



**Université Ibn-Khaldoun Tiaret  
Faculté des Sciences de la Matière  
Département de Physique**



## **Polycopié de Cours et Exercices**

**Destiné aux Étudiants en 1<sup>ère</sup> et 2<sup>ème</sup> année Licence,  
Sciences de la Matière (SM) et Sciences de la Nature et de la vie (SNV)**

# **Optique Géométrique**



**LMD**

**Elaboré par: Dr. ADJADJ Aze Eddine**

**Maître de Conférence B**

*Année universitaire : 2016/2017*

## *AVANT-PROPOS*

Ce fascicule de cours et d'exercices est destiné aux étudiants de la deuxième année des filières scientifiques et techniques des universités d'Algérie. Il répond au programme officiel du système LMD du module «Optique géométrique et physique» enseignés en deuxième année des filières Sciences de la matière et en première année sciences de la nature et de la vie.

Il constitue un traité général des principes de l'optique géométrique aidant l'étudiant à comprendre et assimiler les notions déjà acquises dans le cours. En ce qui concerne les exercices, nombreux et variés sont proposés dans les séries d'exercices et traités dans les séances des travaux dirigés et ce pour permettre à l'étudiant d'appliquer les connaissances de cette matière.

Ce polycopié de cours représente une synthèse des cours que j'ai assurés depuis mon recrutement à ce jour au sein de département de physique SM à l'université d'Ibn Khaldoun Tiaret. C'est un travail personnel qui émane de ma propre expérience en tant qu'enseignant de cours de l'optique géométrique. En fin, nous souhaitons que cet ouvrage soit utile et servira de bonne référence, à toute personne, intéressée par l'étude de l'optique géométrique.

**Dr ADJADJ Aze Eddine**

# **SOMMAIRE**

<i>La nature de la lumière</i>	<b>02</b>
<i>Rappel : Géométrie Euclidienne</i>	<b>05</b>
<i>Chapitre I : Principes fondamentaux</i>	<b>09</b>
<i>Chapitre II : Stigmatisme, Aplanétisme et Approximation de Gauss</i>	<b>17</b>
<i>Chapitre III : Système optiques à faces planes</i>	<b>22</b>
<i>Chapitre IV : Système Optiques à Faces Sphériques</i>	<b>34</b>
<i>Chapitre V : les lentilles</i>	<b>43</b>
<i>Chapitre VI : Notions D'optique Instrumentale</i>	<b>55</b>
<i>Travaux dirigés et contrôles continue</i>	<b>65</b>
<i>Références bibliographiques</i>	<b>89</b>



## *La nature de la lumière*

### **Théories de la lumière**

L'optique est historiquement la science des phénomènes perçus par l'œil grâce à la lumière. Celle-ci est émise par la matière jusqu'à son absorption par divers récepteurs comme l'œil, une pellicule photographique ou une caméra.

Personne ne sait exactement ce qu'est la lumière. Depuis des siècles, les scientifiques qui étudient la physique théorique ont essayé de déterminer ce qu'est la lumière. Certaines de leurs expériences indiquent que la lumière est constituée de petites particules, alors que d'autres expériences suggèrent que la lumière doit être faite des ondes. La plupart des gens ont toujours été curieux de connaître le monde dans lequel ils vivent. Certains d'entre eux ont inventé des théories pour expliquer la façon dont les choses fonctionnent. La réflexion régulière de la lumière à partir des surfaces lisses était connue à l'époque de Platon, 400 av. J.-C. Dès le deuxième siècle après Jésus-Christ, les Grecs ont fait des observations sur la réfraction de la lumière à l'interface de deux milieux transparents de différentes densités.

Alhazen Ibn al-Haytham (965-1038) a étudié la réfraction de la lumière et contesté la théorie ancienne que les rayons visuels émanaient de l'œil. Il a démontré le comportement de la lumière comme il est passé d'un moins milieu dense à un milieu optique plus dense et a reconnu que les angles d'incidence et de réfraction étaient liés, mais il a été incapable de découvrir la loi qui définit leur relation. Cette relation a été finalement découverte 600 ans plus tard. Jusqu'à il y a environ 300 ans, personne ne l'avait développé une théorie raisonnable de la nature de la lumière. Alors monsieur Isaac Newton a publié ce qu'il a appelé la théorie corpusculaire de la lumière. Il croyait que la lumière était composée de particules à grande vitesse. Il croyait aussi que ces particules pouvaient voyager dans le vide et de pénétrer des matériaux transparents tels que l'air, le verre et l'eau. Il travaille sur la diffraction et pense qu'elle est due à une attraction par les objets. (N'oublions pas qu'il a travaillé sur l'attraction gravitationnelle...). Et à la fin de son livre, il propose une série de question, dont notamment la question 29 Comment expliquer la réflexion partielle? Pour Newton, certains "corpuscules" sont réfléchis, d'autres sont transmis en fonction de leur disposition".

Chrétien Huygens, qui vivait à la même époque que Newton, avait une idée différente de la lumière. Il a développé la théorie ondulatoire de la lumière. Quelques années avant, Huygens avait publié sa théorie, ainsi il développait le début du principe de Huygens-Fresnel et ainsi qu'expliquer les lois de la réflexion et de la réfraction. On ne peut pas voir une seule image mais deux. Huygens pourrait expliquer l'apparition des deux images avec sa théorie des ondes.

Thomas Young commença par des études et recherches en acoustique en optique "On the theory of light and colours" 1802. Il réalise son expérience des "trous d'Young". Il fait alors la fantastique découverte que: "de la lumière plus de la lumière peut faire de l'obscurité". Augustin Fresnel (1788-1829), polytechnicien, Il travailla sur des expériences précises de diffraction et élabora une théorie mathématique de la diffraction et des interférences. Il travailla sur les phénomènes de polarisation et en déduit la polarisation transverse de la lumière quelques années après Young. Poisson mit en doute la théorie de Fresnel avec notamment l'expérience du "point de Poisson".

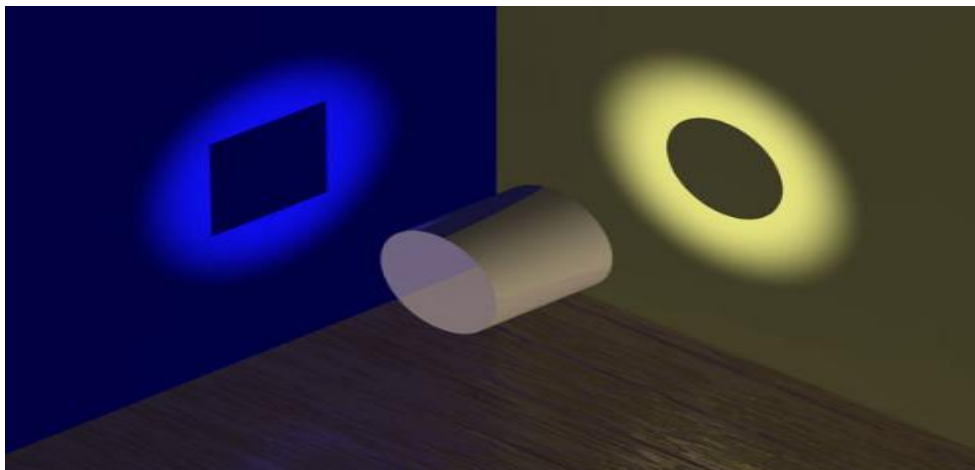
Une question reste toutefois en suspens pour les défenseurs de la nature ondulatoire: quelle est la grandeur qui oscille dans le phénomène lumineux ?

La synthèse entre les phénomènes électriques, magnétiques et optiques est l'œuvre de l'écossais James Clarke Maxwell (1831-1879). Maxwell introduit le courant de déplacement et écrit un ensemble d'équations cohérent regroupant l'électricité et le magnétisme. Compte tenu des caractéristiques de ces ondes, prévues par la théorie de Maxwell, il conclut que la lumière doit être une onde électromagnétique, ainsi que d'autres types d'ondes connues. À la fin du XIX<sup>ème</sup> siècle, la lumière est donc vue comme une vibration qui se propage et qui suppose donc l'existence d'un milieu qui vibre (comme l'air dans le cas du son, par exemple).

En 1905, Albert Einstein (1879-1955) publie un article dans lequel il montre que la lumière se comporte comme si elle était constituée de grains d'énergie indépendants (les quanta). Contrairement à Planck, qui ne faisait porter la quantification que sur les échanges d'énergie entre le rayonnement et la matière, Einstein donne une structure discrète (corpusculaire) à la lumière elle-même. Il applique cette théorie à la description de l'effet photoélectrique découvert par Heinrich Hertz (1857-1894) en 1887. Cette description vaudra à Einstein le Prix Nobel de Physique.

La lumière est pour nous aujourd'hui une forme particulière d'énergie. Elle se manifeste tantôt comme une onde (aspect ondulatoire), tantôt sous la forme d'un flot de particules élémentaires appelées photons (aspect corpusculaire). On parle du principe de dualité onde-corpuscule. Ce double aspect corpusculaire et ondulatoire de la lumière, entrevu par Newton, va être étendu, par Louis de Broglie, à toute particule matérielle (1924) et constitue un des fondements de la Mécanique Quantique qui révolutionne la Physique décrivant le monde microscopique.

Ainsi, la nature de la lumière, phénomène d'exception, après avoir été au cœur de nombreuses recherches scientifiques constitue encore la pierre angulaire de la construction des théories relativistes et quantiques de la Physique moderne.



*Illustration de la dualité onde/corpuscule :  
Ce cylindre est « à la fois » carré et circulaire...  
ou ni l'un ni l'autre*

## Rappel

Dans toute application d'optique géométrique, on aura à faire à des droites et des angles. Donc, il faudra connaître certains outils de base de la géométrie Euclidienne, (appelée plus communément "géométrie plane") est, en principe, l'étude des formes et des propriétés des corps naturels.

### I- Angles

#### Définitions:

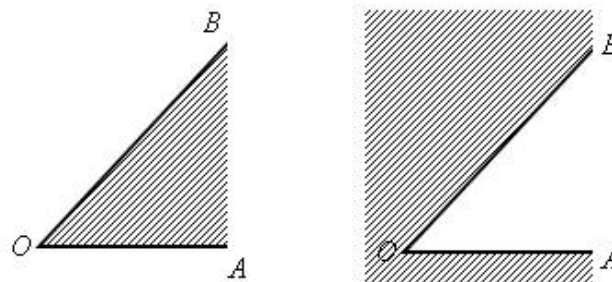
- Nous appelons "**angle**" ou angle plan ou plus rigoureusement "angle rectiligne" la portion de plan limitée par deux demi-droites  $OA$ ,  $OB$ , par exemple. Le point  $O$  s'appelle "sommet" de l'angle, les demi-droites  $OA$ ,  $OB$ , s'appellent les "côtés" de l'angle.

- Nous appelons "angle formé par deux segments  $AB$ ,  $AC$ ", l'angle de sommet  $A$  dont les côtés sont les demi-droites  $AB$ ,  $AC$ .

- Les demi-droites  $OA$ ,  $OB$  divisent le plan en deux régions: elles définissent donc deux angles:

1. L'un constitué par la région couverte de hachures (voir la figure à l'extrémité gauche ci-dessous) s'appelle "**angle saillant**"

2. L'autre, constitué par la région couverte de hachures (voir la figure à droite ci-dessous) s'appelle "**angle rentrant**".



**Fig : 1**

Nous résumons ainsi les résultats et propriétés de mesure des angles:

- Deux angles opposés par le sommet sont égaux.
- Deux angles opposés par le sommet ont même bissectrice.
- Les bissectrices de deux angles adjacents supplémentaires sont rectangulaires.



-Les bissectrices des angles formés par deux sécantes sont deux droites rectangulaires (à angle droit).

## II- Triangles

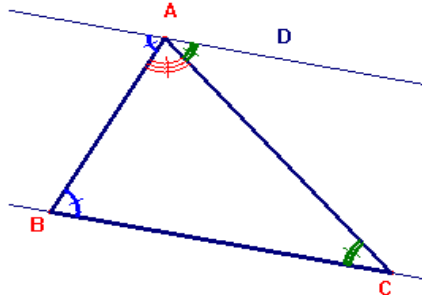


Fig : 2

Sur la figure ci-dessus,  $ABC$  est un triangle quelconque, et  $D$  la parallèle à  $(BC)$  qui passe par  $A$ . Nous observons :

1. Les angles bleus ont même mesure car ils sont alternes-internes (les droites  $(BC)$  et  $D$  étant parallèles).

*Remarque:* Pour la démonstration de l'égalité des angles alternes-internes voir plus loin le quatrième axiome d'Euclide.

2. De même, les angles verts ont même mesure car ils sont alternes-internes.

3. Nous remarquons que la somme des angles bleu + rouge + vert forme un angle plat en  $A$ , puisque  $D$  est une droite. Donc angle bleu + angle rouge + angle vert =  $180^\circ$ . Nous déduisons que :

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ$$

Cette démonstration étant valable quel que soit le triangle tracé dans le plan.

### a- Triangles Isocèles

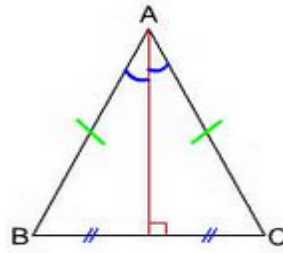
**Définition:** Nous disons qu'un triangle  $ABC$  est un "triangle isocèle" lorsque deux de ses côtés sont égaux ("iso" signifiant "même")  $AB$  et  $AC$  sont égaux. Le troisième côté  $BC$  est alors appelé la "base" de ce triangle.

---

*Remarque:* Nous disons qu'un triangle est "scalène" quand il n'est pas isocèle.

---

**Définition:** Nous appelons "médiatrice" d'un segment  $BC$ , la perpendiculaire à la droite  $BC$  au point  $H$  de cette droite, milieu de  $BC$ .



**Fig : 3**

**Théorème :** Dans un triangle isocèle  $ABC$  comme représenté ci-dessus:

1. Les angles  $\hat{B}$  et  $\hat{C}$  opposés aux côtés égaux sont égaux
2. La médiatrice de  $BC$  et la bissectrice de l'angle  $\hat{A}$  sont confondus (figure ci-dessus).

### **b-Triangles Équilatéraux**

**Définition:** Nous disons qu'un triangle  $ABC$  est un "triangle équilatéral" lorsque tous ses côtés sont de longueur égales ou que tous ses angles  $\hat{A}, \hat{B}, \hat{C}$  sont égaux. Chacun de ces côtés est donc une base. Comme la somme des trois angles de ce triangle doit faire  $180^\circ$  (en degrés) et que les trois angles ont même mesure, chacun d'eux mesure donc :  $180^\circ/3$  soit  $60^\circ$ .

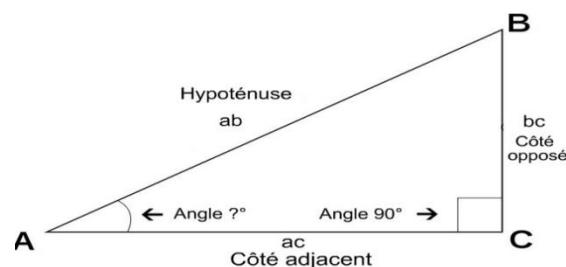
### **c- Triangles Rectangles**

**Définition:** Un "triangle rectangle" est un triangle  $ABC$  qui a un angle droit : Dire que le triangle est rectangle en  $A$  signifie c'est en  $\hat{A}$  se trouve l'angle droit.

---

*Remarque:* Dans un triangle rectangle, le côté le plus grand est toujours le côté opposé à l'angle droit. Nous l'appelons "l'hypoténuse". Nous démontrons cette propriété avec le théorème de Pythagore.

---

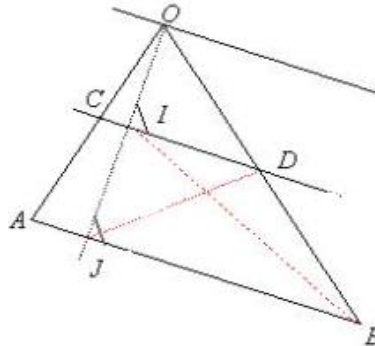


**Fig : 4**

**Théorème :** Si un triangle ABC est rectangle en C, alors le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des deux autres côtés.

$$AB^2 = BC^2 + AC^2$$

Soit maintenant la figure ci-dessous :



**Fig : 5**

Les triangles  $IJD$  et  $IDB$  ont la même surface, ainsi que les triangles  $OJD$  et  $OIB$  donc:

$$\frac{OI}{OJ} = \frac{DI}{BJ}$$

De la même manière dans les triangles  $OIA$  et  $OCJ$ , nous obtenons :

$$\frac{OI}{OJ} = \frac{CI}{AJ}$$

$$\frac{OI}{OJ} = \frac{DI}{BJ} = \frac{CI}{AJ}$$

comme :

$$\frac{OI}{OJ} = \frac{DI}{BJ} = \frac{CI}{AJ} = \frac{DI + CI}{BJ + AJ} = \frac{DC}{BA}$$

alors :

Donc finalement en reprenant tous les résultats obtenus:

$$\frac{OI}{OJ} = \frac{DC}{BA} = \frac{OD}{OB}$$

qui constitue le "**théorème de Thalès**" des rapports.

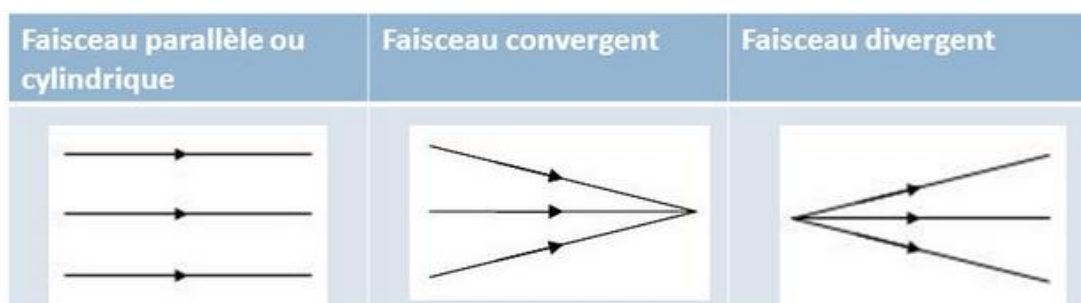
## Chapitre I : Principes fondamentaux

Il est possible d'étudier de nombreux phénomènes lumineux sans faire appel à une théorie aussi complexe. On distingue plusieurs approches de l'optique :

- **L'optique géométrique** décrit la lumière comme un ensemble de rayons lumineux, obéissant à un ensemble de règles géométriques très simples.
- **L'optique ondulatoire** décrit la lumière comme une onde. Elle permet de comprendre le phénomène d'interférences lumineuses. Elle traite les questions liées à la puissance transportée par la lumière (photométrie et radiométrie).
- **L'électromagnétisme** décrit la lumière comme une onde électromagnétique ce qui permet de comprendre les phénomènes de polarisation, les interactions de la lumière avec la matière.
- **L'optique quantique** ou **photonique** désigne l'ensemble des expériences dans lesquelles la lumière ou bien l'interaction entre lumière et matière doivent être quantifiées. C'est un domaine de recherche en plein essor, à la frontière entre la mécanique quantique et l'optique. La lumière est considérée comme constituée de photons, objets quantiques qui se comportent : comme des corpuscules dans leurs interactions avec la matière, et comme des ondes pour leur propagation.

### 1- Les faisceaux lumineux

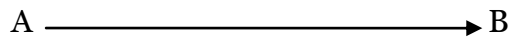
On appelle faisceau lumineux l'ensemble des rayons lumineux émis par une source primaire ou diffusés par une source secondaire. On les classe en trois catégories ; les faisceaux divergents les faisceaux convergents les faisceaux cylindriques.



**Fig : 1** : Différents faisceaux lumineux.

## 2- Le rayon lumineux

Les faisceaux lumineux sont formés de rayons lumineux. Notons bien qu'il n'est pas possible d'isoler expérimentalement un rayon lumineux. Le rayon lumineux n'est donc qu'un instrument de travail indispensable de l'optique géométrique ; on peut le définir comme le trajet suivi par la lumière pour aller d'un point A à un point B. Ce trajet est rectiligne.



Le trajet suivi par la lumière est indépendante du sens de sa propagation. Cette loi est dite loi du retour inverse.

## 3- Milieu homogène, milieu isotrope

Un milieu homogène est un milieu où l'indice est identique en tout point. Dans un tel milieu, la lumière se propage en ligne droite.

Un milieu isotrope est un milieu qui caractérise l'invariance des propriétés physiques d'un milieu en fonction de la direction. Dire que les propriétés du milieu ne changent pas selon la direction revient à dire que le rayon lumineux ne serait pas dévié, ni ralenti par un changement d'indice de réfraction, ni divisé en un spectre (si l'onde lumineuse est poly chromatique) quelle que soit la direction de propagation du rayon lumineux.

## 4- Propriétés de la lumière, propagation dans un milieu

Une lumière monochromatique (d'une seule couleur) peut être caractérisée par trois nombres :

- ❖ Sa fréquence  $\nu$  (nu) exprimée en (Hz), qui est la fréquence de variation du champ électrique.
- ❖ Sa période  $T$  exprimée en seconde (S), on a :  $T=1/\nu$
- ❖ Sa longueur d'onde  $\lambda$  exprimée en (mètre), on a :  $\lambda=c/\nu$  ou  $c$  : est la célérité de la lumière dans le vide.

La lumière visible s'étend sur des longueurs d'ondes allant de 380 nm (violet) à 780 nm (rouge) environ.

Dans le spectre visible électromagnétique, elle ne représente qu'une toute petite gamme de fréquences :

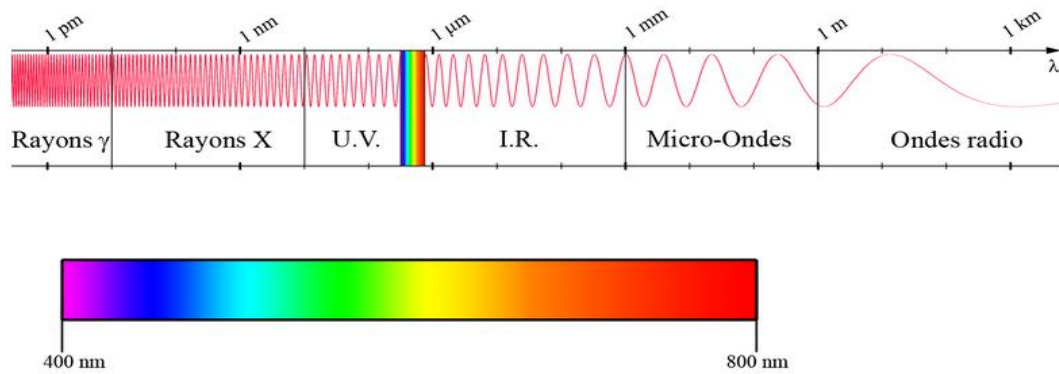


Fig : (I-2) place de la lumière visible dans le spectre électromagnétique.

- ❖ L'onde électromagnétique se propage dans le vide à la vitesse  $c=3.10^8 \text{ m.s}^{-1}$
- ❖ Dans les autres milieux, elle se propage moins vite. Ceci est caractérisé par l'indice de réfraction d'un milieu.

### 5- Indice de réfraction d'un milieu

Il est obtenu par le rapport entre la célérité de la lumière dans le vide et la vitesse à laquelle elle se propage dans le milieu considéré.  $n=c/V$

Avec  $V$  : exprimé en  $\text{m.s}^{-1}$

### 6- Indice relatif de deux milieux

L'étude théorique de la lumière permet de relier l'indice relatif de deux milieux à la vitesse de propagation de la lumière dans ces milieux. Soit  $V_1$  et  $V_2$  les valeurs de la vitesse de propagation dans le milieu 1 et 2, l'indice du milieu 2 par rapport au milieu 1 (indice relatif  $n$ ) est égal au rapport des vitesses correspondantes et on écrit pour une couleur donnée :

$$n = \frac{V_1}{V_2}$$

### Remarque

L'indice  $n$  dépend de la nature des milieux transparents en contact et de la couleur. Il augmente lorsque celle-ci passe du rouge au violet. La différence  $n_{\text{violet}} - n_{\text{rouge}}$  caractérise la dispersion du milieu. Si  $c$  est la vitesse de la lumière dans le vide ( $c=3.10^8 \text{ m.s}^{-1}$ ), on appelle indice absolu ou indice de réfraction  $n_1$  d'un milieu 1 son

indice par rapport au vide et on écrit pour une couleur donné :

$$n_1 = \frac{c}{V_1}$$

L'indice absolu est généralement supérieur à 1.

La longueur d'onde  $\lambda$  est la distance des deux points les plus rapprochés dont les mouvements vibratoires sont identiques à chaque instant. C'est le trajet V.T parcouru par la lumière pendant une période T. Dans un milieu d'indice relatif  $n$ , on écrira :

$$\lambda = VT = \frac{c}{n} T = \frac{\lambda_{vide}}{n}$$

Soit  $n_1$  et  $n_2$  les indices absolus de deux milieux. Leur indice relatif sera déterminé

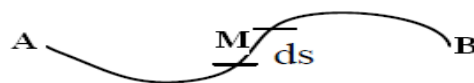
$$\text{par : } n = \frac{V_1}{V_2} = \frac{\frac{c}{n_1}}{\frac{c}{n_2}} = \frac{n_2}{n_1}$$

$n$  dépend de la fréquence de la lumière utilisée donc de la longueur d'onde.

### 7- Le chemin optique (Principe de Fermat)

Soit un rayon lumineux se propageant dans des milieux quelconques subissent éventuellement des réflexions et des réfractions (en nombre quelconque).

Considérons un point A et un point B situés sur un même rayon. Soient un point M de ce rayon et  $n$  l'indice de réfraction du milieu de propagation au voisinage de M. soit  $ds$  un élément d'arc du rayon.



On appelle chemin optique élémentaire autour de M la quantité :  $dL = n ds$

Et chemin optique de A à B la quantité notée (AB) ou  $L_{AB}$  telle que :

$$(AB) = L_{AB} = \int_A^B n ds$$

**Remarque**

Comme  $n = \frac{c}{v}$  et  $ds = v dt$ , cette expression s'écrit également

$$L = [AB] = \int_A^B c dt = c(t_B - t_A) = c\Delta t$$

Si le milieu est homogène, son indice de réfraction est constant d'un point à un autre et la lumière se propage en ligne droite ; le chemin optique s'écrit :

$$L = [AB] = \int_A^B n ds = n \int_A^B ds = n\overline{AB} = n\ell$$

Où  $\ell$  est la mesure algébrique du segment AB.

Le chemin optique parcouru par la lumière de A et B à travers un nombre quelconque de milieux intermédiaires est stationnaire, c'est-à-dire extrémal ( $dL=0$ ).

