0 = \frac{R_e}{Nr} I_{rk} - R_{b(k-1)} I_{b(K-1)} + \frac{R_e}{Nr} [I_{r(k)} - I_e] + R_{bK} I_{bK} + \frac{d\emptyset_{rk}}{dt}$$
(II.14)

Le flux induit dans la maille rotorique s'écrit de la manière suivante :

$$\emptyset_{rk} = \left(L_{rp} + \frac{_{2L_e}}{_{Nr}} + 2L_b\right)I_{rk} + M_{rr}\sum_{\substack{j=0\\j\neq K}}^{Nr-1}I_{rj} - \frac{_3}{_2}M_{sr}(I_{ds}cos \, K\alpha + I_{qs} \, sin \, K\alpha) + \frac{L_e}{_{Nr}}(I_{rK} + I_{qs} \, sin \, K\alpha) + \frac{L_e}$$

$$I_{eK})_{+}L_{b}(-I_{r(k-1)} + I_{bK})$$
 (II.15)

On essaye d'écrire l'équation (II.15) uniquement en fonction des courants de maille ;

En utilisant les expressions (II.12), (II.13)

$$et I_{rk} - I_e = I_{ek}$$
 (II.16)

On aboutit à:

$$\phi_{rk} = \left(L_{rp} + \frac{2L_e}{Nr} + 2L_b\right)I_{rk} + M_{rr} \sum_{\substack{j=0 \ j \neq K}}^{Nr-1} I_{rj} - L_b\left(I_{r(k-1)} + I_{r(k+1)}\right) - \frac{3}{2}M_{sr}\left(I_{ds}cos K\alpha + I_{qs}sin K\alpha\right) - \frac{L_e}{Nr}I_e \tag{II.17}$$

On calcule $\frac{d\phi_{rk}}{dt}$:

$$\begin{split} &\frac{d\emptyset_{rk}}{dt} = \left(L_{rp} + \frac{2L_e}{Nr} + 2L_b\right) \frac{dI_{rk}}{dt} \\ &+ M_{rr} \sum_{\substack{j=0\\i\neq K}}^{Nr-1} \frac{dI_{rj}}{dt} - L_b \left(\frac{dI_{r(k-1)}}{dt} + \frac{dI_{r(k+1)}}{dt}\right) - \frac{3}{2} M_{sr} \left(\frac{dI_{ds}}{dt} \cos K\alpha + \frac{dI_{qs}}{dt} \cos K\alpha\right) - \frac{L_e}{Nr} \frac{dI_e}{dt} \end{split} \tag{II.18}$$

On remplace $\frac{d\phi_{rk}}{dt}$ dans l'équation :

$$\begin{split} 0 &= \frac{R_e}{Nr} I_{rk} - R_{b(k-1)} \big[I_{r(k-1)} - I_{rK} \big] - \frac{R_e}{Nr} I_e + \frac{R_e}{Nr} I_{rk} + R_{bK} \big[I_{rK} - I_{r(k-1)} \big] + \Big(L_{rp} + \frac{2L_e}{Nr} + 2L_b \Big) \frac{dI_{rk}}{dt} + \Big(L_{rp} + \frac{2L_e}{Nr} + 2L_b \Big) \frac{dI_{rk}}{dt} + \\ M_{rr} \sum_{\substack{j=0\\j \neq K}}^{Nr-1} \frac{dI_{rj}}{dt} - L_b \left(\frac{dI_{r(k-1)}}{dt} + \frac{dI_{r(k+1)}}{dt} \right) - \frac{3}{2} M_{sr} \left(\frac{dI_{ds}}{dt} \cos K\alpha + \frac{dI_{qs}}{dt} \sin K\alpha \right) - \frac{L_e}{Nr} \frac{dI_e}{dt} \end{split}$$

$$(II.19)$$

L'équation (II.19) peut s'écrire sous la forme état suivante :

II.4. Équation mécanique

L'équation mécanique de la machine, d'une manière générale, s'écrit sous la forme :

$$\frac{d\Omega_{\rm r}}{dt} = \frac{1}{J} \left(C_{\rm e} - C_{\rm r} - f.\Omega_{\rm r} \right) \tag{II.21}$$

L'expression du couple électromagnétique est donnée par [5] :

$$c_{e} = \frac{3}{2} p M_{sr} \left\{ I_{ds} \sum_{K=0}^{Nr-1} I_{rk} sin K\alpha - I_{qs} \sum_{K=0}^{Nr-1} I_{rk} cos K\alpha \right\}$$
 (II.22)

II.5. Modèle de taille réduit

La représentation du système par l'expression (II.20) fait apparaître un système d'ordre élevé car il est constitué du nombre de phases statoriques, du nombre de phases rotoriques et des équations électromécaniques.

Nous avons appliqué une transformation de Park étendue au système rotorique de manière à transformer ce système à n_b phases en un système (d, q). [5]

Nous pouvons définir un vecteur d'état [X] qui, après l'application de cette matrice de transformation, donnera :

$$[X_{\text{odqs}}] = [T_{3x3}(\theta_r)][X_{\text{abcs}}]$$

$$[X_{odqr}] = [T_{3xn_h}(\theta_r)][X_{rk}]$$

Alors:

$$[X_{abcs}] = [T_{3x3}(\theta_r)]^{-1}[X_{odqs}]$$

$$[X_{rk}] = [T_{3xn_r}(\theta_r)]^{-1}[X_{odgr}]$$

Avec:

$$[T_{3xn}(\theta r)] = \frac{2}{n} \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \dots & \frac{1}{2} \\ \cos \theta r & \cos(\theta_r - k.p.\frac{2\pi}{n}) & \dots & \cos(\theta_r - (n-1)k.p.\frac{2\pi}{n}) \\ -\sin \theta_r & -\sin(\theta_r - k.p.\frac{2\pi}{n}) & \dots & -\sin(\theta_r - (n-1)k.p.\frac{2\pi}{n}) \end{bmatrix}$$

Et:

$$\begin{split} \left[T_{3xn}\left(\theta_{r}\right)\right]^{\!-1} &= \begin{bmatrix} 1 & \cos\theta_{r} & -\sin\theta_{r} \\ 1 & \cos\!\left(\theta_{r} - k.p.\frac{2\pi}{n}\right) & -\sin\!\left(\theta_{r} - k.p.\frac{2\pi}{n}\right) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & \cos\!\left(\theta_{r} - (n-1)k.p.\frac{2\pi}{n}\right) & -\sin\!\left(\theta_{r} - (n-1)k.p.\frac{2\pi}{n}\right) \end{bmatrix} \end{split}$$

L'application de la transformation de Park à l'équation statorique suivante :

$$[V_{s}] = [R_{s}][I_{s}] + \frac{d}{dt} \{ [L_{ss}] \cdot [I_{s}] \} + \frac{d}{dt} \{ [L_{sr}][I_{rk}] \}$$
(II.23)

Chapitre II:

Donne:

$$\begin{split} \left[V_{odqs}\right] &= \left\{\!\!\left[T_{3x3}\!\left(\theta_{s}\right)\!\right]\!\!\left[R_{s}\right]\!\!\left[T_{3x3}\!\left(\theta_{s}\right)\!\right]^{\!-1} \right\}\!\!\left[I_{odqs}\right] \!+ \left\{\!\!\left[T_{3x3}\!\left(\theta_{s}\right)\!\right]\!\!\left[L_{ss}\right]\!\!\left[T_{3x3}\!\left(\theta_{s}\right)\!\right]^{\!-1} \right\}\!\!\frac{d}{dt}\!\left[I_{odqs}\right] \\ &+ \left\{\!\!\left[T_{3x3}\!\left(\theta_{s}\right)\!\right]\!\!\left[L_{s}\right]\!\!\frac{d}{dt}\!\left[T_{3x3}\!\left(\theta_{s}\right)\!\right]^{\!-1} \right\}\!\!\left[I_{odqs}\right] \!+ \left\{\!\!\left[T_{3x3}\!\left(\theta_{s}\right)\!\right]\!\!\left[L_{sr}\right]\!\!\left[T_{3xn_{b}}\!\left(\theta_{r}\right)\!\right]^{\!-1} \right\}\!\!\frac{d}{dt}\!\left[I_{odqr}\right] \\ &+ \left\{\!\!\left[T_{3x3}\!\left(\theta_{s}\right)\!\right]\!\!\frac{d}{dt}\left\{\!\!\left[L_{sr}\right]\!\!\left[T_{3xn_{b}}\!\left(\theta_{r}\right)\!\right]^{\!-1} \right\}\!\!\right\}\!\!\left[I_{odqr}\right] \end{split}$$

L'application de la transformation de Park à l'équation rotorique suivante :

$$[V_{r}] = [R_{r}][I_{rk}] + \frac{d}{dt} \{ [L_{rr}] \cdot [I_{rk}] \} + \frac{d}{dt} \{ [L_{rs}] \cdot [I_{s}] \}$$
(II.24)

Donne de la même façon :

$$\begin{split} & \left[V_{\text{odqr}} \right] = \left\{ \!\! \left[T_{3xn_b} \left(\theta_r \right) \right] \!\! \left[R_r \right] \!\! \left[T_{3xn_b} \left(\theta_r \right) \right]^{\!-1} \right\} \!\! \left[I_{\text{odqr}} \right] \!\! + \left\{ \!\! \left[T_{3xn_b} \left(\theta_r \right) \right] \!\! \left[L_r \right] \!\! \left[T_{3xn_b} \left(\theta_r \right) \right]^{\!-1} \right\} \!\! \frac{d}{dt} \left[I_{\text{odqr}} \right] \\ & + \left\{ \!\! \left[T_{3xn_b} \left(\theta_r \right) \right] \!\! \left[L_{sr} \right] \!\! \frac{d}{dt} \!\! \left[T_{3x3} \!\! \left(\theta_s \right) \right]^{\!-1} \right\} \!\! \frac{d}{dt} \!\! \left[I_{\text{odqr}} \right] \!\! + \left\{ \!\! \left[T_{3xn_b} \left(\theta_r \right) \right] \!\! \frac{d}{dt} \!\! \left[L_{rs} \right] \!\! \left[T_{3x3} \!\! \left(\theta_s \right) \right]^{\!-1} \right\} \!\! \left[I_{\text{odqs}} \right] \end{split}$$

Les repères de la transformation de *Park* des grandeurs statoriques et celles des grandeurs rotoriques doivent coïncider pour simplifier les équations. [5] [6]

Ceci se fait en liant les angles θ_s et θ_r par la relation :

$$\theta_s = \theta + \theta_r \tag{II.26}$$

Les flux dans le référentiel de Park sont donnés par les relations suivantes :

$$\begin{cases} \varphi_{ds} = L_{sc}I_{ds} + \frac{n_b M_{sr}}{2}I_{dr} \\ \varphi_{qs} = L_{sc}I_{qs} + \frac{n_b M_{sr}}{2}I_{qr} \\ \varphi_{dr} = \frac{3M_{sr}}{2}I_{ds} + L_{dqr}I_{dr} \\ \varphi_{qr} = \frac{3M_{sr}}{2}I_{qs} + L_{dqr}I_{qr} \end{cases}$$
(II.27)

Il existe déférentes possibilités pour choisir un système d'axe de référence et cela dépend généralement des objectifs de l'application. Le choix du référentiel nous ramène pratiquement au trois cas possibles :

- a. Axes solidaires du champ tournant : est utilisé pour l'étude de la commande ;
- b. Axes liés au stator ($\theta_s = 0$): est utilisé pour l'étude des grandeurs rotorique;
- c. .Axes tournants à la vitesse du rotor ($\theta_r = 0$): est utilisé pour l'étude des grandeurs statoriques.

II.5.1 Dans un référentiel lié au stator

Dans ce cas les repères (α_s, β_s) et (d,q) sont confondus, il se traduit par les conditions

$$\frac{d\theta_s}{dt} = 0; \frac{d\theta_r}{dt} = -\frac{d\theta}{dt} = -\omega = -p\Omega$$

D'où les équations électriques suivantes :

$$\begin{cases} V_{ds} = R_s I_{ds} + \frac{d\varphi_{ds}}{dt} \\ V_{qs} = R_s I_{qs} + \frac{d\varphi_{qs}}{dt} \\ 0 = R_{dqr} I_{dr} + \frac{d\varphi_{dr}}{dt} + p\Omega\varphi_{qr} \\ 0 = R_{dqr} I_{qr} + \frac{d\varphi_{qr}}{dt} - p\Omega\varphi_{dr} \end{cases}$$
(II.28)

II.5.2 Dans un référentiel lié au rotor

Ce référentiel est noté (X, Y), il se traduit par les équations :

$$\frac{d\theta_r}{dt} = 0; \frac{d\theta_s}{dt} = \frac{d\theta}{dt} = \omega = p\Omega$$

D'où les équations électriques :

$$\begin{cases} V_{Xs} = R_s I_{Xs} + (\frac{d\varphi_{Xs}}{dt}) - p\Omega\varphi_{Ys} \\ V_{Ys} = R_s I_{Ys} + (\frac{d\varphi_{Ys}}{dt}) + p\Omega\varphi_{Xs} \\ 0 = R_{dqr} I_{Xr} + (\frac{d\varphi_{Xr}}{dt}) \\ 0 = R_{dqr} I_{Yr} + (\frac{d\varphi_{Yr}}{dt}) \end{cases}$$
(II.29)

Ce référentiel peut être intéressant dans les problèmes de régimes transitoires ou la vitesse de rotation est considérée comme constante.