**Exercice**

Un rayon lumineux se propageant à la vitesse  $c$ , quitte le point 1 de la figure suivante et se réfléchit sur la surface en direction du point 2.

a- Montrer que le temps  $t$  mis par la lumière pour aller du point 1 au point 2 est :

$$t = \frac{\sqrt{y_1^2 + x^2} + \sqrt{y_2^2 + (l-x)^2}}{c}$$

b- Démontrer que le temps est minimum quand  $\theta_1 = \theta_2$ . Ceci est un exemple du principe de Fermat concernant la réflexion.

**Solution**

Le mouvement de la lumière est de nature uniforme ainsi :  $x=ct$

a- Le temps  $t_1$  mis par la lumière pour parcourir la distance  $L_1$  est :

$$t_1 = \frac{L_1}{c} \quad \text{avec} \quad L_1 = \sqrt{y_1^2 + x^2}$$

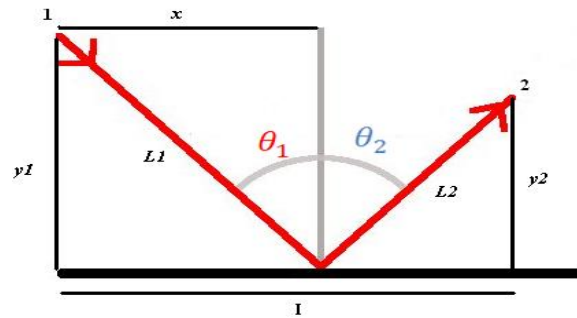
De même, le temps  $t_2$  mis par la lumière pour parcourir la distance  $L_2$  est :

$$t_2 = \frac{L_2}{c} \quad \text{avec} \quad L_2 = \sqrt{y_2^2 + (l-x)^2}$$

Le temps total pour aller du point 1 au point 2 est donc :  $t = t_1 + t_2$



$$t = \frac{\sqrt{y_1^2 + x^2} + \sqrt{y_2^2 + (l-x)^2}}{c}$$



b- Le temps est minimum quand sa dérivée par rapport à la variable  $x$  s'annule.

$$\frac{dt}{dx} = \frac{x}{c\sqrt{x^2 + y_1^2}} + \frac{x-l}{c\sqrt{(l-x)^2 + y_2^2}} = \frac{x}{cL_1} + \frac{x-l}{cL_2} = 0,$$

En remplaçant  $\frac{x}{L_1}$  par  $\sin \theta_1$  et  $\frac{l-x}{L_2}$  par  $\sin \theta_2$ , on obtient :  $\sin \theta_1 = \sin \theta_2$ , ce qui donne :  $\theta_1 = \theta_2$ .

Cette égalité représente la deuxième loi de la réflexion.

## 8- Les lois de Descartes (lois de Snell)

### a- Les lois de la réflexion

Considérons un rayon lumineux SI qui frappe la surface plane d'un miroir M perpendiculaire au plan de la figure, l'angle d'incidence  $i_1$  et l'angle de réflexion  $r$  étant les angles que font le rayon incident SI et le rayon réfléchi IT avec la normale IN. Les lois de Descartes pour la réflexion sont :

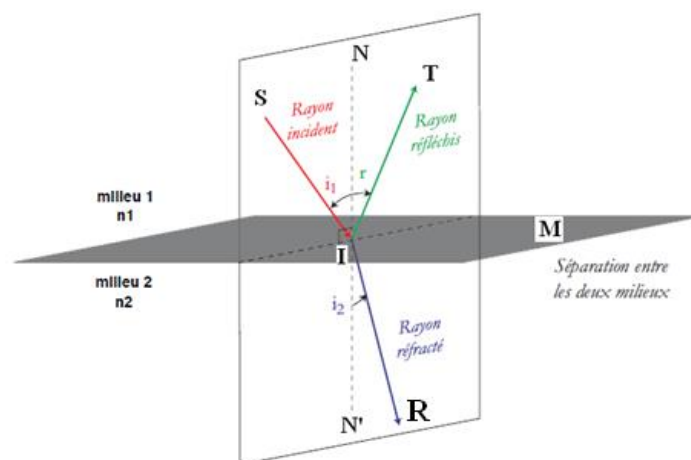


Fig 3 : Rayon incident arrivant sur un dioptre avec ses rayons réfléchis et réfracté.

-le rayon incident, le rayon réfléchi et la normale sont dans un même plan (plan d'incidence).

-l'angle de réflexion est égal à l'angle d'incidence :  $i_1=r$ .

Ces lois sont également valables dans le cas d'une surface réfléchissante courbe en assimilant la surface à son plan tangent au point d'incidence.

### b- Les lois de la réfraction

Le rayon incident SI passe du milieu 1, d'indice de réfraction  $n_1$ , au milieu 2, d'indice de réfraction  $n_2$ , dont il sont séparé par une surface plane. La réfraction se traduit par un changement de direction du rayon, IR est le rayon réfracté.

On construit la normale NIN' au point d'incidence I, l'angle SIN =  $i_1$ , porte le nom d'angle d'incidence et l'angle N'IR =  $i_2$  celui d'angle de réfraction.

Les propriétés de la réfraction s'expriment par deux lois :

-le rayon réfracté IR est dans le plan d'incidence SIN,

-il existe un rapport constant entre les sinus des angles d'incidences et de

réfraction :  $\frac{\sin i_1}{\sin i_2} = \frac{n_2}{n_1}$  d'où la formule :

$$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$$

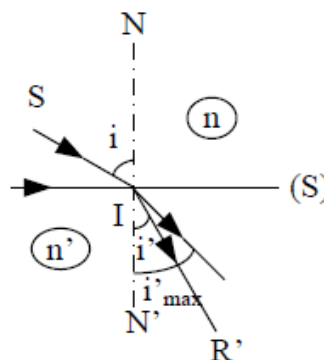
### c- Angle limite, Réflexion totale

La lumière passe d'un milieu d'indice  $n$  à un autre d'indice  $n'$

1<sup>er</sup> cas :  $n < n'$  (le milieu d'indice  $n'$  est dit plus réfringent que le milieu d'indice  $n$ )

$$\frac{n}{n'} < 1 \Rightarrow \frac{\sin(i')}{\sin(i)} = \frac{n}{n'} < 1 \Rightarrow \sin(i') < \sin(i) \Rightarrow i' < i$$

Le rayon réfracté se rapproche donc de la normale en pénétrant dans le milieu le plus réfringent.



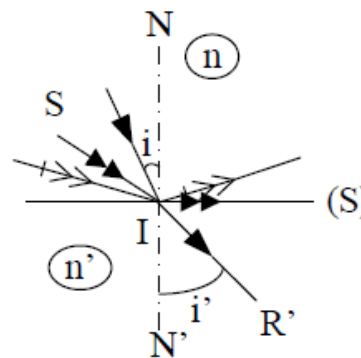
La valeur maximale de  $i$  étant  $\frac{\pi}{2}$  (incidence rasante).

Pour  $i = \frac{\pi}{2}$  la valeur maximale de  $i'_{\max}$  de  $i'$  est telle que :

$$\sin(i'_{\max}) = \frac{n}{n'} < 1$$

2<sup>er</sup> cas :  $n > n'$  (la lumière passe du milieu d'indice  $n$  au milieu d'indice  $n'$  moins réfringent).

$$\frac{n}{n'} > 1 \Rightarrow \frac{\sin(i')}{\sin(i)} = \frac{n}{n'} > 1 \Rightarrow \sin(i') > \sin(i) \Rightarrow i' > i$$



Le rayon réfracté s'écarte de la normale en pénétrant dans le milieu le moins réfringent.

Pour une certaine valeur  $\beta$  de  $i$ ,  $i'$  atteint sa valeur limite  $\frac{\pi}{2}$ , d'où :

$$n \sin(\beta) = n' \Rightarrow \sin(\beta) = \frac{n'}{n} = \sin(i_{\max})$$

$$(i_{\max} = \beta)$$

Tous les rayons qui arrivent sur la surface (S) avec une incidence ( $i > i_{\max} = \beta$ ) subissent une réflexion totale (il n'y a pas de rayons réfractés) : c'est le phénomène de la réflexion totale, l'angle  $i_{\max} = \beta$  correspond à la réfraction limite.

## Chapitre II : Stigmatisme, Aplanétisme et Approximation de Gauss

Le rôle des instruments d'optique est de permettre d'observer des reproductions appelées images, des objets, aussi fidèles que possible. La capacité d'un système à remplir ce but est reliée à une propriété fondamentale en optique, appelée stigmatisme et à laquelle est consacré ce chapitre.

### 1- Système optique

On appelle système optique tout dispositif qui change la direction des rayons lumineux qui lui parviennent exemple dioptrés, miroirs, lentilles. Les systèmes optiques sont utilisés pour faire des images.

### 2- Axe optique

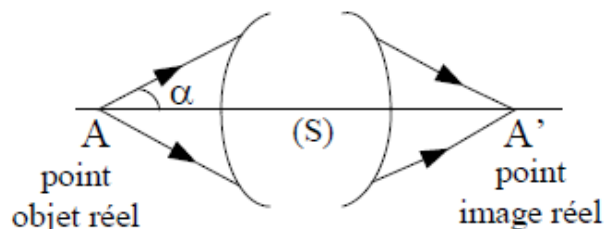
L'axe optique est la droite imaginaire qui joint les deux centres de courbures des faces. Par définition, un rayon lumineux qui passe par l'axe optique d'un verre, n'est pas dévié, donc au centre optique le prisme est toujours nul. On s'arrange généralement pour que les axes optiques des différents composants d'un système optique complexe coïncident. L'axe commun est appelé l'axe optique du système.

### 3- Objet

Le terme objet désigne en optique tout ce qui émet de la lumière, que ce soit par réflexion, comme la plupart des choses qui nous entourent, ou par production de lumière (soleil, bougie, écran de télévision). Les objets peuvent être décomposés en une multitude de sources ponctuelles.

#### *a-* Point objet réel et point image réel

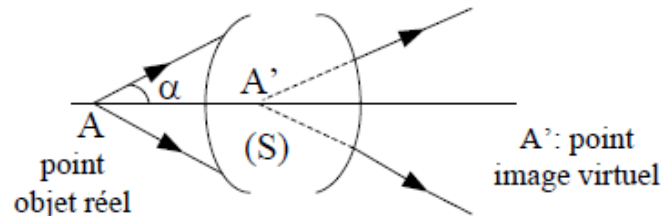
Tout point lumineux envoyant réellement de la lumière sur la face d'entrée du système constitue un point objet réel.



Si les rayons lumineux issus de A convergent réellement en A', après avoir traversé le système. A' peut être reçus sur un écran : on dit que A' est l'image réelle de A.

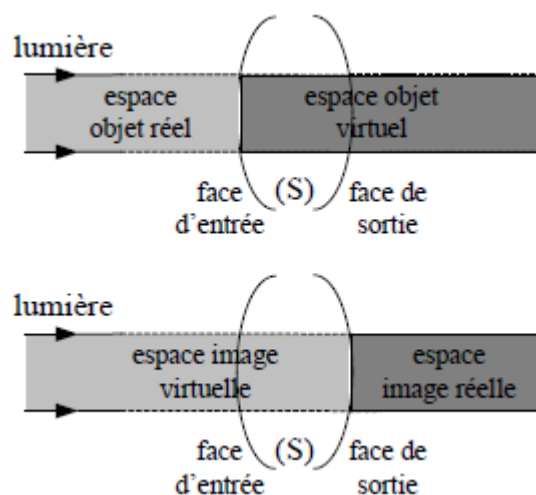
### b- Point objet réel et point image virtuel.

les rayons lumineux issus de A ne convergent pas réellement en A' mais virtuellement (en prolongeant les rayons émergents). L'image A' ne peut pas être reçue sur un écran, c'est une image virtuelle de A.



### c- Espace objet et espace image

La lumière se propage dans un système optique centré de la gauche vers la droite. Le système (S) divise l'espace en un espace objet réel situé en avant de la face d'entrée (dans le sens de propagation de la lumière) et un espace image réelle situé en arrière de sa face de sortie.



Un objet est dit réel s'il est situé dans l'espace objet réel ; il est virtuel s'il se trouve dans l'espace objet virtuel.

Une image est dite réelle si elle est située dans l'espace image réelle ; elle est virtuelle si elle se trouve dans l'espace image virtuelle.

## 4- Notions de stigmatismes

### a- Stigmatisme

Un système optique est stigmatique si, d'un objet ponctuel A, donne une image ponctuelle et une seul A'.

### a.1- Stigmatisme rigoureux

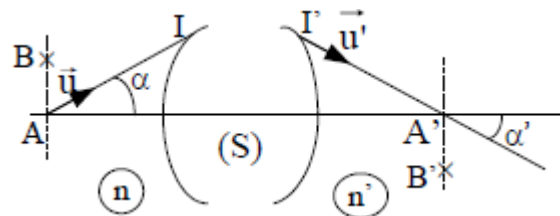
Un système est dit rigoureusement stigmatique pour le couple points A et A', si tout les rayons issus de A passent par A' après avoir traversé le système. Les points A et A' sont dits conjugués par rapport au système. A' est l'image du point objet A et inversement si le sens de propagation de la lumière est inversé. Le Stigmatisme rigoureux n'existe que pour les miroirs plans ; dans le cas des autres instruments, il faut se placer dans les conditions où le stigmatisme est approché.

### b.2- Stigmatisme approché

Si le système n'est pas rigoureusement stigmatique pour le couple de points A et A', l'image A' du point objet A n'est pas un point mais une tache de petite dimension.

### b- Aplanétisme

Un système est dit aplanétique si l'image d'un objet perpendiculaire à l'axe optique (l'axe de symétrie du système) est elle aussi perpendiculaire à ce dernier. Le système est dit aplanétique pour A et A' si, étant rigoureusement stigmatique pour A et A', il est aussi rigoureusement stigmatique par B et B'



### c- Approximation de Gauss

Un système optique centré doit être utilisé dans les conditions où il est stigmatique.

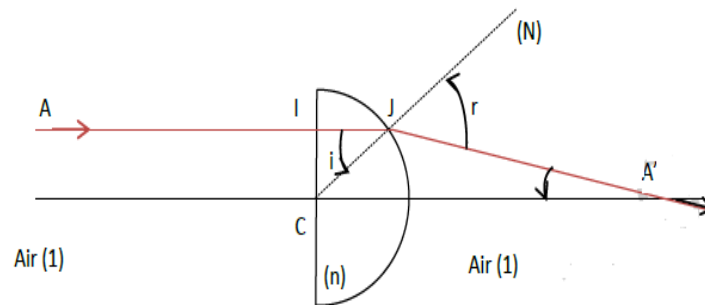
-Si l'on ne considère que des rayons faisant un petit angle avec l'axe c'est-à-dire des rayons para axiaux.

-Si les angles d'incidence des rayons sur les différents dioptrés du système sont faibles de sorte que l'on puisse écrire la loi de la réfraction sous la forme :  $n_1 i_1 \approx n_2 i_2$

Ces deux conditions sont appelées **conditions de Gauss**. Lorsqu'elles sont vérifiées, on dit que l'on se place dans les conditions de l'optique paraxiale.

### Exercice

Soit une demi-boule de verre d'indice  $n$ , de centre  $C$  et de rayon  $R$ , baignant dans l'air. Un rayon lumineux  $AI$  tombe perpendiculairement sur la face plane et sort, après avoir traversé le verre, par la face sphérique en  $J$  (figure ci-dessous).



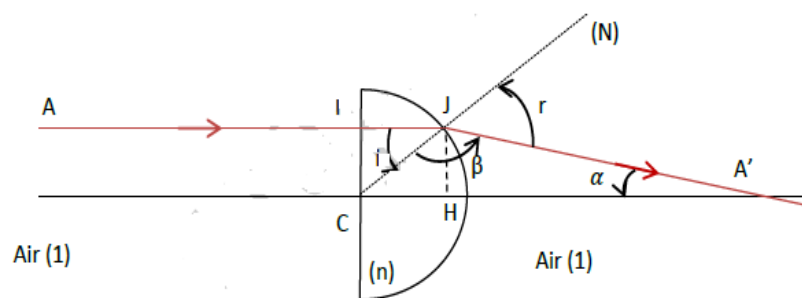
- 1- Calculer le chemin optique ( $AA'$ ) en fonction de  $AI$ ,  $R$ ,  $n$ ,  $i$  et  $r$ .
- 2- Y'a-t-il stigmatisme rigoureux ? Justifier votre réponse.
- 3- Calculer  $CA'$  en fonction de  $R$ ,  $i$  et  $r$ .

**a.** Montrer, en utilisant l'angle limite correspondant à la réflexion totale, que la position limite du point  $A'_l$  est :  $\overline{CA'_l} = \frac{R}{\cos l}$  avec  $l = \arcsin\left(\frac{1}{n}\right)$ .

**b.** Montrer que dans le cas de stigmatisme approché :  $\overline{CA'} \approx \frac{nR}{n-1}$

### Solution

- 1- Calcule du chemin optique ( $AA'$ ) :



On a :  $(\overline{AA'}) = 1 \cdot \overline{AI} + n \cdot \overline{IJ} + 1 \cdot \overline{JA'}$  or dans le triangle droit IJC :

$$\cos i = \frac{IJ}{JC} = \frac{IJ}{R}$$

$$IJ = R \cdot \cos i. \text{ On a } \beta + i + \alpha = \pi, (\pi - r) + i + \alpha = \pi, \alpha = r - i$$

$$\text{Donc } \cos(r-i) = \frac{\overline{HA'}}{\overline{JA'}} \Rightarrow \overline{JA'} = \frac{\overline{HA'}}{\cos(r-i)}$$

$$\text{On a } \tan(r-i) = \frac{\overline{JH}}{\overline{HA'}} \Rightarrow \overline{HA'} = \frac{\overline{JH}}{\tan(r-i)}$$

$$\text{Or } \sin i = \frac{\overline{JH}}{\overline{JC}} \Rightarrow \overline{JH} = R \cdot \sin i$$

Donc

$$\overline{JA'} = \frac{\overline{HA'}}{\cos(r-i)} = \frac{1}{\cos(r-i)} \cdot \frac{\overline{JH}}{\tan(r-i)} = \frac{1}{\cos(r-i)} \cdot \frac{\cos(r-i)}{\sin(r-i)} \cdot R \cdot \sin(i) \Rightarrow \overline{JA'} = \frac{R \cdot \sin(i)}{\sin(r-i)}$$

D'où le chemin optique (AA') est donc :  $(AA') = AI + n \cdot R \cdot \cos(i) + \frac{R \cdot \sin(i)}{\sin(r-i)}$

2- La position de A' dépend de l'angle i c'est-à-dire pour deux angles d'incidence différents on aura 2 images différentes. On ne peut pas réaliser le stigmatisme.

3- CA' en fonction de R, i et r.

$$\text{On a } \overline{CA'} = \overline{CH} + \overline{HA'} \quad \text{or } \overline{HA'} = \frac{\overline{JH}}{\tan(r-i)} = \frac{R \cdot \sin(i)}{\tan(r-i)}$$

$$\text{et } \overline{CH} = R \cdot \cos(i) \Rightarrow \overline{CA'} = R \cdot \cos(i) + \frac{R \cdot \sin(i)}{\tan(r-i)}$$

ou bien : on considère le triangle CA'I :

$$\frac{\overline{CI}}{\sin(\alpha)} = \frac{\overline{CA'}}{\sin(\pi - \alpha - \beta)} = \frac{\overline{CA}}{\sin(\pi - r)} \Rightarrow \frac{\overline{CI}}{\sin(\pi - r)} = \frac{\overline{CA'}}{\sin(\pi - r)} = \frac{\overline{CA}}{\sin(r)}$$

$$\Rightarrow \frac{R}{\sin(r) \cdot \cos(i) - \sin(i) \cdot \cos(r)} = \frac{\overline{CA'}}{\sin(r)}$$

$$\Rightarrow \overline{CA'} = \frac{R \cdot \sin(r)}{\sin(r) \cdot \cos(i) - \frac{\sin(r)}{n} \cos(r)} = \frac{nR}{n \cos(i) - \cos(r)}$$

Les deux expressions de  $\overline{CA'}$  sont valables et équivalents.

$$\mathbf{a-} \text{ pour } i \rightarrow l \Rightarrow \overline{CA'_l} = \frac{nR}{n \cdot \cos(l)} = \frac{R}{\cos(l)} \Rightarrow l = \arcsin\left(\frac{1}{n}\right)$$

$$\mathbf{b-} \text{ Pour } i \rightarrow 0 \Rightarrow \overline{CA'_0} = \frac{nR}{n-1}$$

Donc l'image est située au segment  $[A'_0, A'_2]$ .



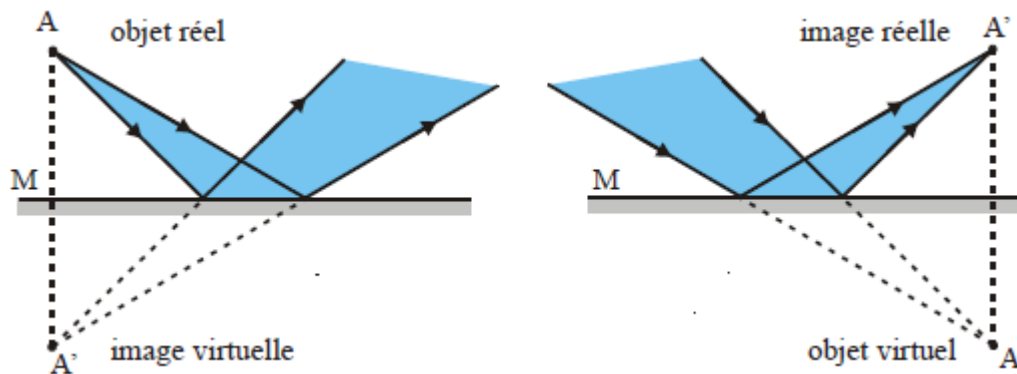
### Chapitre III : Système optiques à faces planes

#### I- Miroir plan

##### Définition

Un miroir plan est une surface plane réfléchissante. Il n'existe pas de rayon réfracté, par contre, le rayon réfléchi est le symétrique de rayon incident par rapport à la normale. Les angles d'incidence et de réflexion sont égaux et de signes opposés.

*Le miroir plan est le seul système réalisant le stigmatisme rigoureux pour tout point de l'espace.*



**Fig 1** : Miroir plan.

L'image  $A'$  d'un point objet  $A$  est le point symétrique de  $A$  par rapport au plan de miroir.

L'image  $A'$  est virtuelle si l'objet  $A$  est réel et inversement. Alors  $A$  et  $A'$  sont de natures différentes.

La réflexion sur un miroir plan est identique à une symétrie par rapport au plan du miroir pour tout rayon et tout objet.

Le rayon réfléchi tourne de  $2\alpha$  lorsque le miroir tourne d'un angle de  $\alpha$ .

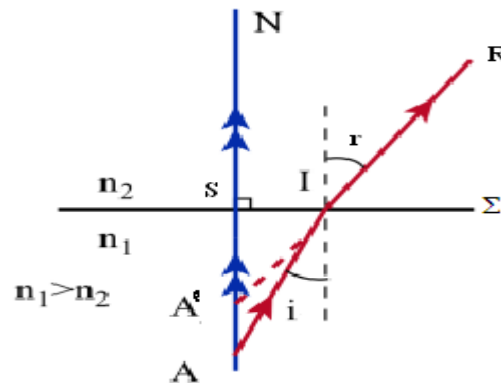
#### II- dioptrés plans

##### Définition

On appelle dioptré plan l'ensemble de deux milieux transparents, homogènes d'indices différents  $n_1$  et  $n_2$ , séparés par une surface plane.

Soit un point lumineux A,  $n_1$  et  $n_2$  les indices des réfractifs des deux milieux, AS la normale à  $\Sigma$ . Les rayons issus de A très voisins de AS donnent une image A' de A située sur AS puisque le rayon AS normal à  $\Sigma$  pénètre sans déviation dans le second milieu.

Considérons le rayon AI qui se réfracte suivant IR. Le prolongement de IR coupe AS en A' qui dépend du rayon AI considéré.



On prend comme sens positif, le sens de S vers I et de A vers S.

Dans le triangle AIS ; on a :  $\tan i = \frac{\overline{SI}}{\overline{AS}}$

Et dans le triangle A'IS, on a :  $\tan r = \frac{\overline{SI}}{\overline{A'S}}$

En divisant l'une par l'autre les deux relations précédentes, il vient :

$$\frac{\overline{A'S}}{\overline{AS}} = \frac{\tan i}{\tan r} = \frac{\sin i \cos r}{\sin r \cos i}$$

Tenant compte de la deuxième loi de Descartes :  $n_1 \sin i = n_2 \sin r$ , la position

de A' est déterminée par :  $\frac{\overline{A'S}}{\overline{AS}} = \frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}} = \frac{n_2 \cos r}{n_1 \cos i}$

On remarque que A' dépend de i donc du rayon AI considéré, de sorte qu'en général A ne donne pas d'image dans le dioptré.

Dans le cas d'un faisceau étroit de rayons lumineux, peu inclinés sur la normale (approximation de Gauss : i et r très petits), on écrira :  $\cos i \approx \cos r \approx 1$

Dans ce cas, il y a astigmatisme approché et donc :  $\frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}} = \frac{n_2}{n_1}$

Ce rapport est toujours positif, A et son image A' sont du même côté de la surface.

Si A est réel, A' est virtuel et vice-versa.

Si on pose  $\frac{n_1}{n_2} = n$  indice relatif du milieu 1 par rapport au milieu 2, on a :

$$\frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}} = \frac{1}{n}$$

En prenant S pour origine, le point A subit un déplacement apparent :

$$\overline{AA'} = \overline{AS} + \overline{SA'} = \frac{\overline{SA}}{n} - \overline{SA} = \overline{SA} \left( \frac{1}{n} - 1 \right) = \overline{SA} \frac{1-n}{n}$$

### Exercice

Un observateur regarde, depuis l'air, un poisson dans un aquarium. Soit A un élément ponctuel du poisson (figure ci-contre).

- 1- Faire une construction géométrique précisant la position de l'image A' de A à travers le dioptre plan eau-air d'indices respectifs  $n$  et 1.
2. En se plaçant dans les conditions de Gauss, déterminer la position, par rapport à H de l'image A' de A à travers le dioptre plan eau-air.
- 3- A quelle distance on voit le poisson s'il est réellement à 2 m en dessous de l'eau sachant que l'indice de l'eau est  $n = 1.33$  ?
- 4- Conclure : le poisson semble-t'il plus proche ou plus loin de la surface de l'eau ?

### Solution

- 1- Construction géométrique
2. D'après les lois de Snell Descartes, on a :

$$n \sin i_1 = \sin i_2 \quad \text{comme } i_1 \text{ et } i_2 \text{ sont petits on a :}$$

$$\sin i_1 = i_1 \text{ et } \sin i_2 = i_2$$

De même :  $\text{tgi}_1 = i_1 \cdot \text{et} \cdot \text{tgi}_2 = i_2$  on a donc :  $n \cdot i_1 = i_2$ .

Comme :  $\text{tgi}_1 = \frac{\overline{HI}}{\overline{AH}} \cdot \text{et} \cdot \text{tgi}_2 = \frac{\overline{HI}}{\overline{A'H}} \Rightarrow \frac{\text{tgi}_1}{\text{tgi}_2} = \frac{\overline{A'H}}{\overline{AH}} = \frac{i_1}{i_2}$ , soit d'après l'équation :

$$\frac{\overline{A'H}}{\overline{AH}} = \frac{\overline{HA'}}{\overline{HA}} = \frac{1}{n} \Rightarrow \overline{HA'} = \frac{\overline{HA}}{n}$$

3- Si  $\overline{HA} = -2 \text{ m}$ ,  $\Rightarrow \overline{HA'} = \frac{-2}{1.33} = -1.5 \text{ m}$

4- Le poisson semble plus proche de la surface de l'eau.

### III- lame à faces parallèles

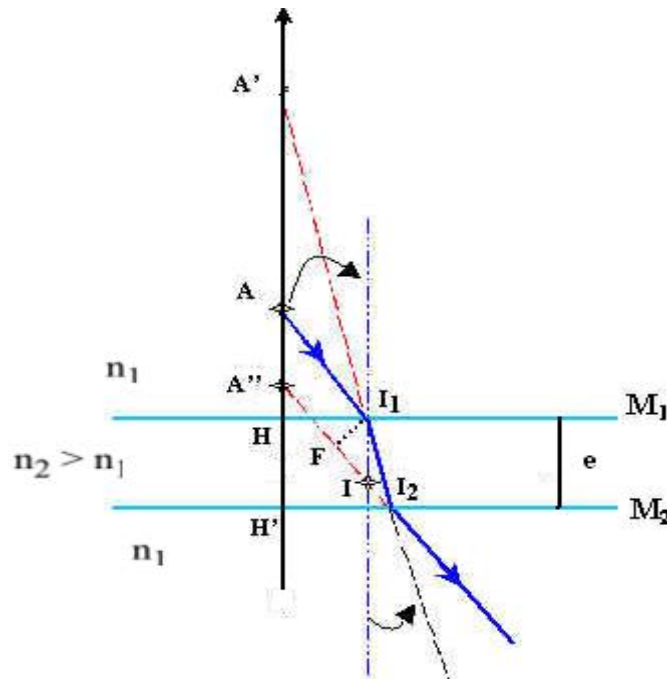
C'est l'ensemble de 3 milieux séparés par 2 dioptres plans parallèles  $M_1$  et  $M_2$  distants de  $e$ .

Dans le cas où les deux milieux sont identiques, le rayon émergent est parallèle au rayon incident d'indice  $n_1$  et le milieu intermédiaire d'indice  $n_2 > n_1$ .

La deuxième loi de Descartes appliquée aux différents milieux, s'écrit :

$$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin r \quad \text{et} \quad n_2 \sin r = n_1 \sin i_2$$

d'où:  $i_1 = i_2$ , le rayon émergent est parallèle au rayon incident. Comme dans le cas du dioptré plan, on prend comme sens positif, le sens de  $S_1$  vers  $I_1$  et de  $S_1$  vers  $S_2$ .



D'après le cas du dioptré plan, la position de  $A'$  image de  $A$ , par le dioptré  $M_1$ , est déterminée par la relation :

$$\frac{\overline{A'S_1}}{\overline{AS_1}} = \frac{n_2 \cos r}{n_1 \cos i_1} = \frac{n_2 \cos r}{n_1 \cos i_2}$$

Déterminants maintenant la position de  $A''$  image de  $A'$  par le dioptré  $M_2$  :

$$\text{Dans le triangle } A'S_2I_2, \text{ on a : } \tan r = \frac{\overline{S_2I_2}}{\overline{A'S_2}} \quad \text{et} \quad \tan i_2 = \frac{\overline{S_2I_2}}{\overline{A''S_2}} \quad \text{dans le triangle}$$

$A''S_2I_2$ .

En divisant l'une par l'autre les deux relations précédentes, il vient

$$\frac{\overline{A''S_2}}{\overline{A'S_2}} = \frac{\tan r}{\tan i_2} = \frac{\sin r \cos i_2}{\cos r \sin i_2}$$

Tenant compte de la deuxième loi de Descartes :  $n_1 \sin i_1 = n_2 \sin r$  et comme  $i_1 = i_2$

, la position de A'' est déterminée par : 
$$\frac{\overline{A''S_2}}{\overline{A'S_2}} = \frac{n_1 \cos i_2}{n_2 \cos r}$$

La lame à faces parallèles ne donne d'image d'un objet A que si chacun des deux dioptrés en donne une, c'est-à-dire pour des rayons peu inclinés sur la normale (approximation de Gauss :  $i_1, i_2$  et  $r$  très petits). Dans ce cas, il y a stigmatisme approché.

A' est l'image de A donnée par M<sub>1</sub> et 
$$\overline{A'S_1} = \frac{n_2}{n_1} \overline{AS_1}$$

A'' est l'image de A' donnée par M<sub>2</sub> et 
$$\overline{A''S_2} = \frac{n_1}{n_2} \overline{A'S_2}$$

On pose  $e = \overline{S_1S_2}$ , il vient :

$$\overline{A''S_2} = \frac{n_1}{n_2} \overline{A'S_2} = \frac{n_1}{n_2} [\overline{A'S_1} + \overline{S_1S_2}] = \frac{n_1}{n_2} [\overline{A'S_1} + e]$$

$$\begin{aligned} \text{On en déduit : } \overline{AA''} &= \overline{AS_1} + \overline{S_1S_2} + \overline{S_2A''} = \overline{AS_1} + e - \frac{n_1}{n_2} [\overline{A'S_1} + e] \\ &= \overline{AS_1} + e - \frac{n_1}{n_2} \left[ \frac{n_2}{n_1} \overline{AS_1} + e \right] \end{aligned}$$

$$\text{Et donc : } \overline{AA''} = e - \frac{n_1}{n_2} e = e \left[ \frac{n_2 - n_1}{n_2} \right]$$

Si l'objet A est réel, l'image A'' est virtuelle et toujours rapprochée de la lame.

Si le milieu 1 est l'air ( $n_1=1$ ) et le milieu 2 une lame de verre ( $n_2=n$ ), il vient :

$$\boxed{\overline{AA''} = e \left[ \frac{n-1}{n} \right] = e \left[ 1 - \frac{1}{n} \right]}$$

### Exercice

On considère une lame de verre à faces parallèles, d'indice  $n = 1.5$  et d'épaisseur  $e = 2 \text{ cm}$  placée dans un milieu d'indice de réfraction égale à 1.

1- Un rayon lumineux  $SI$  (venant de source  $S$ ) tombe sur la lame en un point  $I$  sous un angle d'incidence  $i = 45^\circ$ .

a- Calculer la valeur de l'angle de réfraction  $r$  à l'intérieur de la lame.

b- Déterminer l'expression du déplacement latéral  $\Delta$  que subit le rayon incident  $SI$  lors de la traversée de la lame. Calculer la valeur de  $\Delta$ .

2- On suppose que la lame vérifie les conditions d'approximation de Gauss. Soit  $A$  un point lumineux situé à  $4\text{ cm}$  de la première face de la lame.

a- Construire géométriquement l'image  $A'$  de  $A$  donnée par la lame. En déduire sa nature.

b- Déterminer  $\overline{AA'}$  dans les conditions de l'approximation de Gauss (faire la démonstration).

Calculer la valeur de  $\overline{AA'}$ .

### Solution

1- D'après la loi de Snell-Descartes  $1 \sin i = n \sin r \Rightarrow$

$$\sin r = \frac{\sin i}{n} \Rightarrow r = \arcsin\left(\frac{\sin i}{n}\right)$$

$$r = \arcsin\left(\frac{\sin 45^\circ}{1.5}\right) = 28,12$$

$$\text{On a } \cos(r) = \frac{e}{\Delta} \Rightarrow \Delta = \frac{e}{\cos r} = \frac{2}{\cos(28)} = 2,267$$

2- Construction géométrique de l'image  $A'$  de  $A$  donnée par la lame.

Nature de l'image : virtuelle

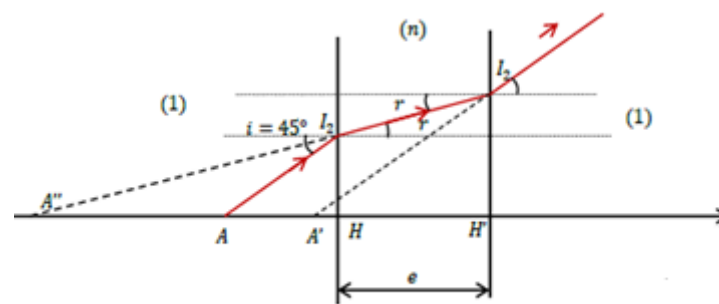


figure : 1

$$\text{La face } D1 \text{ donne l'image } A'' \quad (A \Rightarrow A'') \Rightarrow \frac{HA''}{n} = \frac{HA}{1}$$

$$\text{La face } D2 \text{ donne l'image } A' \quad (A' \Rightarrow A') \Rightarrow \frac{H'A'}{1} = \frac{H'A''}{n}$$

$$\overline{AA'} = \overline{AH} + \overline{HH'} + \overline{H'A'} = ? \quad \text{On a } \frac{\overline{AA'}}{n} = \frac{\overline{H'H}}{n} + \frac{\overline{H'A''}}{n} = \frac{\overline{H'H}}{n} + \overline{HA}$$

$$\Rightarrow \overline{AA'} = \overline{AH} + \overline{HH'} + \overline{H'A'} = \overline{AH} + \overline{HH'} + \overline{HA} + \frac{\overline{H'H}}{n} = \overline{HA} + \overline{AH} + \overline{HH'} + \frac{\overline{H'H}}{n}$$

$$\Rightarrow \overline{AA'} = \overline{HH'} = \left(1 - \frac{1}{n}\right) \cdot \overline{HH'}. \text{ or : } \overline{HH'} = e$$

$$\text{Alors : } \overline{AA'} = e \left(\frac{n-1}{n}\right)$$

$$A.N : \overline{AA'} = 2 \cdot \left(\frac{1,5-1}{1,5}\right) = -0,666 \text{ cm} . \text{ Le signe moins montre que l'image est}$$

virtuelle.

#### IV- Dispersion de la lumière par un prisme

##### Définition

Le prisme est un milieu réfringent, transparent, homogène et isotrope limité par deux dioptries plans qui se coupent suivant une droite appelée « arrête » du prisme.

On caractérise le prisme par l'angle A du dièdre formé par les deux plans et par son indice n de réfraction. En générale, le prisme est plongé dans l'air. Il est utilisé soit pour changer le sens ou la direction de propagation d'un rayon lumineux à la suite de réfractons ou de réflexions, soit pour analyser une lumière polychromatique grâce à ses propriétés dispersives.

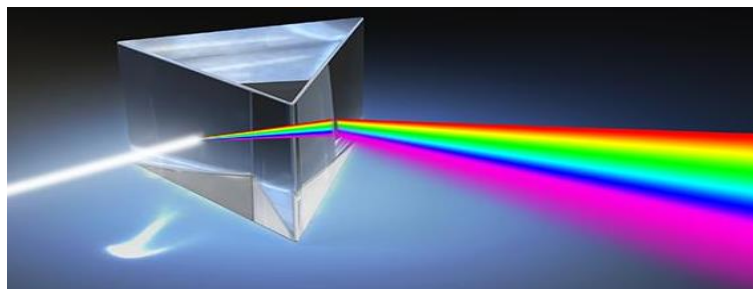


Fig 2 : Prisme plongé dans l'air

##### a- Déviation

Soit, dans une section principale, un rayon lumineux SI qui vient frapper le prisme. Il se réfracte en I sur la première face, est dévié vers la base, et vient frapper la seconde face en I'. Si l'angle  $r'$  est inférieur à l'angle limite  $\ell$ , le rayon sort du prisme en étant encore dévié vers la base. La loi de la réfraction en I et I' s'écrit :

$\sin i = n \sin r$  et

$$\sin i' = n \sin r'$$

$i$  et  $i'$  positive lorsque les rayons correspondants sont situés vers la base du prisme par rapport aux normales.

Les deux normales en  $I$  et  $I'$  qui se rencontrent en  $J$  font entre elles un angle  $(I'JN')$  égal à l'angle au sommet  $A$  (cotés respectivement perpendiculaires).

D'autre part, angle  $(IJI') = 180^\circ - (r+r')$  dans le triangle  $II'J$

et angle  $(IJI') = 180^\circ - \text{angle}(I'JN') = 180^\circ - A$ .

On écrira finalement :  $A = r + r'$

La déviation subie par le rayon incident  $SI$  lorsqu'il sort du prisme est :  $D = \text{angle}$

$$\left( \overline{SI}, \overline{I'R} \right)$$

On écrit  $D = \text{angle}(KII') + \text{angle}(II'K) = i - r + i' - r' = i + i' - (r + r') = i + i' - A$

On écrit finalement:

$$D = i + i' - A$$

Dans le cas où l'angle au sommet  $A$  est très petit et où les rayons incidents sont voisins de la normale à la face d'entrée ( $i$ ,  $r$ ,  $i'$  et  $r'$  très petits) les formules précédents se simplifient et on écrira :  $i \approx nr$  et  $i' \approx nr'$

D'où  $D = i + i' - A = nr + nr' - A = n(r + r') - A = (n - 1) A$ .

### **b- Conditions d'émergence**

Soit  $\ell$  l'angle de réfraction limite. Pour qu'il y ait émergence, il faut que  $r' \leq \ell$ . Mais  $r$  étant lui-même inférieur à  $\ell$ , il en résulte que  $A = r + r' \leq 2\ell$

Si  $A > 2\ell$ , tous les rayons pénétrants dans le prisme subiront la réflexion totale.

Si  $A = 2\ell$ , comme  $r'$  est au plus égal à  $\ell$ , il en résulte que le seul rayon émergent correspond à  $r = \ell$ , soit  $i = 90^\circ$ . Seul pourra sortir du prisme le rayon entré sous l'incidence rasante.

Supposons réalisée la condition  $A < 2\ell$ . Pour que le rayon correspondant puisse sortir du prisme, il faut que la condition  $r' \leq \ell$  soit satisfaite.

D'où  $r = A - r' \geq A - \ell$ , soit :  $\sin i = n \sin r \geq n \sin (A - \ell)$ .



L'incidence minimale  $i_0$  permettant l'émergence sera donc donnée par :

$\sin i_0 = n \sin (A - \ell)$ . La condition d'émergence pour un rayon quelconque est:

$$i \geq i_0$$

### c- Étude de la déviation

La déviation est fonction croissante de l'indice  $n$  du prisme. Comme l'indice d'un milieu transparent dépend de la couleur de la lumière et augmente lorsqu'on passe du rouge au violet (ceci constituant la dispersion), la déviation correspondant aux radiations violettes est supérieure à celle correspondant aux radiations rouges. Dans la pratique, on utilise le prisme principalement pour séparer les radiations de différentes couleurs.

La déviation est une fonction croissante de l'angle au sommet du prisme.

Lorsque l'incidence varie dans un sens donné la déviation décroît, passe par un minimum et croît ensuite.

Détermination de l'indice  $n$  d'une substance transparente :

Le calcul et l'expérience montrent qu'on obtient la déviation minimale  $D_m$  lorsque l'incidence  $i_m$  est égale à l'émergence  $i'_m$  correspondante. On écrira dans ce cas :

$$i_m = i'_m \text{ et par suite } r_m = r'_m$$

$$\text{D'où il résulte que : } \quad A = 2 r_m \text{ et } D = 2 i_m - A$$

La relation  $n = \frac{\sin i_m}{\sin r_m}$  devient :

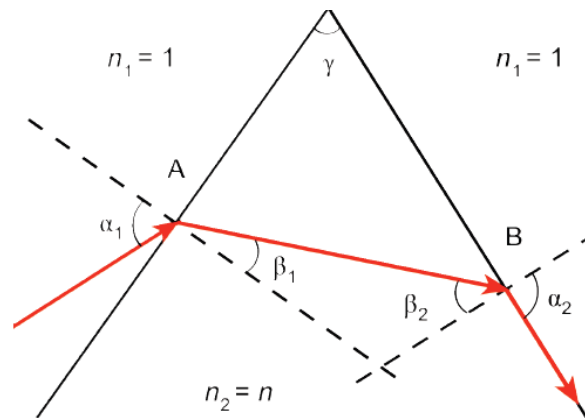
$$n = \frac{\sin \frac{A + D_m}{2}}{\sin \frac{A}{2}}$$

La relation ci-dessus est utilisée pour calculer l'indice d'une substance transparente connaissant l'angle au sommet  $A$  d'un prisme taillé dans cette matière et la déviation minimum  $D_m$  correspondante.

### d- Réflexion totale dans le prisme

Le rayon entrant qui sort du prisme doit avoir un angle d'incidence supérieur à une certaine valeur minimale. Afin de déterminer cet angle d'incidence minimale,

nous considérons un rayon lumineux qui sort du prisme en rasant la surface :  $\alpha_2 = 90^\circ$ .



#### e- Dérivation théorique de la déviation minimale.

La déviation  $\delta$  est donnée par:  $\delta = \alpha_1 + \alpha_2 - \gamma$

Afin de déterminer la plus petite déviation  $\delta_{\min}$ , nous devons exprimer  $\delta$  en fonction d'une variable individuelle et en annuler la dérivée. Nous essayons pour cette raison d'exprimer  $\delta$  en fonction de  $\beta_1$ .

Loi de réfraction à la face d'entrée:  $n_1 \sin \alpha_1 = n_2 \sin \beta_1$

Donc :  $\alpha_1 = \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1} \cdot \sin \beta_1\right)$

Loi de la réfraction à la face de sortie:  $n_2 \sin \beta_2 = n_1 \sin \alpha_2$

Donc :  $\alpha_2 = \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1} \cdot \sin \beta_2\right)$

Avec  $\gamma = \beta_1 + \beta_2$ , ceci donne:  $\alpha_2 = \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1} \cdot \sin(\gamma - \beta_1)\right)$

Donc pour la déviation  $\delta = \alpha_1 + \alpha_2 - \gamma$ :

$$\delta = \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1} \sin \beta_1\right) + \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1} \sin(\gamma - \beta_1)\right) - \gamma$$

La déviation est minimale si:  $\frac{d\delta}{d\beta_1} = 0$

$$\frac{\frac{n_2}{n_1} \cdot \cos(\beta_1)}{\sqrt{1 - \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 \cdot \sin^2(\beta_1)}} + \frac{\frac{n_2}{n_1} \cdot \cos(\gamma - \beta_1) \cdot (-1)}{\sqrt{1 - \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 \cdot \sin^2(\gamma - \beta_1)}} = 0$$

$$\frac{\cos(\beta_1)}{\sqrt{1 - \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 \cdot \sin^2(\beta_1)}} = \frac{\cos(\gamma - \beta_1)}{\sqrt{1 - \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 \cdot \sin^2(\gamma - \beta_1)}}$$

Ceci est valable uniquement si :  $\cos(\beta_1) = \cos(\gamma - \beta_1)$

et simultanément:  $\sin^2 \beta_1 = \sin^2(\gamma - \beta_1)$

Ces deux équations sont uniquement vraies simultanément si :  $\beta_1 = \gamma - \beta_1$

Il s'en suit que  $\delta$  est minimal si :  $\beta_1 = \frac{\gamma}{2}$

Par ailleurs, on a  $\gamma = \beta_1 + \beta_2$ ; donc, on doit avoir  $\beta_2 = \frac{\gamma}{2}$ .

Cela signifie que le trajet de la lumière est symétrique à travers le prisme.

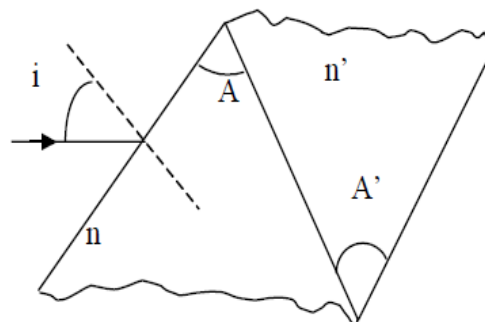
### Exercice

On accole deux prismes, de sommets A et A' et d'indices n et n' respectivement.

1. Tracer la marche d'un rayon lumineux incident à travers les deux prismes.
2. On considère un rayon incident correspondant au minimum de déviation pour le premier prisme (A, n) supposé seul, calculer la valeur de l'angle A' du second prisme pour que l'angle d'émergence final soit égal à  $45^\circ$ .

On donne :  $A = 60^\circ$  ;  $n = 2$  ;  $n' = 1,5$ .

3. On se place maintenant dans la situation où les deux prismes sont identiques ( $A=A' = 60^\circ$  ;  $n = n' = 2$ ). Déterminer la position du rayon émergent par rapport au rayon incident correspondant au minimum de déviation.

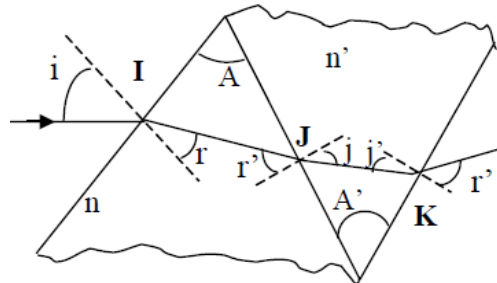


**Solution**

1. Les angles vérifient les relations suivantes :  $A = r + r'$  ;  $A' = j + j'$

Les relations de Descartes entre les angles en I, J et K sont données par :

$$\sin i = n \sin r ; \quad n \sin r' = n' \sin j ; \quad n' \sin j' = \sin r''$$



2. Soit  $i_m$  l'angle correspondant au minimum de déviation pour le premier prisme

supposé seul. Dans ce cas, on a  $i = i_m$  et  $r = r' = \frac{A}{2} = 30^\circ$

et par suite :  $\sin i_m = n \sin \frac{A}{2}$  . D'où  $i_m = 45^\circ$ .

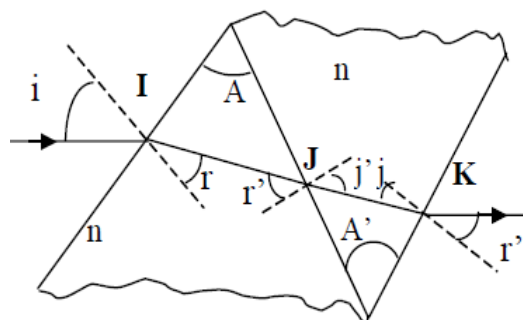
En J, on a :  $n \sin r' = n' \sin j$ . Donc  $j = 28,12^\circ$

En K, on a :  $\sin r'' = \sin 45^\circ = n' \sin j'$ . d'où  $j' = 28,12^\circ$ .

Sachant que  $A' = j + j'$ , on trouve alors :  $A' = 56,25^\circ$ .

3.  $A = A' = 60^\circ$  et  $n = n' = 2$ ,  $i = i_m = 45^\circ$  et  $r = r' = 30^\circ$ .

Sur la face commune aux deux prismes, le rayon ne subit aucune déviation du fait que  $n = n'$  et par suite  $r' = j$  et  $r'' = 45^\circ$ . Ce résultat est prévisible car les deux prismes associés sont équivalents à une lame à faces parallèles et dans ce cas, le rayon subit seulement un déplacement latéral sans déviation.



## Chapitre VI : Système Optiques à Faces Sphériques

### I. Miroirs

#### 1. Miroirs concave :

##### a. Définition

Soit un miroir ayant la forme d'une calotte sphérique, concave de sommet S, de bords BB' et de centre C. l'axe SC est l'axe principal du miroir et l'angle BCB' en est l'ouverture.

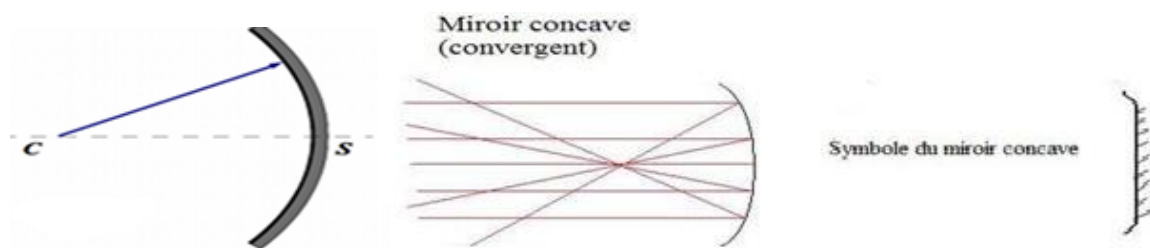


Fig 1: Miroir concave.

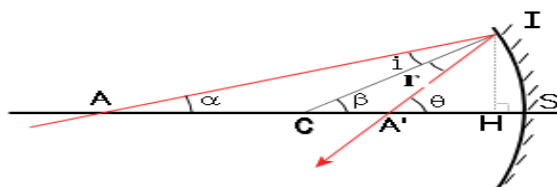
Si la surface intérieure du miroir est recouverte d'une matière réfléchissante (argent ou aluminium), ce dernier sera dit concave.

Dans le cas des miroirs, les foyers objet  $F$  et images  $F'$  sont confondus :  $\overline{SF} = \overline{SF'}$

##### b. Formules des miroirs

Soit un point lumineux A situé sur l'axe principal du miroir de centre C et de sommet S. Un rayon incident issu de A se réfléchit en I et rencontre l'axe en A' image de A. Soit H le pied de la perpendiculaire abaissée de I sur l'axe.

Nous allons montrer que A' dépend du rayon incident AI, c'est-à-dire que le miroir sphérique n'est pas stigmatique en général.



on prend comme sens positif, le sens de la lumière réfléchi et de H vers I, et comme origine le sommet S du miroir (on choisit habituellement le sens positif de façon que

$\overline{SA}$  et  $\overline{SA'}$  soient positifs lorsque les points A et A' sont en avant du miroir (objet ou image réels) et négatifs s'ils sont en arrière (objet ou image virtuels).