II.5.3 Dans un référentiel lié au champ tournant

Ce référentiel est noté (d, q), il se traduit par les conditions :

$$\frac{d\theta_s}{dt} = \omega_s$$
; $\frac{d\theta}{dt} = \frac{d\theta_s}{dt} - \frac{d\theta_r}{dt} = \omega = p\Omega$

Donc, les équations électriques s'écrivent :

$$\begin{cases} V_{ds} = R_s I_{ds} + \frac{d\varphi_{ds}}{dt} - \omega_s \varphi_{qs} \\ V_{qs} = R_s I_{qs} + \frac{d\varphi_{qs}}{dt} + \omega_s \varphi_{ds} \\ 0 = R_{dqr} I_{dr} + \frac{d\varphi_{dr}}{dt} - \omega_r \varphi_{qr} \\ 0 = R_{dqr} I_{qr} + \frac{d\varphi_{qr}}{dt} + \omega_r \varphi_{dr} \end{cases}$$
(II.30)

L'avantage d'utiliser ce référentiel, est d'avoir des grandeurs constantes en régime permanent. Il est alors plus aisé d'en faire la régulation. En choisissant le référentiel lié au rotor et après simplifications, nous obtenons un modèle de taille réduite pour la machine asynchrone :

$$\begin{bmatrix} L_{sc} & 0 & \frac{n_b}{2} M_{sr} & 0 & \vdots & 0 \\ 0 & L_{sc} & 0 & \frac{n_b}{2} M_{sr} & \vdots & 0 \\ \frac{3}{2} M_{sr} & 0 & L_{dqr} & 0 & \vdots & 0 \\ 0 & \frac{3}{2} M_{sr} & 0 & L_{dqr} & \vdots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \vdots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \vdots & L_e \end{bmatrix} \cdot \underbrace{\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} I_{ds} \\ I_{qs} \\ I_{qr} \\ I_e \end{bmatrix}}_{I_{qr}} = \begin{bmatrix} R_s & -\omega L_{sc} & 0 & -\frac{n_b}{2} \omega M_{sr} & \vdots & 0 \\ \omega L_{sc} & R_s & \frac{n_b}{2} \omega M_{sr} & 0 & \vdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_{dqr} & 0 & \vdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_{dqr} & \vdots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \vdots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \vdots & R_e \end{bmatrix} \underbrace{I_{ds} I_{qs} I_{dr} I_{qr} I_{qr} I_{e}}_{I_{qr} I_{e}}$$

$$I_{dr} I_{qr} I_{e} I_{e}$$

Ou encore sous forme suivante :

$$\begin{bmatrix} L_{sc}.I_{2} & \frac{n_{b}}{2}.M_{sr}.I_{2} & \vdots & 0 \\ \frac{3}{2}M_{sr}.I_{2} & L_{dqr}.I_{2} & \vdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \vdots & L_{e} \end{bmatrix} \cdot \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} I_{dqs} \\ I_{dqr} \\ \vdots \\ I_{e} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{dqs} \\ V_{dqr} \\ \vdots \\ V_{e} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} R_{s}.I_{2} + \omega.L_{sc}.J_{2} & \frac{n_{b}}{2}.\omega.M_{sr}.J_{2} & \vdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \vdots & R_{e} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{dqs} \\ I_{dqr} \\ \vdots \\ I_{e} \end{bmatrix}$$

$$(II.32)$$

Avec: $I_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$; $[J_2] = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

$$L_{dqr} = L_{mrj} - L_{rkj} + \frac{2.L_e}{n_b} + 2.L_e(1 - \cos \alpha)$$

$$L_{sc} = \frac{4 \,\mu_0 \,N_s^2 \,r \,l}{\pi .g. \,p^2} + L_{sf}$$

$$R_{dqr} = 2\frac{R_e}{n_b} + 2.R_b(1 - \cos\alpha)$$

Le couple électromagnétique est peut être obtenu à l'aide d'un bilan de puissance. Par ailleurs la puissance électrique instantanée fournie aux enroulements statoriques et rotoriques en fonction des grandeurs d'axes (d, q) est donnée par l'expression suivante :

$$\mathbf{P}_{\mathrm{e}} = V_{ds}.I_{\mathrm{ds}} + V_{qs}.\mathbf{I}_{\mathrm{qs}} + V_{dr}.\mathbf{I}_{\mathrm{dr}} + V_{qr}.\mathbf{I}_{\mathrm{qr}}$$

Cette puissance se décompose en trois termes :

1) Puissance dissipée en pertes joules

$$R_{s}(I_{ds}^{2} + I_{as}^{2}) + R_{r}(I_{dr}^{2} + I_{ar}^{2})$$
(II.33)

2) puissance représentant les échanges d'énergie électromagnétique avec la source

$$I_{ds} \frac{d\varphi_{ds}}{dt} + I_{qs} \frac{d\varphi_{qs}}{dt} + I_{dr} \frac{d\varphi_{dr}}{dt} + I_{qr} \frac{d\varphi_{qr}}{dt}$$
(II.34)

3) puissance mécanique

$$P_{m} = (\varphi_{ds}.I_{qs} - \varphi_{qs}.I_{ds})\omega = C_{e}.\Omega = C_{e}.\frac{\omega}{p}$$
(II.35)

On peut avoir plusieurs expressions scalaires du couple toutes égales, en manipulant les expressions du flux ou courants à partir du système d'équations (II.27) Le choix de celle à utiliser dépendra du vecteur d'état choisi .Donc, il en résulte les expressions du couple :

$$C_{e} = p.(\varphi_{ds}.I_{qs} - \varphi_{qs}.I_{ds})$$

$$C_{e} = \frac{1}{2} \cdot p \cdot n_{b} \cdot M_{sr}.(I_{ds}.I_{qr} - I_{qs}.I_{dr})$$

$$C_{e} = \frac{3}{4} \cdot p \cdot n_{b} \cdot M_{sr}.(\varphi_{dr}.I_{qs} - \varphi_{qr}.I_{ds})$$
(II.36)

II.5.4 Modèle réduit avec une cassure de barres

Dans ce cas, le défaut rotorique se traduit par une augmentation de la résistance des éléments présentant un défaut. Ils n'entraînent aucune modification de la topologie du rotor, mais seuls certains éléments de la matrice $[R_r]$ sont modifiés.

Pour cela, la procédure la plus simple consiste à ajouter à la matrice des résistances $[R_r]$ une nouvelle matrice $[R'_r]$ où les éléments non nuls correspondent aux éléments défaillants.

Dans le cas où le défaut concernerait la barre k, la nouvelle matrice de résistances rotoriques s'écrit [4] [6] [5] :

$$\left[R_{rf}\right] = \left[R_{r}\right] + \left[R'_{r}\right]$$

Ou:

$$[R'_r] = \begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots \\ & \dots & & & & & \dots \\ \vdots & \dots & \vdots & \vdots & & \dots \\ & \dots & & & & \dots \\ 0 & \dots 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & \dots 0 & R'_{bk} & -R'_{bk} & 0 & \dots \\ 0 & \dots 0 & -R'_{bk} & R'_{bk} & 0 & \dots \\ 0 & \dots 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & 0 & \dots \end{bmatrix}$$