Dans ces conditions, le miroir concave a un rayon de courbure

$R = \overline{SC}$  positif. Il vient alors :

$$\text{Dans le triangle IHA}' : \quad \tan \theta = \frac{\overline{HI}}{\overline{HA}'},$$

$$\text{Dans le triangle IHC} : \quad \tan \beta = \frac{\overline{HI}}{\overline{HC}},$$

$$\text{Et dans le triangle IHA} : \quad \tan \alpha = \frac{\overline{HI}}{\overline{HA}}$$

Ainsi A' dépend du point H et par suite de I, et dans ce cas A ne donne pas d'image nette. Il y a une exception si A est au centre C ( $\alpha = \beta$ ). Dans ce cas A' est aussi au centre ( $\alpha = \beta = \theta$ ) et le stigmatisme est rigoureux.

On dit qu'il y a stigmatisme approché si le miroir est utilisé dans l'approximation de Gauss c'est-à-dire si les deux conditions suivantes sont réalisées :

- Le miroir est de faible ouverture,
- Les rayons lumineux sont peu inclinés sur l'axe.

Dans ce cas, on confondra alors S et H et on admettra que  $\overline{HC} = \overline{SC}$ .

De plus comme les angles  $\alpha$ ,  $\beta$  et  $\theta$  sont petits, on écrira :

$$\tan \alpha = \alpha = \frac{\overline{SI}}{\overline{SA}}, \quad \tan \beta = \beta = \frac{\overline{SI}}{\overline{SC}}, \quad \tan \theta = \theta = \frac{\overline{SI}}{\overline{SA}'}$$

Comme les triangles A'IC et CIA, on a : ( $\theta = \beta + r$  et  $\beta = i + \alpha$ )

Et comme de plus ( $r = i$  lois de la réflexion), il vient : ( $\theta = \beta + r = \beta + i$ )

En éliminant  $i$  entre les relations  $\theta = \beta + i$  et  $\beta = i + \alpha$ , on trouve : ( $\theta + \alpha = 2\beta$ ),

$$\text{comme donc } \theta + \alpha = 2\beta, \text{ on a : } \frac{\overline{SI}}{\overline{SA}} + \frac{\overline{SI}}{\overline{SA}'} = \frac{2\overline{SI}}{\overline{SC}}$$

En simplifiant par  $\overline{SI}$  de part et d'autre de l'égalité précédente, il vient finalement la formule de conjugaison du miroir sphérique  $M$  avec origine au sommet  $S$  :

$$\boxed{\frac{1}{\overline{SA}} + \frac{1}{\overline{SA}'} = \frac{2}{\overline{SC}}}$$

### c. Relation entre le rayon de courbure $R$ et la distance focale $\overline{SF'}$

Supposant le point A toujours placé sur l'axe, très éloigné du miroir (placé à l'infini). Dans ces conditions  $\frac{1}{\overline{SA}} = 0$  et d'après la relation ci-dessus, on a :

$$\frac{1}{\overline{SA'}} = \frac{2}{\overline{SC}}$$

L'image d'un point A situé à l'infini dans la direction de l'axe, est sur l'axe au foyer  $F'$  du miroir :

$$\frac{1}{\overline{SA'}} = \frac{1}{\overline{SF'}} .$$

Cette image est donc située à égale distance du centre et du

sommet :

$$\frac{1}{\overline{SA'}} = \frac{1}{\overline{SF'}} = \frac{2}{\overline{SC}}$$

D'où :  $\overline{SF'} = \frac{\overline{SC}}{2} = \frac{R}{2}$  Pour le miroir sphérique, le foyer image  $F'$  coïncide avec le foyer objet  $F$  et par conséquent les distances focales  $f$  et  $f'$  sont égaux ( $f = f'$ ).

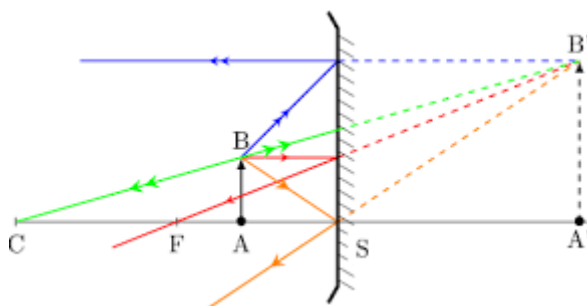
### d. Construction des images et Grandissement

Soit un petit objet AB perpendiculaire à l'axe. Pour construire son image, considérons trois rayons remarquables :

- Un rayon issu de B parallèle à l'axe principal du miroir est réfléchi en passant par le foyer principal objet  $F$ .
- Un rayon issu de B passant par le centre de courbure C est réfléchi sur lui-même.
- Un rayon issu de B qui passe par  $F$  est réfléchi parallèlement à l'axe principal.

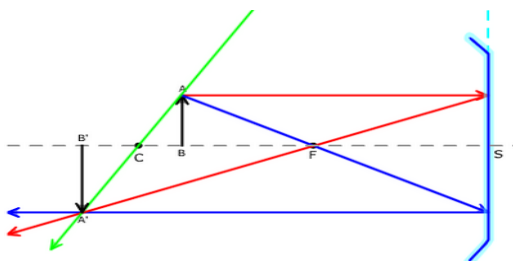
La connaissance de deux de ces rayons suffit à déterminer l'image  $A'B'$ .

**1<sup>er</sup> cas :** l'objet est situé entre le miroir et le foyer  $F$ .



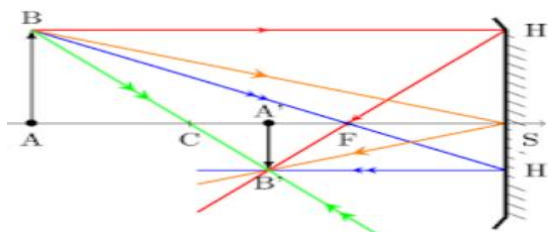
Les rayons réfléchis ne se rencontrent pas, mais semblent provenir du point B', image virtuelle de B. l'image A'B' est virtuelle, droite et agrandie (plus grande que l'objet).

**2<sup>ème</sup> cas :** l'objet est placé entre F et le centre de courbure C.



L'image A'B' est réelle, renversée et plus grande que l'objet.

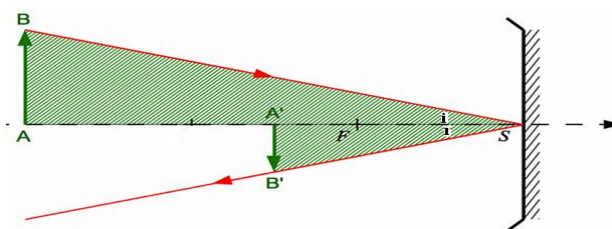
**3<sup>ème</sup> cas :** l'objet est situé entre C et l'infini.



L'image A'B' est réelle, renversée et plus petite que l'objet.

**e- Calcul du grandissement**

Considérons, le rayon BS issu de B passant par le sommet du miroir qui se réfléchit en SB'. Le sens positif est celui de la lumière réfléchie et celui de A vers B.



Dans le triangle ASB, on a :  $\tan i = \frac{\overline{AB}}{\overline{SA}}$  , Dans le triangle A'SB', on a :

$$\tan r = \frac{\overline{B'A'}}{\overline{SA'}} = -\frac{\overline{A'B'}}{\overline{SA'}}$$

Dans l'approximation de Gauss, i et r sont petits et donc  $\tan i = i$  et  $\tan r = r$

Comme  $i=r$  (premier loi de Descartes), il vient :  $\frac{\overline{AB}}{\overline{SA}} = -\frac{\overline{A'B'}}{\overline{SA'}}$



Le grandissement du miroir est donné par :

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = -\frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}}$$

Le grandissement est positif lorsque l'image et l'objet sont de même sens et négatif dans le cas contraire.

## 2. Miroirs convexe ou divergents:

**a. Définition** Si la surface extérieure du miroir, de centre C et de sommet S, est recouverte d'une matière réfléchissante, ce dernier sera dit convexe. Un miroir convexe fait diverger des rayons incidents parallèles.

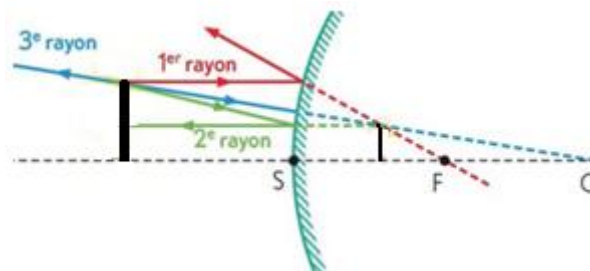
### b. Construction des images et Grandissement

Soit un petit objet AB perpendiculaire à l'axe. Pour construire son image, considérons deux rayons remarquables.

Un rayon issu de B parallèle à l'axe principal du miroir est réfléchi de telle sorte qu'il semble venir de F foyer du miroir.

Un rayon issu de B et perpendiculaire au miroir sera réfléchi dans la même direction que le rayon incident comme s'il venait du centre de courbure C.

Quelque soit la position de l'objet par rapport à un miroir convexe, l'image est toujours virtuelle, droite et plus petite que l'objet.



### Exercice

Un miroir sphérique de centre  $c$ , de sommet  $S$  et de rayon de courbure  $R=10\text{ m}$  est utilisé dans les conditions de l'approximation de Gauss. Le miroir est placé dans l'air pour lequel l'indice de réfraction  $n = 1$ .

1- Le miroir est il convexe ou bien concave? Justifier.

- 2- Donner la formule de conjugaison et le grandissement linéaire  $\gamma$  du miroir sphérique avec origine au sommet.
- 3- Déterminer les positions de foyers  $F$  et  $F'$  par rapport au sommet  $S$  et en déduire les distances focales  $f$  et  $f'$  du miroir. Calculer la vergence  $V$  du miroir. Le miroir est il convergent ou divergent ? Justifier.
- 4- Où faut il placer l'objet ponctuel  $A$  de telle façon que le grandissement linéaire soit  $\gamma = 1/5$ .
- 5- Déterminer la position de l'image  $A'$  par rapport au sommet  $S$ .
- 6- Un objet  $AB$  de hauteur  $5\text{ m}$  situé en  $A$  perpendiculaire à l'axe optique. Quelle est la taille, le sens et la nature de l'image  $A'B'$  ? Faire une construction géométrique en montrant les rayons principaux.  
Ce miroir est utilisé comme rétroviseur d'une voiture dans lequel l'automobiliste regarde un camion de hauteur  $h=2\text{ m}$  situé au point  $D$  sur l'axe optique à une distance  $SD = -100\text{ m}$ .
- 7- Déterminer la position de l'image  $D'$  du point  $D$  par rapport au sommet  $S$ .
- 8- Calculer le grandissement linéaire  $\gamma$  de l'image du camion.

### Solution

1. Le miroir est convexe parce que son rayon  $R = \overline{SC} = 10\text{ m}$  est positif.
2. La formule de conjugaison du miroir sphérique avec origine au sommet  $S$  s'écrit:

$$\frac{1}{\overline{SA}} + \frac{1}{\overline{SA'}} = \frac{2}{\overline{SC}}$$

Où :

- $\overline{SA}$  représente la distance algébrique entre le sommet  $S$  du miroir et le point objet  $A$  ;
- $\overline{SA'}$  représente la distance algébrique entre le sommet  $S$  du miroir et le point image  $A'$  ;
- $\overline{SC}$  représente le rayon du miroir.

Le grandissement linéaire du miroir sphérique avec origine au sommet  $S$  est donné par l'expression suivante :

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = -\frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}}$$

3. Le foyer objet  $F$  est le point objet pour lequel l'image se trouve à l'infini dans l'espace image. Alors, en utilisant la formule de conjugaison du miroir sphérique avec origine au sommet  $S$ , on peut écrire :

$$\frac{1}{\infty} + \frac{1}{\overline{SF}} = \frac{2}{\overline{SC}} \quad \text{ce qui donne,}$$

$$\overline{SF} = \frac{\overline{SC}}{2}$$

De même, le foyer image  $F'$  est l'image d'un objet qui se trouve à l'infini dans l'espace objet. Alors, en utilisant la formule de conjugaison du miroir sphérique avec origine au sommet  $S$ , on peut écrire :

$$\frac{1}{\overline{SF'}} + \frac{1}{\infty} = \frac{2}{\overline{SC}} \quad \text{ce qui donne,}$$

$$\overline{SF'} = \frac{\overline{SC}}{2}$$

On obtient  $\overline{SF} = \overline{SF'} = \frac{\overline{SC}}{2}$ , ce qui signifie que le foyer objet  $F$  et le foyer image  $F'$  d'un miroir sphérique coïncident avec le milieu du segment  $[SC]$ . Alors, les distances focales  $f$  et  $f'$ , qui sont égaux ( $f=f'$ ), sont données par :

$$f = f' = \overline{SF} = \frac{\overline{SC}}{2}$$

**A.N.**  $f = f' = 5m$

- On peut définir la vergence du miroir sphérique par :  $V = \frac{n'}{f'} = -\frac{n}{f}$

Où  $n'$  représente l'indice de réfraction que subit la lumière réfléchi sur le miroir et qui vaut

$n' = -n$  ( $n=1$  car le miroir est situé dans l'air).

**A.N.**  $V = -0.2\delta$

- le miroir est divergent parce que sa vergence est négative.

4. Les positions de l'objet  $A$  et de son image  $A'$  par rapport au sommet  $S$  du miroir sont liées au grandissement linéaire  $\gamma$  par :

$$\gamma = -\frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}} \quad \text{ce qui est équivalent à : } \overline{SA'} = -\gamma \overline{SA}$$

Cependant, en utilisant la formule de conjugaison du miroir sphérique avec origine au sommet  $S$ , on obtient :

$$-\frac{1}{\gamma \overline{SA}} + \frac{1}{\overline{SA}} = \frac{2}{\overline{SC}}$$

Alors :

$$\overline{SA} = \frac{\overline{SC}}{2} \left( 1 - \frac{1}{\gamma} \right)$$

**A.N.**  $\overline{SA} = -20m$

5. À partir de l'expression du grandissement linéaire du miroir sphérique avec origine au sommet, on peut écrire :  $\overline{SA'} = -\gamma \overline{SA}$

**A.N.**  $\overline{SA'} = 4m$ .

6. L'objet  $AB$  est situé en  $A$  perpendiculairement à l'axe optique, alors à partir de la définition de son grandissement linéaire (ou grandissement transversal)  $\gamma$ , on peut écrire :

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$$

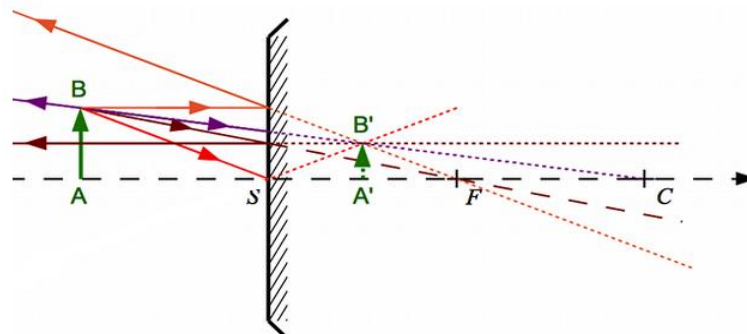
D'où :

$$\overline{A'B'} = \gamma \overline{AB}$$

**A.N.**  $\overline{A'B'} = 1m$

L'image  $A'B'$  a une taille de  $1m$  et elle est orienté dans le même sens que l'objet  $AB$ . De plus, elle est virtuelle car elle se trouve avant la face de sortie du miroir dans le sens de propagation de la lumière réfléchi.

6. Construction géométrique.



7. À partir de la formule de conjugaison du miroir sphérique avec origine au sommet  $S$ , on peut écrire :

$$\frac{1}{\overline{SD'}} = \frac{2}{\overline{SC}} - \frac{1}{\overline{SD}}$$

Alors :

$$\overline{SD'} = \left( \frac{2}{\overline{SC}} - \frac{1}{\overline{SD}} \right)^{-1}$$

**A.N.**  $\overline{SD'} = 4,76m$

8. En utilisant l'expression du grandissement linéaire du miroir sphérique avec origine au sommet, on peut écrire :

$$\gamma = -\frac{\overline{SD'}}{\overline{SD}}$$

**A.N.**  $\gamma = 4,76 \times 10^{-2}$

**NB :** Le miroir sphérique convexe donne des images réduites non-renversées pour les objets situés dans l'espace objet. De plus, plus l'objet est loin du miroir plus son image est petite. C'est pourquoi on utilise ce type de miroirs comme rétroviseurs des voitures.

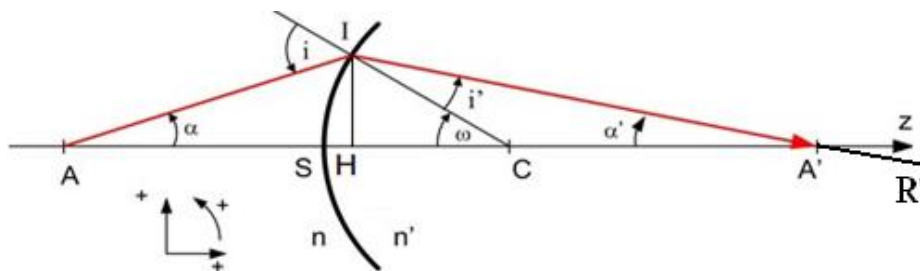
## II. Dioptré Sphérique

### 1. Équation aux points conjugués

On appelle dioptré sphérique une surface sphérique  $\Sigma$  séparant deux milieux transparents et homogènes d'indices différents. L'axe du dioptré est la droite SC qui joint le centre C du dioptré au sommet S de la calotte sphérique.

Soit un dioptré sphérique de rayon R,  $n$  et  $n'$  étant les indices absolus de chacun des milieux, supposons  $n' > n$  et soit un faisceau de rayon lumineux, issu d'un point A de l'axe du dioptré, qui vient frapper celui-ci en I.

L'image de A doit se trouver sur l'axe du dioptré car le rayon normal ASC pénètre sans déviation dans le second milieu. Elle est donc en A' à l'intersection de IR' et de l'axe.



On choisit comme sens positif, le sens de propagation de la lumière et de H ( pied de la perpendiculaire abaissé de I sur l'axe) vers I, et comme origine le sommet S du dioptre.

Dans le triangle HIA' :  $\tan \alpha' = \frac{\overline{HI}}{\overline{HA'}}$ , dans le triangle IHC :  $\tan \omega = \frac{\overline{HI}}{\overline{HC}}$

et dans le triangle IHA :  $\tan \alpha = \frac{\overline{HI}}{\overline{AH}}$

la position de A' dépend du point H et par suite de I, et dans ce cas Ane donne pas d'image nette de sorte que le dioptre sphérique n'est pas stigmatique en général.

On se place dans le cas où l'approximation de Gauss est vérifiée (rayons lumineux très voisins de l'axe et peu inclinés sur lui). Dans ce cas, on confondra S et H et on admettra que  $\overline{HC} = \overline{SC}$ .

Les angles  $\omega$ ,  $\alpha$  et  $\alpha'$  sont petits et on écrit :  $\tan \omega = \omega$ ,  $\tan \alpha = \alpha$  et  $\tan \alpha' = \alpha'$

Les angles  $i$  et  $i'$  étant très petits, on écrira, à partir de,  $n \sin i = n' \sin i'$  ;  $n i = n' i'$

On a aussi :  $\omega = \alpha' + i' = -\alpha + i$ , il en résulte que :  $(n' - n) \omega = n \alpha + n' \alpha'$

D'où : 
$$(n' - n) \frac{\overline{HI}}{\overline{SC}} = n \frac{\overline{HI}}{\overline{AS}} + n' \frac{\overline{HI}}{\overline{SA'}}$$

En simplifiant, à droite et à gauche de cette égalité, par  $\overline{HI}$ , il vient finalement la Relation de conjugaison avec origine au sommet.

$$\frac{n'}{\overline{SA'}} - \frac{n}{\overline{SA}} = \frac{n' - n}{\overline{SC}}$$

### Remarque

Si  $C \longrightarrow \infty$ , on retrouve la formule de conjugaison du dioptre plan :  $\frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}} = \frac{n'}{n}$

## 2. Foyers du dioptre sphérique

### a. Foyer Objet

Supposons le point A' toujours placé sur l'axe ou très voisin de lui, mais très éloigné du dioptre (placé à l'infini).

Dans ces conditions  $\frac{n'}{\overline{SA'}} = 0$  et d'après la relation du dioptre sphérique, on a :

$$\frac{n}{\overline{SA}} = \frac{n - n'}{\overline{SC}}$$

Dans ce cas, le point A est sur l'axe en un point F dit foyer objet du dioptre :

$$\frac{n}{SF} = \frac{n - n'}{SC}, \text{ d'où : } \quad \overline{SF} = \frac{n}{n' - n} \overline{SC}$$

Si  $n' > n$ ,  $\overline{SF}$  est négatif et le foyer objet  $F$  est réel, il est situé à gauche de S. le dioptré est convergent.

### b. Foyer Image

Supposons le point A toujours placé sur l'axe ou très voisin de lui, mais très éloigné du dioptré (placé à l'infini).

Dans ces conditions,  $\frac{n}{SA} = 0$  et d'après la relation du dioptré sphérique, on a :

$$-\frac{n'}{SA'} = \frac{n - n'}{SC}$$

L'image d'un point A situé à l'infini dans la direction de l'axe, est sur l'axe en un point  $F'$  dit foyer image du dioptré :

$$-\frac{n'}{SF'} = \frac{n - n'}{SC}, \text{ d'où : } \quad \overline{SF'} = \frac{n'}{n' - n} \overline{SC}$$

Si  $n' > n$ ,  $\overline{SF'}$  est positif et le foyer image  $F'$  est réel, il est situé à droite de S. il aussi situé à droite de C car  $\overline{SF'} > \overline{SC}$ . Le dioptré est convergent.

### Remarque

On déduit des expressions de  $\overline{SF}$  et  $\overline{SF'}$ , l'équation suivante :  $\overline{SF} + \overline{SF'} = \overline{SC}$ .

Si  $\overline{SF'} < 0$  ( $\overline{SF} > 0$ ), le dioptré est divergent.

- Un dioptré est convergent si son centre se trouve dans le milieu d'indice le plus élevé (plus réfringent). La convergence  $\zeta$  est donnée par :

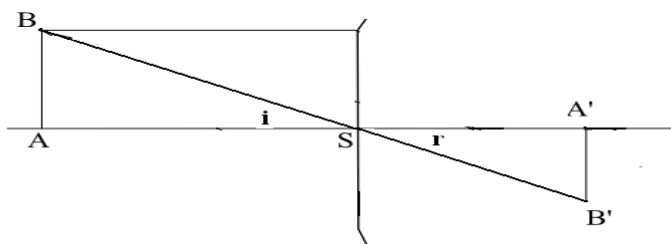
$$\zeta = \frac{n'}{SF'} = -\frac{n}{SF}$$

- La vergence objet d'un dioptré sphérique est la quantité :

$$V = \frac{n}{SA}$$

### 3. Construction des images et grandissement

On considère un objet lumineux constitué par un segment AB perpendiculaire à l'axe du dioptre sphérique. Dans les approximations de Gauss, la relation obtenue pour un point de l'axe reste valable pour les points qui se trouvent à son voisinage. Au point objet B voisin de A, correspondra une image B' également voisin de A', tel que A'B' soit perpendiculaire à l'axe.



Dans le triangle ASB, On a  $\tan i = \frac{\overline{AB}}{\overline{AS}}$  et dans le triangle A'SB',

$$\tan r = \frac{\overline{B'A'}}{\overline{SA'}} = -\frac{\overline{A'B'}}{\overline{SA'}}$$

On se place dans le cas où l'approximation de Gauss est vérifiée. Les angles i et r sont petits, on écrira :  $\tan i = i$  et  $\tan r = r$  et, à partir de la loi de Snell-Descartes on a :  $n i = n' r$ .

Il vient donc :

$$n \frac{\overline{AB}}{\overline{AS}} = -n' \frac{\overline{A'B'}}{\overline{SA'}}. \text{ Le grandissement du dioptre est donné par}$$

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{n}{n'} \frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}}$$

### 4- Relation de conjugaison et grandissement avec origine au centre :

La relation de conjugaison avec origine au sommet s'écrit :  $\frac{n'}{\overline{SA'}} - \frac{n}{\overline{SA}} = \frac{n' - n}{\overline{SC}}$

$$\overline{SA} = \overline{SC} + \overline{CA} ; \overline{SA'} = \overline{SC} + \overline{CA'}$$

$$\frac{n}{\overline{SA}} - \frac{n'}{\overline{SA'}} = \frac{n - n'}{\overline{SC}} \Rightarrow \frac{n\overline{SA'} - n'\overline{SA}}{\overline{SA} \cdot \overline{SA'}} = \frac{n - n'}{\overline{SC}}$$

$$\Rightarrow \frac{n(\overline{SC} + \overline{CA'}) - n'(\overline{SC} + \overline{CA})}{(\overline{SC} + \overline{CA})(\overline{SC} + \overline{CA'})} = \frac{n - n'}{\overline{SC}}$$



$$\begin{aligned} \Rightarrow \frac{(n-n')\overline{SC} + n\overline{CA'} - n'\overline{CA}}{(\overline{SC} + \overline{CA})(\overline{SC} + \overline{CA}')} &= \frac{n-n'}{\overline{SC}} \\ \Rightarrow (n-n')\overline{SC}^2 + n\overline{CA'}\overline{SC} - n'\overline{CA}\overline{SC} &= \\ (n-n')\overline{SC}^2 + (n-n')\overline{CA}\overline{SC} + (n-n')\overline{CA'}\overline{SC} + (n-n')\overline{CA}\overline{CA'} &= \\ \Rightarrow 0 = n\overline{CA}\overline{SC} - n'\overline{CA'}\overline{SC} + (n-n')\overline{CA}\overline{CA'} &= \\ \Rightarrow (n\overline{CA} - n'\overline{CA}')\overline{SC} = -(n-n')\overline{CA}\overline{CA'} &= \end{aligned}$$

$$\frac{n}{\overline{CA'}} - \frac{n'}{\overline{CA}} = -\frac{(n-n')}{\overline{SC}} = \frac{n-n'}{\overline{CS}}$$

C'est la formule de conjugaison avec origine au centre.

Soient A et A' sont deux points conjugués de l'axe principal et soit AB un petit objet perpendiculaire à l'axe. On trace le rayon BC qui, passant par le centre C, n'est pas dévié.

Le théorème de Thalès donne la formule de grandissement avec origine au centre:

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{CA'}}{\overline{CA}}$$

### Exercice:

Un dioptré sphérique de centre C, de sommet S et de rayon de courbure  $R = \overline{SC} = -2\text{cm}$  sépare deux milieux d'indices de réfraction  $n = 1,5$  et  $n' = 1$ . Ce dioptré est utilisé dans les conditions de l'approximation de Gauss.