En appliquant la matrice de transformation étendue de Park, la matrice de défaut rotorique s'écrit :

$$\left[\mathbf{R}_{\mathbf{r}\mathbf{f}\mathbf{d}\mathbf{g}} \right] = \left[\mathbf{T} \left(\mathbf{\theta}_{\mathbf{r}} \right) \right] \left[\mathbf{R}_{\mathbf{r}\mathbf{f}} \right] \left[\mathbf{T} \left(\mathbf{\theta}_{\mathbf{r}} \right) \right]^{-1} = \left[\mathbf{T} \left(\mathbf{\theta}_{\mathbf{r}} \right) \right] \left[\mathbf{R}_{\mathbf{r}} \right] + \left[\mathbf{R}_{\mathbf{r}}' \right] \left[\mathbf{T} \left(\mathbf{\theta}_{\mathbf{r}} \right) \right]^{-1}$$
(II.37)

Ou encore:

$$\begin{bmatrix} R_{rfdq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{rdd} & R_{rdq} \\ R_{rqd} & R_{rqq} \end{bmatrix}$$

Donc, en tenant compte du défaut de cassure de barres les équations électriques (II.30) se réécrivent sous la forme suivante :

$$\begin{cases} V_{ds} = R_s I_{ds} + \frac{d\varphi_{ds}}{dt} - \omega_s \varphi_{qs} \\ V_{qs} = R_s I_{qs} + \frac{d\varphi_{qs}}{dt} + \omega_s \varphi_{ds} \\ 0 = R_{rdd} I_{dr} + R_{rdq} I_{qr} + \frac{d\varphi_{dr}}{dt} - \omega_r \varphi_{qr} \\ 0 = R_{rqd} I_{dr} + R_{rqq} I_{qr} + \frac{d\varphi_{qr}}{dt} + \omega_r \varphi_{dr} \end{cases}$$
(II.38)

Le modèle de taille réduite pour la machine asynchrone avec un défaut de cassure de barres es donné par :

$$\begin{bmatrix} L_{sc} & 0 & \frac{n_b}{2} \cdot M_{sr} & 0 & \vdots & 0 \\ 0 & L_{sc} & 0 & \frac{n_b}{2} \cdot M_{sr} & \vdots & 0 \\ \frac{3}{2} M_{sr} & 0 & L_{dqr} & 0 & \vdots & 0 \\ 0 & \frac{3}{2} M_{sr} & 0 & L_{dqr} & \vdots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \vdots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \vdots & L_e \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_{ds} \\ I_{qr} \\ I_{qr} \\ I_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s & -\omega \cdot L_{sc} & 0 & -\frac{n_b}{2} \cdot \omega \cdot M_{sr} & \vdots & 0 \\ \omega \cdot L_{sc} & R_s & \frac{n_b}{2} \cdot \omega \cdot M_{sr} & 0 & \vdots & 0 \\ 0 & 0 & R_{rdd} & R_{rdq} & \vdots & 0 \\ 0 & 0 & R_{rqd} & R_{rqq} & \vdots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \vdots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \vdots & R_e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{ds} \\ I_{qr} \\ I_{qr} \\ I_{qr} \\ I_{qr} \\ I_{e} \end{bmatrix}$$

$$(II.39)$$

Avec:

$$R_{rdd} = \frac{2}{n_b} \left[\left(2 \frac{R_e}{N_r} + R_{b1} + R_{bb} \right) \cos^2 0\alpha + \left(2 \frac{R_e}{n_b} + R_{b2} + R_{b1} \right) \cos^2 1\alpha + \dots + \left(2 \frac{R_e}{n_b} + R_{nb-1} + R_{bnb} \right) \cos^2 (nb - 1)\alpha \right]$$

$$- \frac{4}{n_b} \left[\left(R_{b1} \cos 0\alpha \cos 1\alpha \right) + \left(R_{b2} \cos 1\alpha \cos 2\alpha \right) + \dots + \left(R_{nb} \cos n_b \alpha \cos 1\alpha \right) \right]$$

$$R_{rdq} = \frac{2}{n_b} \left[\left(2 \frac{R_e}{N_r} + R_{b1} + R_{nb} \right) \cos 0\alpha \cdot \sin 0\alpha + \left(2 \frac{R_e}{n_b} + R_{b2} + R_{b1} \right) \cos 1\alpha \cdot \sin 1\alpha + \dots + \left(2 \frac{R_e}{n_b} + R_{nb-1} + R_{bnb} \right) \cos (n_b - 1)\alpha \cdot \sin (n_b - 1)\alpha \right]$$

$$+ \frac{2}{n_b} \left[\left(R_{b1} \cos 0\alpha \cdot \sin 1\alpha \right) + \left(R_{b2} \cos 1\alpha \cdot \sin 2\alpha \right) + \dots + \left(R_{nb} \cdot \sin (n_b - 1)\alpha \cdot \cos 1\alpha \right) \right]$$

$$+ \frac{2}{n_b} \left[\left(R_{b1} \sin 0\alpha \cos 1\alpha \right) + \left(R_{b2} \sin 1\alpha \cos 2\alpha \right) + \dots + \left(R_{nb} \cdot \sin (n_b - 1)\alpha \sin 1\alpha \right) \right]$$

$$R_{rqd} = \frac{2}{n_b} \left[\left(2 \frac{R_e}{N_r} + R_{b1} + R_{bb} \right) \cos 0\alpha \cdot \sin 0\alpha + \left(2 \frac{R_e}{n_b} + R_{b2} + R_{b1} \right) \cos 1\alpha \cdot \sin 1\alpha + \dots + \left(2 \frac{R_e}{n_b} + R_{nb-1} + R_{bnb} \right) \cos (n_b - 1)\alpha \cdot \sin (n_b - 1)\alpha \right]$$

$$+ \frac{2}{n_b} \left[\left(R_{b1} \cos 0\alpha \cdot \sin 1\alpha \right) + \left(R_{b2} \cos 1\alpha \cdot \sin 2\alpha \right) + \dots + \left(R_{nb} \cdot \sin (n_b - 1)\alpha \cdot \cos 1\alpha \right) \right]$$

$$+ \frac{2}{n_b} \left[\left(R_{b1} \sin 0\alpha \cos 1\alpha \right) + \left(R_{b2} \sin 1\alpha \cos 2\alpha \right) + \dots + \left(R_{nb} \cdot \cos (n_b - 1)\alpha \sin 1\alpha \right) \right]$$

$$R_{rqq} = \frac{2}{n_b} \left[\left(2 \frac{R_e}{N_r} + R_{b1} + R_{nb} \right) \cos^2 0\alpha + \left(2 \frac{R_e}{n_b} + R_{b2} + R_{b1} \right) \cos^2 1\alpha + \dots + \left(2 \frac{R_e}{n_b} + R_{nb-1} + R_{bnb} \right) \cos^2 (nb - 1)\alpha \right]$$

$$- \frac{4}{n_b} \left[\left(R_{b1} \cos 0\alpha \cos 1\alpha \right) + \left(R_{b2} \cos 1\alpha \cos 2\alpha \right) + \dots + \left(R_{nb} \cos n_b \alpha \cos 1\alpha \right) \right]$$

Dans le cas où on veut simuler la rupture d'une barre ou de deux barres ou plus, les seules valeurs qui vont changer dans R_{rdd} , R_{rqq} , R_{rqq} et R_{rqq} sont celles des valeurs des barres cassées qui vont être augmentés.

II.5 Analyse spectrale

L'analyse spectrale est certainement la méthode la plus naturelle pour le diagnostic des barres cassées. En règle générale, la seule grandeur intéressante accessible au stator est le courant et l'intérêt de son analyse spectrale est de pouvoir détecter et identifier l'élément défectueux en fonction de sa fréquence [7].

Nous présenterons l'analyse spectrale du courant statorique en utilisant la transformé de Fourier rapide (FFT). Nous montrerons comment cette méthode permet de déterminer le contenu fréquentiel du courant statoriques donc de retrouver les raies associées aux défauts de barres ou d'anneaux..

II.6. Résultat de simulation du modèle réduit

II.6.1. Alimentation par un réseau triphasé

II.6.1.1 Machine saine en charge:

La simulation du modèle du moteur asynchrone avec un rotor sain nous a permis d'obtenir les différentes caractéristiques : la vitesse, le couple électromagnétique et les courants des barres rotoriques (figure II.5). On remarque que la vitesse atteint la valeur nominale et diminue légèrement au moment où l'on charge la machine (figure II.5.a). Le couple tend alors à la valeur du couple de charge (figure II.5.c). Un fort appel du courant dans les barres rotoriques (figure II.5.e, f) est observé au moment du démarrage. Lorsque le régime permanent est atteint, ces courants deviennent sinusoïdaux (figure II.5. f). Le courant de barre est d'autant plus important que la charge est élevée (figure II.5. f).

Un fort appel du courant statorique (figureII.6.g, h) est observé au moment du démarrage. Lorsque le régime permanent est atteint, ces courants deviennent sinusoïdaux. Et (figureII.6.i) représenter L'analyse spectrale du courant statorique ne révèle qu'une seule raie à la fréquence d'alimentation f_s =50Hz.

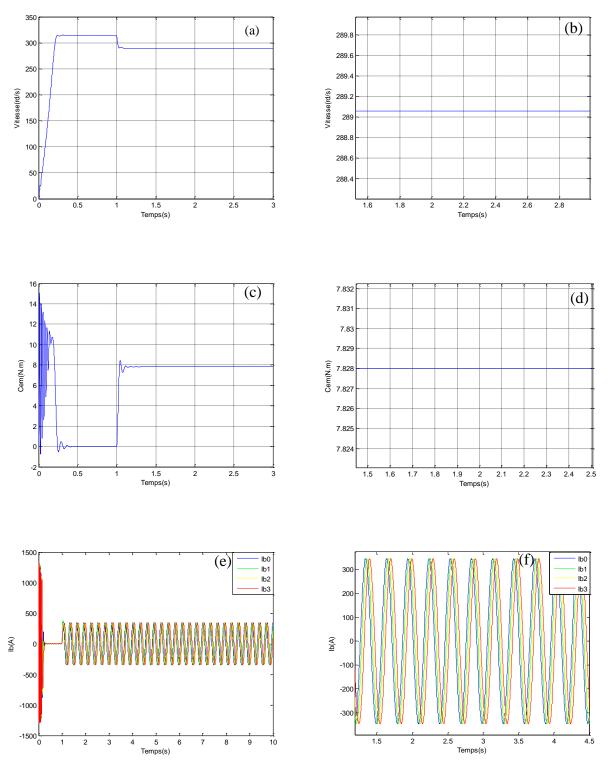
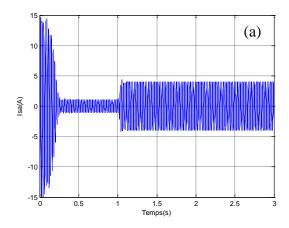
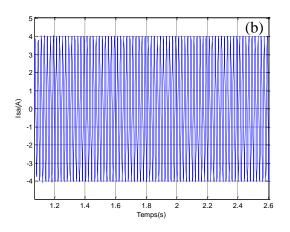


Figure II.5: : (a) vitesse de rotation, (c) couple électromagnétique, (e) courants dans les barres rotoriques. (b)., (d). et (f) leurs zooms respectivement.





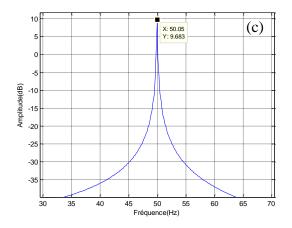


Figure II.6: (a) courant statorique, (b) zoom de Courant, et (c) Analyse spectrale d'une machine saine.

II.6.1.2 Fonctionnement du moteur avec défaut de cassure d'une barre :

On impose maintenant un couple de charge de 7 N.m et la machine opère alors en charge. La figure II.7.b. illustre l'évolution temporelle en régime transitoire et en régime permanent du couple électromagnétique' Cem' en présence d'une rupture de barre I_{rb0} . Après une phase transitoire, celui-ci se stabilise à une valeur proche de 7 N. m à cause de la présence du couple de charge. On constate des oscillations du couple électromagnétique en régime permanent. Et La figure II.7.a. illustre l'évolution temporelle en régime transitoire et en régime permanent du vitesse de rotation, figure II.7.e. illustre l'évolution temporelle en régime transitoire et en régime permanent des courants de barres I_{rb0} , I_{rb1} , I_{rb2} , I_{rb3} en présence d'une rupture de barre rb0. Les courants circulant dans les barres adjacentes aux barres cassées sont très supérieurs à leur valeur nominale.

On conclut donc qu'il y a un risque de défaillances en chacune dans la mesure où les contraintes électriques et thermiques sont redistribuées sur les conducteurs adjacents.

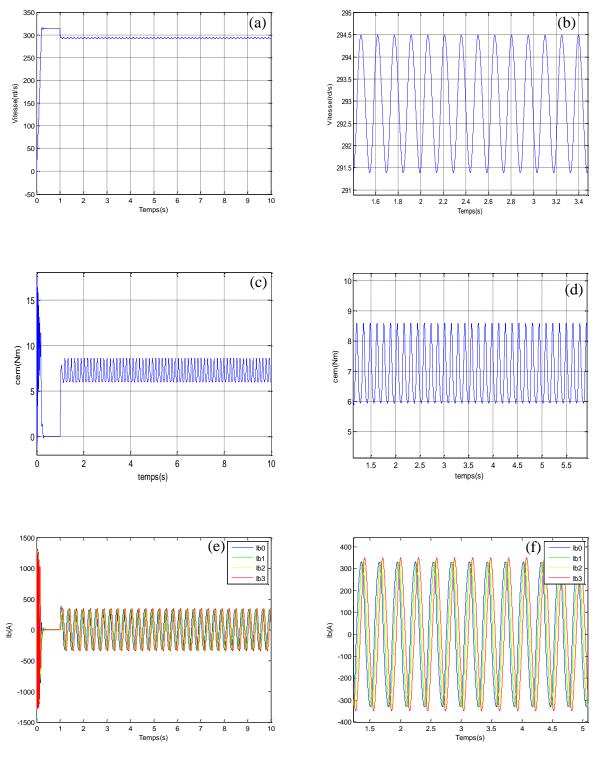


Figure II.7: (a) vitesse de rotation, (c) couple électromagnétique, (e) courants dans les barres rotoriques et.(b).(d).(f)zoom des grandeurs précédent respectivement.