1. Le dioptré est-il convexe ou bien concave ? Justifier.
2. Donner la formule de conjugaison du dioptré sphérique avec origine au sommet.
3. Donner la formule de conjugaison du dioptré sphérique avec origine au centre.
4. Déterminer les positions de foyers F et F' par rapport au sommet S.
5. Calculer la vergence V du dioptré.
6. Le dioptré est-il convergent ou bien divergent ? Justifier.
7. Déterminer la position de l'image A' d'un objet ponctuel A situé sur l'axe optique à une distance  $\overline{SA} = 4,5R$ .

8. Calculer le grandissement linéaire  $\gamma$  du dioptr.
9. Un objet  $AB$  de hauteur  $\overline{AB} = 1 \text{ cm}$  situé en  $A$  perpendiculairement à l'axe optique. Quelle est la taille, le sens et la nature de l'image  $A'B'$  ?
10. Placer l'objet  $AB$  et son image  $A'B'$  sur la figure en montrant les rayons principaux qui permettent de faire la construction géométrique de l'image.

### Solution

1. Un dioptr est dit convexe si son rayon  $R = \overline{SC}$  est positif et il est dit concave si son rayon est négatif. Cependant, le dioptr en question est concave parce que son rayon  $R = \overline{SC} = -2 \text{ cm}$  est négatif.
2. La formule de conjugaison du dioptr sphérique avec origine au sommet  $S$  s'écrit :

$$\frac{n'}{\overline{SA'}} - \frac{n}{\overline{SA}} = \frac{n' - n}{\overline{SC}}$$

Où

- $\overline{SA}$  représente la distance algébrique entre le sommet  $S$  du dioptr et l'objet  $A$  ;
- $\overline{SA'}$  représente la distance algébrique entre le sommet  $S$  du dioptr et l'image  $A'$  ;
- $\overline{SC}$  représente le rayon du dioptr.

3. La formule de conjugaison du dioptr sphérique avec origine au centre  $C$  s'écrit :

$$\frac{n}{\overline{CA'}} - \frac{n'}{\overline{CA}} = -\frac{(n' - n)}{\overline{SC}} = \frac{n - n'}{\overline{CS}}$$

Où

- $\overline{CA}$  représente la distance algébrique entre le centre  $C$  du dioptr et l'objet  $A$  ;
- $\overline{CA'}$  représente la distance algébrique entre le centre  $C$  du dioptr et l'image  $A'$  ;
- $\overline{CS}$  représente l'opposé du rayon du dioptr.

4. Le foyer objet  $F$  est le point objet pour lequel l'image se trouve à l'infini dans l'espace image. Alors, en utilisant la formule de conjugaison du dioptre sphérique avec origine au sommet  $S$ , on peut écrire :

$$\frac{n'}{\infty} - \frac{n}{\overline{SF}} = \frac{n' - n}{\overline{SC}} \quad \text{soit :}$$

$$\overline{SF} = \frac{n}{n - n'} \overline{SC}$$

De même, le foyer image  $F'$  est l'image d'un objet qui se trouve à l'infini dans l'espace objet. Alors, en utilisant la formule de conjugaison du dioptre sphérique avec origine au sommet  $S$ , on peut écrire :

$$\frac{n'}{\overline{SF'}} - \frac{n}{\infty} = \frac{n' - n}{\overline{SC}} \quad \text{soit,}$$

$$\overline{SF'} = \frac{n'}{n' - n} \overline{SC}$$

**A.N.**  $\overline{SF} = -6\text{cm}$  et  $\overline{SF'} = 4\text{cm}$ .

5. La vergence du dioptre sphérique est définie par :

$$V = \frac{n'}{f'} = -\frac{n}{f}$$

Où  $f = \overline{SF}$  est la distance focale objet et  $f' = \overline{SF'}$  est la distance focale image.

**A.N. :**  $V = 25\delta$ .

6. le dioptre est convergent parce que sa vergence  $V$  est positive.

7. À partir de la formule de conjugaison du dioptre sphérique avec origine au sommet  $S$ , on peut écrire :

$$\frac{n'}{\overline{SA'}} = \frac{n' - n}{\overline{SC}} + \frac{n}{\overline{SA}} \quad \text{d'où} \quad \overline{SA'} = n' \left( \frac{n' - n}{\overline{SC}} + \frac{n}{\overline{SA}} \right)^{-1}$$

**A.N. :**  $\overline{SA'} = 12\text{cm}$

8. Le grandissement linéaire  $\gamma$  du dioptre sphérique avec origine au sommet  $S$  est donné par l'expression suivante :

$$\gamma = \frac{n}{n'} \frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}}$$

**A.N. :**  $\gamma = -2$ .

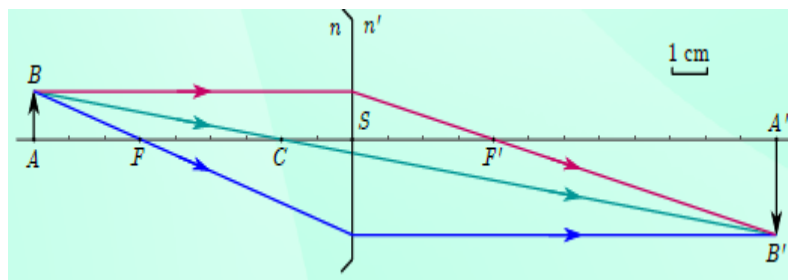
9. D'après la définition du grandissement linéaire, on peut écrire :

$$\overline{A'B'} = \gamma \overline{AB}$$

**A.N. :**  $\overline{A'B'} = -2cm$

L'image  $A'B'$  a une taille de 2 cm et elle est orienté dans le sens opposé de celui de l'objet  $AB$ . De plus, elle est réelle car elle se trouve après la face de sortie du dioptre.

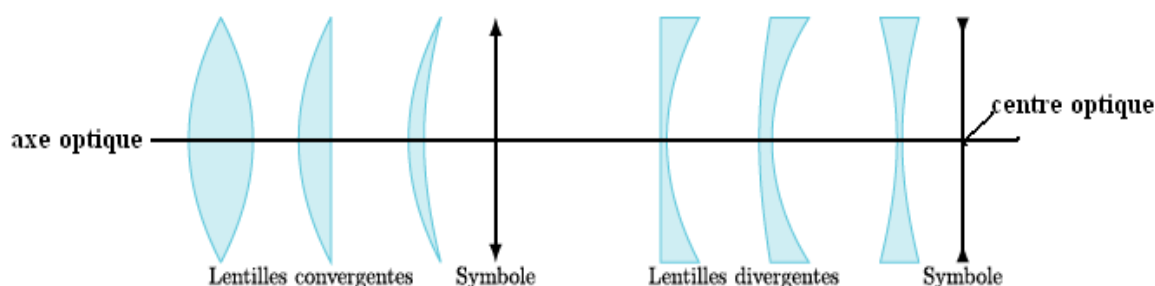
10. Construction géométrique (figure ci-dessous).



## Chapitre V : les lentilles

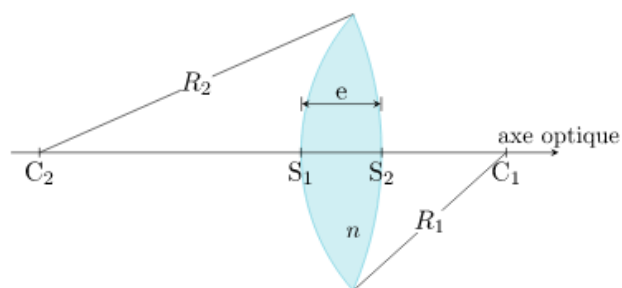
### 1. Définition :

Une lentille est un système centré formé de deux dioptries dont l'un au moins est un dioptre sphérique. Toutes les lentilles possèdent un axe de symétrie appelé axe optique passant par le centre de la lentille. On définira les rayons de courbure de chacun des dioptries par leurs mesures algébriques:



**Fig 1:** Les différentes formes de lentilles minces.

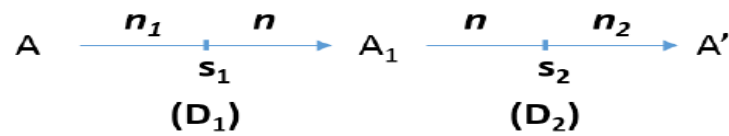
Une lentille mince est formée par l'association de deux dioptries sphériques de grand rayon de courbure par rapport à l'épaisseur de la lentille. Plus précisément, si l'on note  $R_1$ ,  $R_2$  les rayons de courbure,  $C_1$ ,  $C_2$  les centres de courbure et  $e$  l'épaisseur de la lentille, on a  $e \ll R_1$ ,  $e \ll R_2$  et  $e \ll C_1 C_2$ .



Dans l'approximation des lentilles minces, les sommets  $S_1$  et  $S_2$  sont considérés confondus en un point  $O$  appelé *centre optique*. On considèrera que les lentilles sont plongées dans l'air d'indice  $n' \approx 1$ . On distingue deux types de lentilles :

- les lentilles à bords minces qui sont convergentes,
- les lentilles à bords épais qui sont divergentes.

## 2- Formule de Conjugaison



**Dioptre 1**

$$\frac{n}{S_1 A_1} - \frac{n_1}{S_1 A} = \frac{n - n_1}{S_1 C_1} = V_1$$

$$\gamma_1 = \frac{n_1}{n} \frac{\overline{S_1 A_1}}{\overline{S_1 A}}$$

**Dioptre 2**

$$\frac{n_2}{S_2 A'} - \frac{n}{S_2 A_1} = \frac{n_2 - n}{S_2 C_2} = V_2$$

$$\gamma_2 = \frac{n}{n_2} \frac{\overline{S_2 A'}}{\overline{S_2 A_1}}$$

**a- Lentille épaisse**

En sommant les deux équations et, on trouve :

$$\frac{n}{S_1 A_1} - \frac{n_1}{S_1 A} + \frac{n_2}{S_2 A'} - \frac{n}{S_2 A_1} = \frac{n - n_1}{S_1 C_1} + \frac{n_2 - n}{S_2 C_2} = V_1 + V_2$$

$$\gamma = \gamma_1 \times \gamma_2 = \frac{n_1}{n} \frac{\overline{S_1 A_1}}{\overline{S_1 A}} \times \frac{n}{n_2} \frac{\overline{S_2 A'}}{\overline{S_2 A_1}}$$

**b- Lentille mince :  $S_1 \equiv S_2 \equiv S$**

$$\frac{n_2}{S A'} - \frac{n_1}{S A} = \frac{n - n_1}{S C_1} + \frac{n_2 - n}{S C_2} = V$$

$$\gamma = \frac{n_1}{n_2} \frac{\overline{S A'}}{\overline{S A}}$$

**c- Lentille mince d'indice  $n$  : Dans deux milieux  $n_1$  et  $n_2$**

Cas où  $n_1 = n_2$  (même milieu) :

$$\begin{aligned} \frac{n_1}{SA'} - \frac{n_1}{SA} &= \frac{n-n_1}{SC_1} + \frac{n_1-n}{SC_2} = V \\ &= (n-n_1) \left[ \frac{1}{SC_1} - \frac{1}{SC_2} \right] \\ \gamma &= \frac{\overline{SA'}}{SA} \end{aligned}$$

d- Lentille mince d'indice  $n$  dans l'air : ( $n_1 = 1$ )

$$\begin{aligned} \frac{1}{SA'} - \frac{1}{SA} &= (n-1) \left[ \frac{1}{SC_1} - \frac{1}{SC_2} \right] = V \\ \gamma &= \frac{\overline{SA'}}{SA} \end{aligned}$$

e- Centre optique d'une lentille mince

Le centre optique d'une lentille mince est le point où l'axe principal traverse la lentille. On le note toujours O. tout rayon qui frappe la lentille à son centre optique la traverse sans déviation.

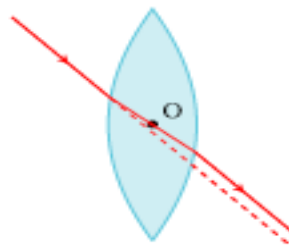


Fig 2 : Centre optique d'une lentille.

### 3- Foyers et distance Focales

#### a. Foyer image

Par définition, l'image d'un point rejeté à l'infini sur l'axe est le foyer image  $F'$ . Pour une lentille convergente, le foyer image est réel. Pour une lentille divergente, le foyer image est virtuel. On définit la distance focale image par  $f' = \overline{OF'}$

Le plan perpendiculaire à l'axe principal en  $F'$  porte le nom de plan focal image.

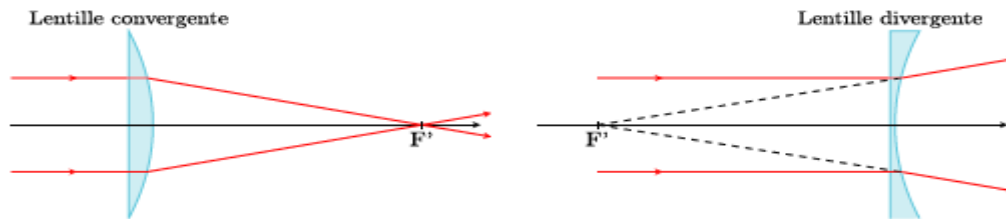


Fig 3 : Foyers images.

Adoptons un sens positif sur l'axe principal ; nous choisirons toujours le sens de propagation de la lumière. On caractérise la position de  $F'$  ou du plan focal image par la mesure algébrique du segment  $OF'$  à laquelle on donne le nom de distance focale image.

### b. Foyer objet.

Par définition, un objet lumineux placé au foyer objet  $F$  aura pour image un point à l'infini sur l'axe. Pour une lentille convergente, le foyer objet est réel. Pour une lentille divergente, le foyer objet est virtuel. De façon analogue, on définit la distance focale objet par  $f = \overline{OF}$ .

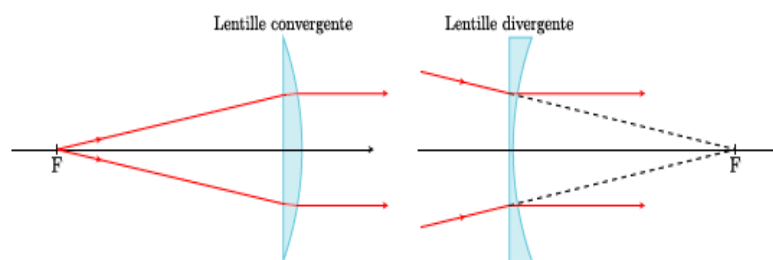


Fig 4 : Foyers objets

Dans le cas des lentilles minces, si les milieux extrêmes sont identiques, on a

$$f = \overline{OF} = -\overline{OF'} = -f'$$

Dans ce cas, le centre optique  $O$  est un centre de symétrie de la lentille.

Même dans le cas des lentilles asymétriques, cette relation reste valide.

- Pour une lentille convergente,  $f' > 0$ .
- Pour une lentille divergente,  $f' < 0$ .

On définit la vergence  $V$  par

$$V \equiv \frac{1}{f'}$$



Il s'agit donc d'une quantité algébrique qui a la dimension de l'inverse d'une longueur.  $V$  s'exprime en dioptrie ( $\delta$ ) ou  $m^{-1}$ . Plus  $V$  est grand, plus la lentille est convergente.

#### 4- Formation des images

##### a. Construction des rayons lumineux

Nous nous servons de la construction la plus classique de l'image d'un objet  $AB$  situé au delà du foyer de la lentille convergente ( $|\overline{OA}| > |\overline{OF}|$ ). Mais on notera que ceci est valable quelle que soit la position de l'objet et quelle que soit la nature de la lentille.

Pour effectuer cette construction, on peut tracer trois rayons dont les directions de propagation sont connues :

- Le rayon qui passe par le centre optique de la lentille n'est pas dévié ;
- Le rayon qui arrive parallèlement à l'axe optique sur la lentille émerge en passant par  $F'$  ;
- Le rayon qui passe par  $F$  avant d'intercepter la lentille émerge parallèlement à l'axe optique.

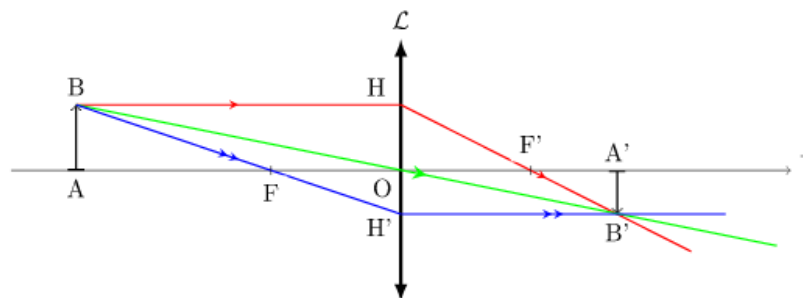


Fig 5 : Construction de l'image réelle d'un objet réel par une lentille convergente.

##### a.1. Relations de Newton (origine aux foyers)

D'après le théorème de Thalès appliqué dans les triangles  $ABF$  et  $OH'F$  :

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OH'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{FO}}{\overline{FA}}$$

D'après le théorème de Thalès appliqué dans les triangles  $HOF'$  et  $F'A'B'$  :

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{OH}} = \frac{\overline{F'A'}}{\overline{F'O}}$$

En combinant les deux relations précédentes, on obtient :

$$\overline{F'A'} \cdot \overline{FA} = \overline{F'O} \cdot \overline{FO} = -f' \cdot f = -f'^2$$

### a.2. Relations de Descartes (origine au centre)

Pour obtenir le grandissement, on applique le théorème de Thalès dans les triangles OAB et OA'B' :

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$$

Pour obtenir la relation de conjugaison, on part de la relation de Newton et on introduit le point O :

$$(\overline{F'O} + \overline{OA'}) (\overline{FO} + \overline{OA}) = -f' \cdot f = -f'^2$$

On remplace  $\overline{F'O}$  par  $-f'$  et  $\overline{FO}$  par  $f$ , on développe, les termes en  $f'^2$  disparaissent. On a :

Et en divisant par  $f' \overline{OA} \cdot \overline{OA'}$ , on obtient :

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'}$$

### a.3. Formation des images

Pour construire l'image d'un objet  $AB$  formée à travers une lentille mince, on utilise les propriétés des foyers et du centre de la lentille.

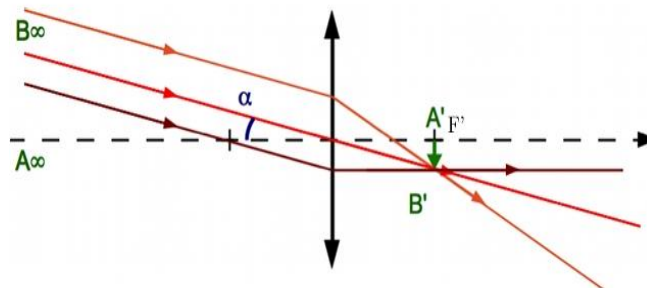
On se placera dans l'approximation de Gauss : stigmatisme et aplanétisme approchés.

- Pour trouver l'image d'un point, il suffit de considérer deux rayons issus de ce point.
- Si l'objet est réel, il est forcément à gauche de la lentille.
- Si l'objet est virtuel, il se situe à droite de la lentille.

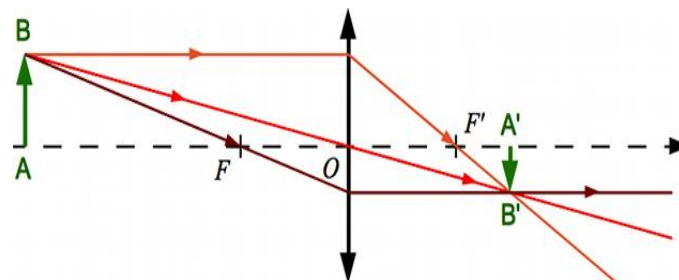
- Un rayon horizontal arrivant sur une lentille convergera en  $F'$  si elle est convergente et divergera en semblant venir de  $F'$  si la lentille est divergente.
- Un rayon passant ou se prolongeant en  $F$  ressortira horizontalement.
- Un rayon passant par  $O$  n'est pas dévié.
- tout rayon parallèle à l'axe optique passe par  $F'$ .
- Une fois les rayons tracés, on détermine si l'image est réelle ou virtuelle.

#### 4.1. Lentille convergente

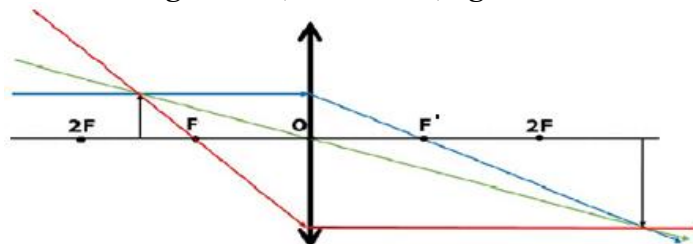
**Cas 1: objet réel à l'infini.** Image est réelle et renversée.



**Cas 2: objet réel entre l'infini et  $2F$ .** image est réelle, renversée, et plus petite que l'objet.

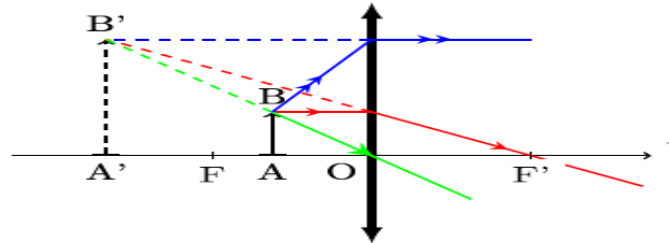
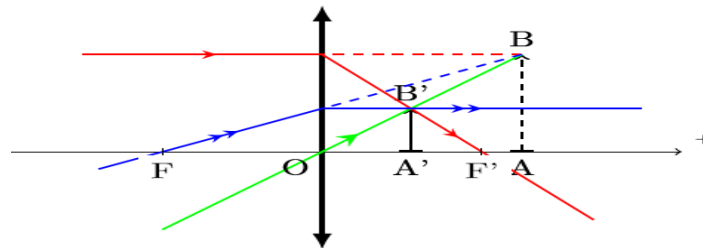


**Cas 3 : objet entre  $2F$  et  $F$  :** image réelle, renversée, agrandie.



**Cas 4 : objet réel entre F et o : image virtuelle, droit et agrandie.**

L'image se forme derrière la lentille, c'est le principe de la LOUPE ; on ne peut recevoir l'image sur un écran.

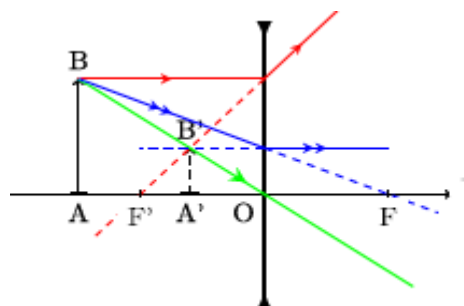
**Cas 5 : objet virtuel (derrière O) : image réelle, droite, et réduite.**

Un objet virtuel pour un système optique correspond en fait à l'image d'un dispositif optique placé devant le système considéré (voir microscope et lunette astronomique).

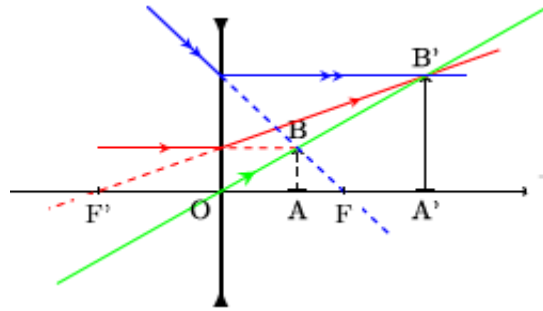
**4.2. Lentille divergente**

Les lentilles divergentes transforment un faisceau de rayons lumineux parallèles à l'axe optique en un faisceau divergent.

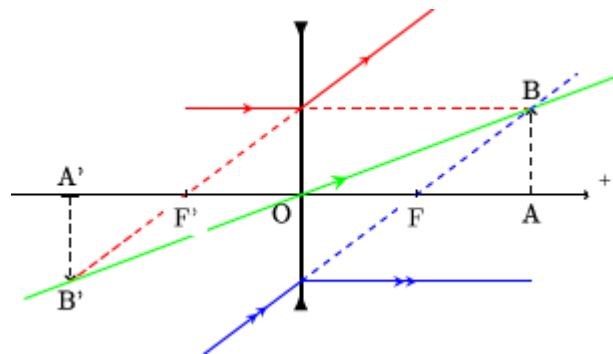
Tout rayon lumineux passant par le centre optique d'une lentille mince ne subit aucune déviation en la traversant.

**Cas 1: objet réel  $\overline{OA} < 0$ , image virtuelle  $0 < G_t < +1$  , droite et réduite.**

**Cas 2: objet réel**  $0 < \overline{OA} < f$ , image réel, droit et agrandie.



**Cas 3: objet virtuel**, image virtuelle  $-\infty < G_t < -1$ , renversée.



**Cas 4 : objet à l'infini réel ou virtuel**  $\overline{OA} = \pm\infty$ , image virtuelle et dans le plan focal image  $\overline{OA'} = f'$  et  $A' = F'$ .

### Exercice

On considère un système optique  $\Sigma$  de distance focale objet  $f$  ou  $|f| = 2\text{cm}$ . Soit  $AB$  un objet réel de hauteur  $\overline{AB} = 2\text{cm}$  situé en  $A$  perpendiculairement à l'axe optique du système (voir figure). Le système  $\Sigma$  est utilisé dans les conditions de l'approximation de Gauss.

On suppose que le système  $\Sigma$  est une lentille mince convergente  $L$  de centre optique  $O$  et de foyers objet et image respectifs  $F$  et  $F'$ .

1. En utilisant la formule de conjugaison de la lentille mince avec origine au centre optique, déterminer la position de l'image  $A'$  du point  $A$  à travers la lentille  $L$ .
2. Quelle est la nature de l'image  $A'B'$ ? Justifier.
3. Sur une figure à l'échelle, faire la construction géométrique l'image  $A'B'$  en montrant les trois rayons principaux.

On suppose que le système  $\Sigma$  est une lentille mince divergente  $L'$  de centre optique  $O'$  et de foyers objet et image respectifs  $F$  et  $F'$ .

4. En utilisant la formule de conjugaison de la lentille mince avec origine au centre optique, déterminer la position de l'image  $A'$  du point  $A$  à travers la lentille  $L'$ .

5. Quelle est la nature de l'image  $A'B'$ ? Justifier.

6. Sur une figure à l'échelle, faire la construction géométrique l'image  $A'B'$  en montrant les trois rayons principaux.

On suppose que le système  $\Sigma$  est un miroir sphérique convexe  $M$  de sommet  $S$ , de centre

$C$  et de foyers objet et image respectifs  $F$  et  $F'$ .