La figure II.8 illustre l'évolution temporelle en régime transitoire et en régime permanent du courant statorique, en présence d'une rupture de barre rb0 et la figure II.8. c donne le spectre du courant autour du fondamental.

A partir de la figure II.8, c, on peut identifier les harmoniques qui sont dus au défaut de barres, qui apparaissent de part et d'autre du fondamental à des fréquences $f_{b1} = (1-2g)f_s$ et $f_{b2} = (1+2g)f_s$

.

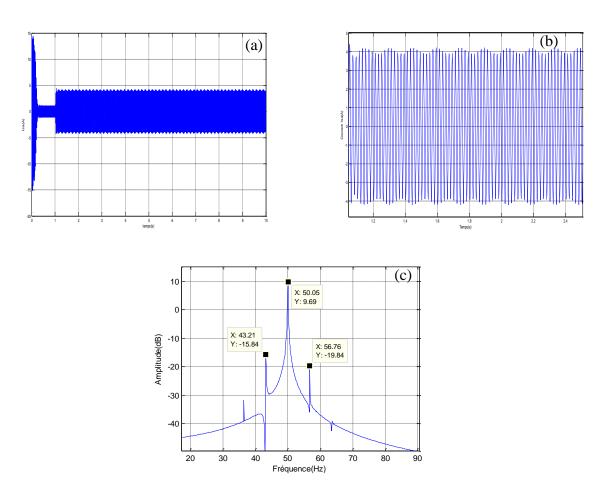


Figure II.8: (a) courant statorique, (b) son zoom, (c) spectre de courant statorique.

II.6.1.3 Fonctionnement du moteur avec défaut de cassure de deux barres adjacentes

La simulation du modèle du moteur asynchrone avec un rotor avec deux barres adjacentes cassées (barre N°1 et barre N°02) nous a permis d'obtenir les différentes caractéristiques de vitesse, du couple électromagnétique, des courants des barres rotoriques, et du courant statorique (fig. II.09et II.10). Les figures II.09.e et-f illustrent l'évolution temporelle en régime transitoire et en régime permanent des courants de barres I_{b0} , I_{b1} , I_{b2} , I_{b3} , en présence d'une rupture de deux barres adjacentes rb1 et rb2. Les courants circulant dans les barres adjacentes aux barres cassées sont très supérieurs à leur valeur nominale. On conclut donc qu'il y a un risque de défaillances en chacune dans la mesure où les contraintes électriques et thermiques sont redistribuées sur les conducteurs adjacents.

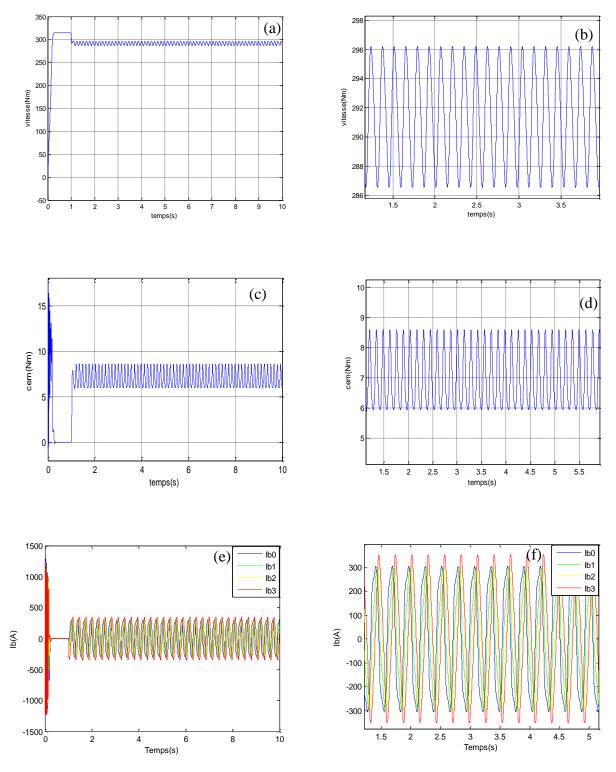
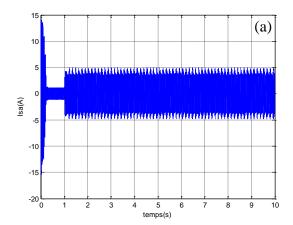
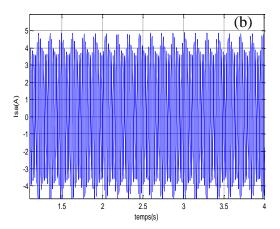


Figure II.9: a) vitesse de rotation, (c) couple électromagnétique, (e) courants dans les barres rotoriques et.(b).(d).(f) zoom des grandeurs précédent respectivement.

Les figures II.10.a et -b illustre l'évolution temporelle en régime transitoire et en régime permanent du courant statorique, en présence d'une rupture de deux barres rb0, rb1, on constate que l'amplitude de courant statorique n'est plus constante, ce qui se traduit par la présence d'harmoniques dans le spectre ;

L'analyse par la transformée de Fourier FFT permet de mettre en évidence les raies présentées dans le spectre du signal et qui se situent de part et d'autre du fondamental aux fréquences $(1\pm 2kg)f_s$ (fig.III.10.c).





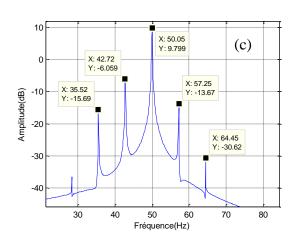


Figure II.10: (a) courant statorique, (b) son zoom, (c) spectre de courant statorique.

II.6.1.4 Fonctionnement du moteur avec défaut de cassure de deux barres espacées

La simulation du modèle du moteur asynchrone avec un rotor avec 02 barres espacées cassées (barre $N^{\circ}1$ et barre $N^{\circ}3$) nous a permis d'obtenir les différentes caractéristiques de vitesse, du couple électromagnétique, des courants des barres rotoriques, et du courant statorique (fig. II.11et II.12). Les figures II.12.e et-f illustrent l'évolution temporelle en régime transitoire et en régime permanent des courants de barres I_{b0} , I_{b1} , I_{b2} , I_{b3} , en présence d'une rupture de deux barres espacées rb1 et rb3.