7. En utilisant la formule de conjugaison du miroir sphérique avec origine au sommet, déterminer la position de l'image  $AO$  du point  $A$  à travers le miroir  $M$ .

8. Quelle est la nature de l'image  $A'B'$ ? Justifier.

9. Sur une figure à l'échelle, faire la construction géométrique l'image  $A'B'$  en montrant les trois rayons principaux.

Maintenant on considère un miroir plan  $\pi$  et  $AB$  un objet réel de hauteur  $\overline{AB} = 2$  cm situé en  $A$  perpendiculairement à l'axe optique du miroir.

10. Sur la figure, placer l'image  $A'B'$  de l'objet  $AB$  en montrant deux rayons, de votre choix, qui permettent de faire la construction géométrique de l'image.

### **Solution**

1. Dans le cas où le système  $\Sigma$  est une lentille mince convergente ( $f < 0$  et  $f' > 0$ ) alors  $f = -2$  cm et  $f' = 2$  cm. La lentille a pour centre optique  $O$ , alors d'après la figure,  $\overline{OA} = -6$  cm.

Cependant, en utilisant la formule de conjugaison de la lentille mince  $L$  avec origine au centre optique  $O$ , on peut écrire :

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'}$$

$$\text{d'où : } \overline{OA'} = \left( \frac{1}{f'} + \frac{1}{\overline{OA}} \right)^{-1} \Rightarrow \text{A.N : } \overline{OA'} = 3 \text{ cm.}$$

2. L'image  $A'B'$  de l'objet  $AB$  à travers la lentille  $L$  est une image réelle car elle se trouve après la face de sortie de la lentille ( $\overline{OA'} = 3$  cm  $> 0$ ).

3. Construction géométrique de l'image  $A'B'$  de l'objet  $AB$  à travers la lentille  $L$  (voir figure).

4. Dans le cas où le système  $\Sigma$  est une lentille mince divergent ( $f > 0$  et  $f' < 0$ ) alors  $f = 2 \text{ cm}$  et

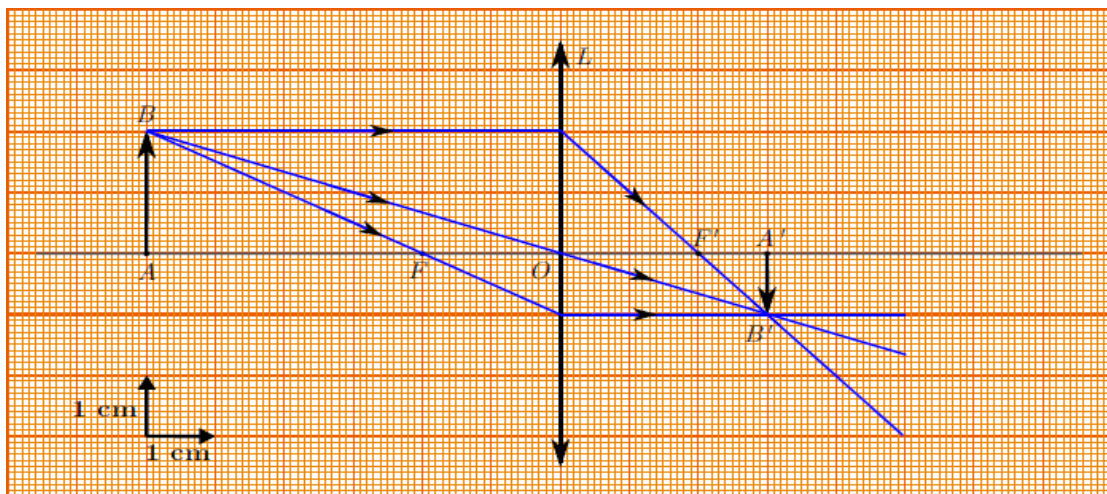
$f' = -2 \text{ cm}$ . La lentille a pour centre optique  $O'$ , alors d'après la figure,  $\overline{O'A} = -6 \text{ cm}$ . Cependant, en utilisant la formule de conjugaison de la lentille mince  $L'$  avec origine au centre optique  $O'$ , on peut écrire :

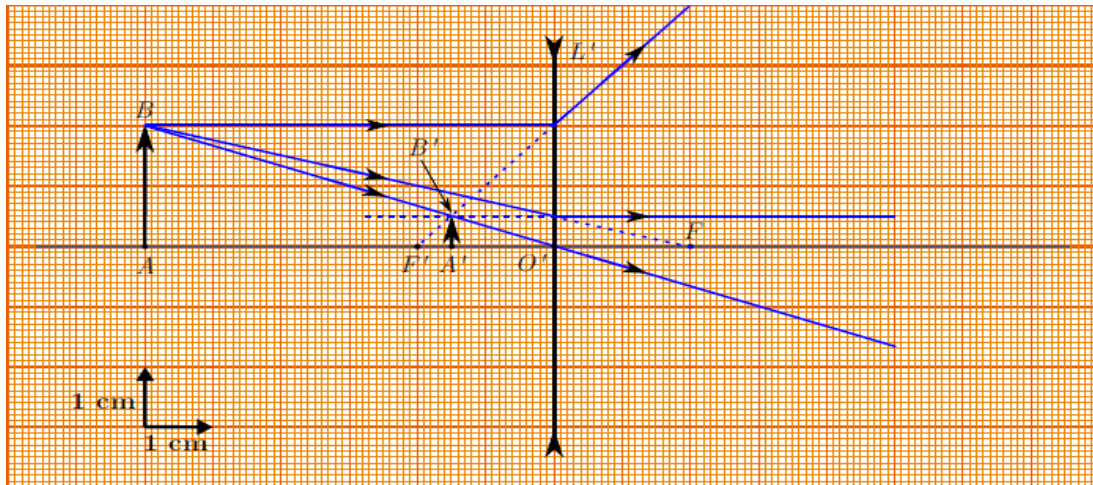
$$\frac{1}{\overline{O'A'}} - \frac{1}{\overline{O'A}} = \frac{1}{f'}$$

d'où :  $\overline{O'A'} = \left( \frac{1}{f'} + \frac{1}{\overline{O'A}} \right)^{-1} \Rightarrow A.N : \overline{O'A'} = -1,5 \text{ cm}$ .

5. L'image  $A'B'$  de l'objet  $AB$  à travers la lentille  $L'$  est une image virtuelle car elle se trouve avant la face d'entrée de la lentille ( $\overline{O'A'} = -1,5 \text{ cm} < 0$ ).

6. Construction géométrique de l'image  $A'B'$  de l'objet  $AB$  à travers la lentille  $L'$  (voir figure).





7. Dans le cas où le système  $\Sigma$  est un miroir sphérique convexe  $\overline{SC} > 0$  alors  $f=f' = 2\text{ cm} > 0$  car pour un miroir sphérique  $f = f' = \frac{\overline{SC}}{2}$ . Le miroir a pour sommet  $S$ ,

alors d'après la figure  $\overline{SA} = -6\text{ cm}$ . Cependant, en utilisant la formule de conjugaison du miroir sphérique  $M$  avec origine au sommet  $S$ , on peut écrire :

$$\frac{1}{\overline{SA}} + \frac{1}{\overline{SA}'} = \frac{2}{\overline{SC}}$$

$$\overline{SA}' = \left( \frac{2}{\overline{SC}} - \frac{1}{\overline{SA}} \right)^{-1}$$

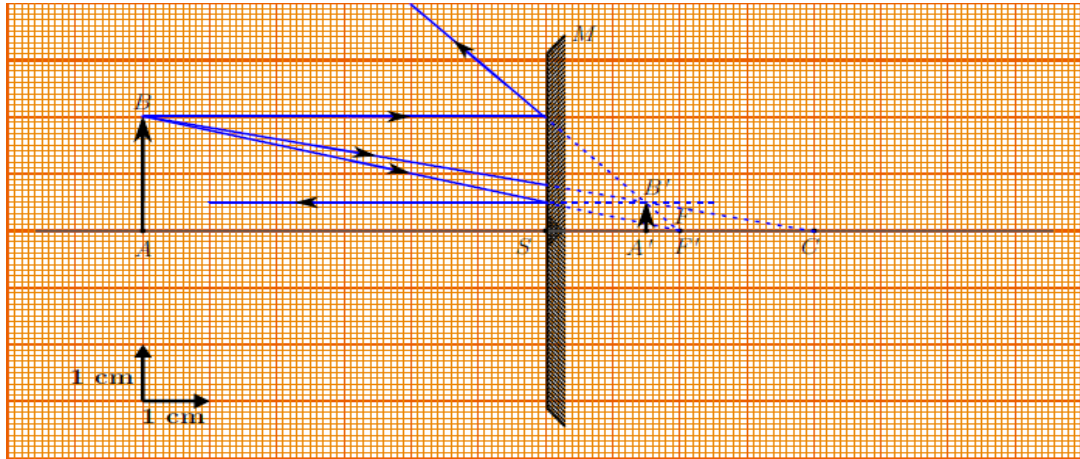
$$\overline{SC} = 2f = 4\text{ cm} \quad \Rightarrow \quad A.N : \overline{SA}' = 1.5\text{ cm}$$

8. L'image  $A'B'$  de l'objet  $AB$  à travers le miroir sphérique  $M$  est une image virtuelle car elle se trouve avant la face de sortie du miroir dans le sens de propagation de la lumière réfléchie

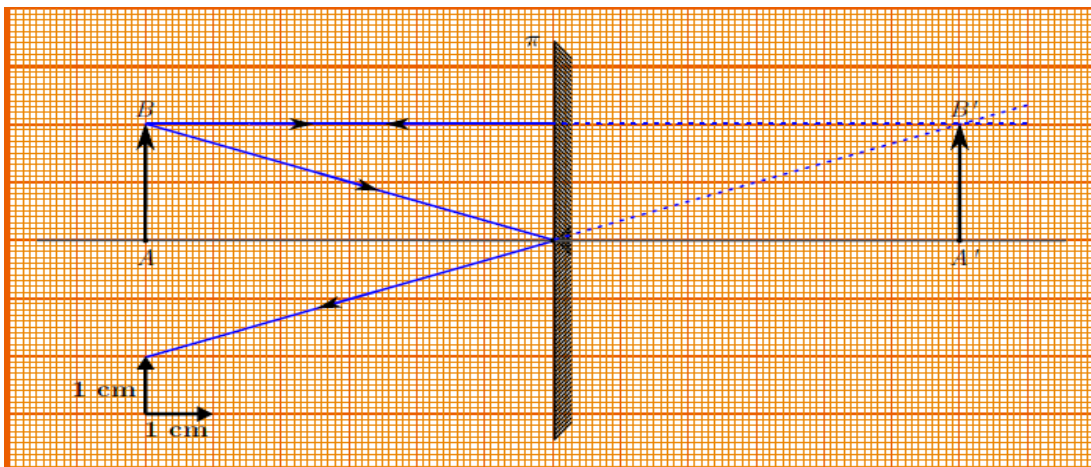
$$(\overline{SA}' = 1.5\text{ cm} > 0)$$

9. Construction géométrique de l'image  $A'B'$  de l'objet  $AB$  à travers le miroir sphérique  $M$  (voir figure).





10. Construction géométrique de l'image  $A'B'$  de l'objet  $AB$  à travers le miroir plan  $M'$  (voir figure).

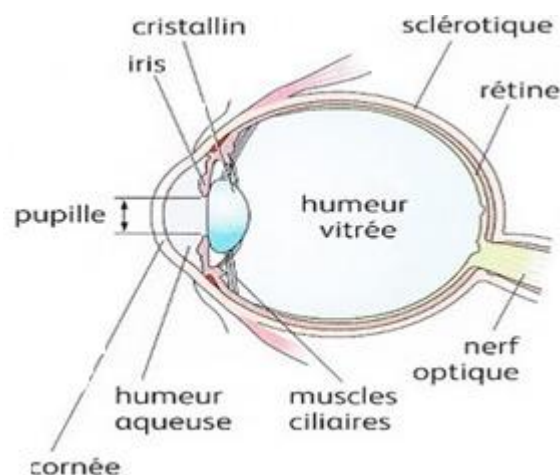


## Chapitre VI : Notions D'optique Instrumentale

### I. Œil

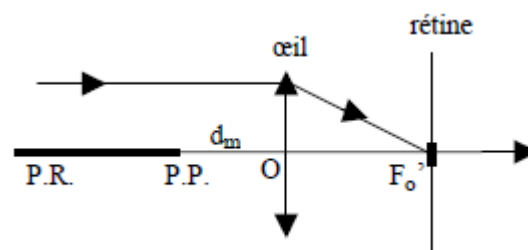
#### 1. Introduction

L'œil est une association complexe de dioptries séparés par des milieux d'indices différents. La présentation que nous en faisons ici concerne essentiellement l'œil humain ou celui des mammifères en général, doué d'une faculté d'accommodation par modification de la distance focale image du système optique. Dans ce cas, l'image nette d'un objet se forme toujours sur la rétine, quelle que soit sa position, sans qu'il y ait de modification de la position des éléments optiques de l'œil. On définit la résolution de l'œil par sa capacité à séparer deux points rapprochés; ceci revient à considérer la séparation entre deux cellules nerveuses voisines. Le nerf optique transmet les informations au cerveau qui les interprète.



**Fig 1 : Œil humaine.**

L'œil peut donc être schématisé par une lentille mince convergente  $L$ , de centre optique  $O$  et de distance focale variable et un écran de projection  $E$ .



L'œil normal peut voir nettement des objets depuis un "punctum remotum" (P.R.), qui est à l'infini, jusqu'à un "punctum proximum" (P.P.) distant de l'œil d'environ 25 cm.

## 2. Les défauts de l'œil

Un œil normal est dit "emmétrope" : l'image d'un point à l'infini se forme sur la rétine.

Un œil est dit anormal ou "amétrope", lorsqu'il donne, au repos, une image d'un point à l'infini en avant ou en arrière de la rétine.

### a. La Myopie

L'œil myope est un œil trop convergent : au repos l'image d'un objet à l'infini se forme en avant de la rétine. La vergence d'un œil myope au repos est donc supérieure à 60 (Vergence) et il faut la diminuer en interposant une lentille divergente.

### b. L'hypermétropie :

Une personne hypermétrope voit flous les objets proches alors que sa vision lointaine est correcte. Un œil hypermétrope n'est pas assez convergent. Les images d'objets lointains se forment derrière la rétine. L'hypermétropie est corrigée par le port de verres correcteurs convergents.

### c. Astigmatisme

Anomalie de l'œil dans laquelle un même point d'un objet donne un tache image. La corné de l'œil a une forme irrégulière, la vision des objets est déformée. L'astigmatisme rend notamment la lecture difficile. On corrige ce défaut à l'aide de verres non sphériques.

### d. La presbytie

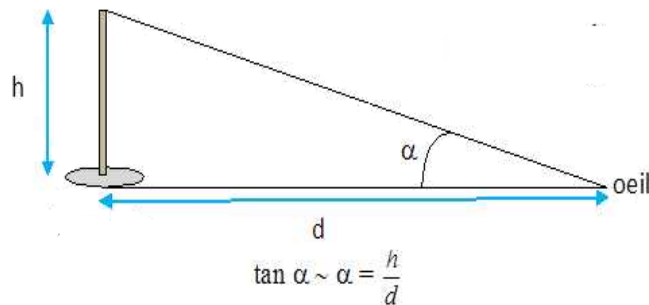
La presbytie est un trouble de la vision qui rend difficile l'adaptation de la focale image du cristallin pour voir de près.

### 3. Caractéristiques des instruments d'optique

#### a. Diamètre apparent

Le diamètre apparent ou diamètre angulaire, l'angle sous lequel est vu un objet. Si l'objet est à l'infini, le diamètre apparent sera fonction de la distance, de la taille réelle de l'objet, et de sa forme.

Nous pouvons écrire :  $\tan \alpha = \frac{h}{d}$ . Comme  $\alpha$  est petit, il vient :  $\alpha \approx \frac{h}{d}$ .

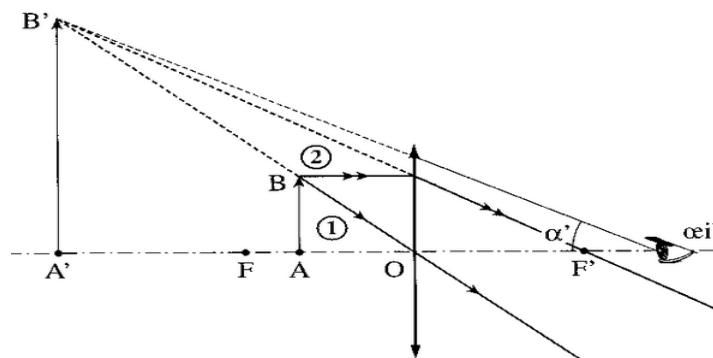


#### b. Puissance d'un instrument d'optique

On définit la puissance d'un instrument d'optique par le rapport de l'angle  $\alpha'$  sous lequel on voit un objet à travers l'instrument à la longueur  $\overline{AB}$  de l'objet :

$$p = \frac{\alpha'}{\overline{AB}}$$

$\alpha'$  est en radian,  $\overline{AB}$  en mètre et  $p$  en dioptrie.



#### Remarque

Comme  $\alpha' = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{A'S}}$  et le grandissement  $\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$ .

Il vient :  $p = \frac{\alpha'}{\overline{AB}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{A'S}} \cdot \frac{1}{\overline{AB}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} \cdot \frac{1}{\overline{A'S}} = \frac{\gamma}{\overline{A'S}}$  et donc :  $\gamma = p \cdot \overline{A'S}$

### c. Grossissement d'un instrument d'optique

Le grossissement  $G$  d'un instrument d'optique est le rapport du diamètre apparent  $\alpha'$  de l'objet observé à travers l'instrument d'optique au diamètre apparent  $\alpha$  de l'objet observé directement :

$$G = \frac{\alpha'}{\alpha}$$

#### Remarque

- Comme  $P = \frac{\alpha'}{AB}$  et  $\alpha = \frac{AB}{AS}$ , on a :  $G = \frac{P \overline{AB}}{\alpha} = P \overline{AB} \frac{\overline{AS}}{AB} = P \overline{AS}$
- Si  $\overline{AS} = 25\text{cm}$ , on définit le grossissement commercial :  $G_c = \frac{P}{4}$

### d. Pouvoir séparateur d'un instrument d'optique

le pouvoir séparateur d'un instrument d'optique est la distance des deux points les plus rapprochés que l'on puisse distinguer séparément l'un de l'autre à l'aide de l'instrument.

#### Exercice

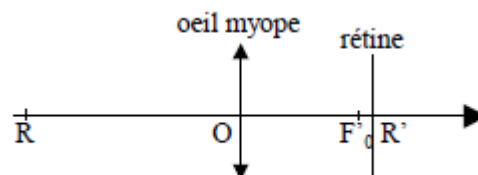
Un œil myope est assimilable, quand il n'accommode pas, à une lentille de 15 mm de distance focale. La rétine est alors située à 1 mm au delà du foyer image  $F'_0$ .

Déterminer :

1. La distance de l'œil au punctum remotum
2. Le numéro de la lentille correctrice à utiliser.

#### Solution

L'œil n'accommodant pas, le punctum remotum  $R$  doit avoir son image en  $R'$  sur la rétine.



1. Distance  $OR$  :

On a :

$$\frac{1}{OR'} - \frac{1}{OR} = \frac{1}{OF'_0}$$

avec:  $\overline{OF'_0} = 15\text{ mm}$  et  $OR' = 15 + 1 = 16\text{ mm}$

Soit:  $\overline{OR} = -240\text{ mm} = -0,24\text{ m}$

## 2. Lentille correctrice :

Le verre correcteur est une lentille divergente dont le foyer image est en R. Sa distance focale est donc  $f'_c = -0,24$  m et sa vergence est :

$$C = -\frac{1}{0,24} = -4,2 \text{ dioptries}$$

Le numéro demandé est : - 4,2.

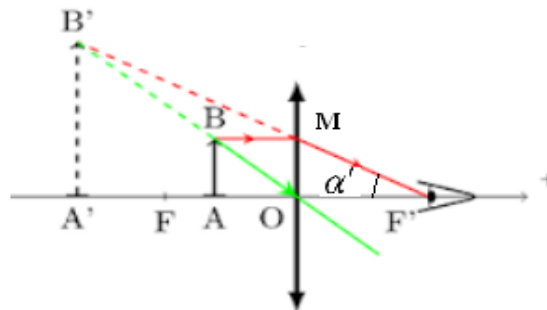
## II. La loupe.

### 1. Définition

La loupe est une lentille convergente généralement biconvexe. On l'utilise pour obtenir d'un objet réel (timbre,...) une image virtuelle et agrandie. Cette image est obtenue en plaçant l'objet entre le foyer objet et le centre optique de la lentille.

### 2. Construction des images. Mise au point

Soit un objet AB placé entre la loupe et son foyer objet F. Celle-ci en donne une image virtuelle placée à gauche du foyer objet F. Tout se passe pour l'œil comme si la loupe n'existait pas, et comme si l'objet était remplacé par son image A'B'.



La mise au point s'effectue en amenant l'image virtuelle A'B' dans les limites de vision distincte de l'œil, c'est-à-dire à une distance de celui-ci comprise entre son Punctum Remotum et son Punctum Proximum.

### 3. Puissance de la loupe

La puissance de la loupe dépend de la position de l'œil. Si l'œil est au foyer image

$F'$ , la puissance est égale à la vergence :  $P_1 = \frac{1}{OF'} = V$

Elle est appelée, dans ce cas, puissance intrinsèque, elle correspond à l'observation à l'infini. En effet, dans ce cas :

$$\tan \alpha' = \alpha' = \frac{\overline{OM}}{\overline{OF'}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{OF'}} \text{ et donc : } P_1 = \frac{\alpha'}{\overline{AB}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{OF'}} \cdot \frac{1}{\overline{AB}} = \frac{1}{\overline{OF'}}$$

### Remarque

- Si l'œil n'est pas en  $F'$ , la puissance n'est pas en général égale à la vergence.

Soit S la position de l'œil, définie par  $\overline{F'S}$ . On montre que :  $P = \frac{1}{\overline{OF'}} \left[ 1 - \frac{\overline{F'S}}{\overline{A'S}} \right]$ .

- Si l'image est à l'infini, l'objet se trouve dans le plan focal objet. Quelle que soit la position de l'œil, qu'il se trouve au foyer image  $F'$ , ou derrière celui-ci, l'œil voit l'image sous l'angle

$$\alpha' = \frac{\overline{AB}}{\overline{OF'}} \text{ et la puissance intrinsèque est encore donnée par : } P_1 = \frac{1}{\overline{OF'}}$$

### 4. Grossissement de la loupe

L'œil est toujours supposé être au foyer image  $F'$  de la loupe.

Le grossissement s'écrira

$$G = \frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{\alpha'}{\overline{AB}} \cdot \frac{\overline{AB}}{\alpha} = \frac{1}{\overline{OF'}} \cdot \frac{\overline{AB}}{\alpha} = P_1 \frac{\overline{AB}}{\alpha}$$

### Remarque

- Si pour l'œil nu, l'objet est placé au Punctum Proximum, c'est-à-dire à la distance minimale de vision  $d_m$ , il en résulte que  $\alpha = \frac{\overline{AB}}{d_m}$ .

Dans ce cas, le grossissement s'écrira :  $G = \frac{1}{\overline{OF'}} \frac{\overline{AB}}{\alpha} = \frac{1}{\overline{OF'}} d_m = P_1 d_m$ .

$P_1$  étant exprimée en dioptries et  $d_m$  en mètres.

- On définit le grossissement commercial  $G_c$  par :  $G_c = P_1 d_m$  avec  $d_m = 25 \text{ cm}$

Il vient donc :  $G_c = 0.25 P_1 = \frac{P_1}{4}$

### 5. Pouvoir de séparateur de la loupe

Lorsqu'il est muni d'une loupe de grossissement G, l'œil peut juste séparer deux points A et B si l'écart angulaire de leurs images A' et B' à travers la loupe est égal à l'acuité visuelle soit  $\alpha_m = 3 \cdot 10^{-1}$  radian.

La distance minimale correspondante  $\overline{AB}$  est donnée par :  $\overline{AB} = \frac{\alpha_m}{P_1} = \frac{3 \cdot 10^{-1}}{P_1}$

En effet,  $\alpha_m = \alpha' = 3 \cdot 10^{-1}$  et  $\alpha' = \frac{\overline{AB}}{\overline{OF'}} = \overline{AB}P_1$  d'où  $\overline{AB} = \frac{\alpha_m}{P_1} = \frac{3 \cdot 10^{-1}}{P_1}$

### Exercice

Une loupe a pour distance focale 2,5 cm.

Déterminer :

- 1- Sa puissance intrinsèque et son grossissement commercial
- 2- La plus petite distance de deux points qu'elle permet de distinguer, sachant que l'objet est dans le plan focal objet et que le pouvoir séparateur de l'œil est de  $3 \cdot 10^{-4}$  rad.

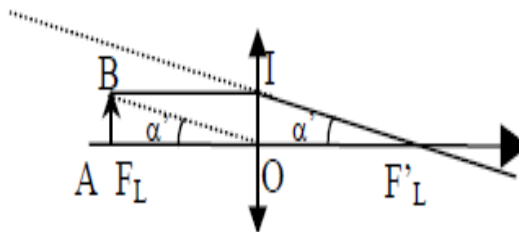
### Solution

1- Puissance intrinsèque :  $P_i = C = -\frac{1}{F'_L} = \frac{1}{0,025} = 40 \text{ dioptries}$

Grossissement commercial :

$$P_i = g_0 = \frac{d_m}{F'_L} = P_i d_m = 40 \times 0,25 = 10$$

2- Pouvoir séparateur:



Le diamètre apparent sous lequel sont vues les images des deux points A et B est :

$$\alpha' = \frac{AB}{OA} = \frac{AB}{F}$$

Cet angle doit être au moins égal  $3 \cdot 10^{-4}$  radians

soit :  $AB_m = 7,5 \mu m$ .



### III. Le microscope

#### 1. Définition du microscope réduit

Le microscope se compose de deux systèmes convergents :

L'objectif, système très convergent dont la distance focale est de l'ordre du  $mm$ , constitué par un ensemble de lentilles plus ou moins compliqué.

Un oculaire, formé par une ou plusieurs lentilles de quelques  $cm$  de distance focale (1 à 6  $cm$ ).

L'objectif et l'oculaire sont centrés sur le même axe et sont solidaires l'un de l'autre grâce au tube du microscope.

Dans le microscope réduit, l'objectif est assimilé à une lentille mince convergente  $L_1$ , de distance focale  $\overline{O_1F_1'}$  et de centre optique  $O_1$ , et l'oculaire, à une lentille mince convergente  $L_2$ , de distance focale  $\overline{O_2F_2}$  et de centre optique  $O_2$ .