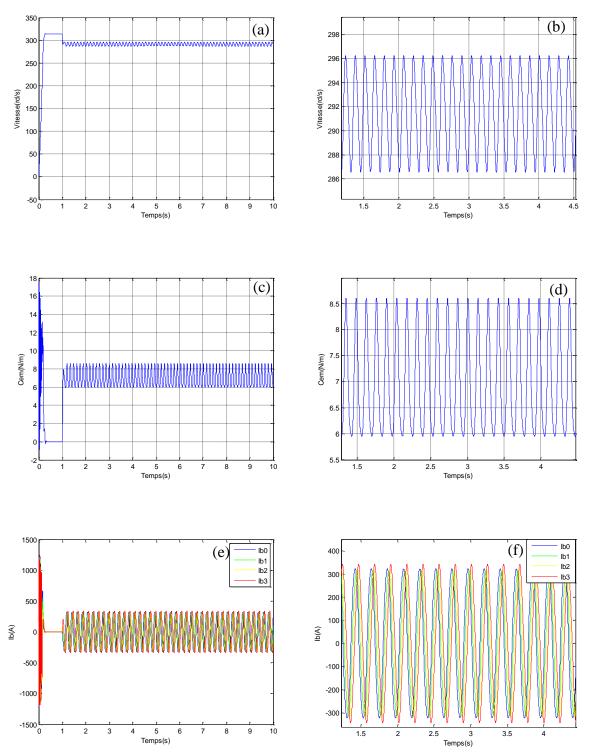


Figure II.11: (a) vitesse de rotation, (c) couple électromagnétique, (e) courants dans les barres rotoriques et.(b).(d).(f) zoom des grandeurs précédent respectivement

Par rapport à l'état sain de la machine, on remarque que :

• les oscillations qui apparaissent sur les courbes de vitesse et du couple (figure II.11. a et c) se traduisent par des vibrations dans la rotation de la machine,

La figure II.12.a illustre l'évolution temporelle en régime transitoire et en régime permanent du courant statorique, en présence d'une rupture de deux barres rb0, rb3 et la figure II.12.c donne le spectre du courant autour du fondamental.

A partir de la figure II.12.c on peut identifier les harmoniques qui sont dus au défaut de barres, qui apparaissent de part et d'autre du fondamental à des fréquences $f_{b1} = (1-2g)f_s$ et $f_{b2} = (1+2g)f_s$ Dans le cas de cassure de deux barres espacées figure II.12.c, on remarque qu'une diminution de l'amplitude des raies latérales et leurs fréquences se rapprochent de la fréquence du lobe principal.

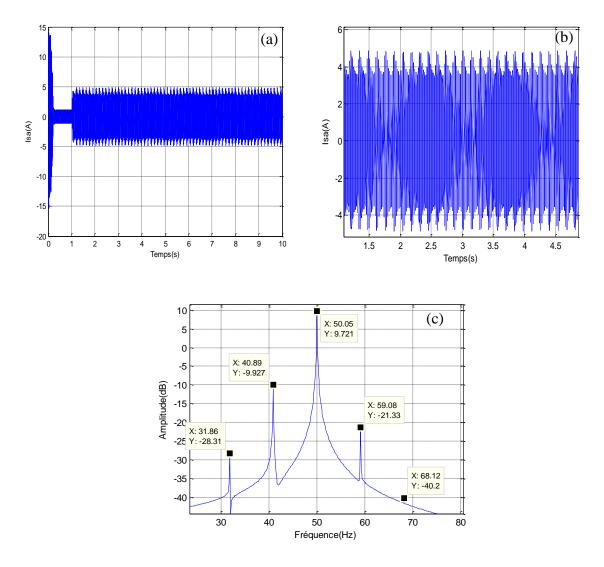


Figure.II.12: (a) courant statorique, (b) son zoom, (c) spectre de courant statorique.

II.6.1.5 Fonctionnement du moteur avec défaut de cassure de trois barres

Les figures II.13 l'évolution de la vitesse, du couple magnétique, ainsi des courants dans les barres, en charge lors de la rupture des trois barres Irb0 Irb1 Irb2. On remarque que les courants des barres rompus diminuent par apport aux courants des barres voisines.

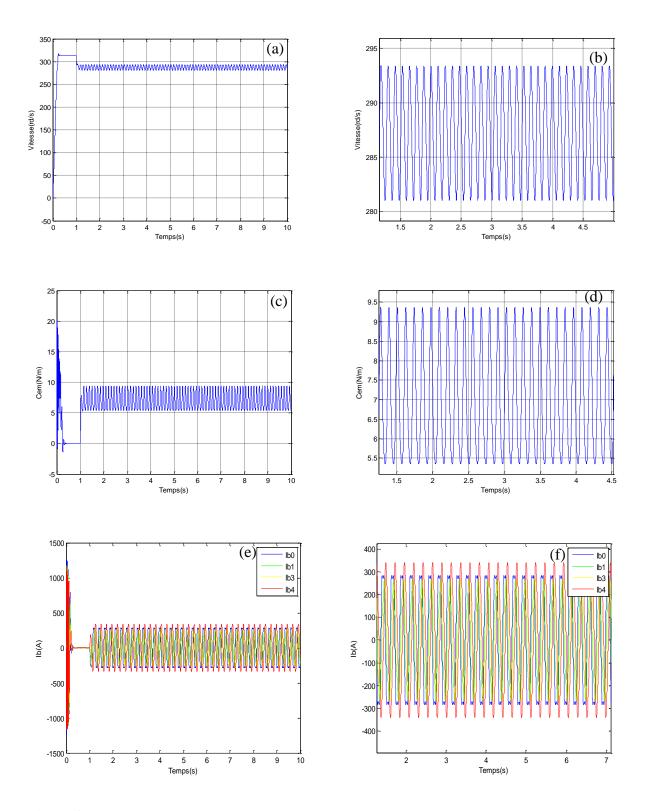


Figure.13 :(a) vitesse de rotation, (c) couple électromagnétique, (e) courants dans les barres rotoriques et.(b).(d).(f) zoom des grandeurs précédent respectivement.

Les figures II.14.a-b illustre l'évolution temporelle en régime transitoire et en régime permanent du courant statorique, en présence d'une rupture de trois barres rb0, rb1,rb2 et la figure II.12.c donne le spectre du courant autour du fondamental.

Pour le courant statorique I_{as} , l'amplitude n'est plus constante (fig.III.14-a et -b), ce qui se traduit par la présence d'harmoniques dans le spectre. L'analyse par la transformée de Fourier (FFT) permet de mettre en évidence les raies présentées dans le spectre du signal et qui se situent de part et d'autre du fondamental aux fréquences $(1\pm 2kg)f_s$ (fig.III.14-c).

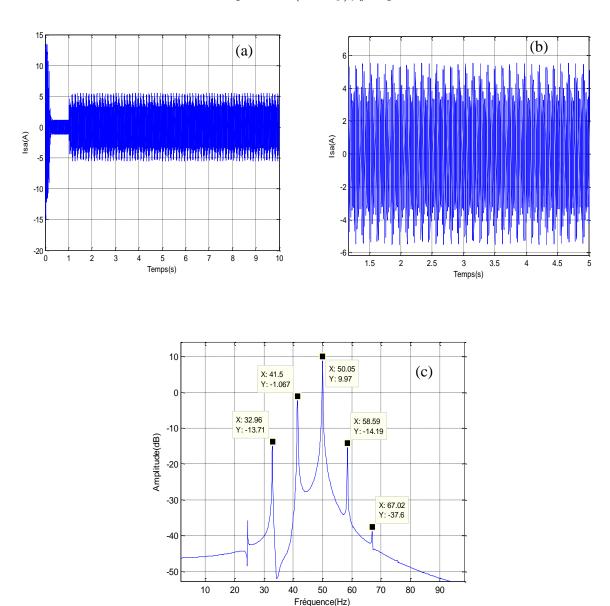


Figure.II.14:(a) courant statorique, (b) son zoom, (c) spectre de courant statorique

II.6.2 L'effet de la charge sur le spectre du courant statorique

Apres les résultats obtenus lors de la simulation, on remarque que l'amplitude de spectre dans l'application de la pleine charge est plus grande par rapport à la demi-charge. Donc la charge influe sur l'analyse spectrale.