La distance du foyer focal image  $F_1'$  de l'objectif au foyer focal  $F_2$  de l'oculaire est généralement voisine de 16  $mm$ .

#### 2. Construction des images. Mise au point

Un petit objet  $AB$  perpendiculaire à l'axe optique est placé à gauche du foyer objet  $F_1$  de  $L_1$ . Il donne une image réelle  $A''B''$  renversée (image objective) placée entre le foyer objet  $F_2$  et le centre optique  $O_2$  de l'oculaire  $L_2$ . Celui-ci donne une image droite par rapport à  $A''B''$  donc renversée par rapport à l'objet  $AB$ . L'image  $A'B'$ , placée en avant de la lentille  $L_2$ , est image virtuelle fortement agrandie examinée directement par l'œil. La mise au point se fait en déplaçant l'ensemble par rapport à  $AB$ . On appelle profondeur de champ, ou latitude de mise au point, le déplacement de l'objet tel que son image reste dans l'intervalle d'accommodation de l'observateur, c'est-à-dire à une distance de celui-ci comprise entre son Punctum Remotum et son Punctum Proximum.

#### Remarque

On voit sur la figure précédente qu'un déplacement très faible de l'objet  $AB$  entraîne un déplacement considérable de l'image  $A'B'$ , de sorte que la profondeur de champ du microscope est très faible.

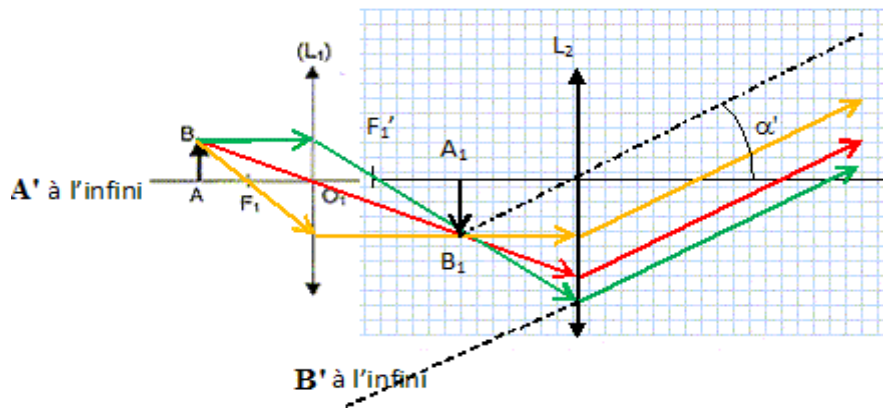


Fig 2 : Construction des images dans un microscope.

### 3. Puissance du microscope

Comme dans le cas de la loupe, la puissance se définit par le rapport  $\frac{\alpha'}{AB}$  de l'angle  $\alpha'$  sous lequel l'objet est vu à travers l'instrument à sa grandeur  $AB$ . On écrira donc :

$$P = \frac{\alpha'}{AB} = \frac{\alpha'}{A''B''} \cdot \frac{A''B''}{AB} = P_0 \gamma \quad \text{où } P_0 = \frac{\alpha'}{A''B''} \quad \text{et } \gamma = \frac{A''B''}{AB}$$
 sont respectivement la puissance de l'oculaire et le grandissement de l'objectif.

La puissance intrinsèque  $P_i$  est celle qui correspond à l'observation à l'infini. Dans ce cas, l'image objectif se trouve dans le plan focal objet de l'oculaire ( $\overline{O_1A''} = \overline{O_1F_2}$ ) et la puissance intrinsèque de l'oculaire a pour valeur :  $P_{i0} = \frac{1}{\overline{O_2F_2'}}$ ,  $\overline{O_2F_2'}$  désigne sa distance focale image.

D'autre part,  $\tan(\overline{O_1F_1'M}) = \tan(\overline{A''F_1'B''})$  et donc  $\frac{\overline{O_1M}}{\overline{O_1F_1'}} = \frac{\overline{A''B''}}{\overline{F_2F_1'}}$  d'où :  $\frac{\overline{A''B''}}{\overline{O_1M}} = \frac{\overline{F_2F_1'}}{\overline{O_1F_1'}}$

, comme  $\frac{\overline{A''B''}}{\overline{O_1M}} = \frac{\overline{F_2F_1'}}{\overline{O_1F_1'}}$ , on a :  $\frac{\overline{A''B''}}{AB} = \frac{\overline{F_2F_1'}}{\overline{O_1F_1'}}$

La puissance intrinsèque est  $P_i = \frac{\alpha'}{AB}$  avec  $\alpha' = \frac{\overline{NO_2}}{\overline{O_2F_2'}} = \frac{\overline{B''A''}}{\overline{O_2F_2'}}$  d'où  $P_i = \frac{\overline{B''A''}}{AB} \cdot \frac{1}{\overline{O_2F_2'}}$

Comme  $P_{i0} = \frac{1}{\overline{O_2F_2'}}$  et  $\gamma = \frac{\overline{A''B''}}{AB}$ , il vient  $P_i = -\gamma P_{i0}$

Comme  $\frac{\overline{A''B''}}{AB} = \frac{\overline{F_2F_1'}}{O_1F_1'}$ , il vient  $\frac{\overline{A''B''}}{AB} = \frac{\overline{F_2F_1'}}{O_1F_1'}$ , on obtient donc :

$$P_i = -\gamma P_{i0} = \frac{\overline{F_1'F_2}}{O_1F_1' \cdot O_2F_2'}$$

L'intervalle  $\Delta = \overline{F_1'F_2}$ , appelé intervalle optique du microscope, ayant sensiblement la même valeur pour tous les microscopes, il en résulte que la puissance est inversement proportionnelle aux distances focales  $\overline{O_1F_1'}$  et  $\overline{O_2F_2'}$ .

### 3. Grossissement du microscope

Comme dans le cas de la loupe, la puissance P se définit par le rapport  $\frac{\alpha'}{AB}$  de l'angle  $\alpha'$  sous lequel on voit l'image définitive A'B', à l'angle  $\alpha$  sous lequel on verrait l'objet AB à l'œil nu à la distance minimale de vision distincte  $d_m$ . Il en résulte que  $\alpha = \frac{\overline{AB}}{d_m}$  et que le grossissement s'écrit :

$$G = \frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{\alpha'}{\frac{\overline{AB}}{d_m}} = \frac{\alpha' d_m}{\overline{AB}} = p d_m$$

#### Remarque

Comme  $P = \frac{\alpha'}{\overline{AB}} = \frac{\alpha'}{\overline{A''B''}} \frac{\overline{A''B''}}{\overline{AB}} = P_0 \gamma$  et que  $G = P d_m$ , il vient :  $G = \gamma P_0 d_m$

Où  $\gamma$  est le grandissement de l'objectif et  $P_0 d_m$  le grossissement de l'oculaire.

### 4. Pouvoir séparateur et ouverture numérique

On appelle pouvoir séparateur la distance  $AB = \delta$  des deux points A et B les plus rapprochés que le microscope est capable de séparer. Si  $\alpha_m$  représente la limite de résolution de l'œil ( $\alpha_m = 3 \cdot 10^{-1}$  rad), la distance  $\delta$  est donnée par :

$$AB = \delta = \frac{\alpha_m}{p} = \frac{3 \cdot 10^{-1}}{p} = \frac{3 \cdot 10^{-1}}{4G_c}$$

où P et  $G_c$  désignent la puissance en dioptries et le grossissement commercial du microscope, et où  $\delta$  est exprimé en mètres.

# Travaux dirigés et contrôles continue

## Travaux dirigés d'optique Série n° 1

### Exercice 01

Une onde électromagnétique de fréquence  $\nu = 500000 \text{ GHz}$  se propage dans le vide. Quelle est sa vitesse de propagation et sa longueur d'onde ?

A quelle partie du spectre des ondes électromagnétique appartient-elle et a-t-elle une couleur ?

L'onde pénètre maintenant dans un milieu d'indice de réfraction  $n = 2.5$ .

Quelle sont sa nouvelle vitesse, sa fréquence et sa longueur d'onde ?

### Exercice 02

Une radiation lumineuse émise par une lampe à vapeur de lithium a une période  $T = 1,533 \cdot 10^{-15} \text{ s}$ .

1. Quelle est la fréquence  $\nu$  d'une telle radiation ?
2. Quelle est sa longueur d'onde  $\lambda_0$  dans le vide ? On donne  $c = 2.998 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$
3. Cette radiation est-elle visible à l'œil nu ? Si oui, indiquer sa couleur.
4. Cette radiation se propage dans du verre crown BK7 d'indice  $n = 1.5524$ .
  - a. sa fréquence  $\nu$  change-elle ?
  - b. Sa couleur change-t-elle ?

### Exercice 03

Une radiation monochromatique de longueur d'onde dans le vide  $\lambda = 448 \text{ nm}$  (radiation bleu-vert) passe de l'air  $n_1$  dans l'eau d'indice  $n_2 = 1.33$ . Soit une surface (S) plane séparent deux milieu d'un point A en I sur la surface et se réfracte pour arrivé en un point B.

1. Calculer sa longueur d'onde dans l'eau.
2. Calculer la vitesse de cette radiation dans l'eau.
3. Calculer sa fréquence dans l'air puis dans l'eau.
4. On suppose que l'onde associée à cette radiation est une onde plane monochromatique, calculer le chemin optique entre deux surfaces d'onde (S) et (S') séparées d'une distance  $d = 2 \text{ }\mu\text{m}$  dans l'air.

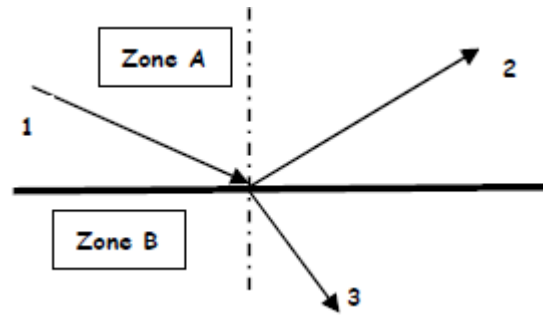
### Exercice 04

Calculer l'angle de réfraction limite  $\Lambda$  pour un rayon passant de l'air :

- a- Dans l'oxygène liquide d'indice 1,2
- b- Dans le diamant d'indice 2,4.

**Exercice**

Un fin pinceau lumineux arrive sur un dioptre plan séparant l'eau de l'air; d'indice de réfraction  $n=1$ . On donne  $n_{\text{eau}}=1,33$ . On représente les rayons observés sur la figure ci-contre.



- Identifier les différents rayons avec les angles correspondants.
- Indiquer la déviation  $D$  de la lumière
- Dans quelle zone l'eau se trouve-t-elle ?
- Calculer l'angle limite de réfraction.

## Série n° 2

## Exercice 01

Un pinceau lumineux cylindrique arrive sur une surface réfringente plane, séparant l'air d'un autre milieu transparent, sous une incidence de  $60^\circ$ . Que devrait avoir l'indice de réfraction  $n$  de ce milieu pour que la déviation  $D$  du pinceau réfracté soit respectivement de  $15^\circ$  et de  $30^\circ$  ?

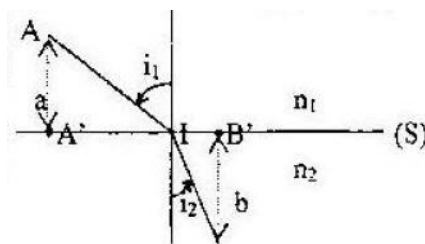
## Exercice 02

Un rayon lumineux tombe sur un verre d'indice  $n$  sous une incidence de  $60^\circ$ . Une partie de rayon incident est réfléchi et l'autre est réfractée. Les deux rayons réfracté et réfléchi font un angle droit.

1. Faire une construction géométrique.
2. Calculer l'indice du verre sachant que le milieu d'incidence est l'air.

## Exercice 03

Soit une surface (S) plane sépare deux milieux d'indice  $n_1$  et  $n_2$ . Un rayon lumineux arrive d'un point A en I sur la surface et se réfracte pour arriver en un point B.



1. Déterminer le temps  $t$  que fait la lumière pour passer de A en B en fonction de  $a$ ,  $b$ ,  $i_1$  et  $i_2$ . (Voir figure).
2. Donner l'expression de  $di_1$  en fonction de  $di_2$  lorsqu'on passe de I à I' (I' voisin de I)
3. Déterminer la différentielle  $dt$  et en déduire l'équivalence : principe de Fermat – lois de Descartes.

## Exercice 04

Une source lumineuse S est placée au fond d'une piscine remplie d'eau d'indice  $n$ . La piscine a une forme cylindrique de base circulaire de diamètre  $D$  et la source S est située au centre de cette base. Un observateur dont les yeux sont à une hauteur  $h$  de sol, se tient à une distance  $d$  du bord de la piscine.

Quelle doit être la profondeur  $H$  de la piscine pour qu'un rayon issu de  $S$  et passant par le bord de la piscine soit reçu par l'observateur.  $n = 1.33$  ;  $D = 5.12$  m ;  $h = 1.60$  m ;  $d = 2.56$  m.

### Exercice 05

Un rayon lumineux se propageant à la vitesse  $c$ , quitte le point 1 de la figure suivante et se réfléchit sur la surface en direction du point 2.

*a-* Montrer que le temps  $t$  mis par la lumière pour aller du point 1 au point 2 est :

$$t = \frac{\sqrt{y_1^2 + x^2} + \sqrt{y_2^2 + (1-x)^2}}{c}$$

*b-* Démontrer que le temps est minimum quand  $\theta_1 = \theta_2$ . Ceci est un exemple du principe de Fermat concernant la réflexion.

### Exercice 06

Une fibre optique à saut d'indice est constituée d'un cœur (cylindre très long de diamètre très faible) et d'une gaine (tube de matière transparente qui entoure le cœur).

On appelle ouverture numérique ON de la fibre, le sinus de l'angle d'incidence maximal pour lequel les rayons qui pénètrent dans le cœur sont transmis jusqu'à la sortie.

Calculer la valeur de ON pour une fibre connaissant  $n_1$  (indice de cœur) et  $n_2$  (indice de la gaine). Faire l'application numérique pour  $n_1 = 1.48$  et  $n_2 = 1.46$ .



## Travaux dirigés d'optique Série n° 3

### Exercice 01

Soit A un élément ponctuel du poisson. Trouver la position de l'image A' de A à travers le dioptre eau-air.



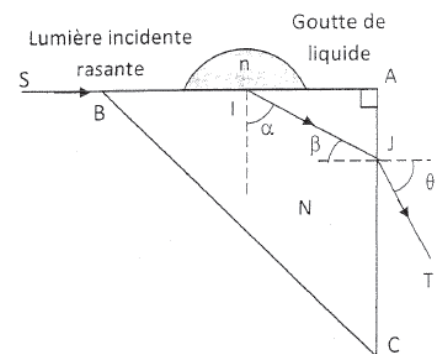
### Exercice 02

Une lame à faces parallèles d'indice  $n$  et d'épaisseur  $e$  est placée dans l'air. La 1<sup>ère</sup> face de la lame (dioptre plan  $D_1$ ) est semi réfléchissante (laisse passer une partie des rayons lumineux et réfléchit l'autre partie). La 2<sup>ème</sup> face de la lame (dioptre plan  $D_2$ ) laisse passer la totalité de la lumière incidente. Un objet AB réel est placé en avant de la 1<sup>ère</sup> face de cette lame (figure 1).

1. Reprendre la figure 1 et construire géométriquement toutes les images formées à travers les dioptres  $D_1$  et  $D_2$  de l'objet AB (sans échelle).
2. Donner la nature de chacune des images obtenues.
3. Soit A'B' l'image définitive obtenue à travers la lame ( $D_1 + D_2$ ), montrer que  $\overline{AA'} = e \cdot [1 - 1/n]$ .
4. Sachant que  $n=1.5$  et  $e=1\text{mm}$ , combien d'images peut-on observer à l'œil nu ? Justifier votre réponse.

### Exercice 03

On veut mesurer l'indice de réfraction  $n$  d'un liquide transparent. On dépose une goutte de ce liquide sur la face supérieure AB d'un prisme de verre d'indice  $N$  et d'angle  $A=90^\circ$ . On éclaire cette goutte en incidence rasante avec une lumière monochromatique. On observe derrière l'autre face AC du prisme la lumière émergente (Voir figure). L'indice de réfraction du verre constituant le prisme est  $N=1.625$ . Déterminer la valeur minimale  $n_{\min}$  de l'indice  $n$  d'un liquide qu'on peut mesurer avec ce dispositif ? (Démonstration demandée).



**Exercice 04**

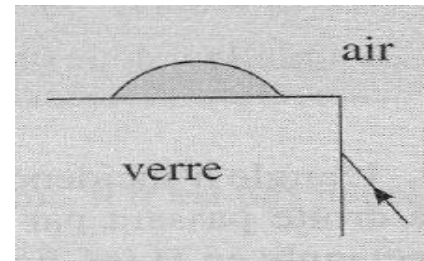
Soit un prisme d'indice de réfraction  $n=1.55$  qui baigne dans l'air ( $n=1$ ) avec A sommet de prisme  $A=45^\circ$ .

1. Donner la déviation subie par un faisceau qui aborde la face AB de ce prisme sous un angle de  $45^\circ$ .
2. Quelle serait la valeur minimale de cette déviation ?

**Exercice 05**

On souhaite mesurer l'indice de réfraction  $n$  d'un liquide transparent. Pour cela, on dépose une goutte de ce liquide sur la face supérieure horizontale d'un parallélépipède rectangle en verre, d'indice  $n_v > n$ . Le dispositif est placé dans l'air, dont l'indice sera pris égal à 1. On éclaire une des

faces latérales verticales avec un faisceau lumineux et on note  $i$  l'angle d'incidence des rayons sur cette face.



1. Dessiner le trajet du rayon lumineux dans le cas où le rayon est réfracté dans le liquide.
2. On constate que la réfraction dans le liquide n'est possible que lorsque  $i > i_{\text{lim}}$ . Exprimer  $i_{\text{lim}}$  en fonction de  $n$  et de  $n_v$ .
3. Application numérique :  $n_v = 1,607$ ,  $i_{\text{lim}} = 47,81^\circ$ . Calculer l'indice de réfraction du cyclohexane.

## Travaux dirigés d'optique Série n° 4

### Exercice 01

On considère un miroir sphérique concave de centre C et de rayon de courbure  $R=6\text{cm}$ .

1. On place un objet AB réel à  $9\text{cm}$  de son sommet S.

a. Calculer dans les conditions de l'approximation de Gauss la position de l'image A'B' et en déduire sa nature.

b. Calculer le grandissement linéaire  $\gamma$ . S'agit-il d'une image droite ou renversée ?

c. Faire une construction géométrique.

2. On désire obtenir à l'aide du même miroir une image droite deux fois plus grande que l'objet.

a. Où faut-il placer ce dernier pour réaliser ce résultat ? En déduire la nature et la position de l'image.

b. Peut-on atteindre le même résultat à l'aide d'un miroir sphérique convexe ? Justifier.

### Exercice 02

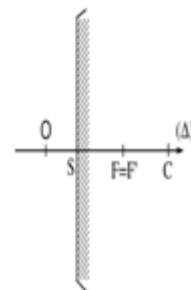
Soit un miroir convexe de rayon  $SC= +60\text{cm}$ . Quelle est la position de l'image  $A_oB_o$ , sa nature et le grandissement transversal correspondant dans les deux cas suivants

a. L'objet AB est tel que  $SA= -30\text{cm}$

2) Trouver la position de l'objet AB qui conduit à un grandissement transversal  $\gamma_t=-12$ . Quelle est sa nature ?

On fera une figure à l'échelle pour chacune des questions.

b. L'objet AB est tel que  $SA= +15\text{cm}$ . Peut-on se servir de la question précédente pour éviter les calculs ?



### Exercice 03

Soit un miroir sphérique convexe de centre C de sommet S et de rayon  $R=6\text{ cm}$ . On place un objet réel à une distance  $d=9\text{ cm}$  de son sommet S.

1. Calculer dans les conditions de l'approximation de Gauss, la position de l'image et en déduire sa nature.
2. Calculer le grandissement linéaire  $\gamma$ . S'agit-il d'une image droite ou renversée ?
3. On note  $x$  et  $x'$  respectivement les distances de l'objet et de son image mesurer à partir du foyer objet F. Montrer que l'on peut écrire  $xx' = f^2$  ?
4. Faire une construction géométrique.

#### Exercice 04

Montré les propositions suivantes :

- Un miroir sphérique concave donne toujours une image réelle d'un objet virtuel.
- L'image réelle d'un objet réel dans un miroir sphérique concave est toujours renversée.
- Un miroir sphérique convexe donne toujours une image virtuelle d'un objet réel.
- Un objet réel est placé à 5 cm d'un miroir sphérique qui en donne une image droite 5 fois plus grande. Montrer que le miroir est concave, préciser son rayon.

#### Exercice 05

Un dioptre sphérique concave de sommet S, de centre C et de rayon de courbure R ( $R < 0$ ) sépare deux milieux d'indices  $n_1$  et  $n_2$ .

1. Déterminer les positions des foyers F et F' et préciser leurs natures. On donne  $n_1 = 1.5$  et  $n_2 = 1$ .
2. Construire géométriquement l'image d'un objet réel perpendiculaire à l'axe du dioptre dans les deux cas suivants:

$$\overline{SA} = 4R \text{ et } \overline{SA} = 2R.$$

3. Calculer le grandissement linéaire pour chacun de ces deux cas.

## Travaux dirigés d'optique Série n° 5

### Exercice 01

On considère un dioptre sphérique de centre  $c$  de sommet  $S$  et de rayon  $SC=4$  cm séparant deux milieux d'indices  $n =1$  et  $n'=1.5$ . Ce dioptre est utilisé dans les conditions de Gauss.

- 1) Quelle est la nature de ce dioptre sphérique ? Justifier votre réponse.
- 2) Rappeler la relation de conjugaison du dioptre sphérique avec origine au sommet.
- 3) Déterminer la position des foyers objet  $F$  et image  $F'$  du dioptre. Application numérique.
- 4) Un objet  $AB$  perpendiculaire à l'axe optique et de taille  $AB=2$  cm se trouve à une distance  $SA= - 4$  cm. Calculer la position de l'image  $A'B'$  ainsi que sa taille.
- 5) Vérifier les résultats de la question précédente en faisant une construction géométrique à l'échelle  $1/2$ . L'image obtenue est-elle réelle ou virtuelle.

### Exercice 02

On désire projeter, à l'aide d'une lentille mince convergente, l'image d'un petit objet  $AB$  sur un écran  $E$  parallèle à  $AB$ . La distance entre  $AB$  et  $E$  est égale à  $D$ .

- 1) *a-* A partir d'une construction géométrique, établir, la formule de Newton :  $FA.F'A' = ff'$ .
- b-* En déduire les expressions du grandissement linéaire  $\gamma$ .
- 2) *a-* On souhaite obtenir un grandissement linéaire égal à  $a$  en valeur absolue. Déterminer l'expression de la distance focale  $f'$  que doit avoir la lentille utilisée.
- b-* Calculer numériquement  $f'$  pour  $D = 2$  m et  $a = 10$ .

### Exercice 03

Soit une lentille convergente, de centre optique  $O$ , de foyers  $F$  et  $F'$ .

- 1- Rappeler les formules de conjugaison et de grandissement avec origine au centre optique.
- 2- Construire l'image  $A'B'$  d'un petit objet  $AB$  perpendiculaire à l'axe principal situé entre  $-\infty$  et le foyer objet  $F$ .
- 3- Retrouver les formules de grandissement avec origines aux foyers.
- 4- En déduire la formule de Newton.

Le petit AB objet se déplace de  $-\infty$  à  $+\infty$ .

- 5- L'espace objet peut être décomposé en 3 zones, construire les images correspondantes à un objet placé successivement dans chacune de ses zones. En déduire les zones correspondantes de l'espace image.
- 6- Indiquer dans chaque cas la nature de l'image.
- 7- Reprendre cette étude dans le cas d'une lentille divergente.

#### Exercice 04

##### Partie A

Au moyen d'une lentille mince L et d'un écran, on forme une image nette, A'B', d'un petit objet lumineux, AB. Cet objet, de longueur 0,5mm est perpendiculaire à l'axe optique de L. Lorsque la distance objet-écran est égale à 8 cm. Les longueurs de l'objet AB et de son image A'B' sont égales. Déterminer:

- 1- La distance focale de lentille L
- 2- La position de l'objet AB par rapport à la lentille L.
- 3- La nature de l'image A'B'.

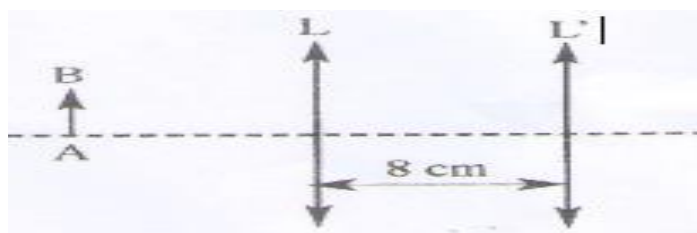
##### Partie B

Sans toucher à l'objet AB, on déplace la lentille L de manière à ce que la distance objet-lentille L soit de 1.5 cm.

- 1- Déterminer la position, la nature et le grandissement linéaire de son image A'B', à travers la lentille L.

##### Partie C

Sans toucher à l'objet AB, on déplace de nouveau la lentille L de manière à ce que la distance objet-lentille soit de 3 cm. ensuite on place à 8 cm de L, une autre lentille mince L' de 2 cm de distance focale (figure ci-contre).



- 1- Déterminer la position de l'image intermédiaire  $A' B'$  et celle de l'image définitive  $A'' B''$  de  $AB$  à travers le système de lentilles  $(L, L')$ .
- 2- Tracer, quantitativement, la marche d'un pinceau lumineux, issu de  $B$  et traversant le système de lentilles  $(L, L')$ .

### Exercice 5

- 1) Donner la définition et l'expression mathématique du diamètre apparent (Faire une construction géométrique).
- 2) Calculer le diamètre apparent d'un petit objet  $AB$  de  $3 \text{ mm}$  de haut observé à l'œil nu, s'il est situé à  $25 \text{ cm}$  de l'œil nu, s'il est situé de l'œil. Préciser l'unité du diamètre apparent.
- 3) L'objet  $AB$  est maintenant observé à travers une loupe (lentille mince convergente) de distance focale  $5 \text{ cm}$ . Si l'objet  $AB$  est situé à  $4 \text{ cm}$  de la lentille, déterminer :
  - a- La position et le grandissement de l'image  $A'B'$  qu'elle en donne.
  - b- Faire la construction géométrique correspondant. En déduire la nature de l'image.
- 4) Calculer le diamètre apparent  $\alpha'$  de l'image observée par l'œil situé contre la lentille.
- 5) Comparer ses deux diamètres apparents et calculer le grossissement  $G$  de la loupe.
- 6) En situant l'objet dans le plan focal objet de la lentille, calculer le nouveau diamètre apparent  $\alpha''$  et le nouveau grossissement  $G'$  de la loupe. Quelle est la meilleure position ? Justifier votre réponse.