On remarque aussi que les résultats obtenu théoriquement et celle de la simulation son présque équivalente (marge d'erreur est ptite).

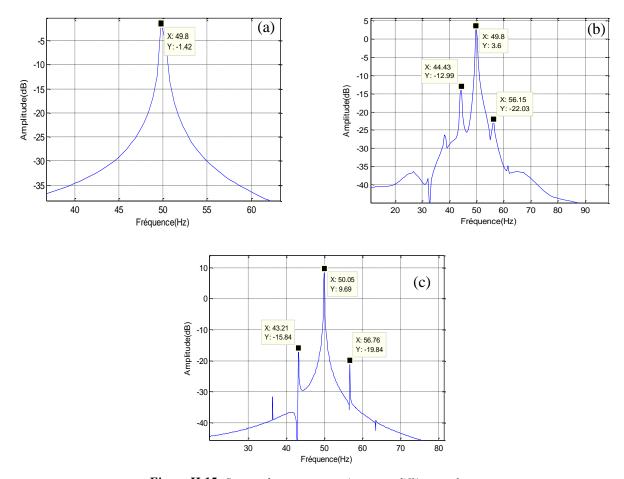


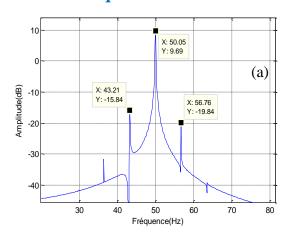
Figure.II.15: Spectre du courant statorique pour différentes charges.

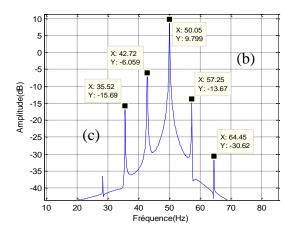
(a): à vide, (b): à demi-charge à pleine, (c):) à pleine charge

	fs=50Hz	$f_{cal} = (1-4g)f_s$	$f_{cal} = (1-2g)f_s$	$f_{cal}=(1+2g)f_s$	$f_{cal}=(1+4g)f_s$
g(b)=6.2% pleine charge	f calculée (Hz)	/	43.80	56.20	/
	f sumilation (Hz)	/	43.21	56.76	/
	Amplitude (dB)	/	-15.84	-19.84	/
g(c)=4.9% demi-charge	f calculée (Hz)	/	45.10	55.00	/
	f sumilation (Hz)	/	44.43	56.15	/
	Amplitude (dB)	/	-12.99	-22.03	/
A vide	f calculée (Hz)	/	/	/	/
	f sumilation (Hz)	/	/	/	/
	Amplitude (dB)	/	/	/	/

Tableur II.1: Effet de la position (a) plein charge (b) demi-charge (c) à vide, avec une barre cassé sur le spectre du courant statorique

II.6.3 L'influence du nombre de cassures de barres sur le spectre du courant statorique





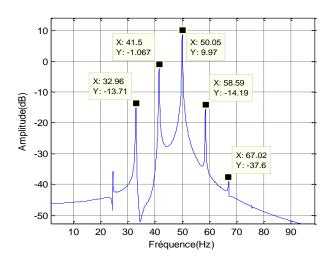
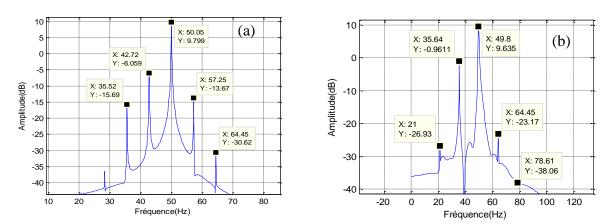


Figure.II.16: (a) une barre cassée. (b) spectre de courant statorique (cassures de deux barres adjacentes). (c)Spectre de courant statorique(cassure de trois barres).

	(e)specife de contant statorique (cussure de trois barres).					
$f_{cal} = (1-2g)f_s$	f cal=(1+2g)fs	$f_{cal} = (1-4g)f_s$			f _{cal} =(1+4g)f _s	
g(c) =6.2% une barre	f _{calculée} (Hz)	/	43.80	56.20	/	
	f sumilation (Hz)	/	43.21	56.76	/	
cassée	Amplitude (dB)	/	-15.84	-19.84	/	
g(b) =5.7% deux barres cassées adjacentes	f calculée (Hz)	38.6	44.30	55.70	61.40	
	f sumilation (Hz)	35.52	42.72	57.25	64.45	
	Amplitude (dB)	-15.69	-06.06	-13.57	-30.62	
g (c) = 6.5% trois barres cassées	f calculée (Hz)	37.00	43.50	56.60	63.00	
	f sumilation (Hz)	32.96	41.50	58.59	67.02	
	Amplitude (dB)	-13.71	-1.067	-14.19	-37.60	

Tableur II.2: effet de l'influence (a) une barre cassée (b) deux barres cassées adjacentes sur le spectre du courant statorique



II.6.4 L'effet de la position de cassures barre

Figure.II.17: (a) spectre de courant statorique (cassures de deux barres adjacentes), (b) spectre de courant statorique (cassures de deux barres espacées).

	Fs = 50Hz	$\mathbf{f}_{\mathrm{cal}} = (1-4\mathbf{g})\mathbf{f}_{\mathrm{s}}$	$\mathbf{f}_{\mathrm{cal}} = (1-2\mathbf{g})\mathbf{f}_{\mathrm{s}}$	$\mathbf{f}_{cal} = (1+2\mathbf{g})\mathbf{f}_{s}$	$\mathbf{f}_{\mathrm{cal}} = (1+4\mathbf{g})\mathbf{f}_{\mathrm{s}}$
g(a) = 5.7%	f calculée (Hz)	38.60	44.30	55.70	61.40
	f sumilation (Hz)	35.52	42.72	57.25	64.45
	Amplitude (dB)	-15.69	-6.06	-13.67	-30.62
g(b)= 13.5%	f calculée (Hz)	24.00	37.00	63.00	76.00
	f sumilation (Hz)	21.00	35.64	64.45	78.61
	Amplitude (dB)	-26.93	-0.961	-23.17	-38.06

Tableur II.3: Effet de la position de deux barres cassée espacés et adjacentes en charge sur le spectre du courant statorique

On note que le défaut des barres adjacentes sur le spectre du courant sont plus grand que le défaut des barres espacées.

Conclusion:

Ce chapitre est consacré à l'élaboration de modèle dédié au défaut rotorique de type, rupture de barre dans les machines asynchrones, ce modèle permet d'analyser les courants statoriques pour détecter les défauts existant dans la machine asynchrone. Nous avons présenté les résultats de la simulation de la machine asynchrone avec plusieurs ruptures des barres, ainsi la représentation spectrale du courant statorique.