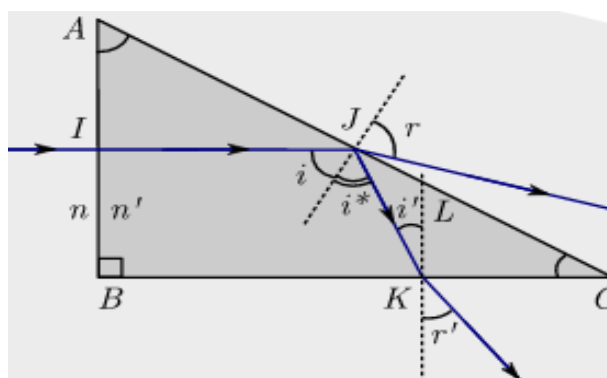
## Epreuve d'Optique Géométrique

### Questions de Cours

1. Quelle est la différence entre un système optique focal et un système optique afocal.
2. Quelle est la vergence totale  $V$  d'un doublet accolé formé par deux lentilles minces  $L_1$  et  $L_2$  de vergences respectives  $V_1$  et  $V_2$ .

### Exercice

Un prisme de flint d'indice de réfraction  $n' = 1,655$  immergé dans l'eau dont l'indice de réfraction est  $n = 1,333$ . Les angles du prisme sont  $\widehat{BAC} = 60^\circ$ ,  $\widehat{CBA} = 90^\circ$  et  $\widehat{ACB} = 30^\circ$ . Un rayon lumineux arrive sous incidence normale sur une face du prisme (figure ci-dessous).



1. Déterminer la valeur de l'angle  $i$ .
2. Est ce qu'il existe un rayon réfracté au point  $J$  ? Justifier.
3. Déterminer la valeur de l'angle  $i'$ .
4. Calculer la valeur de l'angle  $r'$ .

On fait dissoudre une substance chimique dans l'eau pour augmenter son indice de réfraction  $n$ .

5. Montrer que le rayon réfracté en  $J$  existe seulement si l'indice de réfraction  $n$  est supérieur à une valeur limite  $n_{\text{lim}}$  qu'on doit déterminer.



**Problème**

Soit  $L_1$  une lentille mince convergente utilisée dans les conditions de l'approximation de Gauss, de centre optique  $O$ , de foyers  $F_1$  et  $F_1'$  et de distance focale image  $f_1'$ .  $AB$  est un objet de hauteur  $\overline{AB} = 1$  cm situé à une distance  $\overline{OA} = -6$  cm perpendiculairement à l'axe optique de la lentille. L'image  $\overline{A'B'}$  de l'objet  $\overline{AB}$  est obtenue à une distance  $\overline{OA'} = 18$  cm de la lentille.

1. Calculer la distance focale  $f_1'$  de la lentille  $L_1$ . En déduire sa vergence  $V_1$
2. Calculer le grandissement linéaire  $\mathcal{N}_1$  de la lentille  $L_1$ .
3. Calculer la hauteur  $\overline{A'B'}$  de l'image  $A'B'$ .
4. Sur la Figure ci-dessous, placer l'objet  $AB$  et son image  $A'B'$  en montrant les rayons principaux qui permettent de faire la construction géométrique de l'image. On accole à la lentille  $L_1$  une deuxième lentille mince  $L_2$  de distance focale image  $f_2'$ . Le système résultant de l'association des deux lentilles  $L_1$  et  $L_2$  forme un doublet accolé qui est équivalent à une lentille mince  $L$  de centre optique  $O$  et de distance focale image  $f' = 9$  cm. Ce doublet est utilisé dans les conditions de l'approximation de Gauss.
5. En utilisant l'expression de la vergence d'un doublet accolé, calculer la vergence  $V_2$  de la lentille  $L_2$ . En déduire
6. La lentille  $L_2$  est elle convergente ou divergente ? Justifier.
7. En utilisant la formule de conjugaison de la lentille équivalente  $L$ , déterminer par rapport au centre optique  $O$  la position de l'image  $A''$  de l'objet  $A''$  à travers de l'objet  $A$  à travers  $L$ .
8. Quelle est la nature de l'image  $A''$ . Justifier.

## Epreuve d'Optique Géométrique

### Exercice 1

Un rétroviseur mobile est constitué d'un miroir sphérique convexe de rayon 2 m. On observe dans ce rétroviseur l'image de deux phares  $P_1$  et  $P_2$  d'une voiture située à une distance  $x$  du centre du miroir. La distance entre les deux phares est  $P_1P_2 = 1.5$  m.

1. Déterminer en fonction de  $x$  la position et la grandeur de l'image  $P'_1P'_2$  de  $P_1P_2$ .
2. Où se trouve l'image  $P_1P_2$  si  $x$  est grand ?

### Exercice 2

Un système optique est formé de deux miroirs sphériques  $M$  et  $M'$  de même axe. Le miroir  $M$  est concave de centre  $C$ , de sommet  $S$  et de rayon  $R = 100$  cm. Le miroir  $M'$  est convexe de centre  $C'$ , de sommet  $S'$  et de rayon  $R'$ . Ces deux miroirs sont leurs faces réfléchissantes en regard. Soit  $x = SS'$ .

Un point éloigné, repéré par  $\overline{SA} = d$  envoie de la lumière sur  $M$ . Après une réflexion sur un  $M$  suivie d'une réflexion sur  $M'$ , on obtient une image  $A'$  de  $A$ . on règle  $d = \overline{SA}$  pour une image  $A'$  se forme dans le plan tangent au sommet du miroir  $M$  où se trouve une ouverture.

Pour  $R' = 20$  cm, déterminer  $d$  et le grandissement linéaire dans les deux cas suivants :

- a)  $x = 50$  cm.
- b)  $x = 70$  cm.

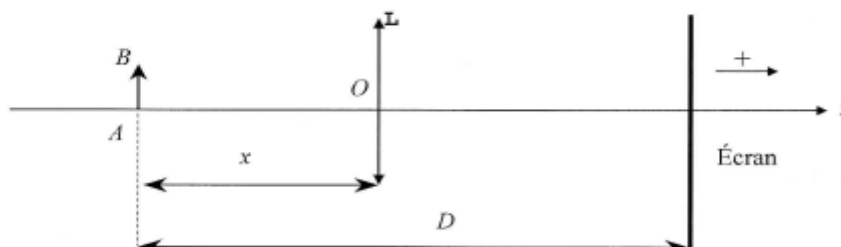
### Exercice 3

La lentille sphérique mince, notée  $L$ , est utilisée dans le cadre de l'approximation de Gauss. Elle est caractérisée par son centre optique  $O$  et par sa distance focale image  $f'$ .

La formule de conjugaison de Descartes (relation (1)) précise la position, sur l'axe optique, des points conjugués  $A$  et  $A'$  :

$$\frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA} = \frac{1}{f'}$$

Grâce à la lentille convergente  $L$ , on projette, sur un écran, l'image nette  $A'B'$  d'un objet réel lumineux  $AB$ . Objet et écran, fixes et distants de  $D$  (constante positive) sur un banc optique, sont orthogonaux à l'axe. Voir figure.



- 1) Recopier, approximativement, la figure et proposer une construction géométrique de l'image  $A'B'$ .
- 2) On pose  $AO = x$  (variable positive). Exprimer, en fonction de  $x$  et  $D$ , la quantité algébrique  $OA'$ .
- 3) Montrer que la formule de conjugaison (1) permet d'établir une relation entre  $x$ ,  $D$  et  $f'$ , relation qui se présente sous la forme d'une équation du second degré en  $x$ .
- 4) Montrer qu'en dessous d'une valeur  $D_{\min}$  de  $D$ , il n'existe plus de valeur de  $x$  physiquement acceptable, correspondant à une image nette sur l'écran. Déterminer, en fonction de  $f'$ , la distance minimale  $D_{\min}$ .
- 5) Pour  $D \geq D_{\min}$ , il existe deux positions  $O_1$  et  $O_2$  de la lentille  $L$  pour lesquelles on observe une image nette de l'objet sur l'écran. On pose  $\overline{AO_1} = x_1$ ,  $\overline{AO_2} = x_2$  (avec  $x_1 \leq x_2$ ) et  $\overline{O_1O_2} = d$ .
  - 5.1. Exprimer, en fonction de  $D$  et  $f'$ , chacune des deux solutions  $x_1$  et  $x_2$ .
  - 5.2. Déterminer, en fonction de  $D$  et  $d$ , la distance focale image  $f'$ .
  - 5.3. Comment se nomme cette méthode focométrique ?
  - 5.4. Application numérique  $D = 1,00$  m ;  $x_1 = 0,275$  m ;  $x_2 = 0,725$  m. Calculer la distance focale image  $f'$ .

## Epreuve d'Optique Géométrique

### Exercice 1

Un miroir sphérique de centre C, de sommet S et de rayon de courbure  $R = SC = -6 \text{ m}$  est utilisé dans les conditions de l'approximation de Gauss. Le miroir est placé dans l'eau pour lequel l'indice de réfraction  $n = 1,5$ .

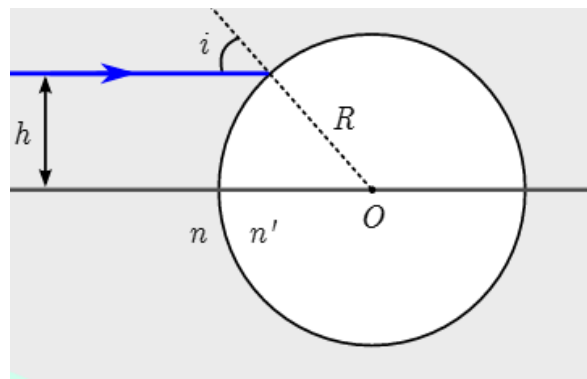
1. Donner la formule de conjugaison du miroir sphérique avec origine au centre C en précisant la signification des notations utilisées.
2. Donner l'expression du grandissement linéaire  $\gamma$  du miroir sphérique avec origine au centre C.
3. Déterminer les positions des foyers  $F$  et  $F'$  par rapport au centre C.
4. Calculer les distances focales  $f$  et  $f'$  du miroir.
5. Calculer la vergence  $V$  du miroir et spécifier le type du miroir (c'est à dire est ce qu'il est convergent ou bien divergent ?). Justifier.
6. Où faut il placer l'objet ponctuel A de telle façon que le grandissement linéaire soit  $\gamma = -\frac{1}{3}$
7. Déterminer la position de l'image A' par rapport au centre C.
8. Un objet AB de hauteur  $\overline{AB} = 1,5 \text{ m}$  situé en A perpendiculairement à l'axe optique. Quelle est la taille, le sens et la nature de l'image A' B' ?
9. Placer l'objet AB et son image A'B' sur une figure en montrant les points S, C et F ainsi que les rayons principaux qui permettent de faire la construction géométrique de l'image A'B'.
10. Calculer le grandissement linéaire  $\gamma$  de l'image d'un objet situé au point D, où  $\overline{CD} = -60 \text{ m}$ . Est ce qu'on peut utiliser ce miroir comme rétroviseur d'une voiture. Justifier.

### Exercice 2

Une bulle sphérique d'air d'indice de réfraction  $n' = 1$  et de rayon  $R = 1 \text{ cm}$  est immergée dans un liquide d'indice  $n = 1.33$ . La bulle est éclairée par un rayon (Figure ci-dessous).

1. Exprimer  $h$  en fonction de  $i$ .
2. Calculer la valeur limite  $i_{\text{lim}}$  de l'angle d'incidence  $i$  au dessus de laquelle il y a réflexion totale sur la bulle d'air pour un rayon incident parallèle à l'axe.

3. Calculer alors la hauteur correspondante  $h_{lim}$  du rayon incident par rapport à l'axe de la bulle d'air.
4. Dans le cas où  $i > i_{lim}$ , donner, en fonction de  $i$ , l'expression de la déviation  $D$  subie par le rayon incident.
5. Dans le cas où  $i < i_{lim}$ , donner, en fonction de  $i$ , l'expression de la déviation  $D'$  subie par le rayon subissant deux réfractions et sortant de la bulle.



## Epreuve d'Optique Géométrique

### Problème 1

On observe sur un écran E l'image A'B' d'un objet réel AB à travers une lentille mince L. L'objet AB, qui a pour hauteur  $\overline{AB} = 1$  cm, est situé perpendiculairement à l'axe optique de la lentille L à une distance  $|\overline{OA}| = 15$  cm de son centre optique O.

L'écran E est placé à une distance  $|\overline{OA'}| = 30$  cm de la lentille.

1. Quelle est la nature de l'image A'B'. Justifier.
2. Calculer la distance focale image  $f'$  de la lentille L.
3. Calculer le grandissement linéaire.
4. Calculer la taille de l'image A'B'.

On rapproche l'objet précédent de la lentille L de telle sorte que la taille de l'image A'B' observée sur l'écran soit trois fois plus grande que celle de l'objet réel AB.

5. Quelle est la nouvelle valeur du grandissement transversal  $\gamma$ .
6. Dans quel sens est orientée l'image A'B'. Justifier.

### Problème 2

Un dioptre sphérique  $D$  de centre  $C$ , de sommet  $S$ , de foyer objet  $F$ , de foyer image  $F'$  et de distance focale image  $f' = 4$  cm sépare deux milieux d'indices de réfraction  $n=1,5$  et  $n = 1$ . Ce dioptre est utilisé dans les conditions de l'approximation de Gauss.

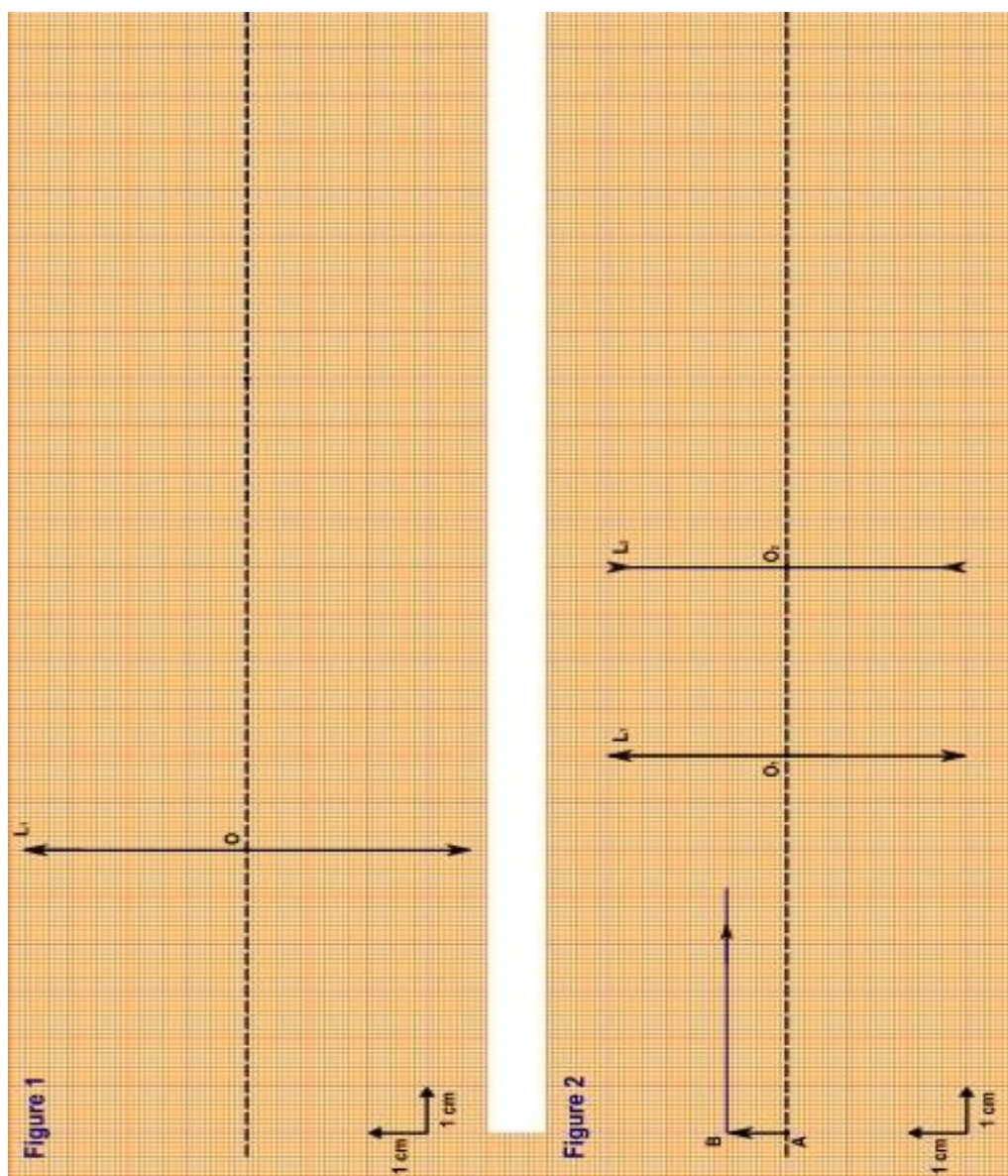
1. Calculer la vergence  $V$  du dioptre  $D$ .
2. Calculer la distance focale objet  $F$  du dioptre.
3. Donner la formule de conjugaison du dioptre sphérique avec origine aux foyers.
4. Déterminer la position de l'image A' d'un objet ponctuel A situé sur l'axe optique à une distance  $\overline{FA} = \frac{f}{2}$ .
5. Calculer le grandissement linéaire  $\gamma$ .
6. Un objet AB de hauteur  $A = 1$  cm situé en A perpendiculairement à l'axe optique. Quelle est la taille, le sens et la nature de l'image A'B' ?
7. Calculer le rayon de courbure  $R$  du dioptre  $D$ .

8. Placer l'objet AB et son image A'B' sur une figure en montrant les trois rayons principaux qui permettent de faire la construction géométrique de l'image.

On place, perpendiculairement à l'axe optique, un miroir plan M à une distance  $d=6$  cm après le dioptre  $D$ . Soit  $F^*$  l'image de  $F'$  à travers le miroir M.

9. Déterminer la position du point  $F^*$  par rapport au point S.

10. Quelle est la nature du point image  $F^*$ . Justifier.





## Contrôle d'optique

### Exercice n° 1 : (2 point)

Montrer de façon qualitative que le miroir plan réalise le stigmatisme rigoureux (traiter le cas d'un point objet réel et d'un point objet virtuel).

### Exercice n° 2 : (2 points)

Le rayon de courbure d'un rétroviseur convexe d'automobile est de 40 cm.

Déterminer l'emplacement de l'image et son grandissement pour un objet à 10 m du miroir.

### Exercice n° 3 : (4 points)

Un dentiste vous demande de concevoir un petit miroir à placer à l'extrémité d'un manche et destiné à l'observation intra-buccale. Le dentiste demande que l'image d'une dent soit droite et ait une taille double de celle de la dent quand le miroir est situé à 15 mm d'elle.

Calculer le rayon de courbure de ce miroir et préciser sa nature.

### Exercice n° 4 : (6 points)

Soit une boule de verre de rayon  $r = 10$  cm, d'indice  $n = 1,5$ . Un objet AB est placé à gauche de la sphère à une distance de 120 cm de la face d'entrée.

1- Déterminer la position de l'image de l'objet à l'aide de l'équation des dioptries sphériques.

2- Calculer la taille de l'image à travers la sphère si l'objet fait 1 cm de hauteur.

### Exercice n° 6 : (6 points)

Un système optique d'indice  $n$ , placé dans l'air, est limité par deux dioptries sphériques de même centre C, de sommets  $S_1$ ,  $S_2$  et de rayons  $S_1C$  et  $S_2C$ . On donne :  $n=1,5$  ;  $S_1C = 10$  cm ;  $S_2C = -20$  cm.

1° Calculer les distances focales  $f_1'$  et  $f_1$  du premier dioptré et les distances focales  $f_2'$  et  $f_2$  du deuxième dioptré.

2° Calculer les positions des foyers  $F$  et  $F'$  du système.



### Contrôle d'optique

#### Exercice n° 1 : (6 points)

1- Enoncer le principe de Fermat.

2- Définir les éléments cardinaux suivants d'un système dioptrique centré focal : points principaux, points anti principaux, points nodaux.

3- Démontrer les relations de conjugaison et de grandissement avec origines aux points principaux pour un système dioptrique centré focal.

#### Exercice n° 2 : (6 points)

Un objet AB est placé à 40 cm d'une lentille mince convergente, de centre optique  $O_1$  et de distance focale image  $O_1F_1' = 8$  cm.

Une deuxième lentille mince convergente, de centre optique  $O_2$  et de distance focale image

$O_2F_2' = 12$  cm est placée à 30 cm derrière la première lentille.

1° Calculer la position de l'image  $A_2'B_2'$  formée par le système (on notera  $A_1'B_1'$  l'image formée par la première lentille).

2° Calculer le grandissement  $\gamma$  du système.

#### Exercice n° 1 : (8 points)

On assimile un objectif d'un appareil photographique à une lentille mince convergente, de centre  $O$  et de distance focale image  $\overline{OF'} = 50$  mm. Un dispositif mécanique permet la mise au point de l'appareil en variant la distance  $d$  (voir la figure 1). Sur l'écran (E) se trouve la pellicule sensible.

1- A partir de la formule de conjugaison du dioptre sphérique retrouver celle d'une lentille mince biconcave d'indice  $n$  et de rayons de courbure  $R_1$  et  $R_2$ .

- Choisir comme sens positif le sens de propagation de la lumière (de gauche à droite), et comme origines les sommets  $S_1$  et  $S_2$  des dioptries. L'objectif considéré est assimilé à une lentille mince convergente.

2- Dans quel domaine doit varier  $d$  ( $d_{min}$  et  $d_{max}$ ) pour obtenir sur l'écran des images nettes d'un point A, lorsque  $\overline{OA}$  varie de  $-\infty$  à  $-1$  m ?

3- Un objet AB de 1,5 m de hauteur est situé à 3 m de l'objectif perpendiculairement à l'axe principal.

a) Faire une construction géométrique de l'image.

b) Déterminer le grandissement de cet objectif. En déduire la hauteur de l'image sur le film.

### Contrôle d'optique

#### Exercice n° 1 : (3 points)

- 1- Dans quelle condition y a-t-il stigmatisme approché ?
- 3- Etablir alors la relation de conjugaison du dioptré avec origine au sommet S.

#### Exercice n° 2 : (4 points)

L'objectif d'un appareil de projection pour diapositives peut être assimilé à une lentille mince convergente de 10 cm de distance focale image.  $OF'$

- 1- A quelle distance faut-il placer la diapositive,  $\overline{AB}$ , pour avoir une image,  $\overline{A'B'}$ , nette sur un écran placé à 3 m de la lentille ?
- 2- Quelles sont les dimensions de l'image sur l'écran si la diapositive a pour dimensions  $24 \text{ mm} \times 36 \text{ mm}$  ?
- 3- Comment la diapositive doit-elle être placée dans son support ?

#### Exercice n° 4 : (8 points)

Soit deux dioptrés sphériques de sommets  $S_1$  et  $S_2$  dont les centres sont confondus en C. Les rayons de courbure sont tels que  $\overline{S_1C_1} = -2$ ,  $\overline{S_2C} = 30 \text{ cm}$ . L'indice des milieux extrêmes est  $n_1=1$  et celui du milieu intermédiaire est  $n_2=1,5$ .

- 1) Déterminer les foyers  $F_1, F_1'$  et  $F_2, F_2'$  des deux dioptrés.
- 2) Calculer la position et le grandissement de l'image  $A'B'$  d'un objet AB situé à 90 cm en avant de  $S_1$ .

#### Exercice n° 3 : (5 points)

Soit une lentille mince convergente ( $L_1$ ) de centre optique  $O_1$ . On place perpendiculairement sur l'axe principal un objet réel AB et on obtient une image  $A_1B_1$  renversée de même hauteur que celle de l'objet.

- 1) Calculer la distance  $\overline{O_1A}$  sachant que  $\overline{AA_1} = 1 \text{ m}$ .
- 2) Déterminer la distance focale image  $f_1' = \overline{O_1F_1'}$  de ( $L_1$ ) en fonction de  $\overline{O_1A}$ .

Donner la valeur de  $f_1''$ , en déduire la convergence  $C_1$  de ( $L_1$ ).

- 3) Calculer la position de l'image  $A_1$  donnée par ( $L_1$ ).

Sur le même axe on associe après ( $L_1$ ) une autre lentille mince ( $L_2$ ) convergente de centre optique  $O_2$  et de convergence  $C_2$  avec une distance focale image

$$f_2' = \overline{O_2F_2'} = f_1'.$$

4) Calculer la position et la hauteur de l'image  $A_2B_2$  obtenue par le doublet  $(L_1, L_2)$ .  
Quelle est la nature de cette image ? En déduire le grandissement  $\gamma$  du doublet.

On donne :  $\overline{O_1O_2} = 70 \text{ cm}$  ;  $AB = 10 \text{ cm}$ .

## *Bibliographie*

- M. Bertin, J. P. Faroux, J. Renault, Optique géométrique. (Dunod université, Paris).
- J. Faget, L. Martin, Exercices et problèmes d'optique physique. (Vuibert, Paris).
- A. Moussa et P. Ponsonnet. Cours de physique – Optique, éditions Desvigne, Paris 1992
- Pelletier, J. Schmouker, Cours de physique, 2-Optique. (Dunod, Paris).
- J.-L. Queyrel, J. Mesplède, Optique. (Les nouveaux précis Bréal, Bréal 1999).
- ES-SBAI, A., GUESSOUS, A., NAJID, N., OUZZANI, M., Problèmes corrigés de physique. Optique. Électromagnétisme. Mécanique classique. Mécanique quantique. 1992, (nouvelle édition).
- Jean-Paul Parisot, Patricia Segonds, Sylvie Le Boiteux. Cours De Physique Optique. (2<sup>é</sup> édition). Dunod, Paris, 2003.
- RENAULT Jacques, Exercices d'optique et de physique ondulatoire. Dunod, 1986.
- J.L. QUEYREL et J. MESPLEDE –Les Nouveaux Précis de Physique. Optique- Cours et exercices résolus. Editions Bréal, Paris 1999.
- T. Bécherrawy. Optique géométrique : Cours et exercices corrigés. Broché 2005.
- LECARDONNEL J. P., TILOY P., Exercices et problèmes résolus. Optique. Bréal, 1990.